ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

VOLUME I.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 14 dicembre 1884.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisiologia. — *Influenza del magnetismo sulla embriogenesi.* Memoria del Socio C. Maggiorani (Sunto).

« Il Socio Maggiorani espone i risultati delle ultime incubazioni artificiali con uovi gallinacei che intraprese insieme al dott. Magini, Ajuto della Cattedra di Istologia e Fisiologia generale, all'uopo di raccogliere ulteriori documenti intorno alla già sperimentata virtù della calamita nel rallentare il corso dello sviluppo negli embrioni e indurvi uno stato di vera ipotrofia.

« Dopo aver ricordato il metodo e le cautele usate, egli narrò i fatti che si presentarono alle loro osservazioni, i quali corrisposero alla espettazione non solo, nel suggellare il principio della influenza, ma condussero alla scoperta di altri fenomeni che ne accrescono la importanza.

« Prima d'internarsi nell'argomento, l'Accademico credè espediente il dissipare alcune dubbiezze intorno alla origine delle ridette condizioni degli embrioni: se cioè prodotte effettivamente dal magnetismo, o riferibili ad altre cause. E queste consisterebbero nella variazione individuale dei germi, capace per sè sola a determinare qualche differenza nel tempo, in cui al solito certi cambiamenti di sviluppo appariscono in modo da segnalare una data; come pure le anomalie indotte nel processo embriogenetico dallo stantìo dell' uovo, da scuotimenti sofferti, da ineguaglianze di

temperatura, dalla positura verticale, secondo Dareste; per la grandezza e peso diverso dell'uovo, ed anche da effetti termici per la facoltà conduttrice dell'acciaio; oppure da vibrazioni metalliche indipendenti dalla forza magnetica ecc. L'autore distrugge ad una ad una simiglianti difficoltà, aggiungendo in fine la considerazione del quanto ripugni ai calcoli della probabilità che in centinaia di uovi esplorati nelle undici incubazioni praticate in stagioni diverse nello spazio di sei lunghi anni, i segni della influenza siano sempre o quasi sempre capitati negli uovi deposti nel campo magnetico, mentre i liberi, che svolgevansi a lato contemporaneamente, ne andavano esenti.

« Ed in ultimo communica un fatto che pone il suggello alla dimostrazione della causalità, costituito dalla circostanza, che il grado del ritardo e della ipotrofia degli embrioni è proporzionato al grado d'intensità del magnete e alla durata della sua presenza vicino all'uovo. E conclude: Adunque, la verità del rapporto causale fra la sorgente del magnetismo e le modificazioni patite dall'embrione è irrecusabile.

« L'autore siegue a narrare come in questa ultima incubazione sia stato anche confermato un fatto, di cui si erano avuti indizî nelle altre; ed è che la ridetta influenza non viene esercitata equabilmente in tutto il corso della embriogenesi, ma che dal primo all' ultimo giorno va gradualmente diminuendo: dividendola in tre periodi, può dirsi che massima sia la efficacia nel primo, mediocre nel secondo, minima nel terzo.

« Discese indi ad informar l'Accademia su di un fenomeno che dovrà eccitare molta curiosità nei cultori della biologia; fenomeno già osservato nelle altre aperture di uovi, ma atteso con maggior solerzia in questa ultima; ed è che, negli uovi sottoposti all' azione della calamita, il sangue dell'embrione differisce grandemente da quello dei liberi nella copia maggiore, e sopratutto nella qualità del sangue che ha color di scarlatto invece che purpureo. Ecco le sue parole:

« Ed ora ci si offre a menzionare un altro fenomeno degnissimo di attenzione, ed è: che già al quarto giorno l'apertura dell' uovo avvicinato dalla calamita, in mezzo alla maggior povertà di nutrizione e di sviluppo rispetto al compagno, l'embrione è ricco di un sangue scarlattino, che paragonato a quello del campo libero ci riproduce esattamente la diversità fra il sangue arterioso e venoso: di color chermisino vivace il primo, di un rosso cupo il secondo. Un'altra differenza sta in questo che nel magnetico il cuore mostra battiti più celeri e di più lunga durata, come pure che i vasi del sacco erano intercalati di piccole chiazze emorragiche. Abbiamo dunque nel campo magnetico il fatto anomalo di embrioni ritardati nello sviluppo generale, eppure con una funzione di prim'ordine esagerata. Del quale non mi affiderei porre innanzi una spiegazione incolpabile: questo però mi sembra di poter affermare con sicurezza che quel colore arterioso del sangue non riconosca altra origine che una maggior quantità di

ossigeno, combinatosi in modo più e meno intimo coll'emoglobina. Ma donde tanta copia di ossigeno nel caso nostro? Se non vado errato, la risposta scaturisce limpidamente dalla notizia fornitaci, già tempo, da Faraday sulla qualità magnetica dell'ossigeno. Dalle molte e accurate esperienze ove, riempiendo di gaz delle leggiere bolle di sapone che, tenute nel campo magnetico, sono attirate o respinte a seconda dei gaz magnetici o diamagnetici che contengono rapporto all'aria, il sommo Fisico trovò che « *una bolla col suo contenuto, era magnetica in proporzione dell' ossigeno che conteneva* ». E recentemente è stato aggiunto che l'ozono, ossia l'ossigeno eccitato, è anche più magnetico del semplice ossigeno: « *le magnetisme spécifique de l'ozone* (dice Becquerel) *est plus grand que celui qui correspondrait à la quantité d'oxygène qu'il contient* » (Comptes rendus 1882). Ora, nella nostra incubazione le uova essendo avvicinate da calamite che sono fonti perenni di magnetismo, non è da maravigliare che sia stata attirata intorno ai germi una copia di ossigeno maggiore di quella, che ordinariamente vi si introduce attraverso il guscio per i noti bisogni chimici della embriogenesi: indi una sopra ossigenazione dell'emoglobina, con effetto di più vivace arrossamento del sangue; indi pure l'accresciuto eccitamento del cuore e di tutto il sistema vascolare con sequela di 200 pulsazioni in circa al minuto, e di piccole emorragie ».

Stabilito il fatto del ritardo e dei fenomeni che l' accompagnano il Socio Maggiorani passa a cercarne la interpretazione, e confessatane la difficoltà, affaccia intanto due ipotesi. La prima si appoggerebbe alla legge di compensazione: esercitata, cioè, una prepotente eccitazione sul sistema vascolare, ne rimane impoverita la nutrizione nel complesso del piccolo organismo. L'altra si fonda sulla dottrina della interferenza. Ammesso che l'energia magnetica sia d'indole vibratoria, e che della stessa natura sia la forza che presiede alla organizzazione, non è disforme, egli dice, dagli insegnamenti della scienza che le onde delle due forze s'incontrino ora in condizione da sovrapporsi, ed ora in quella d'interferie. L'autore lascia all'Accademia il còmpito di giudicare quale delle due spiegazioni sia meritevole della preferenza, od anche se l'una e l'altra falliscano. E poi conclude.

« Quale che sia il grado di fiducia da accordarsi a questa interpretazione e posto anche che essa non venga accolta, rimane sempre intiero e incontrastabile il fatto fondamentale della presente communicazione: quello cioè della profonda influenza che il magnetismo esercita sul germe e sul piccolo organismo che si va svolgendo nell'uovo, manifestata col ritardo, colla ipotrofia e colla maggiore arteriosità dell' embrione. Il quale, intanto, per simigliante influenza, non sopporta alcuna mutilazione capace ad alterare il tipo della specie; che anzi, suol nascere precocemente, mostrandosi pieno di vita. Io chiamai da principio importante questo fatto e m'incombe

ora di giustificare il dettato. Lo dissi importante per la gravità della conseguenza che può tirarsene: imperocchè se è vero, come generalmente ritiensi, che un agente imponderabile non possa influire direttamente e profondamente su di un altro senza che passi fra i due qualche omogeneità di natura; e venendo al caso nostro: se i fisici insegnano come il magnetismo non possa esercitare azione che su corpi magnetici, non si fugge all'argomento che: se la calamita ha influito sulla embriogenesi, allora la energia proposta al metabolismo molecolare del blastoderma, alla orientazione delle cellule, alla differenziazione e orditura dei tessuti dev' essere anch'essa vibratoria ed aver natura analoga al magnetismo. « Magnetic force is always supposed to be exerced by magnetism upon magnetism ad never directly by or upon matter ». (Chrystal, Encycl. Britan.). Ma questa deduzione, per quanto legittima, non riuscirà facilmente a penetrare nelle nostre menti e prendervi il posto di verità dimostrata, senza prove sperimentali, che la natura del soggetto impedisce di instituire con frutto.

« Pertanto a rafforzare il nostro assunto, e non fosse altro a tener desto l'ingegno nello studio della biologia che manca tuttora di fondamento, non ci rimane che tener d'occhio il criterio dell'analogia, ed esercitarci sulle somiglianze che trovansi fra le proprietà del magnetismo e le leggi della vita.

« Fu detto giustamente che una difficoltà è già superata quando ci riesce di provare come quel che si cerca somigli a qualche altra cosa, o sia esempio di un fatto già conosciuto. Il mistero sta nell' isolamento; la soluzione si ritrova nella fraternità, nell'assimilazione. (Bain).

« Così; *simile produce simile* con simiglianza di forza; e questa legge che si ritrova in tutti i fenomeni vitali si riscontra anche nel magnetismo: una barra magnetizzata può infondere la sua forza a cento altre senza perdere alcunchè della sua sostanza. L'accrescimento organico differisce dall' inorganico in ciò che il primo ha un *limite*: la forza magnetizzante non può oltrepassare un valore massimo, corrispondente alla saturazione; nel magnetismo vi è limite nella intensità, e ve ne ha anche nello spazio: il campo magnetico determinato dalla induzione è ristretto entro confini determinati pure in gran parte dalla intensità della energia. *Vis formativa*: a niun' altra energia come alla magnetica appartiene la virtù di segnare colle sue linee di forza regolari biforcazioni a curve intrecciate eleganti, ed archi, e circoli con ammirabile simmetria e in modo da rassembrare bozzetti di forme organiche: nei così detti spettri magnetici si ritrovano accennati alcuni tipi animali nel primo periodo della vita. Famigerata virtù dell'ago calamitato è l'*orientazione* com' è commune credenza che gli animali abbiano un certo senso delle correnti magnetiche, che li fornisce di una specie di bussola interna, indicante la direzione del loro cammino. Non è senza aver consultato fatti in gran numero che Viguier si risolse a scrivere: « il existe, non seulement chez les animaux, mais même chez l'homme,

un véritable *sens d'orientation ou de direction;* sens dont l'acuité varie grandement suivant les sujets, et qui a pour siège un organe etc. etc. » (*Le sens de l'orientation.* Paris. *Revue Philosoph*).

« In ogni organismo, oltre le funzioni destinate al perenne ricambio organico, regna una forza che custodisce la eredità, mantiene immutato il tipo della specie, si adatta al mondo esterno ed esercita una difesa contro le potenze nocive: questa forza *conservativa* con altra forma non manca nel magnetismo. Una barra di acciajo ben temperato e magnetizzata a saturazione, conserva in permanenza la sua energia per un tempo indeterminato. Intanto se la barra venga percossa, l'energia scomparisce all' istante come si eclissa o si abolisce subitamente la vita per colpo o caduta nell'animale.

« Si rifletta che la polarizzazione e la induzione hanno i loro correlativi nell'organismo cogli accentramenti nervosi e colle diffusioni.

« Che il magnetismo può stratificarsi, accumularsi, nascondersi, come la forza vitale, e a simiglianza di questa assumere l'andamento longitudinale, il trasversale e l' incrociato.

« Che la sua attività si manifesta con attrazioni e repulsioni siccome avviene in qualche modo nelle funzioni organiche.

« Che genera elettricità e ne viene generato: la elettricità ricca di moltiformi attinenze cogli organismi.

« Che produce calore al pari dei nervi.

« E poi domanderei: perchè il ferro è stato preferito dalla natura a rappresentare i metalli nel regno degli esseri viventi? Certo, non per servire di materiale alla fabbrica degli organismi, essendo stato loro distribuito con grandissima parsimonia, e con certa parzialità. Sedente nel pabulo nutritivo accanto alla lecitina nel primordio della vita animale, e combinato poi all' emoglobina, ha l'aria di starvi come suscitatore, e apportatore di una energia, chè per mezzo del sangue andrà infondendo ai tessuti.

« Potrei continuare in questo tono, e dopo le facoltà citar somiglianze strettissime tra i fenomeni della vita e le proprietà del magnetismo, ma io non devo dimenticare che le semplici analogie non possono riceversi in conto di vere e sode dimostrazioni, quali giustamente esige la scienza. Se le metto in campo, gli è come allettamenti e stimoli a nuove ricerche in questo verso, avendo in mente che al fatto da me presentato all'Accademia se ne debbano congiungere altri, e forse di maggior peso. In somma, io credo alla importanza di studî condotti in questo senso, e che a me sono oggimai interdetti. Abbandonata dai più la idea di un principio vitale al tutto specifico, bisognerà adoperarsi con un poco più di vigore e perseveranza che non si faccia, a segnalare quella delle già note energie che signoreggi maggiormente nel gran laboratorio della vita, e scoprire con qual forma governi ».

Paleontologia. — *Del Zifioide fossile* (*Chenoziphius planirostris*) *scoperto nelle sabbie plioceniche di Fangonero presso Siena.* Memoria del Socio G. Capellini (Sunto).

« Nel 1804 l'ingegnere Gorsee avendo inviato al museo di storia naturale a Parigi un cranio incompleto di strano cetaceo trovato presso Fos nel dipartimento del Rodano, Giorgio Cuvier giudicò che quelle ossa fossero fossili e attribuendole a un delfinoide diverso da quelli già noti, con esse fondò il genere *Ziphius*.

« Nel 1809 e nel 1812 mentre in Anversa si scavava un grande bacino, alla profondità di circa 12 metri sotto il piano della città furono scoperti due rostri di delfinoide, che inviati a Cuvier furono riferiti essi pure al genere *Ziphius*, notando peraltro che appartenevano a specie diversa da quella trovata a Fos.

« Del zifioide di Anversa illustrato da Cuvier nel 1823 col nome di *Ziphius planirostris*, oltre i due esemplari summentovati, pochi altri avanzi in seguito ne furono raccolti nel crag grigio del Belgio; finora però nessun resto ne era stato segnalato nel pliocene di altre parti di Europa. Frattanto i zifioidi illustrati da Cuvier furono oggetto di nuovi studî da parte di Van Beneden, Gervais, Duvernoy, l'ultimo dei quali nel 1851 dimostrava che i rostri fossili trovati in Anversa avevano rapporto con il *Ziphius* raccolto a Fos, ma che peraltro si dovevano considerare come tipo di un genere distinto pel quale proponeva il nome di *Choneziphius* che fu in seguito ammesso da quasi tutti i cetologi.

« Nella primavera dello scorso anno 1883 alcuni cercatori di antichità etrusche scavando nel podere del Poggio a Fangonero presso Siena, scoprirono un masso con ossa fossili, le quali acquistate dal cav. Brogi di Siena furono poi vendute al museo di storia naturale di Firenze.

« Appena quelle ossa furono liberate dalla roccia incrostante si riconobbe che si trattava di una regione occipitale e di avanzi di vertebre di un delfinoide; e il prof. Cesare d'Ancona avendomi gentilmente affidato ogni cosa per studio trovai che tutti quei resti erano indubbiamente riferibili al *Choneziphius planirostris*, di cui finora si conoscevano soltanto i rostri trovati in Belgio.

« Questo fatto prova a sufficienza la importanza di quella scoperta e il grande valore scientifico che si deve attribuire a questo esemplare fortunatamente raccolto in posto, nella stessa località e nello stesso piano geologico ove furono trovati avanzi di *Felsinotherium Gervaisi*, *Rhinoceros megarhinus*, *Sus* sp. pei quali fu agevole di precisare i rapporti delle sabbie plioceniche di Fangonero con quelle di parecchie località dell'Emilia e del Piemonte e con le sabbie di Montpellier in Francia.

« La scoperta dei resti di *Choneziphius* presso Siena permette di ben precisare l'orizzonte geologico dal quale provennero quelli di Anversa, e nel tempo stesso ci mette in grado di istituire confronti fra il terziario superiore d'Italia e del Belgio, le sabbie di Montpellier e il crag d'Inghilterra.

« Premessi brevi cenni intorno al giacimento del zifioide di cui viene ad arricchirsi la cetologia fossile italiana, ho descritto i resti che finora ne sono stati raccolti accompagnando la descrizione con accurate figure, dalle quali si rileva quanto manca alla porzione di cranio trovato in Italia e che invece è conservato negli esemplari del Belgio; di modo che due scoperte fatte a tre quarti di secolo di distanza e in due località così lontane l'una dall'altra (Anversa e Siena) vengono a completarsi vicendevolmente. Da ultimo con misure proporzionali ho trovato che la lunghezza del *Choneziphius planirostris* di Siena doveva essere di circa quattro metri, ed ho concluso riconoscendone gli intimi rapporti col *Ziphius cavirostris* trovato più volte anche nel mediterraneo e già da tempo notato come uno dei migliori esempi del cosmopolitismo dei cetodonti ».

Fisica. — *L'eliografo inglese ed il lucimetro italiano applicati alla meteorologia agraria.* Nota preliminare del Socio G. Cantoni.

« Sul principiare di quest'anno l'Hirn pubblicava nei *Comptes rendus* (febbraio 1884) una breve Nota, nella quale esponeva i principî su cui è fondato un importante istromento, denominato da lui: *Actinomètre totaliseur absolu.* Questo riposa su un concetto, già additato ed applicato verso il 1834 dal nostro Bellani in un suo stromentino ch'egli chiamò *collettore del calorico* e che io riprodussi sino dal 1874 e studiai di poi, per applicarlo a modo di lucimetro a servizio degli agronomi. Anche il Marié Davy, nel suo *Annuaire de l'Observatoire de Montsouris* 1844, parla di un *lucimetro*, ch'egli chiama *italiano* senz'altro dire, e che vien da lui preparato con alcole diluito.

« In vista di queste pubblicazioni dell'Hirn e del Marié Davy, stimai opportuno di sottoporre a nuovo studio il lucimetro Bellani da me modificato, comparandone le indicazioni con quelle dell'eliografo del Negretti e Zambra, chiamato *Sunshine*.

« Le osservazioni vennero istituite in un ampio giardino in Varese, dalla metà di luglio alla metà di ottobre prossimo passato. Nella mia Memoria accenno prima gli studî fatti per la scelta del liquido, all'uopo di avere stromenti abbastanza sensibili e comparabili tra loro, e suscettivi anche di determinazioni che possano poi tradursi in misure assolute.

« E le osservazioni comparative coi predetti due stromenti mi condussero ai seguenti risultati:

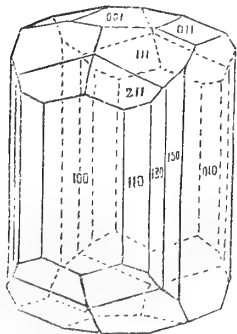
« Il lucimetro nostro porge ogni giorno volumi di liquido distillato, correlativi alla larghezza, profondità e lunghezza delle striscie di combustione,

tracciata sul cartone dell'eliografo inglese. Epperò il lucimetro, non solo indica la durata del soleggiamento per un dato luogo, ma ancora la intensità relativa del medesimo in corrispondenza alla varia altezza del sole su l'orizzonte ed alla varia trascalescenza o limpidezza dell'aria, qualunque del resto sia la temperatura dell'aria stessa.

« D'altra parte però questi due stromenti si completano l'un l'altro nel senso della facile registrazione della luminosità relativa dei varî giorni. Poichè, mentre il lucimetro porge d'un tratto la misura relativa e complessiva di essa in un dato periodo di ore, l'eliografo nota i tempi in cui il sole risplendette più o meno, in causa della varia serenità nel periodo medesimo.

« Ed è in tal senso che questi due stromenti, vengono da me raccomandati ai cultori della fisiologia vegetale ed agli agronomi ».

Cristallografia. — *Sulla columbite di Craveggia in Val Vigezzo.* Nota del Socio G. Strüver.

« Il professore Spezia descrisse, negli Atti della r. Accademia delle scienze di Torino, 1882, una nuova varietà di berillo, scoperta dal signor G. B. Dell'Angelo entro grossi massi sciolti di pegmatite che formano un esteso deposito a mezz'ora di distanza da Craveggia in Val Vigezzo (Ossola) sulla strada che conduce all'alpe Marco. Come lo dice di già lo Spezia, il berillo ivi è accompagnato da tormalina nera e da granato rosso manganesifero. Fra una numerosa serie di campioni che il Museo mineralogico della Università romana deve alla gentilezza dello stesso sig. Dell'Angelo, attirò la mia attenzione un piccolo frammento contenente, nel plagioclasio della pegmatite, alcuni pochi cristallini allungati di color nero e fortemente splendenti. A mia richiesta, il sig. Dell'Angelo mi spedì più tardi altri due pezzi in cui però il minerale nero non si presenta che allo stato compatto. Non bastando la quantità così radunata per farne una analisi completa, nè essendo posta fuor di dubbio la identità del minerale compatto coi cristalli, tentai di staccare uno di questi dal plagioclasio, e riuscitovi, lo sottoposi ad esame cristallografico, dal quale risultò trattarsi di columbite, minerale, per quanto mi sappia, nuovo non solo per l'Italia ma per l'intiera catena delle Alpi.

« Adottando per la columbite il rapporto parametrico e l'orientazione dati dallo Schrauf nella sua *Monografia della columbite* (1861), il cristallino esaminato, il quale misura nella direzione degli assi delle x, y, z rispettivamente 1,0.75 e 3 millimetri, mostra la combinazione delle forme (100) (010) (001) (110) (130) (150) (011) (111) (211) già tutte note per la columbite.

« I risultati ottenuti al goniometro sono riportati nel quadro seguente ove n indica il numero degli angoli diedri omologhi misurati sul cristallo.

angoli	misurati	n	medie	calcolati (Schrauf)
(100) (110)	22°0′ — 22°6′	2	22°3′	22°10′
(100) (130)	49°12′5 — 51°12′	4	49°54′	50°43′
(010) (150)	26°47′ — 27°48′	4	27°3′5	26°9′
(130) (150)	11°58′ — 13°39′5	4	12°54′5	13°8′
(001) (011)	18°45′5	1	18°45′5	18°30′5

« Le forme (111) e (211) si determinano mediante le zone, essendo comprese ambedue nella zona [100, 011] e, inoltre, (111) nella zona [110, 001] e (211) nella zona [110, $0\bar{1}1$].

« Considerando che, nonostante l'elevato grado di splendore delle faccie, queste riflettono per lo più abbastanza male, e che i valori ottenuti per lo stesso angolo sovra spigoli omologhi del medesimo cristallo, svelano differenze notevoli, in qualche caso ascendenti sino a 2 gradi, l'accordo tra le misure riportate e i valori calcolati si può dire sufficiente per stabilire la identità del nostro minerale colla columbite, tanto più che anche altri osservatori hanno trovato valori considerevolmente diversi da quelli che lo Schrauf calcolò in base alle sue numerose misure istituite sulla columbite della Groenlandia. Del resto, salta agli occhi l'analogia della combinazione nostra con quelle osservate sovrattutto a Bodenmais in Baviera.

« La durezza dei cristalli fu trovata = 6; al cannello si constatò la presenza del ferro e del manganese.

« Altre e più estese ricerche non si poterono per ora eseguire, visto il piccolissimo numero di cristalli che ebbi a mia disposizione, benchè riuscissi a scoprire in parecchi campioni altri cristallini racchiusi anche dal quarzo e dal berillo.

« In ultimo mi sia permesso di aggiungere alla bella e minuta descrizione del berillo di Craveggia, data dallo Spezia, che fra i nostri campioni trovai alcuni cristalli terminati e sovrattutto un piccolo individuo della combinazione $(10\bar{1}0)$ $(11\bar{2}0)$ $(10\bar{1}1)$ (0001) ».

Fisio-patologia. — *Sulla fisio-patologia delle capsule surrenali.*

Comunicazione 2ª del prof. G. Tizzoni, presentata dal Socio Tommasi-Crudeli.

« Ulteriori osservazioni sugli animali che in gran numero furono da me operati di asportazione delle capsule soprarenali mi permettono di aggiungere oggi a quanto è stato riferito in una prima comunicazione preventiva i seguenti fatti.

« I conigli i quali hanno sopravvissuto all'asportazione di una o di ambedue le capsule soprarenali, anche molto tempo dopo la praticata operazione, non mostrano nella loro salute e nelle loro abitudini nessun fatto che li

distingua dagli animali di controllo: il loro corpo si sviluppa regolarmente se operati molto giovani, la loro nutrizione, come lo prova anche la bilancia, si mantiene sempre in buonissimo stato, niente di anormale avviene nella funzione del sistema nervoso o in quella di altri sistemi o di altri organi.

« Nei casi nei quali un'anormale pigmentazione bronzina delle labbra, delle narici e della mucosa del cavo orale e del naso segue alla distruzione di questi organi, si nota che tale colorazione di regola dopo un certo tempo si arresta nel suo progresso e rimane stazionaria; solo eccezionalmente essa continua ad accrescersi anche dopo molti mesi dal praticato esperimento e prende delle proporzioni piuttosto rilevanti; mai si ebbe ad osservare una regressione e una scomparsa completa di queste macchie pigmentarie una volta formate.

« Tanto nei conigli che in seguito a quest'operazione presentarono le accennate anormalità nella pigmentazione, quanto in quelli che non mostrarono nessuna modificazione nel colore della pelle e delle mucose, non si rinvenne nel sangue quell'anemia progressiva che accompagna e caratterizza il morbo di Addisson. Studî citometrici eseguiti col cromocitometro di Bizzozero, che è il solo del quale può disporre il nostro laboratorio, ci hanno dimostrato che la ricchezza di emoglobina del sangue degli animali operati è eguale a un dipresso a quella degli animali di controllo, come l'esame del sangue fatto col microscopio non ci ha mostrato nei primi di questi animali una ricchezza di globuli bianchi maggiore che nei secondi.

« Lo studio anatomo-istologico di alcuni dei nostri animali, espressamente uccisi per queste ricerche, ci hanno dimostrato dei fatti interessantissimi sulla riproduzione delle capsule surrenali. Questa nei casi di asportazione della capsula soprarenale destra, nei quali solamente finora è stata osservata, ha luogo non nel posto della vecchia capsula ma in un punto più periferico della cava, poco al disotto cioè dallo sbocco della vena renale destra; nè risiede come quella asportata nella parte esterna di essa cava, ma invece nella sua parte snperiore interna (riferendosi alla posizione normale del coniglio), nel tessuto connettivo che unisce questo vaso all'aorta.

« La frequenza con la quale si rinvengono questi noduli negli animali operati di distruzione delle capsule surrenali, la esistenza in essi delle varie fasi del loro sviluppo, e finalmente la mancanza di questi fatti negli animali che non subirono nessuna operazione, ci fanno affermare con sufficiente certezza che tali noduli sono dei piccoli organi neoformati ed escludere che sieno delle capsule surrenali accessorie.

« Fatte numerosissime sezioni microscopiche in serie sul corso della cava si trova che la vecchia capsula surrenale è stata distrutta e sostituita da un connettivo adiposo senza nessun resto o con pochissimi resti del parenchima di quell'organo, e che quella riprodotta ha avuto origine da uno dei grossi cordoni del simpatico addominale, da quello che cammina al lato

destro dell'aorta, fra l'aorta e la cava. La capsula neoformata, che arriva persino a raggiungere i $^2/_3$ del volume di una capsula normale, macroscopicamente ha tutti i caratteri di quest'organo; solo una forma più allungata di quella che suole avere il rene succenturiato destro del coniglio, forse a motivo della sede nella quale si è sviluppata e quasi per adattarsi meglio allo spazio non troppo largo che rimane fra i due grossi vasi addominali. Microscopicamente risulta formata da sostanza midollare e corticale avente la stessa struttura e la stessa disposizione di quella di una capsula soprarenale normale, dalla quale si distingue solo, e per la grossezza, e per il ricco intreccio di cordoni del simpatico e di cellule gangliari che si trovano nel connettivo lasso periglandulare; alcune volte ancora per una zona di sostanza midollare alla periferia della corticale.

« Sulla istogenesi dei vari elementi della capsula riprodotta non desidero pronunziarmi per ora e rilascio espressamente ad altra comunicazione di tenerne parola. Dirò solo come nelle prime fasi del loro sviluppo e del loro accrescimento le capsule riprodotte sieno formate da tanti lobicini che secondariamente si fondono insieme, come in tali neoformazioni con molta probabilità la sostanza midollare sia la prima a comparire, e come degli elementi fortemente colorabili col bicromato di potassa si trovino in gran numero nei cordoni di fibre del simpatico al disotto del punto nel quale hanno formata la nuova capsula; e aggiungerò ancora come nei casi nei quali non ha luogo questa riproduzione si possano trovare egualmente delle cellule midollari della capsula nei ganglietti del simpatico che rimangono vicini alla parte operata e nel cordone del simpatico che a questa parte corrisponde.

« Quello che m'interessa di far rilevare con questa comunicazione si è che le capsule surrenali possono riprodursi; che questa riproduzione non ha luogo in sito e quindi da resti dell'organo operato, ma in un punto lontano da quello nel quale è stata asportata la vecchia capsula, più periferico e più interno di fronte al decorso e alla posizione della vena cava; che il tessuto matrice il quale dà luogo a questo nuovo organo è il gran simpatico e che le capsule surrenali perciò fanno parte del sistema nervoso della vita organica.

« Quindi con queste ricerche si viene non solo a stabilire il fatto importantissimo della riproduzione di un intiero organo, che sarebbe il secondo finora per il quale verrebbe dimostrata tale possibilità, ma si viene ancora a determinare la natura di quello e ad aprire una solida base a quelle indagini che dovranno farsi onde risolverne la funzione, ciò che finora non avevano potuto fare nè l'embriologia, nè l'istologia, nè la fisiologia, nè la patologia, nè la clinica ».

Matematica. — *Intorno ad un teorema di Lagrange.* Nota del dott. G. Frattini, presentata dal Socio Battaglini, che ne legge il sunto seguente:

« Questa Nota ha per oggetto la determinazione del numero delle soluzioni della congruenza ottenuta esprimendo che la differenza tra un quadrato ed un dato multiplo di un altro quadrato sia congrua ad un numero dato, rispetto ad un modulo primo. — L'autore dimostra inoltre la risolvibilità dell'altra congruenza, per la quale debba essere congrua ad un numero dato, rispetto ad un modulo primo, la differenza tra un quadrato ed un dato multiplo di un biquadrato, o pure la differenza tra un biquadrato ed un dato multiplo di un quadrato ».

Matematica. — *Un teorema relativo alla trasformazione modulare di grado* p. Nota del dott. G. Frattini, presentata dal Socio Battaglini, che ne legge il sunto seguente:

« In questa Nota l'autore dimostra la seguente proprietà del gruppo modulare:

« Date due sostituzioni del gruppo modulare, si possono trovare nel gruppo stesso due sostituzioni, per le quali trasformando una delle due date sostituzioni, sia il prodotto delle due trasformate eguale all'altra sostituzione data. Chiamando parabolica, iperbolica o ellittica una sostituzione del gruppo modulare, secondo che essa non sposta uno, o due elementi, ovvero li sposta tutti, il teorema suddetto presenta le seguenti eccezioni:

« 1ª Quando la prima delle sostituzioni date è parabolica, e la seconda iperbolica, essendo il modulo del gruppo congruo all'unità positiva secondo 4.

« 2ª Quando la prima delle sostituzioni date è parabolica, o a periodo 2, e la seconda ellittica, o parabolica rispettivamente, per ogni altro modulo del gruppo.

« Nella prima ipotesi, relativa al modulo del gruppo, si potrà tuttavia ottenere sempre la seconda delle sostituzioni date come prodotto di due trasformate di una potenza della prima sostituzione, e di questa rispettivamente.

« Lo stesso avviene nella seconda delle ipotesi relative al modulo, purchè la prima delle sostituzioni date non sia a periodo 2, e parabolica la seconda.

« Dal teorema suddetto l'autore deduce facilmente la nota proprietà della semplicità del gruppo modulare, quando il modulo è maggiore di 3 ».

Chimica. — *Sull'acido silvico*. Nota di L. VALENTE, presentata dal Socio CANNIZZARO.

« Molti chimici, fra cui Unverdorben, Trommsdorff, Rose, Liebig, Laurent, Siewert, Ciamician ed altri, studiarono i composti che si ricavano dalla colofonia.

« Troppo lungo sarebbe riportare qui i lavori e le conclusioni, assai poco concordanti fra loro, dei diversi autori.

« Il Maly, il quale, per molti anni esperimentò su questa sostanza, nella sua ultima Memoria (1) arriva alla conclusione che la colofonia è una anidride e che da essa si ottengono due acidi, l'uno avente la composizione $C_{20} H_{30} O_2$ e l'altro, la composizione $C_{44} H_{64} O_5$ con punto di fusione non fisso.

« Da oltre due anni io pure mi occupo dell'acido che si estrae dalla colofonia, e mi decido ora a pubblicare i risultati, non ancora completi, delle mie esperienze, avendo visto che ultimamente (2) anche il prof. C. Liebermann eseguì sul cosidetto acido silvico, una reazione da me già incominciata molto tempo fa.

« Devo dire che i fatti fin'ora da me accertati sono ben lungi dal corrispondere alla fatica spesa in questo arido campo. Credo di essere riuscito tuttavia a provare che dalla colofonia si estrae un solo acido bene caratterizzato.

« Il metodo che impiego per averlo è il seguente: sciolgo la colofonia polverizzata (quella che si vende in commercio sotto il nome di colofonia di Bordeaux) nell'alcool concentrato, alla soluzione filtrata aggiungo acqua finchè il liquido incomincia a diventare torbido lattiginoso, vi verso allora alcune goccie di alcool in modo da far ritornare la soluzione nuovamente limpida. Dopo qualche giorno si deposita una massa cristallina insieme a molta resina. Si raccoglie il tutto su filtro e si comprime fra carta. Il prodotto si scioglie di nuovo nell'alcool, poi si aggiunge acqua seguendo il metodo di prima.

« Dopo varie cristallizzazioni si giunge ad avere una sostanza bianchissima, cristallizzata in bei prismi.

« Questo prodotto intanto non ha mai, per quante volte si ricristallizzi, un punto di fusione costante, che oscilla però intorno a 160° quasi sempre. Coll'analisi elementare ho ottenuto dei numeri che alcune volte combinano sufficientemente colla formula $C_{20} H_{30} O_2$; più spesso invece si avvicinano all'altra formula $C_{44} H_{64} O_5$. Come presso a poco trovò il Maly.

« Il fatto che da una preparazione all'altra il punto di fusione ed i

(1) Ann. d. Chem. u. Pharm. 1871, p. 115.
(2) Berl. Ber. 1884, p. 1884.

dati forniti dall' analisi variavano sensibilmente mi fecero sospettare trattarsi di un miscuglio.

« Ho pensato allora di sciogliere la sostanza, preparata come fu descritto, in una soluzione molto diluita di carbonato sodico scaldando a b. m. per alcune ore. È indispensabile perchè l' acido si sciolga, di impiegare molta acqua.

« Si lascia raffreddare ed al liquido filtrato si aggiunge acido solforico diluito fino a reazione acida. Il precipitato voluminoso che si forma viene raccolto su filtro, seccato fra carta e cristallizzato nell' alcool, impiegando sempre il metodo di aggiungere acqua alla soluzione alcoolica. A questo punto della preparazione coll'aggiunta dell'acqua si formano subito i cristalli.

« Invece di H_2SO_4, ho provato anche a far passare nella soluzione alcalina una corrente di CO_2, e anche in questo modo si ebbero gli stessi risultati.

« La sostanza così ottenuta è poco solubile nell'acqua, abbastanza tuttavia per comunicarle reazione acida; è solubile in tutti i solventi ordinarî.

« Dopo di essere stata seccata nel vuoto, fonde in modo costante tra 146° e 148°.

« Dall'analisi elementare ho avuto i seguenti numeri:

I. gr. 0,2657 di sostanza fornirono H_2O gr. 0,2393 e CO_2 gr. 0,7764.
II. gr. 0,2941 di sostanza fornirono H_2O gr. 0,2608 e CO_2 gr. 0,8570.
III. gr. 0,2405 di sostanza fornirono H_2O gr. 0,2165 e CO_2 gr. 0,6989.

« Da cui in composizione centesimale si ricava:

	I	II	III	Teoria per $C_{20}H_{30}O_2$
C =	79,69	79,47	79,22	79,47
H =	10,00	9,85	10,00	9,93

« Da questi dati io credo di poter concludere che l'acido della composizione $C_{44}H_{64}O_5$ non esiste, e che il solo acido che si estrae dalla colofonia è quello da me indicato colla composizione $C_{20}H_{30}O_2$.

« L'acido silvico devia a destra il piano della luce polarizzata.

« gr. 2,279 di acido silvico sciolto in 20^{cc} di alcool etilico assoluto dettero una deviazione a destra di 9°,48 in un tubo lungo mm. 219,65, alla temperatura di 20°.

« Da qui si ricava che il potere rotatorio specifico dell'acido silvico, in soluzione alcoolica è:

$$[\alpha] D = + 37,87$$

« Diversi tentativi per avere qualche etere di questo acido non mi sono fino a qui riusciti.

« Sopra dell' acido silvico puro ho fatto reagire l' acido iodidrico ed il fosforo rosso, scaldando in tubi chiusi fino alla temperatura di 250°. Si ottiene un liquido scorrevole, giallognolo. Dopo di avere aggiunto una

soluzione alcalina distillai col vapor acqueo. Fatta l'estrazione con etere ho ottenuto per evaporazione una sostanza liquida che bolle a temperatura molto alta ed ha un forte odore aromatico.

« La scarsa quantità del prodotto non mi permise di ultimare la reazione. Tosto che mi sarà dato di avere i mezzi necessarî, continuerò lo studio di questo acido, compresa questa ultima reazione, non intendendo di averne perduta la priorità per la pubblicazione del Liebermann (loco citato) il quale non può avere impiegato, come risulta dalla presente mia Nota, che un miscuglio. Egli stesso, del resto, dice di avere ottenuti dei risultati solo approssimativi ».

Chimica. — *Azione dei nitriti sui sali ferrosi neutri*. Nota dei dott. A. Piccini e F. Marino Zuco, presentata dal Socio Cannizzaro.

« Diversi autori, tra i quali Fischer (¹), Schönbein (²), Lang (³) osservarono che i nitriti alcalini precipitano l'ossido ferrico dalle soluzioni dei sali ferrosi neutri, sviluppando biossido di azoto.

« Uno di noi (⁴) propose qualche anno fa un metodo di separazione dell'acido nitrico dall'acido nitroso, fondato appunto sul diverso modo con cui si comportano coi sali ferrosi, e dimostrò che trattando la soluzione di un nitrito alcalino *con un eccesso di cloruro ferroso neutro* si ha lo sviluppo *completo* dell'azoto allo stato di biossido, mentre il nitrato, se presente, non viene affatto decomposto. Le esperienze che siamo per descrivere ci dicono che cosa accade quando, invece di aggiungere un eccesso di sale ferroso se ne impiega solo quel tanto che è necessario a produrre la doppia scomposizione o, meglio ancora, dimostrano come si comporti una soluzione acquosa degli elementi del nitrito ferroso.

« Decomponendo esattamente, in presenza d'acqua, il nitrito d'argento col cloruro ferroso o il nitrito di bario col solfato ferroso si ottiene un liquido, in cui sono disciolti gli elementi del nitrito ferroso. La poca solubilità del nitrito d'argento nell'acqua fredda, la difficoltà di preparare e conservare (senza che si alteri il suo titolo) una soluzione di cloruro ferroso affatto neutro e puro ci fecero ricorrere all'altra reazione. Cominciammo a prepararci il nitrito di bario scomponendo il nitrito d'argento, cristallizzato più volte dall'acqua e che dava all'analisi 70,10 % di Ag (teoria 70,12) col cloruro di bario cristallizzato purissimo contenente 56,21 di Ba (teoria per $Ba\,Cl^2 + 2\,H^2O$ — 56,14). I due sali furono sciolti nell'acqua in quantità equivalenti e mescolati insieme; si ottenne così, dopo avere filtrato per separare il cloruro d'argento,

(¹) Pogg. Ann. XXI, 161.
(²) Pogg. Ann. XL, 384.
(³) Pogg. Ann. CXVIII, 290.
(⁴) R. Accademia de' Lincei. Transunti. 1881.

un liquido che non s'intorbidava nè coi sali d'argento, nè coi sali di bario, ma che conteneva in soluzione minime quantità di cloruro d'argento. Secondo Lang (¹) il nitrito di bario sarebbe alcalino, secondo Hampe (²) invece neutro; noi abbiamo constatato che le carte di curcuma e tornasole non subiscono alcun cambiamento di colore finchè sono umide, ma nell'essiccarsi rivelano una ben netta alcalinità. Tenendo conto di questo fatto si possono forse conciliare le asserzioni dei due sperimentatori. Si preparò il solfato ferroso sciogliendo del filo sottile di ferro nell'acido solforico puro e diluito con acqua, filtrando a caldo e agitando forte il liquido che era fatto raffreddare bruscamente. Si precipitava così una polvere cristallina, di color verde, che si lavava con alcool a 50 % e si asciugava comprimendola fortemente tra carta da filtro. Il sale così essiccato dette col metodo delle pesate (allo stato di Fe^2O^3) 20,08 % di Fe e col metodo di Margueritte 20,22 % di Fe (teoria per Fe $SO^4 + 7H^2O$ — 20, 14). Facciamo notare che il solfato ferroso così preparato e conservato in boccette piccole ben chiuse non si altera menomamente, mantiene benissimo il suo colore e, dopo tre anni da che era stato preparato non dava alcuna reazione col tiocianato potassico e conteneva sempre 20,16 % di Fe (metodo Margueritte).

« Della soluzione di nitrito di bario determinavamo il titolo acidificandola con acido acetico, trattando con acido solforico e pesando il solfato baritico. L'acido nitroso si determinava col permanganato potassico oppure coi sali ferrosi neutri in eccesso.

« Mescolando in quantità equivalenti il nitrito di bario e il solfato ferroso si precipita subito il solfato baritico, poi il liquido s' imbrunisce e infine si separa una polvere ocracea intantochè si sviluppa biossido d'azoto. Questi fenomeni si producono rapidamente, alla pressione ordinaria, coll' aiuto del calore ma, sebbene lentamente, si possono verificare anche a freddo nel vuoto della pompa di Sprengel. Dopo avere scacciato in qualunque modo il biossido d'azoto si può riscontrare nel liquido l'ossido ferrico e l'acido nitrico, mentre nel precipitato si trovano, insieme all'ossido di ferro e al solfato baritico, piccole quantità di acido nitroso. Il liquido ha poi i seguenti caratteri; è giallo bruno ed acido alle carte; l'acido cloridrico nitrico e solforico lo precipitano e il precipitato giallo ocraceo si scioglie in un eccesso di reattivo; il solfato, il nitrato potassico e il cloruro sodico lo precipitano pure ed il precipitato è insolubile nell'acqua distillata, ma solubile negli acidi.

« Per determinare il biossido d'azoto che si sviluppa nella reazione ci siamo serviti dell'apparecchio che Tiemann impiega per l'acido nitrico, modificandolo lievemente e procedendo come per la determinazione dell'acido

(¹) Loco citato.
(²) Ann. Pharm. CXXV, 337.

nitroso coi sali ferrosi neutri. Per determinare nel liquido l'acido nitrico e il ferro che vi è combinato si sono usate maggiori quantità di materia e si è riscaldato in un apparecchio a ricadere in corrente d'anidride carbonica. Lasciavamo che si sviluppasse il biossido d'azoto e, dopo terminata la reazione, si versava il liquido in un pallone graduato che si riempiva colle acque di lavaggio. Dopo parecchi giorni il liquido diveniva affatto limpido e allora se ne misurava con una pipetta una determinata parte aliquota, su cui si valutava l'ossido ferrico precipitandolo con soda caustica e l'acido nitrico servendoci del metodo di Schulze-Tiemann. È impossibile ricorrere alla filtrazione del liquido perchè non si arriva mai a separare quella polvere tenuissima che vi è sospesa.

I. 5 CC. di soluzione di nitrito di bario acidificati con acido solforico decolorarono 56,3 CC. di permanganato potassico $\frac{N}{10}$;

II. 10 CC. della stessa soluzione acidificati con acido nitrico allungato e previamente bollito scolorarono 112,5 CC. di permanganato potassico $\frac{N}{10}$;

III. 10 CC. della stessa soluzione dettero col cloruro ferroso neutro in eccesso 140,3 CC. di biossido d'azoto; $t = 23°,4$ $H = 760$ — Volume corretto 125,6;

IV. 10 CC. della stessa soluzione dettero col solfato ferroso in eccesso 136 CC di biossido d'azoto; $t = 26°,1$ $H = 762$ — Volume corretto 122,4 CC;

	I	II	III	IV
N^2O^3 in 10 CC. di soluzione	0,2140	0,2138	0,2135	0,2082.

« Il disaccordo della determinazione n. IV ci conferma ciò che l'analisi qualitativa ci ha già mostrato, vale a dire che una parte dell'acido nitroso viene trascinato dal solfato baritico. La qual cosa ci deve mettere in guardia per interpretare rettamente i risultati analitici e consigliarci a tener conto non delle quantità assolute d'azoto che si sviluppano allo stato di biossido o rimangono come acido nitrico, ma sibbene al loro rapporto. Infatti:

I. 10 CC. della soluzione analizzata dettero, colla quantità equivalente di solfato ferroso CC. 109 di biossido d'azoto: $t = 23°,1$ $H = 759$ — Volume corretto 97,6 CC;

II. 10 CC. della soluzione analizzata trattati nello stesso modo dettero 108,3 CC. di biossido d'azoto; $t = 23°,1$, $H = 760$ — Volume corretto 97,1 CC.

« Cioè tra il gas così sviluppato e quello ottenuto col cloruro ferroso neutro, ossia il totale, non è facile riscontrare un rapporto semplice. Ciò che del resto verificammo anche in un'esperienza che ora esporremo e in diverse altre eseguite con soluzioni di diversa concentrazione.

I. 10 CC. di una nuova soluzione di nitrito di bario dettero, in due esperienze, gr. 0,2908 di solfato baritico.

II. 5 CC. della medesima soluzione dettero con eccesso di solfato ferroso 28,4 CC. di biossido d'azoto; $t = 10°,5$, $H = 758$. Volume corretto 26,9 CC.

	I	II
N^2O^3 in 10 CC. di soluzione	0,0948	0,0905

« Anche qui apparisce il solito errore dovuto alla separazione di un poco d'acido nitroso operata dal solfato di bario. Or bene decomponendo 5 CC. di questa soluzione colla quantità equivalente di solfato ferroso (Gr. 0,1734) si ottennero 20,8 CC. di biossido d'azoto, $t = 10°3$, $H = 758$ — (Volume corretto 19, 7).

« Inoltre 100 CC. della stessa soluzione furono trattati a caldo, e in corrente d'anidride carbonica, colla quantità equivalente (Gr. 3,469) di solfato ferroso e dopo completa espulsione del biossido d'azoto si portò il liquido a $\frac{1}{2}$ litro. Quando fu divenuto limpido se ne presero due porzioni eguali, che indicheremo con A e B, di 100 CC. cadauna e ci si determinò l'acido nitrico e il sesquiossido di ferro. Le stesse determinazioni facemmo in due porzioni C e D pure eguali tra loro di un altro liquido più concentrato che avevamo preparato per lo studio qualitativo.

A dette 16,1 CC. di NO; $t = 8°,7$, $H = 756$. Volume corretto 15,4 CC. e gr. 0,1101 di Fe^2O^3;

B dette 16,4 CC. di NO; $t = 8°,7$, $H = 756$. Volume corretto 15,6 CC. e gr. 0,1113 di Fe^2O^3;

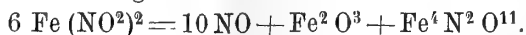
C dette 24,8 CC. di NO; $t = 22°$, $H = 752$. Volume corretto 22,1 CC. e gr. 0,1584 di Fe^2O^3;

D dette 25,2 CC. di NO; $t = 22$, $H = 752$. Volume corretto 22,4 CC. e gr. 0,1580 di Fe^2O^3;

		A	B	C	D
N^2O^5	Gr.	0,0371	0,0376	0,0533	0,05405
Fe^2O^3	Gr.	0,1101	0,1113	0,1584	0,1580
$N^2O^5 : 2\,Fe^2O^3 = 2,963$		2,967	2,960	2,971	2,925

« Donde si rileva che l'azoto che rimane nel liquido, come acido nitrico, sta con quello che si sviluppa, come biossido d'azoto, nel rapporto di 1: 5, e l'ossido ferrico disciolto forma il nitrato basico $2\,Fe^2O^3 . N^2O^5$.

« L'equazione adunque che può servire a rappresentarci la scomposizione del nitrito ferroso è la seguente:

$$6\,Fe\,(NO^2)^2 = 10\,NO + Fe^2O^3 + Fe^4N^2O^{11}.$$

« Ricordiamo che coi nitriti alcalini e col cloruro ferroso neutro in eccesso si ottenne un precipitato giallo, completamente solubile nell'acqua pura [1].

[1] R. Accademia de' Lincei. Transunti. 1881.

Probabilmente si formava l'ossicloruro 2 $Fe^2 O^3$, $Fe^2 Cl^6$ che veniva precipitato dai sali estranei che si trovavano in soluzione ».

Chimica. — *Sopra alcuni derivati dell' imide pirotartrica e citraconica.* Nota del dott. Mendini, presentata dal Socio Cannizzaro.

« Kisielinski, facendo agire il bromo sull' imide succinica, ottenne l'imide monobromofumarica ed una sostanza che egli credette essere la bibromosuccinimide, ma che Ciamician e Silber dimostrarono essere invece l' imide bibromaleica ([1]).

« Io ho studiato l'azione del bromo sull' imide pirotartrica e citraconica ed ho ottenuto i seguenti risultati.

I. *Azione del bromo sull' imide pirotartrica.*

« Per studiare l'azione del bromo sull' imide pirotartrica, si riscaldano 2 gr. di sostanza per volta con 5 gr. di bromo, nel rapporto cioè di una molecola di imide per due di bromo, in tubi chiusi, a 140-150°, per 6-8 ore.

« Quando si aprono i tubi si nota un forte sviluppo di acido bromidrico. Il contenuto è formato da una massa vischiosa leggermente colorata che viene sciolta nell' alcool. La soluzione viene concentrata ed indi trattata con acqua fino a che il liquido caldo incomincia ad intorbidarsi. Per raffreddamento si ottengono delle fogliette o degli aghi che furono fatti cristallizzare molte volte, successivamente dall' acqua e dall'alcool ed indi fatti sublimare. La sostanza così ottenuta forma delle pagliette senza colore e che fondono a 179°-182°. Questo punto di fusione non si modifica con ulteriori cristallizzazioni.

« Le analisi diedero i seguenti risultati:

I	gr.	0,2892	di sostanza	diedero	gr.	0,3400	CO_2	gr.	0,0720 H_2O
II	»	0,2943	»	»	»	0,3485	»	»	0,0696 »
III	»	0,2509	»	»	»	0,2970	»	»	0,0562 »
IV	»	0,2190	»	»	»	0,2601	»	»	0,0491 »
V	»	0,3634	»	»	»	0,3617	Br Ag		
VI	»	0,3578	»	»	»	0,3545	»		

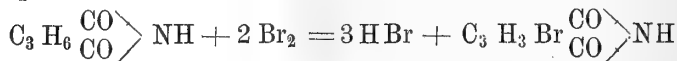
« In 100 parti:

	Trovato						Calcolato per $C_5 H_4 O_2 Br N$
	I	II	III	IV	V	VI	
C.	32.05	32.27	32.28	32.37	—	—	31.57
H.	2.76	2.60	2.47	2.46	—	—	2.11
Br.	—	—	—	—	42,04	41,92	42.10

([1]) *Sopra alcuni derivati dell' imide succinica.* Atti della R. Accad. dei Lincei 1883-84.

« Per i limiti concessi all'analisi di sostanze azotate e bromurate, c'è un lieve eccesso di carbonio dovuto certamente a delle tracce di impurezza che ostinatamente accompagnano la sostanza, e dalle quali non sono riuscito a liberarla anche con numerosissime cristallizzazioni e sublimazioni. Tenuto conto dei risultati dell' analisi e di altri fatti che esporrò più avanti, risulta come molto probabile che il composto descritto sia una *Monobromocitraconimide*.

« L' equazione che esprime la reazione sarebbe la seguente:

$$C_3 H_6 \begin{matrix} CO \\ CO \end{matrix} \rangle NH + 2\, Br_2 = 3\, HBr + C_3\, H_3\, Br \begin{matrix} CO \\ CO \end{matrix} \rangle NH$$

Però devono aver luogo inoltre delle reazioni secondarie, poichè nelle acque madri rimane un olio pesante che si solidifica dopo qualche tempo, una sostanza che ha reazione e acida e del bromuro d'ammonio, ciò che indica una profonda decomposizione della molecola.

« La monobromocitraconimide ha reazione leggermente acida, è insolubile nell'acqua fredda, abbastanza solubile nella calda, essa si scioglie facilmente nell'alcool bollente dal quale si separa per raffreddamento. Il suo carattere imidico è svelato dal composto argentico. Per prepararlo si tratta 1 gr. di imide sciolta nell'acqua bollente 1 gr. di nitrato argentico aggiungendo qualche goccia d'ammoniaca.

« I risultati dell' analisi furono i seguenti:

I. gr. 0,2047 di sostanza diedero Br Ag gr. 0,1285

II. » 0,3697 » » gr. 0,2668 CO_2 gr. 0,0485 H_2O

« In 100 parti:

	Trovato		Calcolato
	I	II	
Ag	36.52	—	36.36
C	—	19.69	20.20
H	—	1.43	1.01

« Per preparare una *bibromocitraconimide* ho seguito lo stesso metodo che mi aveva servito per ottenere il monobromo-composto. Si adoperano per 2 gr. di imide pirotartrica, 8,5 gr. di bromo, cioè per una molecola della prima, tre molecole del secondo. Si estrae la massa dal tubo con alcool, si diluisce con acqua, si svapora e si fa cristallizzare. Questa sostanza dopo ripetute sublimazioni fonde a 142°-144°; forma un composto argentico. È solubile nell' alcool e nell' acqua più della monobromocitraconimide. Cristallizza in fogliette leggerissime e sublima in fogliette iridescenti.

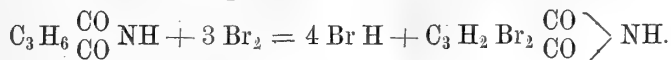
« All' analisi diede i seguenti risultati:

gr. 0,2387 di sostanza diedero gr. 0,3351 Br Ag.

« In 100 parti:

	Trovato	Calcolato
Br	59.06	59.47

« La reazione avviene probabilmente secondo l'equazione

$$C_3H_6\frac{CO}{CO}NH + 3\,Br_2 = 4\,Br\,H + C_3H_2Br_2\frac{CO}{CO}\Big> NH.$$

« Anche in questa preparazione si formano in piccole quantità un olio poco solubile nell'acqua che si solidifica dopo qualche tempo, ed una sostanza acida che non ho potuto ulteriormente studiare.

II. *Azione del bromo sull' imide citraconica.*

« La citraconimide è una sostanza che fonde a 109°-110° e che fu ottenuta la prima volta da Ciamician e Dennstedt, dall' acido citraconico per distillazione secca del sale ammonico.

« Gli autori parlano di un composto argentico che si ottiene da questa, ma non ne danno la composizione e l'analisi.

« Ho ottenuto questo composto trattando 2 gr. di imide con 3 grammi di nitrato argentico ed aggiungendo qualche goccia d'ammoniaca.

« Il composto che precipita, lavato e seccato nel vuoto diede all'analisi i seguenti risultati:

I. gr. 0,3433 di sostanza diedero gr. 0,1697 di Ag.
II. » 0,2706 » » » 0,2761 CO_2 gr. 0,0539 di H_2O.

« In 100 parti:

	Trovato I	Trovato II	Calcolato per $C_5H_4O_2NAg$
C	»	27.82	27.52
H	»	2.18	1.83
Ag.	49.43	»	49.54

« Facendo agire il bromo sull' imide citraconica nelle proporzioni di una molecola di sostanza per una di bromo, e nelle stesse condizioni descritte antecedentemente si ottiene una sostanza che fonde a 179°-182° e che presenta tutti i caratteri della *monobromocitraconimide* ottenuta per l'azione del bromo sull' imide pirotartrica.

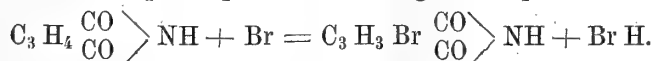
« L' analisi diede i seguenti risultati:

gr. 0,3697 di sostanza diedero gr. 0,3657 di Br Ag.

« In 100 parti:

	Trovato	Calcolato
Br.	42.22	42.10.

« La reazione si può esprimere colla seguente equazione:

$$C_3H_4\frac{CO}{CO}\Big> NH + Br = C_3H_3Br\frac{CO}{CO}\Big> NH + Br\,H.$$

« Facendo agire il bromo sulla citraconimide nella proporzione di 6 gr. per 2 di imide, cioè per una molecola di imide due di bromo, si ottiene una sostanza fondente a 142°-144°. Oltre al punto di fusione questo corpo ha tutte le proprietà della *bibromocitraconimide* già descritta.

« All' analisi diede i seguenti risultati:
0,3513 gr. di sostanza dettero 0,4881 di Ag Br
« In 100 parti:

	Trovato	Calcolato
Br.	59.12	59.47

« Tenendo conto di queste esperienze si può ammettere con probabilità che i composti che si ottengono per azione del bromo sulla pirotartrimide siano una *monobromo-* ed una *bibromocitraconimide.*

« Il comportamento dell' imide pirotartrica verso il bromo è dunque analogo a quello della succinimide ».

MEMORIE

DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

A. Righi. *Ricerche sperimentali e teoriche intorno alla riflessione della luce polarizzata sul polo di una calamita.* Presentazione del Socio Blaserna.

F. Raffaele ed I. Monticelli. *Descrizione di un nuovo Lichomolgus parassita del* Mitylus gallo-provincialis. Presentazione del Socio Trinchese.

D. Lovisato. *Contribuzione alla preistoria calabrese.* Presentazione del Socio Capellini.

G. Bellonci. *Intorno all'apparato olfattivo e olfattivo-ottico del cervello dei Teleostei.* Presentazione del Socio Todaro.

M. Gebbia. *Sulle proprietà della rotazione spontanea dei corpi.* Presentazione del Socio Cerruti.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

T. Caruel. Continuazione dell'opera del defunto Socio F. Parlatore: *Flora Italiana.* Vol. VI, P. 1.

P. Tardy. *Remarques sur une Note de M. Ibach.*

A. De Candolle. *Histoire des sciences et des savants depuis deux siècles.* 2e éd.

G. von Rath. *Geologische Briefe aus America.*

W. R. Grove. *The Correlation of Physical forces.*

D. Lovisato. *Sulla collezione etnografica della Terra del Fuoco. — Nota sopra il permiano ed il triasico della Nurra in Sardegna. — Appunti etnografici con cenni geologici nella Terra del Fuoco.*

L. Gatta. *Vulcanismo.*

D. Pantanelli. *Commemorazione di Q. Sella.*

M. Lanzi. *Le diatomee rinvenute nel lago Traiano, nello stagno e loro adiacenze.*

Briens de Haan. Ristampa di alcune opere di S. Stevin, B. de Spinoza, ed A. Girard.

I. V. Carus. *Prodromus faunae mediterraneae.* P. I.

Mostra della città di Roma all'esposizione di Torino nell'anno 1884. Relazione inviata dal Municipio di Roma.

Il Segretario Blaserna richiama l'attenzione dei Socî sull'importante pubblicazione del prof. G. Retzius: *Das Gehörorgan der Wirbelthiere*, di cui l'autore inviò la seconda parte; sulla continuazione delle *Oeuvres de Laplace*, mandate in dono dalla marchesa di Colbert-Chabanais, e su di una pubblicazione del Municipio di Fabriano, intitolata: *Fabriano a Quintino Sella.*

Presenta inoltre il cospicuo dono del Governo inglese, consistente ne' 10 volumi finora pubblicati della *Relazione sui risultati scientifici ottenuti nella spedizione del « Challenger »*; comunica che venne dalla Presidenza incaricato l'ambasciatore italiano a Londra, il Socio C. Nigra, di esprimere al Governo di S. M. Britannica i sensi di gratitudine dell'Accademia.

Il Socio Cannizzaro presenta le seguenti pubblicazioni:

R. Pirotta. *Annuario del R. Istituto botanico di Roma.* Anno I, f.° 1°.

I. Mauro, R. Nasini, ed A. Piccini. *Analisi chimica delle acque potabili della città di Roma.*

Il Socio Betocchi fa omaggio del *Catalogo della Esposizione collettiva del Ministero dei lavori pubblici alla esposizione nazionale di Torino del* 1884, da lui compilato. Presenta inoltre alcune pubblicazioni tecniche dell' ing. Giambastiani e la Nota del prof. Ragona: *Sulle condizioni meteoriche di giugno* 1884.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna comunica la seguente corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La Società degli antiquari di Filadelfia; la Società batava di filosofia sperimentale di Rotterdam; la r. Società Vittoria di Melbourne; la Società letteraria neerlandese di Leida; la Società di scienze naturali di Praga; la Società geologica di Manchester; l'Osservatorio di Leida; la civica Biblioteca

islandica di Reykjavik; il r. Istituto delle scienze del Lussenburgo; il Collegio degl'Ingegneri ed Architetti di Roma; la Scuola tecnica superiore di Darmstadt.

Annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

Il Ministero delle finanze; il Ministero della guerra; il Ministero dei lavori pubblici; la Direzione degli archivi della Camera dei Deputati; il Governo di S. M. Britannica; l'Accademia delle scienze di Berlino; la Società dei naturalisti, di Reichenberg; la Società filosofica e letteraria di Manchester; la Società Linneana di Londra; la Società di scienze naturali di Gera; la Società storica di Kiel; la Società olandese delle scienze e l'Istituto Teyler, di Harlem; la Società dei naturalisti di Dorpat; la Società storica di Breslau; la Deputazione di storia patria per le provincie della Toscana, Umbria e delle Marche, di Firenze; l'Università di Rostock; l'Università di Giessen; il r. Osservatorio di Greenwich; l'ufficio geodetico degli Stati Uniti, Washington.

Ringraziano ed annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

La Società patria dei naturalisti del Würtenberg; la Società dei naturalisti e la Società svizzera di scienze naturali di Berna; la r. Società delle scienze, di Upsala.

Il segretario Blaserna presenta due pieghi suggellati inviati dal prof. Rocco Nobili e dal M^e^. Carega di Muricce perchè sieno conservati negli Archivi dell'Accademia.

CONCORSI A PREMI

Temi di premio inviati dalle Accademie, Società, Istituti scientifici ecc.

R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.

— *Origine e vicende dei beni comunali in Italia; a chi ne spettasse la proprietà, a chi il godimento ed a quali condizioni.*

Tempo utile 31 dicembre 1884. — Premio lire 1500.

— *Storia ragionata delle opere e delle dottrine idrauliche nella regione Veneta, con particolare riguardo all'influenza esercitata dallo Studio di Padova.*

Tempo utile 31 dicembre 1884. — Premio lire 3000.

— *Narrare le origini e le vicende della Pubblica Beneficenza in Venezia, considerando criticamente di età in età le varie modificazioni cui le Instituzioni soggiacquero, e conchiudendo col proporre le riforme che si richiedessero, al fine di conciliare, per quanto è possibile, la volontà dei benefattori colle nuove esigenze sociali.*

Tempo utile 31 marzo 1886. — Premio lire 3000.

— *Quali condizioni politiche e sociali, quali autori e quali scritti abbiano contribuito nel secolo XVIII a promuovere e sviluppare nella Venezia gli studi storici; raggruppando le opere principali secondo il rispettivo indirizzo, determinando il posto che occupano nella*

scienza, e paragonando queste opere ai lavori congeneri, che nello stesso secolo uscirono in luce nelle altre parti d'Italia.

Tempo utile 31 marzo 1886. — Premio lire 3000.

— *Storia documentata del conte Francesco di Carmagnola, dall'epoca in cui prese a militare sotto le bandiere di Filippo Maria Visconti, sino a quella della sua morte, discutendo i racconti e gli apprezzamenti dei cronisti editi ed inediti, degli storici e pubblicisti italiani e stranieri, e indagando, possibilmente, i giudizii, che sui fatti del conte portarono i condottieri ad esso contemporanei.*

Tempo utile 31 marzo 1886. — Premio lire 3000.

— *Storia del metodo sperimentale in Italia.*

Tempo utile a tutto febbraio 1885. — Premio lire 5000.

— *Vita di S. Antonio da Padova.*

Tempo utile 31 luglio 1886. — Premio lire 5000.

Premio di lire 3000 all'italiano — *che avesse fatto progredire nel biennio* 1884-85 *le scienze mediche e chirurgiche, sia colla invenzione di qualche istrumento o di qualche ritrovato, che servisse a lenire le umane sofferenze, sia pubblicando qualche opera di sommo pregio.*

Tempo utile 31 dicembre 1885.

Accademia Reale delle scienze dell'Istituto di Bologna.

— *Una medaglia d'oro del valore di Lire italiane* 1000 *sarà conferita all'autore di quella Memoria che fondandosi sopra dati sicuri o di Chimica o di Fisica o di Meccanica applicata, indicherà nuovi ed efficaci sistemi pratici o nuovi apparecchi per prevenire o per estinguere gl'incendi.*

Tempo utile 30 maggio 1886.

Circolo giuridico di Palermo.

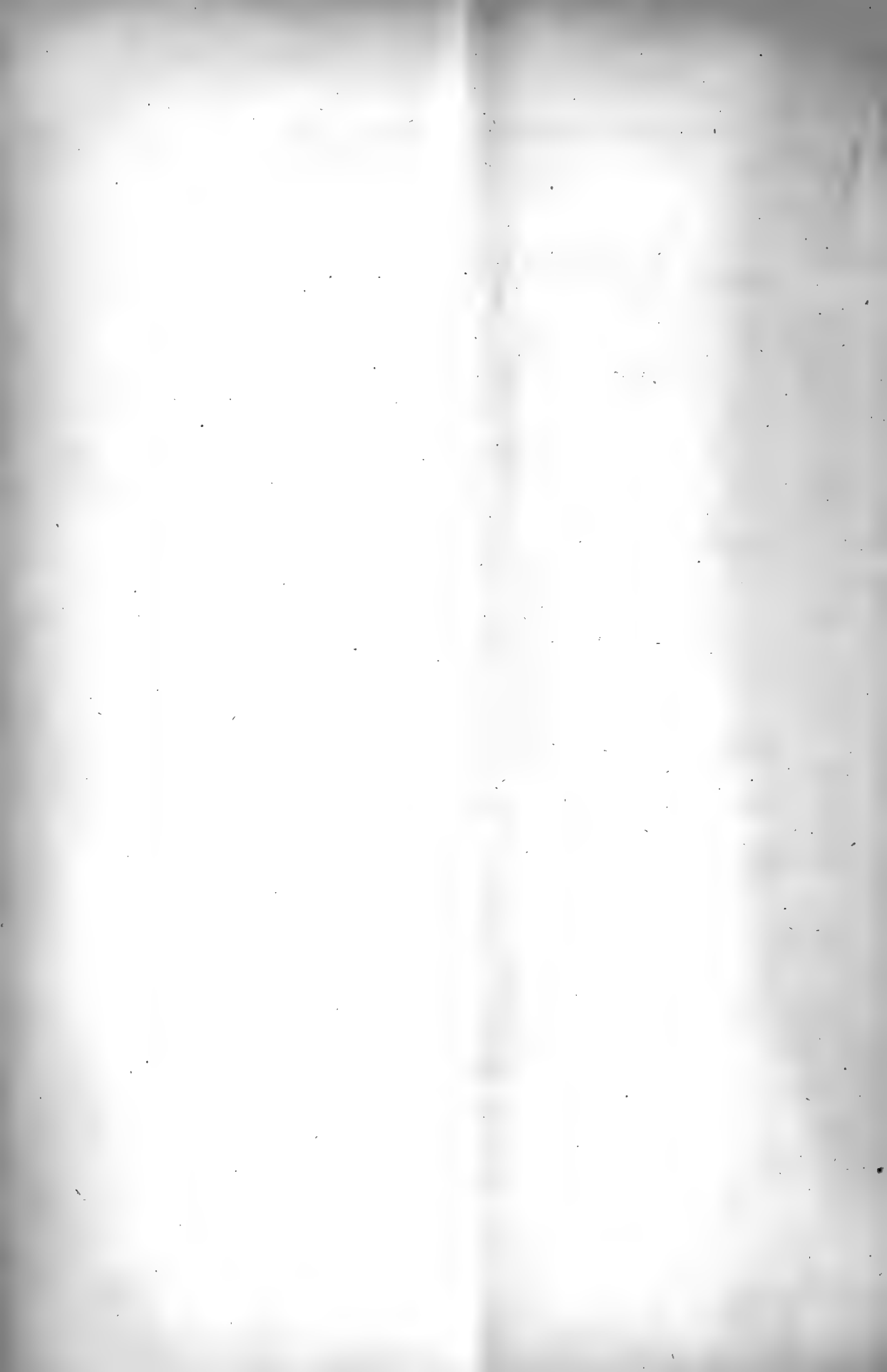
— *Del giurì nella materia civile, commerciale e correzionale. Esposizione storica e critica di questa istituzione.*

Tempo utile 31 ottobre 1886. — Premio lire 1000.

COMITATO SEGRETO

I Soci Cannizzaro, Blaserna, Briosi sono designati a far parte della Commissione di concorso all'ufficio di Segretario Generale nella Società dei Viticoltori italiani.

Il Socio Cossa è delegato a rappresentare l'Accademia nella commemorazione del Socio Gastaldi, preparata dal Club alpino italiano in Pianezza.

P. B.

RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 21 dicembre 1884.

T. Mamiani Presidente onorario

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Archeologia. — *Sur un plan inédit de Rome au commencement du XV^e^ siècle.* Nota del sig. E. Müntz, presentata dal Socio Minghetti.

Il Socio Minghetti presenta a nome del sig. Eugenio Müntz bibliotecario alla Scuola nazionale e speciale di belle arti a Parigi, la fotografia di una pianta di Roma appartenente alla fine del XIV o al principio del XV secolo. La pianta trovasi nell'Uffizio del duca di Berry che ora fa parte della preziosa collezione del duca d'Aumale a Chantilly.

« Ricorda come dopo la pubblicazione fatta nel 1879 dal de Rossi delle piante icnografiche e prospettiche di Roma anteriori al secolo XVI, l' invito del chiarissimo autore a ricercarne altre, fosse accolto con favore dagli studiosi.

« Lo stesso Müntz presentò nel 1880 alla Società degli antiquarî di Francia un' illustrazione della veduta di Roma dipinta a San Geminiano nella chiesa di s. Agostino da Benozzo Gozzoli (e ne offre ora una copia all'Accademia). Il sig. Enrico Stevenson riprodusse ed illustrò appresso, nel Bollettino archeologico comunale di Roma 1881, una pianta dipinta da Taddeo di Bartolo circa l'anno 1414, nella cappella interna del palazzo comunale di Siena.

« Infine tutti ricordano la Memoria letta nella seduta del 15 aprile 1883, dal Socio Gregorovius sopra una pianta di Roma delineata in un codice dipinto da Leonardo da Besozzo miniatore milanese nel principio del XV secolo. A questo medesimo tempo, o alquanto anteriore dee appartenere la pianta che presenta ora il sig. Müntz, e che parmi degna di tutta la considerazione dell'Accademia.

« A prima giunta havvi una grandissima analogia fra questa pianta e quella di Taddeo di Bartolo così nelle forme come negli edifizî rappresentati. Nondimeno un'accurata osservazione fa notare differenze rimarchevoli fra le due ».

Il Socio MINGHETTI legge intorno a ciò, la seguente breve notizia del sig. Müntz, il quale promette appresso una più particolareggiata illustrazione.

« Le plan que j'ai l'honneur de communiquer à l'Académie Royale « des Lincei se trouve dans le célèbre *Livre d'heures* du duc de Berry, « le chef d'œuvre de l'art de la miniature au XV^e siècle, et le joyau de « la Bibliothèque de Mgr. le duc d'Aumale, à Chantilly.

« Le plan, ainsi que la presque totalité des illustrations du même « manuscrit, est l'œuvre d'un artiste italien, encore tout imbu des traditions « du moyen âge. L'exécution en appartient, au plus tard, à l'année 1416, « date de la mort du duc de Berry.

« A première vue, on est frappé de l'analogie entre le plan exécuté « pour le duc de Berry et le plan de Taddeo di Bartolo publié par M^r Steven- « son dans le *Bullettino della Commissione archeologica comunale di Roma* « (année 1881). Mais en l'examinant de plus près, on ne tarde pas à décou- « vrir une foule de variantes. On y voit, à la gauche du fort Saint Ange, « deux ponts successifs, lorsque le plan de M^r Stevenson n'en contient « qu'un; la pyramide de Cestius est indiquée avec plus de netteté, etc., etc. « Par contre notre plan laisse de côté un certain nombre de monuments « représentés sur le plan rival, notamment dans la région du Latran; d'autres « monuments, le Panthéon et le Colisée y sont complètement défigurés.

« Il résulte de ce rapprochement que le plan de Taddeo di Bartolo et « celui du miniaturiste du duc de Berry procèdent d'un original commun, « exécuté, selon toute vraisemblance, dans la seconde moitié du XIV^e siècle.

« Je me propose d'étudier, dans un mémoire plus développé, toutes « les particularités du plan que je viens d'avoir l'honneur de signaler à « l'Académie.

« En attendant, je m'estimerai heureux d'avoir pu, comme l'ont fait « avant moi MM. Gregorovius et Stevenson, apporter une contribution nou- « velle à l'ouvrage capital, chef d'œuvre d'érudition, que mon illustre maître « M. le commandeur de Rossi, a consacré aux plans de Rome antérieurs « au XVI^e siècle ».

Storia. — *Atti e documenti delle antiche assemblee rappresentative della Monarchia di Savoja* editi per cura di Federico Emanuele Bollati. Vol. XIV e XV dei *Historiae patriae Monumenta: Augustae Taurinorum* MDCCCLXXIX e MDCCCLXXIV. Nota del Socio Domenico Carutti.

« La raccolta degli Atti degli Stati generali nei paesi posti sotto la sovranità dei Reali di Savoia fino allo scorcio del secolo passato, forma i volumi XIV e XV della grande collezione dei *Monumenta Historiae patriae*, edita dalla r. Deputazione sovra gli studî di Storia patria per le antiche provincie e la Lombardia. Nell'adunanza accademica del 18 marzo 1879 ebbi l'onore di presentare il primo tomo, ora presento con vero compiacimento il secondo ed ultimo.

« Fino dal 1836, cioè tre anni dopo la creazione della Deputazione fatta nel 1833 dal re Carlo Alberto, una giunta, composta di quei valenti uomini che furono Giuseppe Manno, Federico Sclopis e Luigi Cibrario, ne propose la stampa, dicendo che i tre Stati della monarchia erano ricordati da molti scrittori, e che alcuni frammenti dei loro atti trovavansi di già pubblicati in varie opere, sì che (notavano) « sarebbe follia il cre- « dere che il silenzio che si osserverebbe a loro riguardo, potesse interpre- « tarsi per una dichiarazione contraria alla loro esistenza. » Il governo non credette allora di doverne consentire la pubblicazione, ma avendo il conte Sclopis composto il suo *Saggio storico degli Stati generali* letto alla r. Accademia delle scienze di Torino, dopo non breve spazio di tempo Cesare Balbo domandò che la pubblicazione non fosse più avanti indugiata; nuovamente nel 1858 altri la sollecitarono; finalmente nel 1864, deliberata la stampa, fu affidata la lunga e laboriosa impresa al deputato Emanuele Bollati, che, in una relazione fatta alla r. Deputazione l'anno seguente, dichiarò fra le altre cose: « Gli Stati generali delle antiche provincie non hanno riscontro per « la storia italiana che nei Parlamenti generali di Sicilia e negli Stamenti « della Sardegna; e sta in fatto che il diritto pubblico interno del Regno « attuale d'Italia, come è quello stesso che già fu proprio del Regno subal- « pino, ha origine dai pronunziati degli Stati generali ». Il dotto e diligente editore non perdonò a ricerche e riscontri, e volle far bene più che far presto, laonde la raccolta avrà lode di compiuta e perfetta, per quanto si può la perfezione in somiglianti fatiche conseguire.

« Gli atti e i documenti contenuti nel tomo primo (*Comitiorum I*) terminano coll' anno 1560, e riguardano le Congregazioni generali e le Congregazioni provinciali. Nelle prime sedevano i rappresentanti del Genevese, del Vaud, della Bressa e del Bugey, della Savoia, di Val d'Aosta, del Piemonte e della Contea di Nizza; ma non sempre tutti questi paesi erano insieme

convocati per ciascuna adunanza. Le Congregazioni provinciali, chiamate per lo più i Tre Stati, compaiono nel paese di Vaud nel 1264, in Val d'Aosta nel 1246; in Piemonte nel 1286; nel Monferrato nel 1225; nel Marchesato di Saluzzo nel 1244; nella Savoia nel 1173; nella Contea di Nizza nel 1146, nel qual tempo Nizza era unita alla Provenza. Le Congregazioni provinciali cessarono in diversi tempi. Nel Vaud, dopo che nel 1536 i Vodesi passarono sotto il dominio di Berna; nel Piemonte l'ultima adunanza è tenuta nel 1562, avendole il duca Emanuele Filiberto lasciate cadere in dissuetudine. Dei tre Stati del Monferrato non si ha più notizia dopo il 1500; l'ultima Congregazione di Nizza avviene nel 1691, e l'ultima di Saluzzo nel 1699. Giova avvertire che gli Stati di Monferrato non hanno attinenza coi principi di Savoia, essendo il Ducato venuto in lor dizione parte nel secolo XVII, e parte nel XVIII; breve ne ha il Marchesato di Saluzzo, unito alla Corona nel 1601. Stanno pertanto nella raccolta più per ragione geografica, che politica.

« Il secondo volume (*Comitiorum pars altera*) contiene gli Atti dall'anno 1561 all'anno 1766, e si apre con una dissertazione dell'editore, nella quale ragiona 1° delle assemblee della monarchia di Savoia in generale; 2° della loro composizione; 3° della forma e dei modi della loro convocazione; 4° delle loro attribuzioni; 5° della graduale lor declinazione e conseguente cessazione. Chiudono il volume quattro appendici: la prima ci dà le *Considerazioni storiche intorno alle assemblee rappresentative del Piemonte e della Savoia*, di Federico Sclopis, rifacimento e ampliazione sostanziosa del *Saggio storico* impresso nel 1853, e ultimo lavoro dell'uomo onorando, che lo corredò di alcuni documenti di rilievo, come, ad esempio, la lettera del conte Giorgio Costa della Trinità, che informa il duca Emanuele Filiberto intorno alla penultima Congregazione piemontese del mese di giugno 1560. Nella qual lettera, dopo di aver resa testimonianza del buon animo dei deputati, il Conte così scrive al Principe: « Or quella piacendogli, faccia buona considerazione al tutto e procuri di tener i suoi popoli e vassalli per il cuore, che vedrà che ne riuscirà sempre con ogni suo onorato desiderio e con satisfazione di Dio e degli uomini ». La seconda appendice contiene alcuni estratti della Dissertazione inedita di Giambattista Tillier sopra la storia e la geografia del Ducato di Aosta, pertinenti ai tre Stati nella valle augustana. — La terza rapporta la serie cronologica delle adunanze delle assemblee ricordate nelle storie e nei documenti e delle cui deliberazioni manca il testo; la quarta consta di *Appunti per una bibliografia* delle antiche assemblee rappresentative dei principali Stati d'Europa.

« Il barone Bollati di S[t]. Pierre impiegò venti anni di fatiche nell'opera sua; perciò dopo di essa assai poco si potrà aggiungere agli Atti delle nostre assemblee della Savoia e del Piemonte. L'autore, nell'esaminare la loro costituzione e i loro poteri, che sino al decimo sesto secolo furono

parte integrante della Monarchia, e nel Ducato d'Aosta durarono sino al 1766, invita gli studiosi delle altre parti d'Italia a ricercar le vicende delle istituzioni stesse fiorite nelle loro contrade. « Perocchè (dice il Bollati) se generalmente gli storici nostri ne tacciono, e se al confronto sono scarsi gli atti o i documenti ufficiali che ne rimangono, non è per altro ignorato che, oltre le Congregazioni degli Stati di là e di quà dell'Alpi, v'ebbero Parlamenti nel Friuli, nelle Romagne, nell'antico Regno di Napoli, nella Sicilia e nella Sardegna; dei quali, se si eccettuano i Parlamenti insulari, onde scrissero il Mongitore, il De Gregorio, il Serlio, l'Angius e qualche altro di minor conto, poco assai si conosce, ed anzi appena ne resta vestigio in notizie sparse e fugaci ». Quanto a me vo' credere che negli Archivî pubblici o privati si possano invenirne i documenti, come sonosi ritrovati nel Piemonte, e parmi che gli uomini da ciò dovrebbero rintracciarli e ordinarli senza quella fretta

Che l'onestade ad ogni atto dismaga.

Ancorchè io non osi affermare che l'argomento abbia importanza e « significazione istorica maggiori di quello sulla costituzione dei nostri municipî », come l'autore dichiara, mi è avviso tuttavia che la notizia degli Atti delle assemblee parlamentari nell'età di mezzo rimanga necessaria a leggere meglio la storia riposta e interiore di ciascuno Stato e dei popoli italiani ».

Bibliografia. — Il Segretario Ferri presenta le seguenti pubblicazioni:

a) A nome del Socio corrispondente Augusto Conti, due volumi intitolati: *Il Buono nel Vero, o Morale e Diritto naturale* (seconda edizione), che l'autore invia all'Accademia a compimento della collezione delle sue opere.

« Nel primo volume di questa edizione in gran parte rifatta l'autore espone i principî della Morale. Distinguendo la scienza dall'arte del bene risale all'origine del concetto supposto dall'una e dall'altra, ne distingue le specie, ne cerca la esemplarità nella natura, lo determina con l'osservazione dei fatti umani, lo collega con la legge naturale o razionale che li domina, e ne deduce la necessità e i caratteri proprî del dovere. Viene poscia l'ordinamento teorico ossia la subordinazione dei doveri a un obbligo, primo per importanza logica e pratica, fonte obbiettiva e criterio supremo della moralità, il quale s'immedesima con un primo o supremo vero, e non è altro che l'*ordine della natura manifestato alla volontà dalla ragione retta*; di guisa che obbedire alla ragione sia il medesimo che obbedire all'ordine naturale e al suo principio. In tal modo la Morale si ricongiunge, secondo l'autore, alla Metafisica e alla religione, rimanendone nondimeno distinta nel suo concetto proprio e nelle sue formole. Nondimeno l'autore è d'opinione che i sistemi metafisici diversi dal teismo partoriscano conseguenze che sono in contraddizione con la morale del dovere.

« L'esame critico di tali sistemi considerati nella relazione anzidetta

occupano buona parte di questo primo volume, che, a conferma della dottrina dell'autore, si chiude riassumendo l'esame del sentimento etico, del comun senso morale e delle tradizioni della scienza del bene.

« Venendo poi nel secondo volume a trattare più specialmente delle applicazioni dei principii alle varie sfere della vita, l'autore si occupa dei doveri verso l' individuo, la famiglia, lo stato e l' umanità, studiando le attinenze loro coll' ideale etico e con l'arte del bene. Il diritto in generale, le sfere varie in cui si allarga o si restringe unitamente alle questioni della guerra e del duello, e ad altri soggetti importanti come il lavoro e le sorgenti della pubblica felicità, sono il vasto campo pratico in cui spazia la mente del nostro collega, spargendo in tutte le sue parti luce di osservazioni e descrizioni nuove con arte bella proporzionata al suo vivo sentimento del bene ».

b) A nome del sig. prof. Gustavo Uzielli professore di Mineralogia e Geologia nella r. Università di Torino, il suo libro, *Ricerche intorno a Leonardo da Vinci* (serie seconda).

« Il prof. Uzielli ha già dato alle stampe un primo volume di Ricerhe nel quale si è occupato principalmente della biografia del Vinci, delle sue relazioni colla sua famiglia e della origine e condizione di questa.

« Nel presente volume egli pubblica studî e documenti intorno ai manoscritti del grande scienziato e artista.

« L' edizione di questo volume è di soli 260 esemplari numerati; il che unito all' importanza delle cose che contiene, cresce il pregio del dono fatto all'Accademia, e il volume, per sè stesso merita veramente la sua attenzione. Esso si apre colla riproduzione, con trascrizione separata, in doppia tiratura fotografica negativa e positiva di un foglio autografo del Vinci tolto dalla regia Accademia di Venezia in cui sono compresi, con le relative spiegazioni teoriche, parecchi disegni concernenti le leggi o, come il Vinci diceva, regole della caduta dei gravi. In questa riproduzione la scrittura del precursore di Galileo, che, come ognuno sa, va generalmente nei suoi manoscritti da dritta a sinistra, è rimessa mediante la tiratura negativa nella posizione ordinaria, e può dare un' idea dell'effetto che si otterrebbe qualora la pubblicazione delle opere inedite del Vinci si attuasse in questo modo.

« Dopo una prefazione, nella quale l'autore discorre brevemente della grandezza del genio scientifico di Leonardo, e del posto che occupa nella storia delle scienze, l'autore riproduce, ampliandolo, uno studio anteriormente pubblicato sulle scoperte botaniche di lui e dimostra che alcune leggi della *fillotassi* furono chiaramente espresse da lui nel libro intitolato, *Degli alberi e verdure* che è il sesto del trattato della Pittura. Il sig. Uzielli giustifica il suo giudizio, confermato del resto da specialisti contemporanei, rifacendo brevemente la storia delle relative osservazioni, la cui priorità fu erroneamente attribuita al Brown e ad altri.

« Un secondo lavoro compreso in questa raccolta concerne l'autore del famoso sonetto che comincia

Chi non può quel che vuol, quel che puol voglia,

composizione giudicata tanto diversamente sotto il rispetto estetico dai numerosissimi critici e storici che se ne sono occupati, ma da tutti attribuita a Leonardo. L'Uzielli per accertarne la provenienza si è dato cura di ricercare in tutte le biblioteche d' Italia i codici che la contengono, e, con indagini critiche pazienti e minute, è pervenuto a dimostrare che ne fu autore *Antonio di Meglio* araldo della signoria di Firenze e a fissarne la data a un tempo anteriore alla nascita del Vinci.

« La terza parte è sul modo di pubblicare le opere di Leonardo. L'autore confronta i saggi diversi che ne comparvero nei nostri giorni e segnatamente quelli del Richter e del Ravaisson-Mollien, per concludere che, a suo avviso, il metodo preferibile è quello di darli al pubblico integralmente riprodotti mediante la fototipia.

« Nella copiosa collezione di documenti che viene appresso noterò la illustrazione della fotografia posta in principio del volume e del cui oggetto ha dato un cenno, la ristampa della relazione del Mazzenta sulla dispersione dei manoscritti di Leonardo, un quadro dei suoi disegni conservati nelle Gallerie e Biblioteche italiane, un elenco dei codici autografi vinciani e degli apografi più importanti.

« Da queste brevi informazioni la Classe può avere, credo, un' idea della importanza di una pubblicazione che dovrà esser certo di grande utilità a chiunque si occupi del pensatore-artista, al quale l'Italia dovrebbe finalmente la tarda giustizia di una stampa integrale delle sue opere ».

c) A nome del prof. Giacomo Barzellotti un volume intitolato: *David Lazzaretti di Arcidosso detto il Santo, i suoi seguaci e la sua leggenda.*

« Intento dell'autore di questo libro è di studiare il fenomeno religioso nel suo nascimento, nei motivi e nel processo del suo primo sviluppo, scrutando e descrivendo i fatti recenti avvenuti in un comune della Toscana, dei quali l'infelice Lazzaretti fu il protagonista e la vittima. È uno studio di osservazione e di indagine diretta, di cui l'autore ha ricevuto i documenti e le informazioni sul luogo ove quei fatti accaddero, e che, secondo il suo proposito, deve essere un contributo a quella parte della psicologia storica e obbiettiva che ha per oggetto speciale la genesi e l'evoluzione delle religioni. Il lavoro del prof. Barzellotti si collega, per questo rispetto, e generalmente per lo spirito e il metodo che lo informano, alla direzione moderna degli studii filosofici, che trasporta, dall'ordine astratto e subbiettivo dell'analisi individuale nel collettivo e obbiettivo, la trattazione delle questioni psicologiche e metafisiche, senza per altro rompere il legame necessario che unisce nella critica l'uno con l'altro.

« Oltre a questo indirizzo, conferiscono all'interesse storico-filosofico di questa pubblicazione le informazioni che il prof. Barzellotti ci comunica sopra gli scritti del Lazzaretti, le induzioni sue circa il carattere di questo illuminato del nostro tempo, circa il contagio morale che si è propagato nel volgo che lo circondava, e finalmente le connessioni non infondate, che, per la somiglianza delle idee, come per le tradizioni di fatto, si ravvisano fra le dottrine religiose del nuovo profeta e quelle di Gioacchino da Flora, o l' Evangelo eterno, annunzio del regno dello Spirito santo e di una nuova era sociale, a cui è legato il nome del Millenarista nominato, come ognun sa, nella Divina Commedia ».

d) « Presenta finalmente un suo opuscolo intitolato: *La sostanzialità dell'anima e le malattie della memoria*, nel quale risponde a un lavoro del signor Bonvecchiato medico del Manicomio di san Clemente in Venezia. Il giovane alienista avendo in esso esaminato e discusso la dottrina psicologica contenuta nel libro: *La psychologie de l'association*, l' autore dell' opuscolo presentato prende alla sua volta in esame le obbiezioni prodotte contro il concetto della sostanzialità dell'anima ed espone gli argomenti che provano, a suo avviso, l' esistenza di una forza psichica e la sua possibile conciliazione con le forze fisiche ».

Bibliografia. — *Indici alfabetici per autori e per soggetti dei codici italiani della collezione Ashburnham.* Nota del Socio corr. E. Narducci.

« Unanimi furono il plauso degli eruditi ed il senso di legittima soddisfazione in ogni italiano, allorchè, a proposta del Ministro della pubblica istruzione fatta nella seduta del 12 giugno 1884 alla Camera dei Deputati, questa approvò l'acquisto per 23,000 lire sterline (italiane 585,000) di quella parte dei codici della collezione Ashburnham, che costituivano il fondo Libri, e che ascendono ora al numero di 1836, compresi i 10 danteschi del fondo Appendice (¹).

« Il catalogo dei codici costituenti questo fondo, in numero di 1926 (i n.i 100, 1470 e 1660 essendo duplicati), fu dato in luce in Londra per opera dello stesso Libri (²), senza data (³), ma nel 1853 (⁴), e del quale in

(¹) Legge 21 luglio 1884, n. 2534 (serie 3ª) della Raccolta ufficiale delle leggi e decreti del Regno.

(²) V. il prof. Isidoro Del Lungo (*Notizie risguardanti la Cronica di Dino Compagni.* Estratto dall'*Archivio storico italiano.* Ser. 4ª, T. II. Firenze, Tip. di M. Cellini e C., p. 1).

(³) CATALOGUE | OF THE | MANUSCRIPTS | AT THE | ASHBURNHAM PLACE | PART THE FIRST | COMPRISING A COLLECTION FORMED BY | PROFESSOR LIBRI | LONDON | PRINTED BY | CHARLES FRANCIS HODGSON. In 4°, di 120 carte non numerate.

(⁴) V. Isidoro del Lungo, l. c.

Italia non si ebbe ad uso pubblico altro esemplare, se non quello posseduto dalla Biblioteca Nazionale di Firenze. Quindi molto opportunamente su quello ne fu pubblicato altro come allegato agli *Atti parlamentari* (1), riprodotto poi nel *Bollettino ufficiale* del Ministero della pubblica istruzione (2).

« Male avviserebbe per altro chi ritenesse i numeri del catalogo italiano corrispondenti a quelli del catalogo inglese. A cagion d'esempio, i primi 6 numeri del primo sono i numeri 7, 17, 20, 23, 26, 27 del secondo.

« Per quanto entrambi i cataloghi siano soverchiamente concisi, ed alcun po' difettosi, vista la somma importanza dei codici, essi sono di grandissima utilità agli studiosi; specialmente l'italiano che, oltre all'essere alla portata di tutti, contiene i numeri coi quali si può avere comunicazione dei manoscritti.

« Notai già e dimostrai nel 1867, che della collezione Ashburnham fanno parte i codici della libreria Pucci (3). Infatti nella vendita fatta in Londra nel giugno di quell'anno dai librai Sotheby, Wilkinson e Hodge della libreria appartenuta a Sir Thomas Gage (4), al n. 201, si ha manoscritto un *Catalogo dei manoscritti della libreria Pucci*, notandosi nel Catalogo di vendita, che tale raccolta fu acquistata « by Earl of Ashburnham ». Questo catalogo Pucci, che comprende una indicazione di 497 codici, fu acquistato in quella vendita dal ch.mo principe D. Baldassarre Boncompagni, e porta ora il n. 393 de' suoi manoscritti. Deesi anzi alla sua cortesia se già ne hanno copia la r. Accademia della Crusca e la Biblioteca Mediceo-Laurenziana; e molti altri l'avranno in seguito, proponendosi l'illustre possessore di darlo quanto prima alla stampa. Con ciò si avrà agevole riscontro a conoscere quali dei 1836 codici testè acquistati siano i 497 Pucciani.

« I medesimi 1836 codici così nel catalogo inglese come nell'italiano sono registrati senz'alcun ordine razionale, onde si richiedono tempo e fatica non lievi, per accertare in esso l'esistenza o meno di ciascuna opera.

« Quindi mi è parso non inutile, per comodità degli studiosi, finchè non sia compilato dei detti 1836 codici un catalogo illustrativo, di darne

(1) *Atti parlamentari*, *Legislatura XV. Prima sessione* 1882-83-84. *Camera dei Deputati, n.* 225. *Disegno di legge presentato alla Camera dal Ministro della Pubblica Istruzione* (*Coppino*) *di concerto col Ministro delle Finanze, interim del Tesoro* (*Magliani*). *Acquisto e trasporto dei codici italiani della Biblioteca Ashburnham. Seduta del* 12 *giugno* 1884, pag. 11-85.

(2) Vol. X, n. IX, settembre 1884, pag. 478-488 (n.i 1-295); n. X, ottobre 1884, pag. 555-566 (ni. 296-720); n. XI, novembre 1884, pag. 626-642 (ni. 721-1361). I n.i 1362 e seguenti saranno registrati nel prossimo numero di dicembre 1884.

(3) *Prediche inedite del Beato Giordano da Rivalto dell'Ordine de' Predicatori recitate in Firenze dal* 1302 *al* 1303. *Bologna, Gaet. Romagnoli* 1867, pag. xliii-xliv. Fa parte *della Collezione di opere inedite e rare dei primi tre secoli della stampa*, ecc.

(4) *Catalogue of an extraordinary selection of rare & valuable books & manuscripts from the library of the late Sir Thomas Gage, Bart.* (London, 1867) in 8°.

un doppio indice alfabetico, per autori il primo, per soggetti il secondo: nel che fare mi sono attenuto scrupolosamente al dettato ed ai numeri del detto catalogo italiano, salvo il correggere alcuni errori manifesti, come *Germiniano Montenari* in vece di *Geminiano Montanari* (n. 292), *Pietro Ligorie* in vece di *Pirro Ligorio* (n. 335), *Alexandrinus de Villa Dei* in vece di *Alexander de Villa Dei* (n. 1067), *Aldovrandi* in vece di *Aldrovandi* (n. 1138). Ho inoltre dovuto riconoscere che il codice 1085 di mano di Daniele Farsetti è erroneamente detto del secolo XIII; e così il codice 1509, contenente una cronaca fino al 1775, è detto dei secoli XI e XII, se non è errato il millesimo. Inoltre sono stato costretto, per la pratica del soggetto, a chiamare *Alchimia* (n. 608) ciò che è detto *Filosofia*, ed a sostituire *Pietro Lombardo* a *Magister sententiarum*, per non collocare tra gli anonimi un notissimo e celebratissimo scrittore.

« Nè tralascerò questa propizia occasione per raccomandare nuovamente e vivamente, nell'interesse degli studî, la compilazione e pubblicazione dei cataloghi dei manoscritti delle nostre biblioteche, da affidarsi per altro non ai polli di Fedro, bensì a valenti ed amorosi eruditi; che non accada, come non ha molto mi avvenne di trovare in una delle principali biblioteche del regno, oltre mille codici non affatto catalogati. La storia civile, e più la letteraria d' Italia, ascondesi tuttavia in gran parte ignorata nei manoscritti delle Biblioteche nostre. È d' uopo adunque anche in questa parte gareggiare cogli stranieri, che ogni dì mettono in luce e con molta cura simili lavori, imitando ciò che assai lodevolmente si fece in Italia nel secolo scorso dai Bandini, dai Lami, dai Mittarelli, dai Farsetti, dai Pasini e da altri. La storia, o signori, voi ben lo sapete, non s' inventa, ma bisogna documentarla, e, dove i documenti siano fallaci o partigiani, restituirla. E dolce compenso a sì ardua fatica sono le gradevoli, utili ed onorate sorprese, che ad ogni piè sospinto si apparecchiano al cercatore. In prova di che nella prossima tornata, avrò l'onore di dimostrarvi, come una interessantissima e dottissima opera, a tutti sconosciuta, d'un celebrato pensatore e scrittore italiano, coetaneo e degno emulo di Dante e di Tommaso d'Aquino, giacevasi qui inavvertita in una pubblica biblioteca, perchè da tempo immemorabile malignamente abraso il suo nome in calce al lavoro; e mostrerò anche come, circa un secolo dopo, uno straniero scrittore ne facesse manifesto plagio, usurpando fama universale, confermata da gran numero di edizioni, di un'opera da tutti ancora creduta di sua fattura ».

Epigrafia. — *Iscrizione arcaica scoperta a Gortyna di Candia o Creta.* Comunicazione del Socio D. Comparetti.

« Ho il piacere di comunicare all'Accademia la notizia di una delle più considerevoli scoperte epigrafiche del nostro tempo, dovuta ad un mio allievo

il dott. Federico Halbherr. Per mio consiglio e con ajuto del nostro governo egli ha già passato due anni in Grecia intento a ricerche di epigrafia greca, e non poco materiale epigrafico inedito egli ha potuto raccogliere in varie escurzioni fatte nelle isole, singolarmente a Keos e ad Amorgos e ultimamente a Creta, ove mi parve dovesse recarsi con isperanza di buona messe. Infatti in un soggiorno di tre mesi le sue indagini, limitate a una sola parte dell'isola, ebbero per risultato la scoperta di circa 170 epigrafi inedite di varie epoche, parecchie antichissime e fra queste la più estesa ed importante quella a cui sopra accennavo, trovata sul luogo dell'antica città di Gortyna. Dal fondo di un canale da cui era stata tolta l'acqua per farvi alcune riparazioni vide l'Halbherr emergere un muro antico su di cui scorgevansi dei caratteri arcaici; col consenso del proprietario prese a scavare e trovò che la scrittura arrivava fino alla profondità di un metro e mezzo ed era divisa in colonne. Arrivò a poter copiare accuratamente quattro di queste colonne, dopo le quali ben si vedeva che la scrittura continuava, ma sfortunatamente si entrava con quelle nel terreno di un altro proprietario il quale non volle in alcuna maniera permettere che si continuasse lo scavo; talchè l'Halbherr dovette venir via lasciando la sua scoperta incompleta. Mentre stava per abbandonar l'isola, per caso s'incontrò col dott. Fabricius che appunto recavasi da quelle parti con missione archeologica dell'Istituto germanico di Atene e parlò con lui della cosa. Arrivato sul posto il dott. Fabricius ebbe a lottare con difficoltà inaudite ma, più fortunato dell'Halbherr, riuscì a vincerle e potè scoprire e copiare tutto il resto dell'epigrafe continuando la scoperta dall'Halbherr incominciata. I due scopritori si scambiarono le parti da ciascuno trovate e per accordi presi fra me e il prof. Köhber direttore dell'Istituto germanico di Atene l'iscrizione verrà messa a luce contemporaneamente da quell' istituto nel prossimo fascicolo delle sue *Mittheilungen* e da me nella prossima puntata del mio *Museo italiano di antichità classica,* riserbando a più tardi la illustrazione della medesima.

« L'iscrizione copre il muro per la lunghezza di dodici o più metri ed è divisa in dodici colonne di scrittura benissimo conservata. Il numero delle righe ascende a circa seicento. Le forme dei caratteri sono delle più antiche; la direzione delle righe è *bustropeda*: la successione delle colonne va da destra a sinistra. Tutto nell'epigrafe accenna ad un' antichità non minore del sesto secolo prima dell'era volgare.

« Il contenuto è un corpo di leggi della città di Gortyna di altissima importanza per la storia delle istituzioni greche, ed unico monumento del suo genere per la sua antichità, la sua completezza, la sua estensione. Non ho ancora ricevuto il disegno completo e non posso quindi entrare in più minuti particolari; quella parte che ne ho veduta, che sono le ultime quattro colonne, si riferisce alla trasmissione della proprietà, singolarmente al diritto ereditario.

« Le ultime quattro colonne sono le sole che offrano lacune nelle parti superiori, poichè il muro in quella parte fu rotto e disperso quando si fece il canale di cui sopra ho detto. Però, anche di questa parte si hanno dei residui considerevoli. Uno fu trovato già dal sig. Fhenon e si conserva oggi nel museo del Zonore,l' altro fu veduto a Creta dal sig. Haussoullier e pubblicato da lui nel Bullettino della scuola francese d'Atene. Ho già potuto trovare il posto a cui corrispondono questi frammenti. Così l'epigrafe viene ad essere quasi completa, la parte mancante riducendosi a poca cosa. Com' è facile aspettarselo, molte sono le novità importanti che rivela l'epigrafe anche per la storia della lingua greca e dei suoi dialetti, e questi rendono in taluni casi ardua l'interpetrazione; ma a vincere tali difficoltà giova assai la considerevole estensione del testo che è tale da permettere di ben penetrare nella natura del dialetto in cui è concepito e trovare le leggi sue fonetiche e morfologiche, l'etimologia dei vocaboli suoi propri o per noi nuovi, le varietà sue proprie nell'uso e significato dei già noti.

« Spero che tutti i cultori degli studi classici, filologici, storici si allieteranno di tale insigne scoperta e si uniranno meco nel tributare i meritati elogi al valente e laborioso giovane a cui la dobbiamo ».

Scavi di antichità. — Il Socio Fiorelli presenta i fascicoli delle *Notizie* sulle scoperte di antichità, delle quali fu informato il Ministero della pubblica istruzione durante le ferie accademiche. Contengono informazioni e rapporti sui fatti che seguono:

Fascicolo di giugno.

« *Garlasco.* Tombe romane rimesse in luce presso la *Madonna delle Bozzole.* — *Caravaggio.* Armi ed oggetti di tipo barbarico, trovati nel predio *Cantacucco.* — *Breonio-Veronese.* Scoperte di alta antichità avvenute nel *Vaio Compestrin*, e nella stazione *Covolo della Roba.* — *Este.* Epigrafi latine scoperte in Morlungo. — *Feltre.* Documenti relativi alla iscrizione ritrovata in Venezia presso il sig. Seguso (*Notizie* 1883 p. 331). — *Brescello.* Tombe rinvenute in contrada denominata *Santa Caterina.* — *Fossombrone.* Iscrizione dedicatoria a Diadumeniano, scoperta in un predio Albani presso la via Flaminia. — *Allerona.* Oggetti rinvenuti nello esplorare un pozzo antico. — *Bolsena.* Epigrafe latina aggiunta alla collezione comunale, e frammenti rinvenuti in contrada *Mercatello.* — *San Lorenzo Nuovo.* Epigrafe latina scoperta in contrada *Torano.* — *Latèra.* Cippo dedicatorio a Caracalla, ed altra epigrafe ritrovata presso i resti di una villa antica. — *Valentano.* Epigrafe latina esistente in un orto del paese, ed avanzi antichi riconosciuti nel colle detto *Bisenzio.* — *Piansano.* Avanzi di antiche fabbriche, riconosciuti in una collina a sud del paese, ed oggetti quivi

ritrovati. — *Viterbo.* Nuove ricerche nel tenimento detto *Macchia del Conte*, riconosciuta sede dell'antica *Musarna.* — *Tolentino.* Bulla di servo fuggitivo trovata a poca distanza dal paese. — *Roma.* Scavi e scoperte nelle Regioni urbane V, VI, XII, XIII, XIV, e nella via Labicana. — *Albano Laziale.* Esplorazione dell'antica piscina del Castro Albano, nell'orto dei pp. Gerolimini. — *Moiano.* Sepolcri riconosciuti nel *Vado degli Anfratti*, attribuiti alla necropoli dell'antica *Saticula.* — *Airola.* Tomba rimessa in luce presso la via di s. Domenico, ed altra scoperta in piazza s. Giorgio. — *Caserta.* Sepolcri antichi scoperti in *piazza d'armi.* — *Brindisi.* Pavimento di musaico, rinvenuto nella parte della città ove si costruisce il nuovo quartiere; ed epigrafi scoperte presso il fonte di Tancredi. — *San Pancrazio Salentino.* Sepolcro con iscrizione latina trovato nel latifondo del cav. De Martino. — *Cursi.* Tesoretto monetale dei tempi di mezzo, scoperto presso la villa *de Donao.* — *San Mauro Forte.* Ruderi di antico edificio termale, riconosciuti alle falde orientali del *Monte Mella.*

Fascicolo di luglio.

« *Ventimiglia.* Nuovi avanzi romani scoperti presso il teatro di *Albium Intemelium.* — *Ortonovo.* Epigrafe votiva rinvenuta presso la borgata *Nicola.* — *Pegognaga.* Antichi oggetti ritrovati presso la chiesa di San Lorenzo. — *Mantova.* Ripostiglio di monete romane, rinvenuto in un fondo presso *gli Angeli* in vicinanza della città. — *Verona.* Antichità scoperte presso il *ponte nuovo*, e nelle vicinanze di *porta Borsari* in Verona; inoltre negli scavi pel canale industriale tra l'Adige ed il Chievo nel suburbio. — *Cologna-Veneta.* Avanzi preromani, romani e medioevali rimessi in luce nel rifabbricare la chiesa e la canonica di *Baldaria.* — *Lavagno.* Nuovi rinvenimenti fatti sul colle di *s. Briccio.* — *Firenze.* Testa antica in cristallo di rocca, rappresentante Alessandro Magno, acquistata pel Museo archeologico di Firenze. — *Terni.* Frammenti epigrafici inediti, provenienti dal territorio di *Interamna Nahars*, e custoditi nella collezione municipale di Terni. — *Viterbo.* Epigrafe latina, scoperta presso la città, ed appartenente al ponte romano della via Cassia. — *Roma.* Scoperte nelle regioni urbane V, IX, XIII e XIV, e nelle via Labicana. — *Nemi.* Tombe della necropoli pagana ed altre del sepolcreto cristiano, scoperte sulla sponda orientale del Lago di Nemi, ed iscrizioni quivi trovate. — *Civita-Lavinia.* Scavi nel fondo *san Lorenzo*, nella vigna *Minelli*, e nel sito denominato *Villa di Caligola.* — *Anzio.* Resti dell'antico teatro esistenti nella parte della città corrosa dal mare, e rinvenimenti fatti in occasione dei lavori per la stazione della strada ferrata. Pozzo funebre ritrovato presso il bosco di *torre Caldare*, nel territorio anziatino. — *Sezze.* Ruderi di antico edificio sepolcrale in contrada *Colli.* — *Corropoli.* Sepolcro preromano scoperto in contrada *Pignotto*, ed antichi oggetti raccolti in contrada *san Leopardo.* — *Sepino.* Frammento

epigrafico di titolo pubblico scoperto fra i ruderi di un grande edificio rimesso in luce nel fondo *Tiberio*. — *Moiano*. Antiche tombe rimesse in luce nel prato di Limatola. — *Ruvo di Puglia*. Vasi dipinti trovati in tombe in contrada *Arena*. — *Gerace*. Frammento di antico bassorilievo fittile, rappresentante il ratto di Proserpina, raccolto presso il colle *Mannella*, che appartenne all'area dell'antica Locri. — *Gioiosa-Jonica*. Oggetti ritrovati nell'antico edificio sotterraneo, denominato *il Naviglio* a poca distanza dall'abitato. — *Lentini*. Sepolcri della necropoli di Lentini rinvenuti nel fondo *Pisani*, e nuove indagini intorno alla topografia dell'antica città greca. — *Avola*. Tombe ed antichi avanzi scavati lungo la strada ferrata Siracusa-Licata nel territorio del comune. — *Caltanissetta*. Oggetti antichi rinvenuti sulla collina di *Gibil-Gabib*. — *Termini-Imerese*. Avanzi di antico musaico rimesso in luce nella casa *David*, vicino alla marina; ed oggetti quivi ritrovati. — *Monreale*. Stazione neolitica scoperta nella *Moarda*, montagna dei dintorni di Palermo nel comune di Monreale. — *Isili*. Bolli figuli dell'agro di Isili, e dell'antica *Biora*. — *Seni*. Bollo fittile raccolto nel territorio del comune.

Fascicolo di agosto.

« *Torino*. Costruzioni antiche scoperte presso la chiesa della Consolata. — *Alba*. Rinvenimento di un musaico in via *Cerrato*. — *Como*. Epigrafi rinvenute nella chiesa di *s. Protaso*, e quivi usate come materiale di costruzione. — *Erba*. Monete romane ed oggetti vari, ritrovati nella villa *Barbacini* a Parravicino presso Erba. — *Boltiere*. Tesoretto di monete medioevali rinvenuto nella vecchia rocca. — *Lavagno*. Notizie intorno a scavi eseguiti nel 1866 nel luogo detto « *Palù* », alle falde del colle di s. Briccio. — *Quinto*. Frammenti architettonici e marmi lavorati, riconosciuti tra i materiali di costruzione della chiesa di Marzana nel comune di Quinto. — *Este*. Frammenti epigrafici provenienti dal castello di Este, ed altri oggetti scoperti nel territorio del comune. — *Baone*. Frammento epigrafico rinvenuto in contrada *Casette*. — *Livorno*. Tombe antichissime con suppellettile funebre del tipo di Villanova esplorate a *Quercianella* presso Livorno. — *Fiesole*. Anfora con iscrizione dipinta, rinvenuta in piazza *Mino*. — *Fossombrone*. Statuetta di stile arcaico, scoperta presso Isola di Fano nel comune di Fossombrone. — *Cesi*. Iscrizione latina rinvenuta in contrada *Poggio Azzuano* nel territorio dell'antica *Carsulae*. — *S. Maria di Capua Vetere*. Vasi dipinti trovati in tombe campane nel fondo *Tirone*. — *Caserta*. Antichità scoperte in contrada *Le Gallazze*, riconosciuta sede dell'antica *Calatia*, presso Maddaloni nel comune di Caserta. — *Pompei*. Scavi e scoperte nell'isola 8, regione VIII. — *Brindisi*. Epigrafi latine trovate presso la città. — *Reggio di Calabria*. Nuove scoperte di antichità avvenute in Reggio e suo territorio. — *Avola*. Statuette fittili e frammenti di vasi antichi

raccolti nella prosecuzione dei lavori della strada ferrata Siracusa-Licata alla progressiva 29,500. — *Assuni*. Vasi fittili d' impasto e di lavoro rozzissimi trovati a due chilometri dal nuraghe Genna Corte, depositati in parte nel museo di Cagliari.

Fascicolo di settembre.

« *Sermide*. Oggetti di età romana rinvenuti nei poderi *Aliprandа* e *Loghino*. — *Ostiglia*. Scoperte avvenute nella demolizione delle case sull'argine sinistro del Po, e nei lavori per i restauri dell'argine padano. — *Bologna*. Sepolcri etruschi e romani della necropoli felsinea, trovati nei nuovi scavi del fondo *Arnoaldi-Veli* a s. Polo. — *S. Quirico d'Orcia*. Sepolcreto etrusco scoperto in contrada *Cava del Vivo*. — *Roma*. Scavi e scoperte nelle regioni urbane X e XIV. — *Carbonara*. Catalogo del tesoretto di monete romane rinvenuto nel territorio del comune. — *Castelvetrano*. Nuove indagini archeologiche eseguite presso il maggior tempio dell'acropoli di Selinunte.

Fascicolo di ottobre.

« *Ventimiglia*. Avanzi delle mura romane di *Albium Intemelium* riconosciuti nella proprietà del comm. S. Biancheri. — *Torino*. Frammento d'iscrizione latina trovata tra i materiali di costruzione nella torre di mezzodì nel palazzo Madama. — *Caprino Veronese*. Antichità romane provenienti da tombe scoperte in contrada *Boi*, nel comune di Caprino. — *Asolo*. Pezzi del sarcofago portante l'epigrafe del *Corpus Inscriptionum Latinarum* V, n. 2099, rinvenuti in una fogna dentro la città. — *Forlì*. Oggetti di età romana ritrovati nell' espurgo di un pozzo antico nella cava della Fornace dei fratelli Malta, ed altri oggetti raccolti in un altro pozzo in via *Curte*, dentro la città; nella *caserma Torre* e presso il palazzo della banca nazionale nel borgo *Vittorio Emanuele*. — *Livorno*. Tombe romane scoperte a Quercianella presso la villa *Boretti*, proprietà Lami. — *Arezzo*. Antichità rinvenute in contrada *Fondaccio* nella Pieve di Quarto presso la città. — *Viterbo*. Tomba etrusca scoperta in contrada *il Crocifisso*, a poca distanza dall'abitato. — *Canale Monterano*. Tomba etrusca rinvenuta in contrada *Pozzo-Tufo* ed oggetti trovati nel fondo *Rabbai* nel territorio del comune. — *Roma*. Scoperte nelle regioni urbane IV, V, IX, XIII, XIV, e nella via Nomentana. — *Frascati*. Avanzi di antiche costruzioni scoperte lungo la *via Latina*, dentro l'attuale abitato di Frascati e nel territorio del comune. — *Ripatransone*. Antiche tombe scoperte in contrada *Capo di termine* e vasi fittili rinvenuti in *Fonte Bagno*. — *Cuma*. Tombe della necropoli cumana, riconosciute presso il lago di Licola nel fondo Correale. — *Pozzuoli*. Scoperte epigrafiche avvenute nella città e nel suburbio. — *Napoli*. Tombe di età romana scoperte in *via della Maddalena* sezione Vicaria. — *Ercolano*.

Mattoni con bolli, trovati nell'antico teatro. — *Ortona al mare*. Avanzi di antiche costruzioni e monete imperiali rinvenute presso la stazione della strada ferrata. — *Canosa di Puglia*. Vasi dipinti scoperti nel territorio canosino. — *Terranova Pausania*. Anello d'oro trovato nel territorio della antica *Olbia*.

Fascicolo di novembre.

« *Arezzo*. Catalogo dei frammenti di forme e vasi aretini, appartenenti alla fabbrica di M. Perennio, rinvenuti presso la chiesa di *s. Maria in Gradi*; ed antichità scoperte nella sistemazione del canale di Chiana, fra la *chiusa de' Monaci* ed il *Callone di Broglio* nel contado aretino. — *Chiusi*. Tomba « a giro » scoperta nell'agro chiusino, ed acquistata pel museo di Firenze. — *Castiglione del lago*. Avanzi di suppellettile funebre di altra tomba « a giro », acquistata pel museo fiorentino. — *Orvieto*. Tombe etrusche rimesse in luce mediante nuove esplorazioni in contrada *Cannicella*. — *Roma*. Scavi e scoperte nelle regioni urbane V, IX e XIV e nella via Salaria. — *Marino*. Nuove esplorazioni nella villa di Q. Voconio Pollione. — *Albano*. Avanzi di villa romana scoperti a poca distanza dalla stazione della strada ferrata. — *Sezze*. Tesoretto di monete d'argento dei tempi dell'impero, rinvenuto nel territorio del comune. — *Cuma*. Nuove indagini nel sepolcreto cumano presso il lago di Licola. — *Pompei*. Scavi nell'isola 2, reg. V, e nelle isole 2 e 7 della reg. VIII. — *Brindisi*. Nuovi rinvenimenti epigrafici nella città e nel suburbio. — *Forza d'Agrò*. Iscrizioni greche esistenti nel monistero dei ss. Pietro e Paolo presso Forza d'Agrò ».

MEMORIE

DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

S. Levi. *Del Nesso egizio-semitico*. Presentazione del Segretario della Classe.

F. Porena. *Le controversie sul metodo in geografia*. Presentazione del Socio Ferri.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Ferri, relatore, a nome anche del Socio Bonghi, legge una relazione sulla Memoria del sig. Alessandro Chiappelli intitolata: *Del suicidio nei Dialoghi platonici*, proponendone l'inserzione negli Atti accademici.

Le conclusioni della Commissione, messe ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario della Classe presenta a nome degli autori le seguenti opere :

C. Cantù. *Diplomatici della Repubblica cisalpina e del Regno d'Italia.*

W. Helbig. *Perugia e dintorni. — Scavi di Vulci. — Tombe etrusche presso Canale-Monterano.*

T. Massarani. *Charles Blanc et son oeuvre.*

H. Taine. *Les origines de la France contemporaine.*

M. Müller. *Rickard Lepsius.*

F. Büchler. *Oskische Helmaufschrift.*

G. Paris. *La vie de Saint Alexis, poème du XI*[e] *siècle. — Sull'opera di* Arturo Graf: *Roma nella memoria e nelle immaginazioni del Medio Evo.*

D. M. Danvila y Collado. *La germania de Valencia.*

Il Presidente Mamiani presenta alcune pubblicazioni del senatore L. Torelli, relative alla *Malaria d'Italia*, e del prof. Q. Leoni.

Il Socio Monaci presenta l'opera del sig. M. G. Obédémare: *L'article dans la langue roumaine.*

Il Socio Guidi presenta le pubblicazioni del prof. P. Perreau: *Intorno al comento inedito ebreorabbinico del Rabbì Immanuel ben Selomo sopra Giobbe.* פי׳׳ על איוב

Il Socio Betocchi presenta alcune pubblicazioni tecniche dell'ing. Giambastiani.

CORRISPONDENZA

Il segretario Carutti legge una lettera di ringraziamento del signor Vittorio Ellena, nominato Socio corrispondente dell'Accademia, e la seguente di Oreste Tommasini, nominato Socio ordinario:

Orestes Tommasini FRANCISCO BRIOSCHI Lynceorum principi
s. p. d.

Tibi, quod me nuncias, Vir praestantissime, in Lynceorum coetum sodalem ordinarium esse cooptatum, gratias ago quammaximas. Pro virili parte Academiae profectui adesse, prout hortaris, cupio; idque, nisi vires deficiant, nitar perficere. Ex recentiori collegarum benivolentia arctiori me vinculo Lynceis coniunctum sentire non valeo. Totus jam illis et sum et fui addictissimus, ex quo Restitutor Academiae nostrae praeclarus, cuius nunquam ex animis nostris excidet memoria, cuiusque vestigia Tu perbelle sequeris, Quintinus Sella, me, tunc auxiliarem, unanimi consensu, consiliorum participem rebusque Academiae administrandis consocium excipere dignatus est. Nunc Te fautore Academia utetur;

meque a Te, Vir praestantissime, Collegisque meis non mediocri beneficio affectum arbitrabor, si gratus animus meus Lynceis, nec nunc novus neque aevo videbitur obsoleturus. Vale.
Romae, IV kal. sept. A. C. MDCCCLXXXIV.

Comunica poscia la corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La Società storica lombarda, di Milano; la r. Accademia di scienze e lettere, di Copenaghen; la r. Società di Londra; la Società geologica di Edimburgo; la Società orientale tedesca di Halle; la Biblioteca V. E. di Roma; la r. Biblioteca di Parma; la Biblioteca provinciale di Aquila; l'Osservatorio astronomico di Praga; la r. Sopraintendenza degli archivi toscani, di Firenze; il Museo della Nuova Zelanda, di Wellington; il Comando di Stato maggiore ed il Collegio degl' ingegneri ed architetti di Roma; la Commissione per la carta geologica del Belgio, Bruxelles; il Comitato geologico di Pietroburgo.

Annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

Il Ministero dei lavori pubblici; la r. Accademia di scienze lettere ed arti, di Lucca; la Società dei naturalisti di Bamberg; l'Istituto Smithsoniano di Washington; l'Università di Kiel; l'Università di Jena; il Museo di storia naturale di Marsiglia; il r. Liceo ginnasiale Colletta, di Avellino.

D. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 4 gennaio 1885.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisiologia. — *Sulla respirazione di lusso e la respirazione periodica.* Memoria del Socio A. Mosso (Sunto).

« In questa Memoria l'autore dimostra con una serie di tracciati presi sull'uomo durante la calma profonda, che i movimenti del respiro presentano periodi di maggiore e minore profondità, i quali si ripetono ad intervalli più, o meno lunghi. Questi periodi si osservano anche negli animali e sono molto meglio distinti nel sonno.

« L'autore dimostra che l'uomo fisiologicamente respira una quantità di aria maggiore del bisogno. A questo fatto di una respirazione meccanica eccedente, egli dà il nome di *respirazione di lusso.* Quando si sale sopra una montagna non troppo elevata, o quando cambia la pressione atmosferica, non si modifica l'ampiezza e la frequenza dei movimenti respiratorii. L'autore cercò di stabilire il limite della pressione barometrica dove cessa la respirazione di lusso.

« La respirazione di lusso non rende necessario un immediato rapporto fra la quantità dell'aria inspirata e i bisogni chimici dell'organismo.

« L'autore fece delle ricerche gasometriche sul colle del St. Theodule, per stabilire come si modifichi la quantità dell'aria che noi respiriamo oltre i 3000 metri sul livello del mare.

« La respirazione di lusso si rende assai manifesta nello studio dei mutamenti, che subisce la quantità dell'aria che respiriamo nel sonno, e

per le influenze dell'attività dei centri nervosi, quando non si ha ragione di ammettere un notevole aumento nei processi chimici dell'organismo.

« Le osservazioni fatte durante il sonno in persone normali e particolarmente nei bambini e nei vecchi, condussero l'autore ad ammettere che la respirazione periodica sia un fatto fisiologico normale. L'autore distingue due forme di respirazione periodica, la *remittente* e l'*intermittente*. In quest'ultima esistono delle pause più o meno lunghe, in cui il respiro cessa completamente.

« Queste pause non scompajono e non si modificano anche se si fa respirare dell'ossigeno. Esse non corrispondono alle ondulazioni che possono osservarsi contemporaneamente nei movimenti dei vasi sanguigni nel cervello, nel piede o nell'antibraccio: non dipendono da fatti psichici: e non lasciano alcuna traccia nella coscienza della persona che dorme.

« L'analisi della respirazione periodica venne compiuta sugli animali e particolarmente nel cane e nei piccioni. Avvelenando questi animali coll'idrato di cloralio, essi presentano non raramente dei periodi molto caratteristici nei movimenti del respiro.

« In questa serie di esperienze l'autore dimostra l'indipendenza dei varii muscoli che servono ai movimenti respiratorii. L'idea di un centro unico, che serva al respiro, deve abbandonarsi.

« Vi sono dei centri nervosi speciali che servono ai movimenti del respiro dei muscoli della faccia, del torace, del diaframma e dell'addome. Quando si studiano col metodo grafico questi strumenti musculari del respiro, si vede che sono indipendenti, non solo per ciò che si riferisce all'intensità ed alla forza delle loro contrazioni, ma anche dentro certi limiti per ciò che si riferisce al tempo. Dai tracciati risulta come si può fare scomparire ora l'uno ora l'altro di questi varî meccanismi del respiro.

« L'autore dimostra come la respirazione di Cheyne e Stokes, la quale fino ad ora si considerò come un fatto morboso, sia nient'altro che una forma della respirazione periodica che esiste normalmente nell'uomo e negli animali durante il sonno, e spiega la rassomiglianza fra i fenomeni del sonno e quelli che osservansi nella respirazione periodica.

« In un ultimo capitolo fa una rivista storica e critica delle varie dottrine, che vennero emesse per spiegare la respirazione di Cheyne e Stokes, e la natura dei movimenti del respiro ».

Matematica. — *Sugli angoli degli spazî lineari.* Nota del dott. P. Cassani, presentata dal Socio Battaglini, che ne legge il sunto seguente:

« L'autore dà, con considerazioni geometriche, la risoluzione del problema della determinazione degli angoli di due spazi lineari, riguardando questi angoli come i minimi angoli compresi tra le rette condotte, nell'uno

e nell'altro spazio, per l'unico punto che si suppone ad essi comune. Egli si fonda sul concetto dell'ortogonalità degli spazi lineari, o sia della relazione armonica che i loro elementi all'infinito hanno relativamente alla sfera immaginaria all'infinito, e fa dipendere la risoluzione del problema proposto dalla determinazione delle rette che attraversano quattro spazi omonimi contenuti in uno spazio di maggior numero di dimensioni ».

Chimica. — *Su alcuni fluosali di titanio corrispondenti al sesquiossido.* Nota del dott. A. Piccini, presentata dal Socio Cannizzaro.

« In una nota preliminare sopra una nuova serie di composti del titanio [1] ho fatto incidentalmente parola di alcuni fluosali di titanio corrispondenti al sesquiossido, da me ottenuti, senza però darne le analisi e indicarne il metodo di preparazione.

« Pochissimo si conosce finora sui composti fluorurati del titanio della forma $Ti X_3$. Secondo Hautefeuille, riscaldando sino al punto di fusione del cloruro potassico il composto $Ti Fl_4 . 2 K Fl$ in corrente di gas idrogeno misto a poco acido cloridrico, si otterrebbe il trifluoruro $Ti Fl_3$ di colore rosso porpora, solubile nell'acqua [2]. Secondo Weber invece [3] riducendo al rosso con solo idrogeno il fluotitanato potassico normale e trattando poi la massa con acqua si avrebbe una sostanza violetta, insolubile nell'acqua, che dà le reazioni del sesquiossido di titanio e non si lascia separare dal fluoruro alcalino con cui è mescolata. La tenacità colla quale il trifluoruro di titanio ritiene il fluosuro alcalino si spiega colla tendenza che ha di combinarsi formando il fluosale corrispondente da me ottenuto.

« Ho preparato il tricloruro di titanio col metodo di Friedel e Guérin riscaldando cioè a 180° in tubi chiusi il tetracloruro con argento ridotto [4]: il contenuto dei tubi dava coll'acqua un liquido violetto, che dopo filtrazione mi serviva alla preparazione dei miei fluosali. Infatti trattandolo con fluoridrato potassico ho ottenuto un precipitato violetto scuro, che ho lavato con acqua fredda. Dopo l'essiccamento nel vuoto è di un colore più chiaro; coll'acqua però il suo colore si fa più intenso; è anidro e contiene fluoro, potassio e titanio. Nell'acqua è appena solubile, si scioglie invece benissimo negli acidi diluiti dando per lo più dei liquidi verdi. (Questo comparire del color verde, che è stato constatato in altre circostanze da altri sperimentatori, vuole esser messo in relazione col colore abituale dei composti $Ti X_3$,

[1] R. Accademia dei Lincei. Transunti, 1883.
[2] Compt. rend. LIX-189.
[3] Jahresbericht 1863, pag. 211.
[4] Compt. rend. LXXXI-890.

e merita studio perchè trova analogia in qualche altro elemento). Le soluzioni acide trattate con ammoniaca o con soda danno un precipitato azzurro che in contatto dell'aria si trasforma ben presto in acido titanico, scolorano il permanganato potassico, si comportano, in generale, come riducenti. Per l'analisi quantitativa ho sciolto il composto a freddo in molta acqua leggermente acidulata con acido cloridrico e quindi ho trattato con un leggero eccesso di carbonato sodico, ho riscaldato un poco e ho fatto deporre il precipitato di acido titanico: ho filtrato, ho fatto riscaldare il liquido, aggiungendovi quindi del cloruro di calcio: ho purificato poi nei soliti modi il fluoruro calcico, ottenuto misto a carbonato, e l'ho pesato:

Gr. 0,6854 dettero gr. 0,2551 di TiO_2 e gr. 0,6152 di $CaFl_2$

	Calcolato		Trovato
Ti =	48	21,73	22,3
Fl_3 =	95	42,98	43,8
K_2 =	78	35,29	—
$TiFl_3 . 2KFl$ =	221	100,00	

« La soluzione di tricloruro di titanio trattata con fluoruro ammonico invece che con fluoridrato potassico dà un precipitato molto simile all'altro, ma un poco più solubile nell'acqua, che, dopo essere stato lavato ed essiccato nel vuoto, è anidro e contiene fluoro, ammonio e titanio. Si comporta con i reattivi in modo analogo al corrispondente sale potassico. Per determinarvi il titanio lo sciolsi in acido cloridrico diluitissimo e aggiunsi quindi un piccolo eccesso di carbonato sodico; filtrai, feci bollire leggermente per scacciare l'ammoniaca, trattai con cloruro calcico e pesai il fluoruro ottenuto. Decomposi con soda un'altra porzione di sostanza raccogliendo in una soluzione d'acido cloridrico l'ammoniaca che si sviluppava, ho trasformato poi il cloruro ammonico in cloroplatinato, ho decomposto quest'ultimo e ho pesato il platino.

I Gr. 0,8027 di sostanza dettero gr. 0,3649 di TiO_2 e gr. 0,8781 di $CaFl_2$
II Gr. 0,8008 di sostanza dettero gr. 0,8677 di Pt.

	Calcolato		Trovato I	Trovato II
Ti =	48	26,81	27,28	—
Fl_3 =	95	53,07	53,27	—
$2NH_4$ =	36	20,12	—	20,07 (¹)
$TiFl_3 . 2NH_4Fl$	179	100,00		

(¹) Pt = 194,3.

« Se invece di aggiungere fluoruro ammonico alla soluzione di tricloruro di titanio si versà questa, alquanto diluita, nel fluoruro ammonico si ottiene un precipitato di colore violetto più vivace. Nell'acqua si scioglie un poco, forse più degli altri due, ma è affatto insolubile nel fluoruro di ammonio, e presenta in generale le reazioni degli altri fluosali corrispondenti al sesquiossido. Se non che mentre questi sono abbastanza stabili e si possono seccare in presenza dell'aria senza che perdano il loro colore, quello in presenza dell'aria, specialmente se bagnato con soluzione di fluoruro d'ammonio, si altera notabilmente e dà luogo ad una reazione complessa, dalla quale si forma il composto $TiO_2Fl_2 . 3NH_4Fl$, di cui parlerò largamente in una prossima comunicazione. Occorre dunque per la determinazione quantitativa dei componenti seccare nel vuoto il composto, rapidamente lavato con acqua e poi compresso tra carta. Esso contiene fluoro, ammonio e titanio che furono valutati coi processi già descritti, solo che l'ammoniaca, che si svolgeva colla soda, veniva raccolta nell'acido cloridrico $\frac{N}{10}$.

I Gr. 1,2105 di sost. dettero gr. 0,4520 di TiO_2 e gr. 1,3064 di $CaFl_2$
II » 0,2796 » svilupparono tanta ammoniaca da saturare 38,5cc. di acido cloridrico $\frac{N}{10}$.

	Calcolato		Trovato I	Trovato II
Ti	48	22,22	22,40	—
Fl_6	114	52,78	52,57	—
$3NH_4$	54	25,00	—	24,78
$TiFl_3 . 3NH_4Fl_3$	216	100,00		

« Questi due fluosali ammonici possono ottenersi anche riducendo il fluotitanato ammonico normale col polo negativo della pila; se vi è in presenza molto fluoruro ammonico si forma il composto $TiFl_3 3NH_4Fl$, se ve n'è poco si forma l'altro. Infatti gr. 0,5906 di sostanza ottenuta in presenza di poco fluoruro ammonico dettero per semplice calcinazione gr. 0,2679 di TiO_2.

	Calcolato per $TiFl_3 2NH_4Fl$	Trovato
Ti $^0/_0$	26,81	27,20

« Si può rilevare dalle mie esperienze che il fluoro imprime a questi composti di riduzione una maggiore stabilità, analogamente a quello che i prof. Mauro e Panebianco hanno potuto dimostrare, in modo molto più chiaro per il molibdeno nei fluosali corrispondenti agli ossidi inferiori (¹). È da deplorarsi che i composti da me descritti non si prestino per la loro poca solubilità ad essere ottenuti in cristalli e quindi non sia possibile, almeno per ora, una

(¹) R. Accademia dei Lincei, Transunti 1881.

comparazione completa con altri fluosali, corrispondenti ad altri sesquiossidi, ai quali somigliano per la composizione e per il modo con cui si producono. Anche per il ferro esistono i fluosali $Fe Fl_3 . 2 K Fl$, $Fe Fl_3 2 N H_4 Fl$ e $Fe Fl_3 . 3 N H_4 Fl$; per il cromo sono stati preparati dal sig. Guido Fabris, allievo dell' Istituto chimico di Roma, i fluosali $Cr Fl_3 . 2 K Fl$ e $Cr Fl_3 . 3 N H_4 Fl$ ».

Chimica. — *Sull'azione dell'acido nitrico sul pirrilmetilchetone.* Nota dei dott. G. Ciamician e P. Silber, presentata dal Socio Cannizzaro.

« La maggior parte dei corpi che appartengono alla serie del pirrolo non resistono all'azione dell' acido nitrico, ed è perciò che finora non si conoscono che pochi nitro-composti di questo gruppo. Alcuni anni fa [1] l' uno di noi assieme al dott. Danesi ebbe occasione di descrivere due nitro-composti derivanti dalla pirocolla, la dinitropirocolla e l'acido mononitro α-carbopirrolico, che erano fin ora i soli nitroderivati bene conosciuti di questa serie. La pirocolla, ossia l' anidride dell' acido α-carbopirrolico è però una sostanza molto stabile, forse la più stabile di tutta la serie, e perciò non era cosa facile il trovare qualche altro corpo che al pari di questa non venisse distrutto dall' acido nitrico.

« Noi abbiamo pensato di tentare la reazione col pirrilmetilchetone o pseudoacetilpirrolo, perchè questa sostanza abbenchè non presenti i vantaggi della pirocolla pure è un composto di cui si poteva sperare un analogo comportamento.

« L' esperienza ha confermato le nostre previsioni, e nella presente Nota diamo una breve descrizione di uno dei composti che si formano in questa reazione, riservandoci di ritornare più estesamente su questo argomento quando avremo completamente terminato questo studio.

« L' acido nitrico a temperatura elevata ed ordinaria distrugge il pseudoacetilpirrolo, ossidandolo completamente. Noi abbiamo introdotto piccole porzioni di questa sostanza (4-5 gr.) in una serie di palloncini che contenevano dell'acido nitrico fumante, e che erano raffreddati esternamente, mediante un miscuglio di sale e neve a — 18°. L' acido nitrico si colora da principio intensamente in rosso bruno, ma questa colorazione sparisce agitando il liquido, che alla fine dell' operazione viene versato nell' acqua raffreddata a 0°. La soluzione ha un colore giallo, e deposita dopo qualche tempo dei piccoli aghetti raggruppati che sono il

Mononitropirrilmetilchetone

« $C_4 H_2 (NO_2) NH . COCH_3$ ».

[1] *Studi sui composti della serie del pirrolo.* I. Memoria. Atti della R. Accademia dei Lincei vol. XII. 1881.

« Questa sostanza si ottiene in quantità maggiore agitando il liquido con etere. L'estratto etereo viene a sua volta agitato con una soluzione di carbonato sodico e cede a quest' ultima, colorandola intensamente in giallo, un miscuglio di sostanze il di cui studio ci occupa presentemente. La soluzione eterea liberata in questo modo dalle altre materie estranee, lascia indietro con lo svaporamento un residuo cristallino che è il mononitropseudoacetilpirrolo quasi puro. Il liquido acquoso che venne esaurito con etere, dà concentrandolo a b. m. notevoli quantità di acido ossalico.

« Per purificare perfettamente il nuovo composto lo si fa cristallizzare dall'alcool, ottenendo in tal modo piccoli prismi colorati leggermente in giallo, che fondono a 196°—197°. Il mononitropirrilmetilchetone si scioglie poco nell'acqua ma molto facilmente nella potassa; la soluzione alcalina è gialla e depone concentrandola, dei piccoli aghetti sottili, che sono solubili nell'acqua.

« Trattando una soluzione acquosa del nuovo composto fatta a caldo, con nitrato argentico non avviene alcuna reazione sensibile, però aggiungendo alcune goccie di ammoniaca si ottiene per raffreddamento un precipitato di piccoli aghetti gialli, che hanno una composizione che corrisponde alla formola:

$$« C_4 H_2 (NO_2) NAg . CO CH_3 ».$$

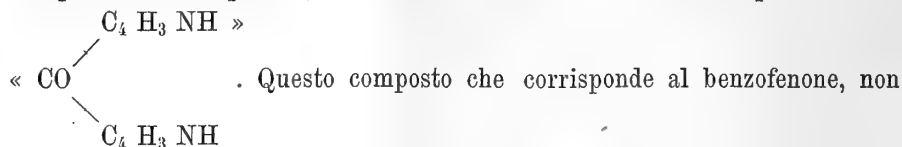
« Noi tenteremo la riduzione di questo nitro composto e degli altri che probabilmente si formano nella reazione, abbenchè alcune esperienze preliminari ci abbiano sufficientemente provato che questa operazione che ordinariamente suole essere molto facile e di esito sicuro, nel nostro caso presenti molte difficoltà ».

Chimica. — *Sull'azione del cloruro di carbonile sul composto potassico del pirrolo.* Nota I. dei dott. G. Ciamician e P. Magnaghi, presentata dal Socio Cannizzaro.

« È noto che per l'azione dell'anidride acetica sul pirrolo si formano due composti isomeri, l'uno dei quali è il vero acetilpirrolo, mentre l'atro è un composto chetonico che fu chiamato pirrilmetilchetone o pseudo-acetilpirrolo. Trattando il composto potassico del pirrolo con cloruro di acetile si ottiene principalmente il vero acetilpirrolo accompagnato però da piccole quantità dell'altro isomero [1]. Noi abbiamo quindi pensato di studiare l'azione del cloruro di carbonile sul composto potassico del pirrolo nella speranza di ottenere oltre al vero carbonilpirrolo « $CO\begin{matrix} / NC_4 H_4 \\ \backslash NC_4 H_4 \end{matrix}$ », anche

[1] Vedi Ciamician e Dennstedt, *Studi sui composti della serie del pirrolo.* Parte VI. *L'acetilpirrolo ed il pseudoacetilpirrolo.* Atti della r. Accademia dei Lincei, vol. XV, 1883.

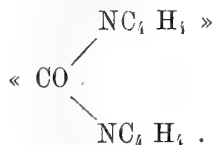
un pseudocarbonilpirrolo, che non sarebbe altro che un dipirrilchetone

$$« CO\begin{matrix} \diagup C_4H_3NH » \\ \\ \diagdown C_4H_3NH \end{matrix}$$

. Questo composto che corrisponde al benzofenone, non è possibile ottenerlo per altra via, perchè, come è noto ([1]), distillando il sale calcico dell'acido carbopirrolico non si ottiene che del pirrolo. Le nostre supposizioni sono state confermate dall'esperienza e noi pubblichiamo nella presente Nota la descrizione di questi due nuovi composti.

« Il cloruro di carbonile agisce violentemente sul composto potassico del pirrolo, per cui è necessario di diluirlo con etere anidro. L'operazione venne da noi eseguita nel seguente modo: 10 gr. di fosgene sciolti in 50 gr. di benzolo ([2]), vennero aggiunti a poco a poco a 20 gr. di composto potassico (calcolato 21, 21 gr.), che si trovava sospeso in 250 c. c. di etere anidro in un apparecchio a ricadere. Ordinariamente a freddo non avviene che una reazione molto debole. Riscaldando però a b. m. incomincia una viva ebollizione del liquido, che bisogna moderare raffreddando esternamente il pallone. Si fa bollire per un'ora a fine di rendere completa la doppia decomposizione. Alla fine dell'operazione il liquido è colorato in giallo ed in fondo al pallone si deposita una polvere bruna che contiene tutto il cloruro potassico formatosi nella reazione. Si filtra e si lava il precipitato con etere anidro; distillando il filtrato a b. m. resta indietro un olio denso quasi nero, che non si solidifica che molto difficilmente. Si tratta questo con acqua e si distilla con vapor acqueo. In principio distilla un olio che contiene ancora della benzina, e quando le goccie oleose accennano a solidificarsi, si cambia il recipiente collettore. Continuando la distillazione passa un olio che si solidifica nel refrigerante; l'operazione viene prolungata fino a che non distilla più che acqua pura. Nel pallone resta indietro un liquido giallo bruno che contiene sospesa molta resina.

« La sostanza cristallina volatile col vapor acqueo è

il vero carbonilpirrolo o ditetrolurea

$$« CO\begin{matrix} \diagup NC_4H_4 » \\ \\ \diagdown NC_4H_4 . \end{matrix}$$

« Si estrae con etere la nuova sostanza dall'acqua in cui era sospesa

([1]) Vedi Ciamician e Silber, *Studi* ecc. Parte VII. *I derivati dell'acido carbopirrolico.* Vol. XVIII, 1884.

([2]) Noi abbiamo adoperato una soluzione di fosgene nel benzolo al 20 °/₀ messa in commercio da C. A. F. Kahlbaum di Berlino.

e si ottiene una massa leggermente colorata cristallizzata splendidamente in aghi. Per purificare il nuovo composto lo si fa cristallizzare dall' etere petrolico bollente, nel quale si scioglie facilmente a caldo ma poco a freddo. Le soluzioni vennero decolorate con carbone animale. Per raffreddamento si ottengono grossi cristalli bianchissimi che fondono a 62-63°. Da 90 gr. di composto potassico si ottennero 15 gr. di questa sostanza.

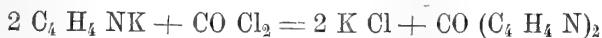
« L'analisi diede i seguenti risultati:

I — 0,2689 gr. di materia dettero 0,6658 di CO_2 e 0,1326 gr. di OH_2.
II — 0,2739 gr. di materia dettero 0,6747 di CO_2 e 0,1297 gr. di OH_2.

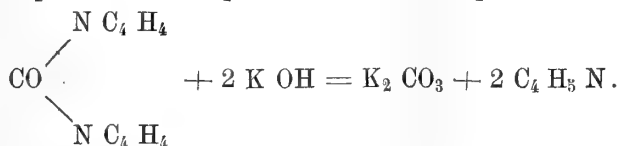
« In 100 parti:

	trovato I	trovato II	calcolato per $C_9H_8N_2O$
C	67,53	67,18	67,50
H	5,47	5,26	5,00

« La formazione del vero carbonilpirrolo può avvenire secondo la equazione:

$$2\, C_4\, H_4\, NK + CO\, Cl_2 = 2\, K\, Cl + CO\, (C_4\, H_4\, N)_2$$

« Il carbonilpirrolo è un poco volatile anche a temperatura ordinaria e bolle senza decomposizione verso i 238°. Esso si scioglie facilmente nell'etere e nell'alcool, e più difficilmente nell'etere petrolico; è quasi insolubile nell'acqua. Trattando la sua soluzione alcoolica con nitrato argentico si forma un lieve precipitato biancastro che aumenta per l'aggiunta di ammoniaca, ma che si scioglie in un eccesso di quest'ultima. Questo composto è molto instabile e dopo poco tempo annerisce completamente formando uno specchio metallico. Un simile comportamento ha pure il vero acetilpirrolo.

« L'acido cloridrico non agisce a freddo sul carbonilpirrolo; a caldo però il liquido diventa rosso-bruno e per raffreddamento si depone una materia resinosa, simile al rosso di pirrolo, assieme ad una parte della sostanza rimasta inalterata. Il carbonilpirrolo si comporta verso la potassa bollente in modo analogo all'acetilpirrolo. 5 gr. del composto vennero fatti bollire in un apparecchio a ricadere con una soluzione acquosa diluita di potassa. La sostanza fonde formando un olio più pesante dell'acqua, che durante la ebollizione diventa più leggero di questa. Si estrae con etere. L'estratto etereo seccato col cloruro di calcio bolle fra 130° e 132° ed ha tutte le proprietà caratteristiche del pirrolo. La scomposizione avviene dunque secondo l'equazione:

$$CO\left\langle\begin{matrix} N\, C_4\, H_4 \\ N\, C_4\, H_4 \end{matrix}\right. + 2\, K\, OH = K_2\, CO_3 + 2\, C_4\, H_5\, N.$$

« Facendo svaporare lentamente una soluzione diluita del carbonilpirrolo nell'etere petrolico, si ottengono facilmente dei cristalli grossi e bene sviluppati. Fra le proprietà del nuovo composto è da notarsi la sua tendenza

a formare dei grossi cristalli che quasi sempre sono internamente cavi, racchiudendo così spesso notevoli quantità di acqua madre.

« L'ingegnere sig. Giuseppe La Valle che ebbe la gentilezza di fare lo studio cristallografico del carbonilpirrolo volle comunicarci i risultati delle sue misure che noi pubblicheremo più tardi. In questa occasione abbiamo preparato anche la *monotetrolurea* o *pirrolcarbomide* $\left(CO \begin{matrix} \diagup NH_2 \\ \diagdown N . C_4 H_4 \end{matrix} \right)$ [1] per poter comparare la sua forma cristallina a quella del carbonilpirrolo. Il signor La Valle che studiò cristallograficamente anche questa sostanza, trovò che questi due corpi sono molto simili, mentre la monotetrolurea non ha invece nessuna relazione cristallografica col suo isomero la *carbopirrolamide* ($C_4 H_3 NH . CO . NH_2$) [2].

« Prima di pubblicare le misure cristallografiche di queste due sostanze vogliamo aggiungere alcune parole sulla preparazione della monotetrolurea, a quello che già è stato pubblicato su questo argomento dagli autori, che per la prima volta hanno preparato questo composto. Noi abbiamo trovato che per ottenere la tetroluretana da cui, per azione dell'ammoniaca, si forma la tetrolurea, conviene diluire l'etere clorocarbonico più che col doppio volume d'etere anidro. Si impiegano più vantaggiosamente 100 cc. d'etere per 25 gr. di composto potassico. In questo modo la reazione fra l'etere clorocarbonico ed il composto potassico del pirrolo è meno violenta.

« Distillando il prodotto della reazione noi abbiamo tentato di vedere se nelle ultime frazioni fossero contenute delle altre sostanze oltre alla tetroluretana, perchè ora conoscendo il modo di agire del cloruro d'acetile e del cloruro di carbonile sul composto potassico del pirrolo, sarebbe stato d'aspettarsi anche la formazione di una pseudotetroluretana, che non sarebbe altro che l'etere etilico d'un acido carbopirrolico. La frazione che passa sopra i 190° però è molto piccola e non distilla senza decomporsi. Noi non abbiamo potuto perciò decidere la questione non volendo impiegare quantità troppo rilevanti di materiale.

« Per ultimo vogliamo ancora aggiungere che noi abbiamo trovato il punto di fusione della monotetralurea a 165°-166°, invece di 167° come indicano gli autori già citati.

« In una prossima Nota pubblicheremo la seconda parte di queste ricerche ».

(1) Vedi Ciamician e Dennstedt, *Studi sui composti della serie del pirrolo.* Parte III. Atti della r. Acc. dei Lincei. Vol. VII, 1882.

(2) Vedi Weidel e Ciamician, Monatshefte für Chemie. I, 289, 1880 e Gazz. Chim. ital. XI, 28.

MEMORIE

DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

I. S. e M. N. Vaněček. *Sur la génération des surfaces et des courbes gauches par le faisceaux de surfaces.* Presentata a nome del Socio Cremona dal Segretario Blaserna.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Todaro, relatore, a nome anche del Socio Moriggia, legge una relazione sulla Memoria del prof. G. Bellonci: *Intorno all'apparato olfattivo ed olfattivo ottico del cervello dei Teleostei*, concludendo per l'inserzione di essa negli Atti accademici.

Le conclusioni della Commissione, messe ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

R. Owen. *Description of an Impregnated Uterus and of the Uterine Ova of Echidna hystrix.*

von Helmholtz. *Principien der Statik monocyklischer Systeme.*

Il Socio Betocchi presenta la pubblicazione dell'ing. D. Bocci: *Sulla portata del fiume Tevere*, facendo particolare menzione della sua importanza.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna comunica la seguente corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

L'Accademia magiara delle scienze di Budapest; l'Accademia di scienze naturali di Francoforte s. M.; la r. Società sassone delle scienze di Lipsia; l'Istituto Teyler di Harlem; l'Università di Utrecht; l'Università di Heidelberg.

Lo stesso Segretario aggiunge che il sig. F. Laur scrive, insistendo sulla necessità di accordare una grande attenzione ai movimenti barometrici

nella questione delle eruzioni e dei terremoti, ed invia copia di due note su tale argomento da lui presentate all'Accademia di Parigi, che si trovano accennate nei *Comptes-rendus*.

CONCORSI A PREMI

Il Segretario BLASERNA legge l'elenco dei lavori presentati in tempo utile per concorrere al premio di S. M. il Re per l'*Astronomia*, pel 1884.

1. ANONIMO. *L'ortometro nautico* (manoscritto col motto: $a^2 c d e g i^4 n^3 o^4 p r^2 s t v$).

2. BECHERUCCI FRANCESCO. *Il sistema integrale dell'universo* (stampato).

3. BRACHETTI NAPOLEONE. *Contestazione della pretesa mancanza del giorno solare* (ms.).

4. GIRAUD GIUSEPPE. *L'Astronomia svelata dai suoi fenomeni* (st. e ms.).

5. VENTURI ADOLFO. I. *Metodo di Hansen per calcolare le perturbazioni dei piccoli pianeti, interamente rifuso ed originalmente esposto* (st.). — II. *Le perturbazioni assolute di Feronia* (72) *prodotte dall' attrazione di Giove* (ms.).

Comunica poscia che al premio Carpi pel 1884, avente per tema: *Sulla natura della pellagra*, venne presentato in tempo utile un solo lavoro da un Anonimo, col titolo: *Mi baso sull'esperimento*.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 18 gennaio 1885.

G. Fiorelli Vice-Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Bibliografia storica. — Breve notizia del Socio Domenico Carutti sui primi 3 volumi della *Biblioteca storica Italiana,* pubblicati dalla R. Deputazione di Storia patria di Torino cioè:

Vol. I. *L'opera cinquantenaria della R. Deputazione di Storia Patria di Torino. Notizie di fatto storiche, biografiche e bibliografiche sulla R. Deputazione e sui Deputati nel primo mezzo secolo dalla fondazione, raccolte per incarico della medesima dal suo Segretario* Antonio Manno. *Torino, fratelli Bocca*, 1884. Un vol. pag. XVII-524.

Vol. II. *Catalogo dei manoscritti della Trivulziana, edito per cura di* Giulio Porro *Vice-presidente della R. Deputazione di storia patria. Torino, Fratelli Bocca*, 1884. Un vol. pag. XV-532.

Vol. III. *Bibliografia Storica degli Stati della Monarchia di Savoia, compilata da* Antonio Manno e Vincenzo Promis. *Torino, Fratelli Bocca*, 1884. Volume primo, pag. XXVII-463.

« È noto che la R. Deputazione sopra gli studî di Storia patria per le antiche provincie e la Lombardia ha finora divise le sue pubblicazioni

in due distinte raccolte, l'una in folio col titolo *Historiae patria monumenta*, l'altra in 8° intitolata *Miscellanea di Storia Italiana*. Della prima sono usciti dal 1836 al 1884 diciasette volumi, e il diciottesimo è in corso di stampa; della seconda ventitrè volumi. Comincia ora la terza col nome di *Biblioteca storica italiana*, di cui ho l'onore di presentare i tre primi volumi, editi nel 1884, come fu edito pure nello stesso anno il secondo volume dei *Comitiorum*, appartenente ai *Monumenta*, e il vigesimo terzo della *Miscellanea*. Codesta operosità, propria alla R. Deputazione di Torino, non è mai venuta meno per volgere di tempi e di casi.

« Compiuto nel 1883 il cinquantesimo anno di sua vita, la Deputazione stimò conveniente di rendere conto delle sue fatiche, e ne commise l'incarico al barone Antonio Manno, uno dei segretarî, che dal padre ereditò non il solo nome glorioso. Il volume, cui egli pose mano con amore e diligenza, dovea essere offerto al terzo Congresso storico, che speravasi di celebrare in Torino nel 1883, ma che, volendolo rendere lieto degli splendori della Mostra Generale Italiana, fu convocato nel 1884. Se non che le condizioni igieniche che contristarono nell'estate passata molte città d'Italia, consigliarono di rimandarlo al mese di settembre del presente anno 1885, e intanto è venuto fuori il volume. Contiene oltre agli ordinamenti che governano la Società, il sunto delle più importanti deliberazioni dei Deputati, cavate dai verbali delle adunanze generali; e gli conferiscono pregio gli elenchi bibliografici dei cento ventotto deputati (chè tanti ne annovera l'albo dei Socî effettivi dalla sua fondazione in poi), e i cenni biografici, succosi e fatti con garbo, di quelli che più non sono in vita. Chiudesi il volume con un breve indice generale alfabetico e sistematico delle pubblicazioni della Deputazione, il quale naturalmente comprende soltanto i nomi e le cose più notevoli; essendo ciascun tomo dei *Monumenta* corredato di indice proprio discretamente ampio. Un indice più vasto sarebbe impresa da mettere un po' di spavento.

« Nel Congresso storico di Milano del 1880 erasi manifestato il voto di un indice sistematico di tutte le fonti della storia italiana, e furono additati gli *Scriptores Rerum Italicarum* come l'opera fondamentale, donde doveasi cominciare il lavoro. Il prof. conte Carlo Cipolla e il barone Manno porgono ora un saggio di tale indice, come fu da essi inteso, e che venne compilato in lingua italiana, sotto la loro direzione, da sei alunni della Scuola di magistero di Storia moderna nella R. Università di Torino [1]. Elessero a tal fine la *Historia rerum in Italia gestarum* del vicentino Ferretto de' Ferretti (R. I. S. vol. LX) e le cronache di Asti di Oggero Alfieri, Guglielmo e

[1] Carlo Merkel, Gerolamo Occoferri, Giuseppe Roberti, Gustavo Canti, Giovanni Filippi e Luigi Valmaggi.

Secondino Ventura (R. I. S. vol. XI). Il saggio si legge nel volume XXXIII della *Miscellanea di Storia Italiana*. A proposito di esso il Manno fa considerare che i ventotto volumi della collezione muratoriana constano di 33, 165 colonne di stampa in folio, delle quali 255 spettano alla cronaca del Ferretto. Or bene, l'indice di quest'essa occupa 144 pagine in 8° della *Miscellanea*; e perciò, fatta la proporzione, l' indice del *Rerum Italicarum* richiederebbe pag. 14, 823, cioè venticinque volumi su per giù della *Miscellanea* stessa. Io poi temo che, quando si trattasse di carte e non di cronache, gl' indici tornerebbero anche più lunghi, ove si ponga mente che nelle carte, per esempio, abbondano i nomi proprî assai più. Dopo di che egli è da dubitare, o che il sistema proposto nel Congresso si differenzia da quello posto in atto nel saggio, o che esso sistema riuscirebbe di non facile applicazione pratica. Checchè ne sia, mi faccio lecito di sottoporre il quesito, se in ogni caso, gl' indici non sarebbero da stendersi in lingua latina, vale a dire nella lingua in che sono scritti i monumenti stessi. Le traduzioni, anche buone, talvolta possono non raggiungere compiutamente il fine.

« Il secondo volume della *Biblioteca Storica* contiene il catalogo dei codici manoscritti della biblioteca Trivulzio di Milano, illustrati dal conte Giulio Porro, vice-presidente della R. Deputazione. La Trivulziana è una delle primarie d'Italia fra le private. Nell' agosto del 1848, quando gli Austriaci ritornarono in Milano, il palazzo Trivulzio dovette essere sgombro in ventiquattro ore, e destinato ad uso militare, e la libreria anch'essa, che novera circa 70 mila volumi, era per migrare. Il Municipio avendo fatto rimostranze, il noto conte Pachta, dopo un primo rifiuto, rispose: La biblioteca Trivulzio è troppo conosciuta in Europa, e se venisse trasportata in tal modo o manomessa, direbbero che siamo una mano di barbari. Rimanga pure dov' è. E così fu preservata. I manoscritti sono 2276. Non citerò alcuna delle preziosità che vi s' incontrano, vuoi per la storia, e la politica, vuoi per le lettere e le arti, non volendo parere di sapere in cose che non so. Ma siccome lamentiamo tuttodì a gran ragione che non tutte le nostre biblioteche pubbliche posseggano il catalogo compiuto dei loro manoscritti, nè sono in gran numero quelle che l'abbiano a stampa, parmi dover dire che la R. Deputazione di Torino ha fatta opera buona, mandando fuori quello della Trivulziana. L' amore che vi pose il conte Porro, versatissimo in questa maniera di studî, sta mallevadore che il lavoro è degno della biblioteca e del suo illustratore.

« Il terzo volume della collezione di cui discorro, forma il primo dei quattro, onde si comporrà la *Bibliografia degli Stati della Monarchia di Savoia*, compilati dai deputati Antonio Manno e Vincenzo Promis, i quali vi lavorano da otto anni. Era antico il desiderio di avere alle mani un repertorio accurato delle fonti della storia subalpina, essendo troppo sparuti

e magri gli elenchi di Monsignor Della Chiesa e il Sillabo del Rossotto. Vi si adoperarono nel secolo passato i Soci della *Conversazione letteraria Sampaolina*, così chiamata perchè adunavasi nella casa del conte Bava di San Paolo; ebbe lo stesso disegno la *Società Filopatria*, e lo proseguì il benemerito conte Prospero Balbo, padre di Cesare, mentre un P. Carlevaris, lo metteva in atto, secondochè l'ingegno e le forze gliel consentivano, colla *Biblioteca patria* o *Biblioteca Carlo Emanuella*, di cui hannovi più copie manoscritte. Ma il condurre somigliante lavoro in modo pieno, o per lo manco sufficiente, non sarebbe stato agevole senza la munificenza del re Carlo Alberto e la dottrina operosa di Domenico Promis suo bibliotecario. La Biblioteca del re a Torino, per voler del principe e le cure del bibliotecario, divenne un tesoro, accresciuto ancora dai due re Vittorio Emanuele II e Umberto I, mercè lo zelo di Vincenzo Promis, degno figlio e nipote di Domenico e di Carlo. Il Manno è cultore passionato della bibliografia. « La Bibliografia italiana, specie la subalpina (egli ci narra nella prefazione al volume) mi attraeva colla voluttà delle minute scoperte, lavorando in terreno quasi vergine di colto. Cosicchè io da tempo svolgeva con passione e descriveva con diligenza le dovizie promisiane nella palatina, lavorando con foga che allora poteva ancora dirsi giovanile ». S' intese con Vincenzo Promis, e delle comuni fatiche è frutto il lavoro, che la R. Deputazione incoraggiò di lodi e fu lieta di mandare per la stampa.

« L' opera è spartita in due parti massime: *Storie Generali* e *Storie Particolari*. La prima si divide in *Storie della Real Casa* e *Storie della Monarchia*. La seconda comprende le *Storie complessive*, che riguardano due categorie, i *Paesi* e gli *Annali*, e le *Storie individuali*, che riguardano le *Biografie* e le *Genealogie*. Il Manno avverte acconciamente che in questo lavoro di classificazione tal volta nascono dubbi, e si sta incerti se alcun libro debba essere collocato piuttosto in una che in altra categoria; il perchè gli autori studiarono di sanare siffatte imperfezioni con un indice generale alfabetico e sistematico, il quale, posto in fine dell' opera, noterà tutti nomi di *luoghi*, di *persone*, e di *cose*. Di esso indice che gli autori appellano « nostra speranza », offrono un saggio nel primo volume, il quale contiene tutto quanto cade fra le lettere *cab* e *caz*.

« Il vocabolo *Storia* fu dai compilatori usato nel suo significato più vasto, tal che registra sotto di sè le cose civili, religiose, militari e naturali, i fatti e i monumenti, l'archeologia, l'etnografia, gl'interessi ecclesiastici agricoli, industriali, e commerciali, le scienze, le lettere e le arti, le discussioni sui fenomeni della natura ecc. Col nome di *libro* poi notarono non solamente quelli che per giusta mole, meritano tal nome, ma gli opuscoli e alcuna fiata anco certi foglietti volanti, che alle volte sono

materia di storia, o le danno lume. Il primo volume numera 6475 opere fra grandi e piccole. Auguro e confido che i due valorosi bibliofili affrettino lentamente la nobile loro fatica, che viene innanzi al pubblico come frutto di lungo e laborioso apparecchio ».

Astronomia. — *Osservazioni della cometa Wolf 1884, fatte al Circolo meridiano dell'Osservatorio del Campidoglio.* Nota del Socio L. Respighi.

Data 1884	T. M. Roma	Æ app.	δ app.	log. pΔ	Osserv.
20 Ottobre.	7h 49m 7s,2	21h 47m 39s,93	8° 10′ 4″,7	0,6888	R
21 » »	7 46 54,6	21 49 23,44	7 42 26,6	6,6941	R
24 » »	7 40 30,3	21 54 47,17	6 22 3,6	6,7086	R
5 Novembre	7 17 36,3	22 19 8,82	1 34 28,1	0,7554	R
6 » »	7 15 51,6	22 21 20,23	1 13 32,9	0,7584	R
7 » »	7 14 9,0	22 23 33,90	0 52 59,7	0,7614	R
8 » »	7 12 26,6	22 25 47,80	0 32 57,7	0,7643	R
9 » »	7 10 46,5	22 28 4,01	0 13 10,1	0,7672	R
11 » »	7 7 30,0	22 32 40,02	— 0 24 34,0	0,7725	R
12 » »	7 5 51,3	22 34 57,58	0 42 23,5	0,7749	R
14 » »	7 2 41,0	22 39 39,91	1 17 4,2	0,7796	R
15 » »	7 1 8,3	22 42 3,53	1 33 51,1	0,7819	R
16 » »	6 59 36,2	22 44 27,74	1 49 48,5	0,7840	R
19 » »	6 55 2,5	22 51 42,92	2 34 55,9	0,7899	R
21 » »	6 52 4,5	22 56 37,61	3 2 21,0	0,7936	R
24 » »	6 47 44,1	23 4 5,04	3 40 15,9	0,7981	R
4 Dicembre.	6 33 40,0	23 29 25,29	5 14 56,0	0,8095	G
6 » »	6 30 56,7	23 34 34,64	5 28 24,8	0,8111	G
7 » »	6 29 33,8	23 37 8,24	5 34 44,5	0,8119	G
10 » »	6 25 29,6	23 44 52,99	5 50 31,6	0,8137	G
13 » »	6 21 25,5	23 52 38,11	6 2 51,2	0,8151	G
14 » »	6 20 2,8	23 55 11,33	6 6 19,4	0,8154	G
15 » »	6 18 25,6	23 57 30,45	6 9 12,0	0,8158	G

Annotazioni.

Le osservazioni fino al 24 novembre furono fatte dal prof. Respighi (R); dal 4 al 15 dicembre furono fatte da Giacomelli (G).

Nelle osservazioni del 14 e 15 dicembre la Cometa era debole, e quindi difficile ad osservarsi.

Archeologia. — Il Socio Fiorelli presenta le *Notizie* sulle scoperte di antichità, delle quali fu informato il Ministero della Pubblica Istruzione durante lo scorso mese di decembre, e che si riferiscono ai siti qui appresso indicati:

« *Magenta*. Tombe attribuite ad una necropoli barbarica, scoperte nel giardino delle religiose Canosiane. — *Verona*. Nuove indagini per scoprire i resti del pavimento in musaico con iscrizioni presso la cattedrale veronese. — *Lavagno*. Altri oggetti scavati sul colle di s. Briccio in occasione dei lavori per la costruzione della fortezza. — *Castelnuovo-veronese*. Frammenti epigrafici latini riconosciuti in Sandrà nel comune di Castelnuovo di Verona. — *Larise*. Avanzi di costruzioni romane, scoperti in Pacengo nel comune di Larise sul lago di Garda. — *Trevenzuolo*. Arma di bronzo rinvenuta nel territorio del comune. — *Ravenna*. Statuette marmoree ed oggetti trovati nei poderi Branzanti, Maiano e Barleta nell'agro ravennate. — *Volterra*. Nuove esplorazioni nell'area delle antiche terme, e frammento epigrafico latino quivi ritrovato. — *Orvieto*. Tombe etrusche rimesse in luce nella continuazione degli scavi in contrada *Cannicella*. — *Gualdo-Cattaneo*. Frammenti di epigrafe arcaica latina recuperati presso i ruderi di antiche fabbriche in prossimità del Castello di Grutti. — *Todi*. Tombe della necropoli tuderte, scoperte in contrada s. Raffaele. — *Poggio Mirteto*. Resti di antica balinea riconosciuti in contrada Volpignano, tra i comuni di Poggio Mirteto e di Montopoli. — *Salisano*. Antico musaico e ruderi scoperti in contrada Oliveto, a poca distanza da Salisano. — *Roma*. Scavi e scoperte nelle regioni urbane VI, VIII, IX, XIV, e nelle vie Labicana e Latina. — *Palestrina*. Tratto di antica strada, rinvenuta in via dello Sprecato, entro la città. — *Subiaco*. Avanzi della villa neroniana, rimessi in luce nella prosecuzione degli scavi per la nuova strada da Subiaco a Jenne. — *Olevano-Romano*. Iscrizione latina scoperta fra i ruderi del castello di Pusano. — *Cisterna di Roma*. Altra iscrizione riconosciuta in una casa sulla via dei prati di Cisterna. — *Santa Maria di Capua Vetere*. Rhyton scoperto nel fondo di Tirone, in una tomba della necropoli campana. — *Cuma*. Nuovi scavi della necropoli cumana avvenuti nei lavori di bonifica presso il lago di Licola. — *Miseno*. Iscrizione di un classiario misenate, scoperta presso il Mare-Morto. — *Baia*. Fistule acquarie con bolli trovate nel territorio di Baia. — *Pozzuoli*. Tomba scoperta sulla via campana. — *Napoli*. Resti di antiche costruzioni riconosciuti sul corso Vittorio Emanuele; e nuove tombe rimesse in luce in strada Capuana. — *Pompei*. Scavi e scoperte nell'isola 2ª della reg. VIII. — *Lanciano*. Antico sepolcreto nella collina della Cunicella presso la città. — *Catania*. Iscrizioni greche incise su blocchi di pietra usati nelle costruzioni del teatro. — *Olzai*. Materiali di costruzione di età romana, trovati in contrada Ghedderai nel territorio del comune ».

Archeologia. — *Di un vaso attico rappresentante Saffo.* Comunicazione del Socio COMPARETTI.

Il Socio COMPARETTI comunica alcune notizie intorno ad un vaso attico della raccolta della società archeologica di Atene. Rappresenta Saffo in mezzo alle sue discepole in atto di leggere e commentare versi epici scritti in un volume che tiene in mano. Il vaso è del quarto secolo prima di Cristo e rappresenta i tempi in cui era Saffo popolarissima nella società colta, elegante e galante di Atene. Probabilmente i nomi che si leggono su due delle donne che ascoltano Saffo sono quelli di due hetaire ateniesi.

Paleoetnografia. — *Oggetti dell' età della pietra del comune di Breonio Veronese, regalati al Museo preistorico di Roma dal comm. Carlo Landberg.* Comunicazione del Socio corr. L. PIGORINI.

« Non presento agli onorevoli Colleghi una Memoria per gli Atti dell'Accademia, ma comunico soltanto una notizia che io credo debba far piacere a quanti tengono dietro alle scoperte di antichità primitive italiane, e trovano utile che aumentino le nostre collezioni paletnologiche.

« Il comune di Breonio nella provincia di Verona è senza dubbio uno dei territorî più importanti per le ricerche sulla età della pietra. Ivi esistono moltissimi ripari sotto roccia, *còvoli* ecc. che servirono di dimora all'uomo durante quella età, e vi rimasero sepolti in copia assai notevole gli utensili, le armi, gli ornamenti fabbricati e usati dai loro antichissimi abitatori.

« Di siffatte reliquie si trova menzione nel secondo volume (pag. 11) dei *Novissimi illustrati monumenti de' Cimbri ne' monti veronesi, vicentini* ecc. di Marco Pezzo, edito nel 1785. Dopo quell'anno però nessuno, per quanto si sa, ne fece più parola, fino a che nel 1876 il dotto e compianto Pier Paolo Martinati (*Storia della paleoetn. veronese* pag. 29, 37) annunziò che in quella regione alpestre cominciavano a farsi scoperte della più alta importanza, relative alla età della pietra.

« Qualche tempo dopo si intrapresero colà indagini che fruttarono una ricca messe di oggetti litici al Museo civico di Verona, proseguite più tardi e sopra larga scala dal cav. Stefano De Stefani r. Ispettore degli scavi e monumenti, noto a tutti come uno dei più valenti nostri esploratori di stazioni e necropoli antiche. In breve con gravi fatiche e dispendio riuscì egli a formare in quel di Breonio una considerevole raccolta di armi e utensili della età della pietra, che io acquistai pel Museo preistorico ed etnografico di Roma.

« Tale raccolta fu in parte dal De Stefani mostrata in una delle sedute che tenne il IV gruppo del Congresso internazionale di Venezia nel 1881.

Si notò allora che alcuni degli oggetti presentati erano di tipi non mai veduti, e che sollevavano gravi problemi cui importava di studiare e risolvere. Il Congresso pertanto espresse solennemente il voto (*Terzo Congr. geogr. internaz. tenuto a Venezia* 1881, vol. I, pag. 284) che a spese del Ministero della pubblica istruzione fossero intrapresi scavi sistematici dal De Stefani nei punti indicati.

« Dopo di ciò il De Stefani ottenne alcune centinaia di lire sul bilancio dello Stato, ma i mezzi conceduti non erano adeguati alla importanza delle esplorazioni che nell'interesse della scienza si dovevano compiere. Ad ogni modo l'egregio ispettore potè con essi scavare altro copiosissimo materiale relativo alla età della pietra, trasportato quindi pur esso nel Museo preistorico di Roma. Inoltre coi suoi lavori giunse a scoprire stazioni prima ignote, e degli abitatori antichissimi dei monti di Breonio trovò tanto i luoghi nei quali avevano i loro ricoveri, quanto quelli in cui seppellirono i loro morti. Dei risultati di quelle ricerche si ha qualche breve cenno nelle *Notizie degli scavi* inserite negli Atti dell'Accademia.

« Esauriti gli scarsi mezzi accordati dal Ministero della pubblica istruzione, nè avendo speranza di ottenerne altri mentre pur tanto restava da fare, il De Stefani non interruppe le ricerche e le proseguì per proprio conto, componendo così una nuova collezione paletnologica superiore alle precedenti.

« Non posso ora, come vorrei, parlare di esse tutte diffusamente. Dirò soltanto che oltre a moltissimi utensili ed armi di selce piromaca, che per solito s'incontrano quando nell'uno e quando nell'altro dei varî strati conosciuti così dell'età archeolitica come della neolitica, ne uscirono parecchi dai *còvoli* di Breonio che non hanno in Europa riscontri di sorta, eccettuato forse qualcuno dei pezzi rinvenuti nella Russia e illustrati dall'Ouwaroff (*Archeologia russa, età della pietra*, testo russo, 1881, tom. II, tav. XIV, A, C, D, G; tav. XXXI, 4735). Per trovare invece oggetti litici di forme strane, analoghi a quelli indicati del Veronese, conviene varcare l'Atlantico e tenere conto di quelli della Nuova Jersey, della Repubblica di Honduras, del Yucatan ecc. illustrati dal Voss (*Verhandl. der Berlin. Gesellsch. für Anthrop.* ecc. 1880 pag. 237-38), dallo Stevens (*Flint Chips. A Guide to Pre-hist. archaeol. as illustr. by the collect. in the Blackmore Mus.* tavola annessa), dal Nadaillac (*L'Amérique préhist.* fig. 79) e da altri. La quale circostanza potrebbe avvalorare l'opinione del Worsaae (*Mém. de la Soc. r. des antiq. du Nord* 1878-83, pag. 131 e seg.), per dire solo di uno fra coloro che hanno trattato largamente la quistione, che cioè esistessero delle relazioni molto strette fra le popolazioni le quali durante l'età della pietra si sparsero nel vecchio e nel nuovo mondo.

« Il De Stefani sta ora scrivendo una particolareggiata descrizione delle scoperte fatte, alla quale sarà unito un atlante di parecchie tavole. Mi consta

che tale lavoro assai desiderato, il quale sarà senza dubbio degno dell'autore, verrà presentato a questa Accademia per essere possibilmente pubblicato.

« Ma non bastava che colle ricerche eseguite si fosse giunto ai risultati importanti di cui ho fatto cenno. Era necessario trovare modo che il materiale paletnologico scavato dal De Stefani e da lui posseduto venisse aggiunto a quello simile e della stessa provenienza esistente nel Museo che ho l'onore di dirigere. Sfortunatamente non si poteva per questa parte sperare nell'aiuto del Ministero della pubblica istruzione, nè i fondi dell'Istituto affidatomi mi permettevano di sostenere la spesa non lieve occorrente per acquistarlo. Sono però lieto di annunziare oggi, che quando di tale stato di cose ebbe notizia un dotto straniero grandemente benemerito dell'Italia, il comm. Carlo Landberg, volle egli comperare del proprio la raccolta De Stefani e farne dono al detto Istituto ».

Astronomia. — *Sulle osservazioni delle macchie e delle facole solari, eseguite nel R. Osservatorio del Collegio Romano nel 1884.* Comunicazione del Socio corr. P. Tacchini.

« Nel 1884 la stagione fu molto favorevole e le osservazioni delle macchie e delle facole solari si poterono eseguire in 307 giorni così distribuiti:

1884

Mesi	Numero dei giorni	Mesi	Numero dei giorni
Gennaio . .	24	Luglio . . .	30
Febbraio . .	23	Agosto . . .	29
Marzo . . .	28	Settembre .	25
Aprile . . .	26	Ottobre. . .	23
Maggio. . .	27	Novembre .	25
Giugno. . .	27	Dicembre. .	20

« Dei 307 disegni giornalieri sulla solita projezione all'equatoriale di Cauchoix, 239 furono da me eseguiti, ed i rimanenti 68 dal sig. C. Righetti. Il buon numero delle osservazioni fatte in ciascun mese rende i dati, che ho raccolto nel seguente quadro, ben comparabili con quelli già pubblicati nei rendiconti dell'Accademia per l'anno 1883.

1884	Frequenza delle macchie	Frequenza dei fori	Frequenza delle M+F	Frequenza dei giorni senza M+F	Frequenza dei giorni con soli F	Medio numero dei gruppi	Media estensione delle macchie	Media estensione delle facole
Gennaio .	17,13	12,57	29,70	0,00	0,00	6,83	107,75	71,74
Febbraio .	16,26	15,83	32,09	0,00	0,00	7,52	118,65	56,82
Marzo . . .	15,23	11,74	26,97	0,00	0,00	7,45	113,82	60,18
Aprile . . .	15,38	16,50	31,88	0,00	0,00	6,11	140,81	85,77
Maggio . .	10,48	12,12	22,60	0,00	0,00	6,22	110,15	76,67
Giugno . .	9,78	8,28	18,06	0,00	0,00	5,33	42,30	80,45
Luglio . . .	11,33	9,83	21,16	0,00	0,00	4,57	50,63	60,70
Agosto . . .	12,07	8,69	20,76	0,00	0,00	5,17	52,20	57,07
Settembre	10,80	9,32	20,12	0,00	0,00	5,04	75,96	75,00
Ottobre . .	8,43	13,70	22,13	0,00	0,00	4,48	81,22	56,50
Novembre	4,52	6,72	11,24	0,00	0,00	3,08	53,80	77,00
Dicembre.	9,45	9,15	18,60	0,00	0,00	4,10	68,45	63,44

« Se si confrontano questi risultati con quelli del precedente anno (vedi Transunti, vol. III, fas. 5, p. 100), appare bene evidente: 1° che il maximum di attività sviluppatosi in ottobre 1883 ed estesosi a tutto l'ultimo trimestre di quell'anno, continuò nel 1884 fino a tutto maggio, così che la durata di quel periodo di grande frequenza ed estensione delle macchie solari fu di 8 mesi, nel qual periodo dobbiamo considerare come avvenuto il nuovo massimo delle macchie suddette; 2° che durante il 1884 ha avuto però luogo una diminuzione progressiva nel fenomeno delle macchie per ciò che riguarda il loro numero, estensione e la frequenza diurna dei gruppi, come meglio rilevasi dallo specchietto seguente relativo ai diversi trimestri:

1884	Frequenza delle macchie e fori	Frequenza dei gruppi	Estensione delle macchie
1° trimestre	30,48	7,57	113,36
2° trimestre	24,07	5,89	97,21
3° trimestre	20,77	4,92	58,83
4° trimestre	17,10	3,85	68,38

« Possiamo dunque ritenere che l'attività solare andrà ora di continuo scemando.

« Degni di rimarco sono i minimi secondarî avvenuti nei mesi di giugno e novembre del 1884. In quanto alle facole esse presentarono pressochè egual frequenza durante tutta l'annata, e mai si ebbe giorno senza macchie, ciò che non di rado si verificò nel precedente anno 1883, e questo in accordo col maggior numero delle macchie e dei gruppi osservati nel 1884 anche dopo il periodo di grande attività 1883-1884, in confronto dei dati relativi ai nove mesi del 1883 precedenti il periodo anzidetto. Anche nei fenomeni cromosferici si ebbe a notare uno sviluppo considerevole nel 1884, e sebbene io non abbia finora ultimato che la riduzione delle osservazioni del 1° semestre, pure ritengo di poter dire, che il 1884 debba considerarsi come un anno di massima frequenza di protuberanze idrogeniche, e su ciò dovrò intrattenere l'Accademia dopo finiti i calcoli per tutte le osservazioni del passato anno ».

Storia letteraria. — *Intorno ad una Enciclopedia finora sconosciuta di Egidio Colonna, romano, ed al plagio fattone dall'inglese Bartolomeo Glanville.* Nota del Socio corr. E. NARDUCCI.

« Il codice Q. 5. 26 della Biblioteca Angelica, membranaceo, in 12°, della fine del secolo XIII, di 164 carte, di carattere minutissimo e sommamente contratto, contiene nelle prime sue 121 carte un'opera divisa in sette trattati, nel primo dei quali si discorre dei corpi celesti, nel secondo degli elementi, nel terzo degli uccelli, nel quarto dei pesci, nel quinto degli altri animali, nel sesto degli alberi e delle piante, nel settimo delle pietre preziose e dei minerali. È intitolato in principio: *Liber de moralitatibus corporum celestium, elementorum, avium, arborum sive plantarum et lapidum pretiosorum. Qui et que in scriptura divina, vel alibi in libris autenticis continentur. Et primo de celo empireo.* Segue immediatamente il seguente breve proemio:

« Quoniam, sicut scribitur Sap. xiij. a. Vani sunt omnes homines in quibus non subest « scientia dei, et de hiis que uidentur bona non potuerunt intelligere eum qui est. Unde « oportet volentem uti salubriter creaturis, aciem intelligentie supernaturaliter figere in « ipsarum misteriis, et ipsa misteria applicare moribus sacris. Ceterum, quia hec ipsa « minime ualent, nisi precognita proprietate creaturarum: ideo scripturus per ordinem de « corporibus celestibus et elementis, auibus, piscibus, animalibus, arboribus, herbis et lapi« dibus preciosis, qui et que in ueneranda pagina autentice, magistraliter (o misterialiter?) « describuntur: iuxta quod inductus, ductus et informatus sum multipliciter et frequenter « a uenerabili patre et domino meo singulare. do. B. sancti Nic. in carcere tuliano dyac. « card. prius sust. singulis de premissis habere (?) ueritatem, deinde moralitatem; subin« ducens semper probationes per ueras scripture sacre auctoritates et per sanctos sui glo« riosos (?), uel etiam magistrorum parisiensium expositiones, iuxta quod deus melius

« ministrabit. Inchoando enim in nomine eterni dei, de corporibus celestibus a celo empy-
« reo, quod est suppremum corpus creaturarum omnium summa principium ».

« In fine si legge: *Explicit liber de proprietatibus rerum*, le quali parole erano seguite da altre indicanti certamente il nome dell'autore, poscia vandalicamente abrase per modo da rendersi irriconoscibili.

« Il breve proemio che di sopra riporto dell'anzidetto trattato non lascia, a parer mio, alcun dubbio, doversi esso attribuire al celebre Egidio Colonna, romano, dell'ordine Agostiniano, di cui, a detto del Sabellico, niuno mai, tranne S. Agostino, scrisse più copiosamente nè più accuratamente nelle cose divine ([1]). Dice ivi infatti l'autore averlo scritto: *inductus, ductus et informatus a venerabili patre et domino meo singulare, domino B. sancti Nicolai in carcere Tuliano dyacono Cardinali*, e di averlo compilato, oltre che colla scorta delle sagre Scritture, seguendo anche le *magistrorum Parisiensium expositiones*. Ora il cardinale B. qui menzionato è certamente Benedetto Caetani, assunto poscia al Pontificato il 24 dicembre 1294 col nome di Bonifacio VIII. Autentici documenti ci fanno conoscere che Benedetto Caetani ebbe da Martino IV il titolo cardinalizio di S. Nicolò in Carcere il 12 aprile 1281, onde poi fu da Nicolò IV trasferito a quello de' SS. Martino e Silvestro ai Monti l'anno 1291 ([2]). Rimane così accertato il limite del decennio in che l'opera fu composta.

« È notissima la stretta affinità e la protezione largita da Bonifacio VIII ad Egidio Colonna, il quale scrisse a difesa ed apologia di lui il *Liber de renunciatione papae*, pubblicato dal Roccaberti ([3]), ove è scagionato quel pontefice dalle accuse mossegli in occasione del « gran rifiuto » fatto dal suo predecessore Celestino V. Anzi, non ostante la rottura di Bonifacio VIII coi Colonna seguita nel 1297, appunto per essersi i cardinali Giacomo e Pietro di questa famiglia mostrati avversi alla detta rinunzia, Egidio gli rimase fedele amico, e per suo ordine scrisse nel seguente anno 1298 un *Tractatus brevis pro conversione Tartarorum* ([4]), che pure si conserva nell'Angelica ([5]).

([1]) « Egidius, quo, post Aurelium, neque plura quisquis in diuinis scripsit, neque accuratius » (Antonii Coccii Sabellici, *Rapsodiae historicae Enneades VII, lib. IX*, Opp. to. II. Basileae 1560, col. 412).

([2]) Potthast, *Regesta Pontificum Romanorum, fasciculus* XIII. *Berolini*, 1875, pag. 1923.

([3]) Fr. Thomæ de Roccaberti, *Bibliotheca maxima pontificia*, *to.* II. *Romae*, 1698, pag. 1-64.

([4]) F. Luigi Torelli, *Secoli Agostiniani*, *to. V.* Bologna, 1678, pag. 186.

([5]) Un esemplare manoscritto di questo trattato si ha nel codice T. 2. 22 dell'Angelica, membranaceo, in 4.° p.°, del sec. XIV, a pie' del quale si legge: « Expliciunt
« capitula fidei xpiane tradita a sapientissimo viro fratre Egidio ordini heremitarum sancti
« Augustini in R.ª curia de mandato dñi Bonifacii pp. 8. transmissa ab eodem dño. pp.ª
« ad Tartarum maiorem volentem cristianam tollere fidem ».

Che tale intimità ed amicizia durasse sin dal tempo in che il Caetani era appunto cardinal titolare di S. Nicola in Carcere, ne fa fede un rarissimo libro a stampa, conservato anche nell'Angelica, pubblicato nel 1550 dall'Agostiniano Egidio Bonsi, fiorentino, e contenente una esposizione di Egidio sul trattato *De Causis* di Alfarabio [1]. Questa esposizione è in fatti da lui dedicata « Ex illustri ac generosa prosapia oriundo, viro magnifico, « & suo Dño Benedicto (dei gratia) sancti Nicolai in carcere Tulliano dia- « cono cardinali ».

Nè leggermente dissi rara questa pubblicazione del Bonsi, ignota anche al P. Giulio Negri [2], essendo certamente quella cui Filippo Elssio allude colle parole « *Ægidius Bonsius*, florentinus, anno 1550 nonnulla typis « dabat » [3], ed alla quale si richiama Gio. Maria Mazzuchelli, soggiungendo per altro di non essergli riuscito di avere notizia alcuna « quali fossero tali opere » [4]. Inoltre, l' eruditissimo e compianto bibliotecario della Marciana, Giuseppe Valentinelli, nel registrare ch' egli fa un esemplare manoscritto di quest' opera in un codice della medesima biblioteca, non avverte, com'è solito fare, ch' essa fosse stata data alla stampa [5].

« È inoltre avvalorato il criterio, doversi l'accennata Enciclopedia attribuire ad Egidio Colonna dalle riportate parole *magistrorum Parisiensium* del proemio, sapendosi ch'egli giovanetto si recò a Parigi, ove fu per tredici anni uditore di S. Tommaso d'Aquino, cioè sino alla morte di questo avvenuta l'anno 1274; dopo di che Egidio alternò più volte la sua dimora tra l'Italia e la Francia, ove morì in Avignone il 22 dicembre 1316 [6]. Che poi di non tutti i lavori lasciati da Egidio si abbia notizia è attestato dal Torelli, il quale, dopo averne riportato un esteso catalogo, aggiunge [7]: « Et altri molti, che manoscritti stanno nascosti in uarie Biblioteche così dell'ordine nostro, come d'altri ».

« Assodata così, a parer mio, la paternità dell' opera, mi son messo a ricercare se alcuna delle opere esistenti inedite, od alcuna delle perdute,

[1] *Fundatissimi* ÆGIDII ROMANI *Archiepiscopi Bituricensis, doctorum praecipui, ordinis Eremitarum sancti Augustini, Opus super authorem de Causis Alpharabium. Reuer. fratris Aegidii Bonsi Florentini Eremitae Augustiniani opera nunc impressum*, ecc. *Venetiis, ap. Iac. Zoppinum, M. D. L.* In 4.° p.°

[2] *Istoria degli scrittori Fiorentini. Ferrara*, 1722, pag. 158.

[3] *Encomiasticon Augustinianum. Bruxellis*, 1654, pag. 13.

[4] *Gli Scrittori d'Italia. Vol.* II, *par.* III. *Brescia*, 1762, pag. 1688.

[5] *Bibliotheca manuscripta ad s. Marci Venetiarum. Codices manuscripti latini To.* III. *Venetiis*, 1870, pag. 122-123.

[6] DOM. ANT. GANDOLFI, *Dissertatio historica de ducentis celeberrimis Augustinianis scriptoribus. Romae*, 1704, pag. 22-23.

[7] L. c., pag. 349.

di Egidio potesse per affinità di titolo o di argomento identificarsi con questa, a scanso altresì d'inutili ricerche per parte di altri.

« Ed incominciando dai codici tuttavia esistenti, ne citerò uno appartenuto nel 1748 alla Biblioteca del monastero dei Benedettini di S. Emmerano di Ratisbona, segnato allora col n.° 782, membranaceo, del secolo XIV o XV, e contenente tra altri scritti: « Fr. Egidii Ord. S. Augustini *Liber Elementorum* » (¹). In questo codice, che porta ora il numero 14522 dei latini della Biblioteca Reale di Monaco, il medesimo scritto è invece intitolato: *Ægidii Rom. Commentarius in libros elenchorum Aristotelis*. Incomincia: « Ex illustri prosapia oriundo dño Philippo », e finisce: « Explicit summa super librum elencorum a fratre Egidio romano ordinis fratrum heremitarum sancti Augustini. Deo gratias ». Sembra adunque essere lo stesso comento più volte stampato, e però malamente il preteso *Liber elementorum* è messo dagli autori tra le opere inedite di Egidio.

« Il codice Monacense latino, n.° 317, contiene le *Questiones philosophice* di Egidio. Queste incominciano: « Dubium apud multos solet esse », e finiscono: « duximus in querendum aliquid. Expliciunt questiones fratris Egidii ».

« Nel codice latino, n.° 6942, della biblioteca stessa trovasi il trattato *De materia celi* dello stesso autore, che incomincia: « Questio est utrum in celo sit materia », e finisce: « celi contrarietatem non habeat ».

« Nel catalogo pubblicato nel 1697 da Edoardo Bernard dei manoscritti esistenti nelle Biblioteche d'Inghilterra e d'Irlanda, trovo notato al n.° 161 dei codici del collegio di S. Maria Maddalena di Oxford, subito dopo il notissimo trattato *De regimine principum* di Egidio: *Liber physicus de rebus naturalibus, coelo, plantis, etc. tractatus* (²). Il Coxe per altro, che più accuratamente descrisse il codice medesimo, e lo dice membranaceo, in foglio, del secolo XV, chiama questo trattato: « Anonymi cuiusdam opus in quinque, seu forte plures libros distinctum, in quo agitur « de S. Trinitate, de elementis, de homine, de stellis, de artibus liberali- « bus, etc. ». Incomincia: « Quoniam, ut ait Tullius, in prologo Rhetorice, eloquencia sive sapiencia nocet », e finisce mutilo al quinto libro: « quid « ipsum sit primo philosophie ponatur diffinitio » (³). Quindi neppure questo trattato può dirsi identico con quello che ho impreso a descrivere.

(¹) KRAUS, *Bibliotheca principalis eccl. et monasterii Ord. s. Benedicti ad S. Emmeranum Ratisbonae. Pars* II. 1748, pag. 131.

(²) Seconda parte del vol. 1 del catalogo intitolato: *Catalogi librorum manuscriptorum Angliae et Hiberniae in unum collecti, cum indice alphabetico. Oxoniae, e theatro Sheldoniano*, 1697. Collegio di S. M. Maddalena di Oxford, pag. 77, col. 1, lin. 5-8.

(³) *Catalogus codicum manuscriptorum qui in Collegiis Aulisque Oxoniensibus hodie adservantur. Confecit* HENRICUS O. COXE. *Pars II. Oxonii*, 1852. *Catalogus codicum manuscriptorum Collegii B. Mariae Magdalenae*, pag. 75, col. 1, n.° CLXI.

« Venendo ora ai codici perduti, ed i cui titoli ci fanno anche supporre perdute le opere in essi contenute, esisteva nel 1650, secondo che attesta il Tomasini, nel monastero di S. Antonio di Venezia [1], e vi si conservava ancora nel 1704, a detto del Gandolfi [2], una *Summa naturalis Philosophiae Fr. Ægidii*. Lo stesso Gandolfi [3] accenna ad un trattato di Egidio: *De compositione mundi*, già sparito al suo tempo dal monastero di S. Stefano, pure di Venezia, e che sembra mancasse ivi fino dal 1650, non registrandolo nè anche Tomasini fra i codici di quella Biblioteca. Ci manca quindi ogni elemento per istabilire qual grado d'identità o di affinità corresse tra queste due opere e il nostro libro *De proprietatibus rerum*, la famosa Biblioteca del convento di S. Antonio di Venezia essendo stata distrutta da un incendio verso la fine del secolo XVII, allorchè nei locali terreni di quel convento si vollero approntare le polveri che occorrevano nella prossima guerra navale contro i Turchi, ove tante prove di valore die' il celebre Francesco Morosini, da essere chiamato *il Peloponesiaco*, ed indi elevato alla dignità Ducale.

« Quanto all'altra Biblioteca del convento di S. Stefano di Venezia, è fama che anch'essa, circa il 1730, fosse soggetta ai danni d'un incendio. Certo è per altro che tutte le biblioteche monastiche di Venezia andarono depredate nei grandi rivolgimenti politici; nè miglior sorte si ebbero le molte ed insigni biblioteche private, dalla ignoranza o dalla cupidigia di nipoti od eredi spogliate e disperse [4].

« Scendo ora alla parte men grata, ma pur doverosa, del mio assunto, cioè di dimostrare un patente e famoso plagio, da niuno finquì rilevato, dell'opera di Egidio, contenuta, giova qui il ricordarlo, in un codice indubbiamente sincrono alla compilazione dell'opera, cioè della fine del secolo XIII.

« Sotto il nome di Bartolomeo Glanville, detto comunemente *Bartholomaeus Anglicus*, dell'ordine dei Minori, il quale fiorì per comune consenso degli scrittori circa il 1360 [5], levò nel medio evo grandissima fama un *Liber de proprietatibus rerum*, diviso in 19 trattati, libro che si ebbe nel solo secolo XV ben 14 edizioni [6], e comparve anche tradotto nelle lingue francese, inglese, spagnuola e fiamminga.

« Or bene, in molte sue parti quest'opera è copiata *ad litteram* dalla

[1] *Bibliothecae Venetae manuscriptae publicae et privatae. Opera* IAC. PHIL. TOMASINI. *Utini*, 1650, pag. 6, col. 1.

[2] L. c., pag. 34, col. 1.

[3] L. c., ivi.

[4] Debbo tali notizie alla solida e cortesissima erudizione del ch. sig. cav. Andrea Tessier: come al dotto Bibliotecario sig. Gutenaecker le notizie concernenti i codici Monacensi.

[5] TANNER, *Biblioteca Britannico-Hibernica. Londini*, 1748, pag. 326.

[6] HAIN, *Repertorium bibliographicum. Vol.* 1., *Par.* 1. *Stuttgartiae*, 1826, pag. 323-325, n.i 2498-2511.

omoipografica di Egidio. Nè giova al Glanville il dire nel proemio « de meo pauca vel quasi nulla apposui, sed omnia que dicentur, de libris autenticis sanctorum et philosophorum excipiens sub brevi hoc compendio pariter compilavi »; poichè egli, oltre che, a volta a volta, cita gli altri autori dei quali si è giovato, dà in principio un elenco di questi autori, in numero di ben 105, e fra questi invano cercheresti il nome del nostro Egidio, l' « Egidius medicus », ch' egli menziona, essendo quello stesso « Ægidius Corbejensis » o « Corboliensis », Benedettino, vissuto nel XII secolo, e del quale giustamente dice il Gandolfi ([1]), che a volerlo confondere con Egidio Colonna dee ritenersi « aerea opinio et anilis fabula ». Veramente, dovendo egli la sua nomea alle spese di un romano, com' era Egidio, avrebbe dovuto mostrarsi più generoso verso un altro celebre romano, Lorenzo Valla, contro il quale, al dire del Wadding, scrisse un libro *contra Laurentium Vallam Grammaticum* ([2]); il che inverosimilmente ravvicinerebbe il tempo in che visse il Glanville, Lorenzo Valla essendo nato, com'è noto, l'anno 1406, seppure non vi fu errore nel Wadding, e non si tratti piuttosto di Bartolomeo Facio, che col Valla ebbe questione.

« Ora, siccome nulla vi ha di più turpemente disonesto del lanciare un'accusa, che non si possa con certezza dimostrare veridica, così, aperta a tutti una facile via di fare maggiori e più estesi confronti, porrò qui appresso a riscontro un saggio dei due trattati, ove parlasi della calamita. Ben lieto così di avere in breve volger di tempo, e ciò che più mi conforta, dinanzi a voi, illustri colleghi, rivendicato ad autori italiani due enciclopedie del secolo XIII: l'una delle quali affatto sconosciuta, l'altra sotto il pseudonimo di Boezio, pressochè ignota e d'autore ignotissimo, dimostrata opera di Bartolomeo da Parma ([3]); non potendo omai altrimenti pagare il mio debito di cittadino alla patria, che colla lealtà dei giudizi, colla pazienza delle ricerche ».

Codice Q. 5. 26 dell'Angelica, car. 116b-117, lib. VII, cap. 52.	BARTOLOMÆI ANGLICI, *Opus de rerum proprietatibus Nurembergae*, 1519, quaderno « s », car. 5a, *verso*, col 2, Lib. XVI.
De magnete.	De magnete. Capitulum lxiij.
Magnes ut dicit Ysidorus libro xvj. est lapis indicus ferruginei coloris. ferrum trahit adeo ut cathenam faciat anulorum. Inde eum uulgus ferrum uiuum appellat, liquidum	Magnes lapis est indicus, ferruginei coloris. In india apud trogotitas inuenitur, ferrum trahit: adeo enim, ut dicit Isidorus trahit ferrum, ut cathenam faciat annulorum:

([1]) L. c., pag. 36.

([2]) WADDINGUS, *Scriptores ordinis Minorum. Romae*, 1650, pag. 50. — *Catalogi librorum manuscriptorum Angliae et Hiberniae*, ecc. to. 1, par. 2a, pag. 9, col 1, n.° 367. *Collegii Baliolensis in Oxonia*, cod. K. 7.

([3]) V. *Transunti*. Vol. VIII. Roma, 1884, pag. 286.

etiam uitrum creditur trahere sicut ferrum. Cuius tanta uix (*sic*) est, ut dicit Augustinus xxi. de Civitate, quod si quis eundem magnetem tenuerit sub uase aureo uel eneo, ferrumque desuper posuerit, ex motu lapidis subtus, ferrum desuper mouetur. Dyas. (Dioscorides) ponit quod uirtus huius lapidis reconciliat maritos uxoribus, auget gratiam et decorem in sermone. Cum mulso curat ydropisim et splenem. allopitiam et arsuram. Puluis eius aspersus per 4. angulos domus super carbonibus extantibus in domo, uidebitur subito domus ruere. ex uertigine cerebri et commotione. Magnes etiam, sicut et adamas, capiti caste mulieri appositus facit eam dormientem subito amplecti uirum suum. sed si adultera fuerit. subito a lecto se mouebit timore fantasie. Precipue ualet puluis eius appositus uulneribus. maxime confectus cum apellicon. Ferrum enim attrahit puluis eius. et spicula balistarum. Significat hic lapis magnes super benedicte uirginis filium. Nam exaltatus a terra omnia traxit ad se ipsum. Cuius gratia omnis anima peccatrix reconciliatur deo. iuxta illud quod dicitur Ro. vj.° Reconciliati sumus deo per mortem filii eius. Item ab eo est omnis eloquentia et gratiosa doctrina iuxta illud Luc. xxi. Ego dabo uobis os et sapientiam, etc. Cuius etiam uirtute auari et ydropici fiunt liberales. lasciui casti. Denudati etiam uestibus (?) uestiuntur gratuitis. Adhusti uariis libidinibus fiunt religiosi et sobrii. iuxta illud Ro. 4. Qui uiuificat mortuos et uocat ea que non sunt tamquam ea que sunt. Cuius quoque humilitas singularis et uilitas habitus desp... ut puluis per. 4.^er clymata matherie mundi. Per apostolos ardenter predicata et uulgata omnia ydola destrux. iuxta illud Zach. xiij. Disperdam nomina ydolorum de terra. et imperatores et reges. et omnes inhabitantes orbem in subitam admirationem et stuporem perculxit. Ipse enim est qui ad instar huius lapidis discernit castos ab incestuosis. iuxta illud 2.ª Thr. 2.° Nouit deus qui sunt eius et medetur omnibus sanitatis corde. Unde Ps. Qui sanat contritos corde, etc.

inde eum vulgus ferrum vivum appellat. Liquidum etiam vitrum creditur trahere sicut ferrum. Cuius tanta vis est, ut dicit Augustinus, quod si quis eundem magnetem tenuerit sub vase aureo vel eneo, ferrumque desuper posuerit, ex motu lapidis subtus, ferrum desuper mouebitur: et sequitur ibidem: Unde factum est in quodam templo simulacrum de ferro quod in aere pendere uidetur. Est enim alia species magnetis in Ethiopia que ferrum respuit et a se fugat. Idem etiam magnes aliquando uno angulo ferrum trahit et in alio a se repellit. Omnis autem tanto est melior quanto cerulior: hucusque Isidorus. Secundum Dyascoridem uero et lapide reconciliat maritos uxoribus: auget gratiam et decorem in sermone. Item cum mulsa curat hydropisim et splenem allopiciam et arsuram. Pulvis eius aspersus per quatuor angulos domus super carbones existentibus in domo: videbitur subito domus ruere ex uertigine cerebri et commotione. Magnes etiam sicut et adamas capite caste mulieris suppositus cogit eam subito amplecti virum suum; sed si adultera fuerit, subito a lecto se movebit timore fantasie. Hoc lapide maxime utuntur magi. Secundum Platearium lapis magnes calidus est et siccus in tertio gradu: virtutem habet attrahendi ferrum; montes enim sunt ex huiusmodi lapidibus: unde naues ferro compactas attrahunt et dissoluunt: unde precipue valet uulneratis pulvis eius confectus cum apelicon appositus vulneri. Ferrum enim attrahit: pulvis etiam magnetis in quantitate duorum drachmatum cum succo feniculi valet contra hydropisim, et splenem et allopiciam, ut dicit Avicenna.

Fisico Chimica. — *Sulla rifrazione atomica dello zolfo.* Nota del dott. R. NASINI, presentata dal Socio BLASERNA.

« Nella Memoria da me pubblicata nel 1883 [1] - *Sulla rifrazione atomica dello zolfo* - io studiai diversi composti, specialmente organici, contenenti zolfo e cercai di dedurre il potere rifrangente atomico di questo elemento. Per analogia con quello che Brühl aveva stabilito per l'ossigeno io ammisi che la rifrazione atomica dello zolfo aveva prima di tutto due valori secondo che esso per le sue due valenze è impegnato con gruppi monoatomici distinti, sieno essi uguali o differenti, oppure è impegnato con lo stesso elemento. Io esaminai diversi solfuri organici, diversi mercaptani e da tutti questi dedussi valori assai concordanti per la rifrazione atomica di S nel primo caso, e un valore pure concordante con gli altri mi dette l'etere etilico dell'acido monotiocarbonico $CO(OC_2H_5)(SC_2H_5)$ e il carbonilditioetile $CO(SC_2H_5)_2$, combinazioni studiate da Wiedemann.

« La media di questi valori ammisi che rappresentasse la rifrazione atomica dello zolfo corrispondente all'ossigeno alcoolico. Dal solfuro di carbonio e dalla combinazione $CS(OC_2H_5)_2$ dedussi poi il valore della rifrazione atomica dello zolfo corrispondente all'ossigeno aldeidico. Ecco i numeri che trovai

		$\frac{n-1}{d}$		$\frac{n^2-1}{(n^2+2)d}$	
		R_α	R_A	R'_α	R'_A
Solfo a legami semplici	S'	14,10	13,53	7,87	7,65
» » doppî	S''	16,05 [2]	15,09	9,02	8,84.

« Esaminai poi altri composti e precisamente l'acido solforico, l'anidride solforica, l'anidride solforosa, l'etere etilico dell'acido etilsolfonico e trovai che, qualunque ipotesi si facesse sulla costituzione di quei composti, o, in altri termini, qualunque valore si adottasse per la rifrazione atomica dello ossigeno, ne risultavano per quella dello zolfo dei valori tra di loro abbastanza concordanti, ma diversissimi però da quelli già stabiliti. Questo appare evidente dalla tabella che segue:

[1] Gazz. chim. italiana. T. XIII, pag. 296.

[2] Nella mia Memoria, citata nel testo, per un errore di calcolo si trova il valore 15,61 in luogo del vero 16,05.

		Rifrazione atomica dello zolfo	
		$\frac{A-1}{d}$	$\frac{A^2-1}{(A^2+2)d}$
(1) S bivalente	$C_2H_5-S-O-O-O-C_2H_5$	8,91	5,25
	$HO-S-O-O-OH$	9,01	5,24
	$S\begin{matrix}\diagup O\\ \vert\\ \diagdown O\end{matrix}$	8,10	6,37
	$\begin{matrix}O-S-O\\ \diagdown\ \diagup\\ O\end{matrix}$	8,37	5,32
(2) S tetravalente	$C_2H_5-\overset{O}{\overset{\Vert}{S}}-O-OC_2H_5$	8,33	4,52
	$HO-\overset{O}{\overset{\Vert}{S}}-O-OH$	8,43	4,51
	$S\begin{matrix}\diagup\!\!\diagup O\\ \diagdown\!\!\diagdown O\end{matrix}$	6,94	4,91
	$O=S\begin{matrix}\diagup O\\ \vert\\ \diagdown O\end{matrix}$	7,79	4,59
(3) S esavalente	$C_2H_5-S\begin{matrix}=O\\ =O\\ \diagdown OC_2H_5\end{matrix}$	7,75	3,79
	$HO-S\begin{matrix}=O\\ =O\\ \diagdown OH\end{matrix}$	7,85	3,78
	$S\begin{matrix}=O\\ =O\\ =O\end{matrix}$	6,63	3,13

« Il fatto mi parve assai interessante tanto più che, dietro i lavori di Landolt e Brühl, si era proclivi ad ammettere che la rifrazione atomica fosse una proprietà assai costante degli elementi e che soltanto variasse quando due atomi venivano a saldarsi più strettamente tra di loro, come ad esempio gli atomi di carbonio nelle serie non sature e l'ossigeno aldeidico col carbonio. Io dissi allora che se avessimo voluto spiegare chimicamente tali differenze non potevamo attribuirle che alla diversa forma di combinazione, giacchè tali composti dello zolfo appartengono al tipo SX_4 o SX_6, oppure all'essere qui lo zolfo non più unito al carbonio, ma bensì

all'ossigeno o, per lo meno, prevalentemente all'ossigeno. La 1ª ipotesi non pareva troppo probabile giacchè da SO_2 e SO_3 si ricavano presso a poco gli stessi valori per la rifrazione atomica di S, sebbene si ammetta la presenza di zolfo tetravalente nel primo ed esavalente nel secondo composto. Quanto all'altra spiegazione si poteva osservare che in molti casi un elemento conserva una certa rifrazione atomica qualunque sieno gli altri elementi a cui è unito. Dopo pubblicata la mia Memoria lavorò su questo soggetto il sig. Kanonnikoff [1] il quale studiò il dimetile e il dietilsolfone $(CH_3)_2SO_2$ e $(C_2H_5)_2SO_2$ e trovò per il gruppo SO_2 presso a poco gli stessi valori già stabiliti da me. Ultimamente poi il sig. Kanonnikoff ha studiato le soluzioni di alcuni solfati [2], ed ottiene per il resto SO_4 numeri poco differenti dai miei. Il sig. Kanonnikoff, non so con quanta ragione, parla di zolfo tetra ed esavalente ed ammette, sembra, che dalla rifrazione si possa riconoscere l'uno dall'altro. Io ho ora seguitato le mie esperienze e le riferisco qui brevemente riserbandomi di pubblicare tra breve una estesa Memoria su questo argomento. Se realmente è la forma di combinazione che influisce sulla rifrazione dello zolfo, un composto del tipo SX_4, anche non contenente ossigeno, dovrà dare per il potere rifrangente di S numeri poco differenti da quelli che si ricavano dall'anidride solforosa. Esaminai l'ioduro di trietilsolfina $S(C_2H_5)_3I$ e, poichè è solido e non si fonde senza decomporsi, lo studiai in soluzione: ne feci soluzioni acquose e alcooliche e trovai per la rifrazione atomica di S un valore di circa 20 per la formula n e per la riga H_α, valore come si vede molto più grande di quello che si ricava dal solfuro di carbonio. Io non credo che dalle soluzioni si possa ricavare con tutta certezza il potere rifrangente delle sostanze disciolte, ma, trattandosi qui di decidere tra numeri molto diversi, l'approssimazione è più che sufficiente.

« L'ipotesi quindi che sia la forma di combinazione quella che determina le variazioni nel potere rifrangente dello zolfo non è ammissibile, tanto più che non si può nemmeno supporre che l'ioduro di trietilsolfina sia una associazione molecolare di ioduro e di solfuro di etile, giacchè la rifrazione del composto è ben lungi dall'essere la somma delle rifrazioni dei componenti. Il cloruro di tionile da me ottenuto per l'azione dell'anidride solforica sul tetracloruro di zolfo, e quindi esente di fosforo, conferma quanto ho detto: da questo composto $SOCl_2$ si deduce per S un valore poco differente da quello che ha nei mercaptani e nei solfuri organici:

$$d_4^{10,4} = 1,6554\,;\ \mu_\alpha = 1,5220\,;\ \mu_D = 1,5271\,;\ \mu_\beta = 1,5435$$

$$\frac{\mu_\alpha - 1}{d} = 0,3154\,;\ P\frac{\mu_\alpha - 1}{d} = 37,53\,;\ \frac{\mu^2_\alpha - 1}{(\mu^2_\alpha + 2)d} = 0,1842\,;\ P\frac{\mu^2_\alpha - 1}{(\mu^2_\alpha + 2)d} = 21,92$$

$$(R.\ at)_\alpha = 14,53\,;\quad (R'.\ at)_\alpha = 7,54$$

(1) Giorn. d. Società chim. fis. russa. T. XV, n. 7, p. 434.

(2) Loco citato. 1884 (1), p. 119.

« Al contrario l'acido clorosolforico SO_3HCl, ottenuto per azione di HCl gassoso, sopra SO_3 sciolta in H_2SO_4, si comporta come una mescolanza di SO_3 e di HCl e quindi in esso lo zolfo ha una rifrazione atomica bassa:

$$d_4^{14} = 1,7633 : \ \mu_\alpha = 1,4347 ; \ \mu_D = 1,4371 ; \ \mu_\gamma = 1,4424$$

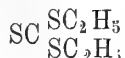
$$\frac{\mu_\alpha - 1}{d} = 0.2465 ; \ P\frac{\mu_\alpha - 1}{d} = 28,72 ; \ \frac{\mu^2_\alpha - 1}{(\mu^2_\alpha + 2)d} = 0,1479 ; \ P\frac{\mu^2_\alpha - 1}{(\mu^2_\alpha + 2)d} = 17,23.$$

Di qui si deduce per la rifrazione molecolare del gruppo SO_3 il valore 17,62 per la formula n, ed il valore 10,17 per la formula n^2.

« Ora si noti che, tanto nel cloruro di tionile quanto nell'acido clorosolforico, si tratta di composti ossigenati e non sapremmo davvero trovare una spiegazione semplice del diverso comportamento, dal momento che la forma di combinazione sembra non esercitare influenza alcuna. Si potrebbe supporre che l'unione diretta dello zolfo col cloro o con un residuo alcoolico facesse aumentare la rifrazione, ma questa ipotesi è resa poco probabile dal comportamento dei due isomeri, etilsolfonato di etile $C_2H_5 . SO_2 . OC_2H_5$ e solfito bietilico $SO(OC_2H_5)_2$. Questi due composti differiscono, secondo le idee generalmente accettate, perchè nel 1° l'etile è unito direttamente allo zolfo, nel 2° invece è unito per mezzo dell'ossigeno: inoltre nel primo lo zolfo sarebbe esavalente, tetravalente nel secondo. Or bene questi due composti non hanno assolutamente la stessa rifrazione molecolare:

		μ_α	μ_D	μ_β	$\frac{\mu_\alpha - 1}{d}$	$P\frac{\mu_\alpha - 1}{d}$	$\frac{\mu^2_\alpha - 1}{(\mu^2_\alpha + 2)d}$	$P\frac{\mu^2_\alpha - 1}{(\mu^2_\alpha + 2)d}$
1.°	$d_4^{20}=1,1452$	1,4173	1,4196	1,4242	0,3644	50,29	0,2198	30,32
2.°	$d_4^{11}=1,0982$	1,4172	1,4198	1,4249	0,3800	52,44	0,2291	31,62

Come si vede la rifrazione molecolare del solfito bietilico, in cui C_2H_5 non è direttamente unito collo zolfo, è maggiore di più che 2 di quella dell'isomero: quindi si può concludere che anche tale unione diretta non fa aumentare di per sè la rifrazione atomica dollo zolfo. È degno di nota il fatto che, anche in alcuni composti in cui lo zolfo si trova unito al carbonio e nelle condizioni medesime che nel solfuro di carbonio, esso ha una rifrazione atomica diversa, tanto diversa che le differenze non si possono in nessun modo attribuire agli errori di osservazione. Così Wiedemann dal composto

$$SC \begin{matrix} SC_2H_5 \\ SC_2H_5 \end{matrix}$$

dedusse per S''_A il valore 17,45 invece che 15,09.

« Da tutti questi fatti appare chiaro che noi non possiamo spiegare questa variabilità nella rifrazione atomica dello zolfo fondandoci soltanto sulle formule di strutture e sulle nostre idee sul concatenamento degli atomi e la valenza. Io credo che si debba ritenere variabile la rifrazione atomica dello zolfo, ma le ragioni di tale variabilità ci sono per ora ignote.

Certo quando da un composto solforato si passa per sostituzioni molto semplici ad un altro le costanti di rifrazione si mantengono presso a poco inalterate: così nei solfuri organici e nei mercaptani, così nei solfoni, così con ogni probabilità negli eteri dell'acido solforico ecc.: qui si tratta di una semplice sostituzione di etile a metile, di propile a etile e così via. Ma quando modificazioni più profonde hanno luogo e si passa a composti di genere affatto diverso allora anche la rifrazione degli atomi componenti la molecola viene pure profondamente modificata, ed in tal caso non è ragionevole supporre che sia soltanto cambiata la rifrazione atomica di uno degli elementi.

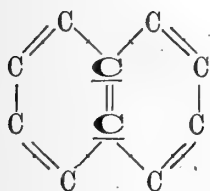
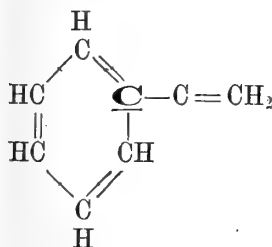
« Le variazioni nelle costanti di rifrazione saranno senza dubbio subordinate all'azione reciproca degli atomi tra di loro, al loro modo effettivo di collegamento, al loro addensamento nella molecola: questioni tutte che per ora non ci sono accessibili. Se però si riflette che, in molti casi, la rifrazione della molecola è la somma delle rifrazioni degli atomi o dei gruppi atomici che la compongono, in molti altri invece essa è maggiore o minore di detta somma, si vedrà quanto possono giovare tali ricerche nello studio e nella misura delle trasformazioni chimiche ».

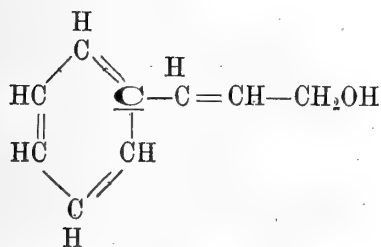
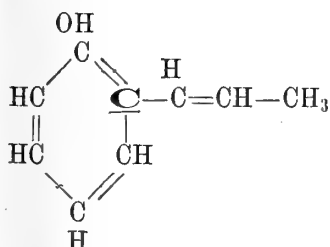
Fisico Chimica. — *Sul valore più elevato della rifrazione atomica del carbonio.* Nota del dott. R. Nasini, presentata dal Socio Blaserna.

« Nella Memoria pubblicata dal dott. Bernheimer e da me ([1]), *Sulle relazioni esistenti fra il potere rifrangente e la costituzione chimica delle sostanze organiche*, noi, dopo avere esaminato molte combinazioni del carbonio, e specialmente alcuni composti aromatici a catena laterale non satura e diversi derivati della naftalina, giungemmo alla conclusione che qui riferisco:

« Dai fatti questo solo sembra resultare con evidenza: che la rifra-
« zione molecolare dei composti organici cresce quanto più il composto va
« facendosi ricco in carbonio, ma i valori numerici degli aumenti non stanno
« in nessuna relazione semplice coi cambiamenti avvenuti nelle formule di
« struttura ». Implicitamente poi venivamo a concludere che l'ipotesi emessa da Brühl per ispiegare gli aumenti nella rifrazione molecolare dei composti molto ricchi in carbonio, era insufficiente a dare una ragione delle anomalie che presentano i derivati della naftalina, l'anetolo, l'alcool cinnamico ed altre combinazioni. Mentre la ricordata Memoria era in corso di stampa comparve un lavoro di Gladstone, nel quale egli espone nuovamente le sue idee sulla correlazione tra il potere rifrangente e la costituzione chimica ([2]). Ci

([1]) Atti della r. Acc. dei Lincei. Serie 3ª vol. XVIII, 1884.
([2]) Journal of the Chem. Soc. Luglio 1884.

occuperemo soltanto di quello che riguarda il valore più elevato della rifrazione atomica del carbonio, giacchè nel resto le idee dell'illustre scienziato inglese non differiscono gran fatto da quelle di Landolt e di Brühl. Egli ammette che il carbonio abbia la rifrazione atomica più elevata, cioè 8 (rispetto alla riga A dello spettro solare), quando esso è unito per le sue quattro atomicità con atomi di carbonio aventi già una rifrazione più elevata della normale, cioè 6, o, in altri termini, con atomi di carbonio doppiamente legati, in quelle condizioni cioè in cui si trovano nelle oleffine e nel nucleo del benzolo. Tale ipotesi di Gladstone è meritevole di molta considerazione ed in fondo, sino ad un certo punto, tutte le esperienze fatte sin qui sono favorevoli a tal modo di vedere. In quei composti in cui le regole poste da Brühl non sono sufficienti a spiegare gli aumenti nella rifrazione, l'ipotesi di Gladstone invece li fa prevedere. Infatti nei derivati della naftalina, nello stirolo, nell'alcool cinnamico, nell'anetolo che, secondo mostrano le nostre esperienze, hanno una rifrazione molto elevata, si trovano degli atomi di carbonio nelle condizioni precisate da Gladstone. Nelle formule di struttura seguenti tali atomi sono in carattere più grande:

```
   C     C                  H
 //  \ /  \\                C
C     C     C             /  \\
|     ||    |          HC      C—C=CH₂
C     C     C          ||      |
 \\  / \  //           HC      CH
   C     C               \   //
                           C
                           H
Nucleo naftalico          Stirolo

     H                      OH
     C                      C
   /  \\   H              /  \\   H
HC      C—C=CH—CH₂OH   HC      C—C=CH—CH₃
||      |              ||      |
HC      CH             HC      CH
  \   //                 \   //
    C                      C
    H                      H
Alcool cinnamico          Anetolo
```

« Per altro se le ricerche di Bernheimer e mie confermano dirò così qualitativamente le vedute di Gladstone, non le confermano però quantitativamente. Nel modo stesso che Brühl attribuisce un dato valore, fisso, al doppio legame così Gladstone ne attribuisce un altro pure fisso a quel tale atomo di carbonio: quindi due composti che non differiscono, quanto a costituzione, che per contenere un numero diverso di quei tali atomi, dovrebbero presentare degli aumenti proporzionali appunto a quei numeri. Ora questo non si verifica e le mie esperienze lo mostrano chiaramente. I

derivati naftalici hanno due di quei tali atomi, mentre l'alcool cinnamico ne ha un solo; gli eccessi sui valori calcolati dovrebbero essere l'uno doppio dell'altro, invece differiscono di pochissimo: l'anetolo poi, in cui pure vi è uno di quelli atomi, offre un eccesso molto maggiore di quello dei derivati della naftalina, mentre lo stirolo ha una rifrazione molecolare di poco maggiore di quella che le regole di Brühl farebbero prevedere, cosicchè, se dovessimo tener conto soltanto dei dati ottici e dell'ipotesi di Gladstone, dovremmo concludere non essere nello stirolo uno di quelli atomi. D'altra parte poi, se volessimo attribuire quel piccolo eccesso sul valore normale, che presenta lo stirolo, all'atomo di carbonio di Gladstone, dovremmo ammettere la presenza di tali atomi in molte combinazioni aromatiche a catene laterali sature che, come il timolo, hanno rifrazioni molecolari eccedenti le normali di quantità assai più grandi che lo stirolo.

« Il fatto inoltre che gli aumenti sono ben lungi dall'essere uguali fra di loro, anche per composti della stessa serie come i derivati della naftalina, e l'altro fatto che i termini elevati della serie del benzolo offrono aumenti del tutto anormali dimostrano, a mio parere, che anche l'ipotesi di Gladstone non è sufficiente a dare una spiegazione completa dei fatti. Si può ammettere che quella speciale concatenazione atomica faccia aumentare la rifrazione, ma non si può ammettere in nessun modo una proporzionalità tra il numero di quei tali atomi e gli aumenti nella rifrazione molecolare. Il fatto che quei composti in cui si nota un potere rifrangente elevato contengono uno o più di quelli atomi di carbonio, non conduce del resto necessariamente alla conseguenza che proprio a essi atomi sieno dovute le anomalie. Io quindi volli studiare il comportamento ottico di combinazioni isomere a quelle che presentano rifrazioni anormali, ma non contenenti però atomi di carbonio legati nel modo più volte accennato.

« Esaminai anzi tutto un isomero dell'alcool cinnamico, il fenato d'allile $C_6H_5 . O . C_3H_5$, il quale mi dette i resultati che seguono:

$$d_4^{17,6} = 0,9825\ ; \quad \mu_\alpha = 1,5166\ ; \quad \mu_D = 1,5214\ ; \quad \mu_\beta = 1,5337$$

$$\frac{\mu_\alpha - 1}{d} = 0,5258\ ; \quad P\,\frac{\mu_\alpha - 1}{d} = 70,45\ ; \quad R_\alpha = 70,40$$

$$\frac{\mu^2_\alpha - 1}{(\mu^2_\alpha + 2)d} = 0,3077\ ; \quad P\,\frac{\mu^2_\alpha - 1}{(\mu^2_\alpha + 2)d} = 41,23\ ; \quad R'_\alpha = 41,42$$

$$\frac{\mu - \alpha_\alpha}{d} = 0,0173\,.$$

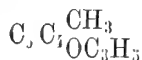
Invece l'alcool cinnamico aveva dato a Bernheimer e a me:

$$\frac{\mu_\alpha - 1}{d} = 0,5510 \quad P\,\frac{\mu_\alpha - 1}{d} = 73,83$$

$$\frac{\mu_\alpha^2 - 1}{(\mu^2_\alpha + 2)d} = 0,3168 \quad P\,\frac{\mu^2_\alpha - 1}{(\mu^2_\alpha + 2)d} = 42,45$$

$$\frac{\mu_\beta - \mu_\alpha}{d} = 0,0220.$$

« Volli poi studiare un isomero dell'anetolo e mi preparai il paracresolato di allile, composto ottenuto da me per la prima volta e che tra breve descriverò insieme coll'etere isomero del metacresolo. Questo etere:

$$C_6H_4\genfrac{}{}{0pt}{}{CH_3}{OC_3H_5}$$

mi dette i seguenti risultati:

$$d_4^{10} = 0,98696 \; ; \; \mu_\alpha = 1,5255 \; ; \; \mu_D = 1,5323 \; ; \; \mu_\beta = 1,5433$$

$$\frac{\mu_\alpha - 1}{d} = 0,5324 \; ; \; P\,\frac{\mu_\alpha - 1}{p} = 78,79 \; ; \; R_\alpha = 78$$

$$\frac{\mu^2_\alpha - 1}{(\mu^2_\alpha + 2)d} = 0,3107 \; ; \; P\,\frac{\mu^2_\alpha - 1}{(\mu^2_\alpha + 2)d} = 45,98 \; ; \; R'_\alpha = 45,98$$

$$\frac{\mu_\beta - \mu_\alpha}{d} = 0,018.$$

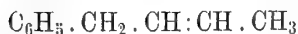
« Invece per l'anetolo si ha:

$$\frac{\mu_\alpha - 1}{d} = 0,5605 \; ; \; P\,\frac{\mu_\alpha - 1}{d} = 82,95$$

$$\frac{\mu^2_\alpha - 1}{(\mu^2_\alpha + 2)d} = 0,3243 \; ; \; P\,\frac{\mu^2_\alpha - 1}{(\mu^2_\alpha + 2)d} = 47,97 \; ;$$

$$\frac{\mu_\beta - \mu_\alpha}{d} = 0,0257.$$

« Come si vede i due eteri allilici si comportano molto differentemente dai loro isomeri. La loro rifrazione molecolare è quella che le regole di Brühl fanno prevedere o, in altri termini, è la somma delle rifrazioni del resto benzolico o benzilico, del resto allilico e dell'ossigeno: invece nell'alcool cinnamico e nell'anetolo i diversi resti saldandosi fanno aumentare molto la rifrazione. Anche la dispersione è molto diversa: i due eteri hanno la stessa dispersione che i derivati aromatici a catene sature. Questo fatto mi pare assai notevole e non credo che sino a qui si fosse constatato. Resta così stabilito che quando il gruppo allilico si unisce direttamente al nucleo benzolico la rifrazione molecolare aumenta assai, quando invece l'unione avviene collo intermezzo dell'ossigeno non vi è aumento alcuno. Ma anche tali fatti, tale diverso comportamento di questi composti isomeri non ci conducono di necessità alla ipotesi di Gladstone. Potrebbe darsi che bastasse a fare aumentare la rifrazione molecolare l'unione diretta della catena non satura al nucleo aromatico senza che però fosse necessario che l'unione si facesse appunto per l'atomo di carbonio doppiamente legato. Tale questione ho cercato di risolvere e diverse esperienze sono in corso. Dal cloruro di benzile, ioduro d'allile e sodio mi preparai del fenilbutilene, idrocarburo in cui il gruppo non saturo è unito direttamente al nucleo benzolico, ma che però non contiene nessun atomo di carbonio nelle condizioni indicate da Gladstone:

$$C_6H_5 \,.\, CH_2 \,.\, CH{:}CH \,.\, CH_3$$

« Questo idrocarburo mi dette i seguenti risultati:

$$d_4^{12,1} = 0{,}8864 \; ; \; \mu_\alpha = 1{,}5057 \; ; \; \mu_D = 1{,}5103 \; ; \; \mu_\beta = 1{,}5218$$

$$\frac{\mu_\alpha - 1}{d} = 0{,}5703 \; ; \; P\frac{\mu_\alpha - 1}{d} = 75{,}29 \; ; \; R_\alpha = 75{,}20$$

$$\frac{\mu^2_\alpha - 1}{(\mu^2_\alpha + 2)d} = 0{,}3349 \; ; \; P\frac{\mu^2_\alpha - 1}{(\mu^2_\alpha + 2)d} = 44{,}21 \; ; \; R'_\alpha = 44{,}30$$

$$\frac{\mu_\beta - \mu_\alpha}{d} = 0{,}018.$$

« Come si vede l'accordo tra la rifrazione molecolare calcolata e quella trovata non potrebbe essere più completo: il resto benzilico si unisce al resto allilico o, se vogliamo, il resto fenilico al butilenico ciascuno conservando nel composto il suo potere rifrangente. Al contrario nello stirolo il fenile si unisce al vinile con notevole aumento per quanto molto più piccolo che per l'anetolo e l'alcool cinnamico, nella rifrazione e nella dispersione, la quale ultima invece nel fenilbutilene è la stessa che per il timolo e gli altri derivati aromatici.

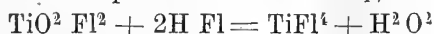
« Da tutti questi fatti sembra che si possa con qualche certezza concludere che l'unione di una catena non satura al nucleo del benzolo fa aumentare notevolmente la rifrazione e la dispersione quando tale unione avviene per l'atomo di carbonio non saturo; quando invece il gruppo laterale si salda al fenile per un atomo saturo non si nota aumento alcuno: la rifrazione del composto è la somma delle rifrazioni dei componenti. In altri termini i fatti sembrano appoggiare l'ipotesi di Gladstone in quanto che si nota aumento di rifrazione e dispersione quando uno o più di quei tali atomi di carbonio si trovano in un composto: ma del resto poi non vi è proporzionalità alcuna tra il numero di quelli atomi e gli aumenti nella rifrazione ».

Chimica. — *Alcune considerazioni generali sui perossidi del tipo dell'acqua ossigenata.* Nota del dott. A. Piccini, presentata dal Socio Cannizzaro.

« Nel principio dei miei studî sull'ossidazione dell'acido titanico quando aveva ottenuto il TiO^3 soltanto in soluzione o combinato all'acido titanico in diverse proporzioni a formare diversi ossidi misti, era naturale che non potessi recisamente nulla affermare sulla sua costituzione e mi contentassi di congetture. Ora però che il TiO^3 mediante la sostituzione di due atomi di fluoro ad uno di ossigeno è divenuto un radicale ($TiO^2 Fl^2$) la cui funzione può determinarsi per le analogie più naturali, mi pare sia permesso di fare un passo più avanti. E prima di tutto nessuno vorrà negare che i composti che io ho chiamato *fluossipertitanati* (¹) facciano una vera e

(¹) R. Accademia de' Lincei. Rendiconti, 1885.

propria serie a sè, caratterizzata per proprietà esterne e per reazioni ben apprezzabili, suscettibile di contenere diversi termini l'uno proveniente per diretta filiazione dall'altro. E siccome $WO^2 Fl^2$ e $MO^2 Fl^2$ si fanno derivare da WO^3 e MO^3, così $TiO^2 Fl^2$ può dedursi da TiO^3 e le relazioni rimarchevoli d'isomorfismo, che il fluossipertitanato ammonico ottaedrico $TiO^2 Fl^2 . 3NH^4 Fl$ ha con alcuni fluosali e fluossisali, scoperti da Marignac, relazioni rimarchevoli per la forma cristallina e per il numero di atomi rimarrebbero altrimenti inesplicate. Ma, sebbene questi corpi abbiano delle analogie per il loro comportamento generale, pure per certe speciali proprietà si discostano alquanto da tutti gli altri. Basterà ricordare che l'acido fluoridrico decolora le loro soluzioni e li riporta alla forma TiX_4,

$$TiO^2 Fl^2 + 2H Fl = TiFl^4 + H^2 O^2$$

perchè contengono l'ossigeno in tale stato che la sua sostituzione cogli alogeni si fa eccezionalmente atomo per atomo, vale a dire la coppia (O^2) vale quanto una coppia di atomi di fluoro (Fl^2). Quindi il titanio non può dare delle combinazioni $Ti X^6$ se non c' entra l' ossigeno. Questo modo di comportarsi e la riduzione del permanganato potassico sono caratteristici degli ossidi superiori al comune limite di combinazione e che non si possono ottenere per mezzo degli ossidanti in soluzione alcalina. Ma se noi ammettiamo che questi perossidi rappresentino forme speciali di combinazione, suscettibili di avere dei derivati, la dottrina attuale dei limiti non ne viene a soffrire anche se per tutti gli elementi si preparino i rispettivi perossidi, purchè questi per l' origine e per le due dette reazioni si rassomiglino, come si rassomigliano tra loro quelli sin qui conosciuti, e si distacchino da tutti gli altri ossidi in modo che la distinzione possa facilmente farsi con semplici saggi qualitativi. Ci sarebbero, in questa ipotesi, aperte due vie; o spostare il limite massimo di tutti, oppure (come è più logico perchè di pochi elementi si conoscono bene i perossidi) ritenendo l' attuale, considerare i composti di cui parliamo, come *extralimiti*. La questione però è d' intendersi chiaro; se si conserva il limite attuale non potremo farlo rappresentare da un perossido del tipo dell'acqua ossigenata, come sembrami abbia fatto il Brauner per il suo pentossido di didimio [1]. I due processi di preparazione comuni a molti altri perossidi che passano il limite, il non dare i sali corrispondenti nè cogli acidi nè alle basi, il non potere nel $Di^2 O^5$ sostituire coi metodi soliti una parte dell'ossigeno col fluoro e ottenere i fluoderivati, tutto fa prevedere che si tratti di una combinazione extralimite. Ma v'è anche di più : questo perossido si scioglie nell'acido cloridrico dando, dice il Brauner, *acqua ossigenata* od ossigeno e piccole quantità di cloro. Nelle soluzioni solforica e nitrica egli non sa se deve ammettere la presenza di sali di pentossido di didimio , molto instabili,

(1) Monatshefte 1882, pag. 1.

oppure di sali di triossido e di acqua ossigenata, dubbio che poteva benissimo essere risoluto col permanganato potassico. Ed io infatti con del pentossido di didimio ottenuto, secondo le indicazioni del Brauner (da un materiale gentilmente favoritomi dall' illustre prof. Cossa, a cui debbo i più vivi ringraziamenti) e sciolto in acido solforico ho avuto un' abbondante riduzione di permanganato potassico con svolgimento di ossigeno. Io non so se si potrebbero addurre prove più convincenti per dimostrare che $Di^2 O^5$ è un perossido del tipo dell'acqua ossigenata.

« Ma il Brauner, nella stessa importante Memoria adesso citata, crede si possa comparare il didimio col bismuto; anche questo, egli dice, dà sali della forma $Bi X_3$ mentre della forma $Bi X^5$ non dà che il pentossido $Bi^2 O^5$ e qualche sua combinazione coll'acqua. Mi permetto però di osservare che il pentossido idrato di bismuto si può ottenere, anzi si ottiene per l'azione degli ipocloriti alcalini sui sali di bismuto, mentre nessuno dei perossidi che danno acqua ossigenata è stato finora preparato con questo metodo. Inoltre il pentossido di bismuto trattato con gli acidi non dà acqua ossigenata, nè riduce il permanganato potassico e pochi mesi fa furono da Hoffmann (¹) preparati alcuni sali acidi del tipo $2 Bi O^3 H + n Bi^2 O^5$ analoghi ai vanadati $2VO^3H + V^2O^5$ e $2VO^3H + 2V^2O^5$ e ai niobati $2NbO^3H + 2Nb^2O^5$. Il bismuto adunque nella forma BiX^5 ha una certa acidità, debole se vogliamo, ma come conviene alla posizione che esso occupa poichè rappresenta il secondo omologo superiore dell'antimonio, il quale nella forma SbX^5 è molto meno acido dell' arsenico e meno ancora del fosforo nelle forme corrispondenti. La diminuzione delle proprietà acide, negli elementi di uno stesso gruppo, col crescere del peso atomico è un fatto di ordine generale; ce lo dimostra il tellurio, il torio, l' uranio ecc. Ma questo ragionamento non vale per il didimio; è verissimo che ammettendolo nel gruppo V viene a costituire l' omologo superiore del niobio e quindi $Di^2 O^5$ dovrebbe essere anche meno acido di $Nb^2 O^5$, ma è vero altresì che non solo il niobio, ma anche il tantalio, che sarebbe tra gli omologhi superiori del didimio, anzi l'ultimo termine finora conosciuto del suo gruppo, forma cogli ossidi alcalini alcuni ossisali e coi fluoruri alcalini i fluossisali e fluosali corrispondenti al pentossido. Mentre il Brauner non ha potuto combinare $Di^2 O^5$ cogli acidi nè colle basi, nè ottenerne i composti fluorurati corrispondenti trattandolo con fluoridrato potassico: e precisamente come io non poteva ottenere i fluossipertitanati finchè trattava le soluzioni di TiO^3 con fluoridrato potassico, il quale ripristinava il titanio nella forma $Ti X^4$ e liberava l' acqua ossigenata, così egli constatò la formazione di un fluosale di didimio della forma $Di X^3$, che si precipitava e nel liquido la presenza dell' acqua ossigenata. Ora è noto che il fluoridrato potassico non

(¹) Liebig's Annal. CCXXIII-110.

agisce così sugli ossidi che segnano il limite comune di combinazione. Quindi il pentossido di didimio anche per questa ragione si stacca da essi e si avvicina agli altri che passano il limite ; non è impossibile però che trattato convenientemente dia, come il TiO^3, delle combinazioni fluorurate, le quali, per la loro origine, e senza dubbio anche per le loro proprietà, dimostrerebbero sempre meglio quello che ho detto finora.

« Io non voglio escludere assolutamente con ciò che il didimio possa trovare il suo posto nel gruppo V, dico soltanto che, all'infuori del suo peso atomico (sulla stabilità del quale la storia di questi ultimi due anni non ci rassicura gran fatto) noi non abbiamo per ora seri argomenti per collocarvelo, non sembrandomi tale quello della relativa stabilità di Di^2O^5 ad elevate temperature nè l'esistenza, di DiOCl. Infatti il Di^2O^5 non è molto più stabile di BaO^2, sulla cui natura tutti sono d'accordo : inoltre è vero che gli elementi del gruppo V pure avendo per limite massimo le forme RX^5 danno nella forma RX^3 i composti ROCl ma non è vero però che questi composti non siano dati da altri elementi che appartengono a gruppi diversi come il lantanio, l' ittrio, il cerio ecc., il quale ultimo, specialmente dopo le considerazioni del Mendelejeff e la bella scoperta dei composti fluorurati fatta dal Brauner, non potrebbe essere tolto dal IV gruppo senza gravi motivi.

« Io non vedo insomma perchè, se le ricerche del Brauner ci autorizzano a mettere il didimio nel gruppo V, quelle di Fairley non debbano autorizzarci a mettere l' uranio nell' VIII, e le mie a mettere il titanio nel VI. Si noti che io ho almeno ottenuto veri derivati della forma TiX_6 con un radicale TiO^2Fl^2 che si comporta rispetto ai fluoruri alcalini similmente a WO^2Fl^2 e MoO^2Fl^2, si aggiunga che il colore dei sali TiX^3, la composizione dei fluotitaniti (¹), l' isomorfismo di Ti^2O^3 con Cr^2O^3 lo avvicinerebbero al cromo nella forma CrX^3, mentre nella serie da me preparata il colore lo avvicinerebbe al cromo di nuovo, ma nella corrispondente forma CrX^6, e il comportamento del radicale TiO^2Fl^2 ad altri metalli del gruppo VI.

« Non mi sembra adunque corretto spostare alcuni elementi per certi caratteri che non ci autorizzano a spostarne altri e quindi, ad evitare confusione si dovrebbe tener ben presente la natura e l'origine dell'ossido che si sceglie per misurare la capacità di saturazione degli elementi ; e se per uno di questi si adotta come limite un ossido del tipo dell' acqua ossigenata si deve lo stesso fare per tutti gli altri, se no la dottrina dei limiti mancherà di rigore nella sua applicazione ».

(¹) Piccini, Rendiconti, 1885.

Chimica. — *Nuova serie di composti del titanio.* Nota del dott. A. Piccini, presentata dal Socio Cannizzaro.

« In una Nota preliminare presentata, or fa più di un anno a questa Accademia (¹) io annunziai di avere ottenuto alcune combinazioni fluorurate del titanio, che venivano a formare una serie affatto nuova. È mia intenzione dare adesso una descrizione completa delle esperienze eseguite finora, dalle quali, mi pare, si possano già dedurre delle conclusioni non del tutto prive d'interesse.

« In una Memoria inserita negli Atti di questa Accademia (²) ho dimostrato che, quando alla soluzione solforica di acido titanico si aggiunge acqua ossigenata, si ottiene un liquido giallo rosso, il quale non dà la reazione di Barreswill finchè non si è raggiunto il rapporto $TiO^2 : H^2 O^2$. Tutte le esperienze allora eseguite, mentre mi permettevano di supporre l'esistenza di TiO^3, non bastavano a determinarne la funzione.

« Per le nuove ricerche adoperai dell'acido titanico purissimo ottenuto coi processi descritti nella citata Memoria.

Fluossipertitanato ammonico ottaedrico $TiO^2 Fl^2 . 3NH^4 Fl$.

« Si può ottenere con due metodi affatto diversi.

« 1. Per azione del fluoruro *neutro* di ammonio sulla soluzione solforica di acido titanico, trattata con quantità sufficiente di perossido d'idrogeno e quindi neutralizzata con ammoniaca.

« 2. Per ossidazione lenta del fluotitanito ammonico $TiFl^3 . 3NH^4 Fl$.

« Per praticare il primo metodo si scioglie dell'acido titanico (orto) nell'acido solforico diluito per modo che in 100 cc. di liquido vi siano circa 10 gr. di TiO^2, si versa questa soluzione in un mortaio e vi si fa cadere a poco a poco del biossido di bario idrato, agitando continuamente. Il liquido si va a mano a mano colorando e si continua ad aggiungervi biossido di bario finchè non dà la reazione di Barreswill. Si filtra e si versa a poco a poco dell'ammoniaca finchè il precipitato che dapprima si forma non si ridiscioglie ulteriormente, si aggiunge fluoruro *neutro* di ammonio e si ottiene così un precipitato giallo, cristallino, che si lava con poca acqua e si comprime fortemente tra carta da filtro. Si ridiscioglie poi nell'acqua la sostanza così essiccata, si riprecipita con fluoruro di ammonio e si ripetono queste operazioni per due o tre volte e finalmente si fa cristallizzare dall'acqua. Si ottiene così un prodotto purissimo, come risulta dalle analisi che saranno date in appresso.

« Per praticare il secondo metodo si scioglie l'acido titanico in un

(¹) R. Accademia de' Lincei. Transunti, 1883.
(²) R. Accademia de' Lincei. Atti, 1882.

considerevole eccesso di acido fluoridrico puro, e poi si aggiunge ammoniaca non molto concentrata finchè non comincia a formarsi un precipitato persistente; si ha così del fluotitanato ammonico disciolto insieme ad una grande quantità di fluoruro ammonico. Questo liquido viene sottoposto alla corrente elettrica in un apparecchio così combinato. Un tubo di platino largo un po' meno di due centimetri, la cui estremità inferiore è chiusa con cartapecora, pesca nel liquido contenuto in una capsula di platino, che per mezzo di una lamina metallica comunica col polo negativo della pila; mentre il positivo è formato da un grosso filo di platino avvolto a spirale immerso nel liquido contenuto nel tubo e che è lo stesso di quello della capsula. Facendo passare la corrente, l' idrogeno si sviluppa da tutta la superficie della capsula e la riduzione avviene con una relativa rapidità. La corrente non occorre molto forte ; per le mie esperienze hanno servito 10 coppie Daniell (piccolo modello) oppure 10 coppie della così detta *pila italiana* che si mantiene costante per qualche mese senza richiedere servizio alcuno, salvo l'aggiungere di quando in quando un po' d'acqua. A mano a mano che la riduzione procede si vede il liquido farsi violetto e poi precipita una sostanza di colore violetto vivace, non aderente alle pareti della capsula, che è il fluosale:

$$Ti\,Fl^3 . 3NH^4\,Fl.$$

« La condizione essenziale per la buona riuscita è che vi sia un eccesso *considerevole* di fluoruro ammonico, altrimenti si ottiene un deposito di un violetto più cupo, aderente alla capsula e costituita da un altro fluosale ammonico $Ti\,Fl_3 . 2NH^4\,Fl$ (¹).

« Il fluosale $Ti\,Fl^3 . 3NH^4\,Fl$ lavato prima con acqua, poi con soluzione concentrata di fluoruro ammonico e quindi bagnato con alcool ed esposto all'aria cambia di colore a mano a mano che si secca: dapprima il violetto si fa più pallido, poi diviene livido e finalmente comparisce il giallo che si fa sempre più intenso fino a divenir giallo vivo. La sostanza così trasformata è completamente solubile nell' acqua, dalla quale si depone in ottaedri gialli splendenti, che non esercitano alcuna azione sulla luce polarizzata e il cui angolo non differisce da quello calcolato per l' ottaedro regolare se non per 7″ in meno. Sovente insieme agli ottaedri si depongono anche degli aghetti splendenti, che contengono fluoro, titanio, ammoniaca ed acqua. La loro separazione dagli ottaedri, con cui sono mescolati, è difficilissima perchè sono assai sottili: perciò non ho potuto per ora isolarne tale quantità che bastasse per una completa analisi quantitativa. Se però si ridisciolgono gli ottaedri e gli aghi nell'acqua e si aggiunge fluoruro ammoniaco, si ha un precipitato formato soltanto dal fluossisale ottaedrico. Questo fatto ed altri che ho avuto occasione di osservare mi farebbero supporre

(¹) R. Accademia de' Lincei. Rendiconti, 1885.

che il composto ariculare contenesse meno fluoruro di ammonio dell'ottaedrico; analogamente a quello che si verifica per altre serie di fluossisali.

« Il composto ottaedrico, che è affatto insolubile nel fluoruro di ammonio, si scioglie abbastanza nell'acqua pura. La soluzione è di un color giallo d'oro; si altera alquanto anche a temperatura ordinaria svolgendo ossigeno, e:

« 1. Acidificata debolmente con acido solforico riduce il permanganato potassico svolgendo ossigeno.

« 2. Con l'ammoniaca dà un precipitato fioccoso che si scioglie facilmente nell'acido solforico diluito e freddo dando un liquido giallo rosso che riduce il permanganato potassico con svolgimento di ossigeno. Se a questa soluzione giallo rossa si aggiunge del fluoridrato potassico, una parte del titanio si precipita allo stato di $Ti\,Fl^4 . 2KFl + H^2O$ e il liquido, divenuto incoloro, dà la reazione di Barreswill.

« 3. Acidificata con acido fluoridrico si scolora e dà le reazioni dell'acqua ossigenata.

« Con ciò si può esser sicuri che nel composto ottaedrico vi è dell'ossigeno in quello stato in cui si trova nell'acqua ossigenata, come del resto ce lo poteva già far sospettare la sua origine.

« Questo composto è anidro e contiene titanio fluoro ed ammonio. A temperatura ordinaria si conserva per lungo tempo inalterato in un'atmosfera ben asciutta; col calore si decompone successivamente e lentamente; alla temperatura del bagno maria conserva il suo colore ma va gradatamente diminuendo di peso; in 8 ore però la diminuzione non va al di là del $2^0/_0$. Calcinato con precauzione in presenza dell'aria lascia un residuo bianco di acido titanico puro:

gr. 0,6822 di sostanza lasciarono gr. 0,2370 di $Ti\,O^2$

	Calcolato	Trovato
$Ti\,O^0/_0$	34,93	34,74.

« Ho fatto l'analisi qualitativa completa servendomi dei seguenti metodi. Ho precipitato il titanio con ammoniaca allo stato di perossido che ho convertito poi colla calcinazione in $Ti\,O^2$; ho determinato il fluoro sotto forma di fluoruro di calcio o col metodo di Penfield (¹) che consiste nel trasformare in fluoruro di silicio, far passare questo in una soluzione idroalcoolica di cloruro potassico e valutare con ammoniaca titolata l'acido cloridrico messo in libertà dall'acido idrofluosilicico. Ho liberato l'ammoniaca con la soda, l'ho raccolta nell'acido cloridrico e pesata come cloruro di ammonio; per l'ossigeno ho riscaldato fortemente il composto con calce viva:

$$2\,(Ti\,O^2\,Fl_2 . 3NH^4\,Fl) + 5Ca\,O = 5Ca\,Fl^2 + 3H^2\,O + 2Ti\,O^2 + 6NH^3 + O^2$$

sapendo le quantità di ammoniaca e di acqua e sottraendole dalla perdita subita si ha il peso di ossigeno svolto, che evidentemente è la metà del

(¹) Chem. News, XXXIX, 179.

totale. Il permanganato potassico conduce per l'ossigeno a risultati un po' troppo bassi; mi riserbo di studiare se questo dipende dall'alterazione che subisce il sale nello sciogliersi o da qualche altra causa.

I. gr. 1,0601 di sostanza dettero gr. 0,3681 di TiO^2

II. » 0,9786 » » » 0,3413 »

III. » 0,8490 » » » 0,2963 »

IV. » 0,9940 » » » 0,3496 » e gr. 0,8335 di $CaFl^2$

V. » 0,7448 » riscaldati con calce viva perdettero gr. 0,3095

VI. » 0,8156 » richiesero col metodo di Penfield cc. 11,9 di ammoniaca $\frac{N}{2}$

VII. » 0,4744 » richiesero col metodo di Penfield cc. 6,91 di ammoniaca $\frac{N}{2}$

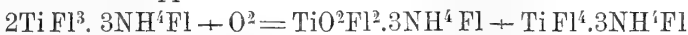
VIII. » 0,8461 » dettero gr. 0,5943 di cloruro ammonio

IX. » 0,6676 » » » 0,4691 » »

« Questi numeri conducono ai risultati seguenti;

	Calcolato		Trovato									
			I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	Media
Ti	= 48	20,96	20,83,	20,92	20,94	21,16	—	—	—	—	—	20,94
O^2	= 32	13,97	—	—	—	—	14,16	—	—	—	—	14,16
Fl^5	= 95	41,48	—	—	—	40,84	—	41,58	41,51	—	—	41.31
$3NH^4$	= 54	23,59	—	—	—	—	—	—	—	23,52	23,58	23,55
$TiOFl^2.3NH^4Fl$	= 229	100,00										99,96

« La formazione di questo fluossisale dal fluotitanito ammonico è degna di nota. Mai si era riesciti ad ottenere dei composti superiori al limite, comunemente ammesso, i quali contenessero, insieme all'ossigeno, qualche altro elemento molto elettronegativo; e nessuno avrebbe potuto prevedere che con tanta facilità l'ossigeno si sarebbe fissato su di un composto fluorurato di una serie inferiore per passare la forma limite. Giacchè si comprenderebbe facilmente che il fluotitanito ammonico $TiFl.^3 3NH^4Fl$ passasse, in contatto dell'aria alla forma $Ti X_4$, ma l'andare al di là del limite, che pure è così stabile, è cosa assai singolare e, a quanto credo, del tutto nuova. Si noti che nella sostanza gialla che ha subito la trasformazione vi si trova, oltre il perfluossititanato, anche il fluotitanato ammonico normale; il che ci condurrebbe ad ammettere che si compiesse al tempo stesso una ossidazione e uno sdoppiamento:

$$2TiFl^3 . 3NH^4Fl + O^2 = TiO^2Fl^2 . 3NH^4Fl + TiFl^4 . 3NH^4Fl$$

« Inoltre il sale $TiO^2Fl^2 . 3NH^4Fl$ ha lo stesso numero di atomi del fluossiniobato ammonico cubico $NbOFl^3 . 3NH^4Fl$ e del fluozirconato basico di ammonio $ZrFl^4 . 3NH^4Fl$, studiati da Marignac, ha la stessa forma cristallina, anzi è isomorfo nello stretto senso della parola. Infatti mescolando

insieme le soluzioni di $ZrFl^4 . 3NH^4Fl$ e $TiO^2Fl^2 . 3NH^4Fl$ ho ottenuto degli ottaedri gialli, splendenti; per la calcinazione:
gr. 0,5342 di sostanza dettero gr. 0,4196 di residuo

Calcolato per 100 p. di		Trovato
$ZrFl^4 . 3NH^4Fl$	$TiO^2Fl^2 . 3NH^4Fl$	
44,04	34,93	37,42.

« Ciò vuol dire che rimanendo invariata la forma cristallina una buona quantità di fluosale di zirconio si deposita col fluossipertitanato ammonico.

Fluossipertitanato potassico $TiO^2Fl^2 . 2KFl$.

« Se alla soluzione di $TiO^2Fl^2 . 3NH^4Fl$ si aggiunge del cloruro potassico si forma coll'agitazione un precipitato cristallino costituito da un fluossipertitanato potassico. Così ottenuto contiene spesso quantità piuttosto ragguardevoli di fluossisale ammonico e perciò val meglio procedere inversamente, versare cioè la soluzione di $TiO^2Fl^2 . 3NH^4Fl$ nella soluzione di cloruro potassico. In ogni modo la sostanza va lavata finchè l'acqua che passa attraverso al filtro non dia più reazione per l'ammoniaca. Sfortunatamente questo fluossisale è così poco solubile che la sua purificazione è difficile e non si può ottenere, almeno fin qui, in cristalli che si prestino bene alle determinazioni.

« Quando è seccato nel vuoto esso contiene titanio, fluoro e potassio e ossigeno; le reazioni ci rivelano che questo vi esiste in quello stato in cui si trova nell'acqua ossigenata, come si poteva facilmente prevedere del suo modo di formazione. Per riscaldamento si decompone con molta lentezza; può stare parecchie ore a 110° pur mantenendosi giallo e perdendo solo 3-4 $^0/_0$ di peso. Calcinato in presenza dell'aria lascia un residuo bianco, la cui proporzione è un po' variabile; ciò dipende da che la massa subisce un principio di fusione, diviene pastosa; quindi la scomposizione non è mai completa e rimangono sempre delle quantità più o meno grandi di fluoro.

I. gr. 0,5352 lasciarono gr. 0,4170 di residuo
II. » 0,6538 » » 0,5120 »

	Calcolato per $TiO^2Fl^2 . 2KFl$	Trovato I	Trovato II
Residuo $^0/_0$	74,3	77,7	78,4

« Per determinare il titanio conviene, prima di precipitare con ammoniaca, ridurre il fluosale con anidride solforosa altrimenti l'acido titanico perossidato trascina seco una piccola quantità di sostanze disciolte nel liquido da cui precipita e male si purifica coi lavaggi. Talvolta ho determinato il titanio (analisi II, III) nel residuo della calcinazione. A tale scopo veniva trattato questo nel crogiuolo con un eccesso non troppo forte di acido solforico diluito e scaldato a bagno maria; quando non dava più odore di acido fluoridrico lo passavo al bagno ad aria, inalzando gradatamente la temperatura

e facendo così volatizzare in parte l'acido solforico. Quando la massa aveva acquistato una certa consistenza e, nel raffreddarsi, si rapprendeva come una gomma cessava il riscaldamento e sommergeva il crogiuolo ben raffreddato in una capsula di platino piuttosto ampia contenente acqua distillata. Determinavo quindi il titanio facendo bollire la soluzione, prima trattata, caso occorrendo, con piccole quantità di ammoniaca e nel liquido filtrato valutavo il potassio allo stato disolfato. Il fluoro fu determinato col metodo di Penfield.

I. gr. 0,8777 di sostanza dettero gr. 0,2965 di TiO^2
II. » 0,6538 » » » 0,2192
III. » 0,6894 » » » 0,2338 e gr. 0,5055 di K^2SO^4
IV. » 0,9442 richiesero per il metodo di Penfield cc. 10,7 di ammoniaca $\frac{N}{2}$.

	Calcolato		Trovato			
			I	II	III	IV
Ti	= 48	20,51	20,27	20,11	20,33	—
O^2	= 32	13,68	—	—	—	—
Fl^4	= 76	32,48	—	—	—	32,55
K^2	= 78	33,33	—	—	32,87	—
$TiO^2\,Fl^2 . 2KFl$	= 234	100,00				

« Da questi risultati si rileva che il fluossisale potassico non corrisponde a quello di ammonio, e che nella reazione deve rimanere libero una parte di fluoruro di ammonio.

« Del resto di questo composto non è ancora completo lo studio; mi rimane, fra le altre, da decidere se realmente non possa combinarsi all'acqua di cristallizzazione e da sperimentare, in speciali condizioni, come si modifica col calore. Ritornerò quanto prima sull'argomento anche per descrivere il fluossisale ammonico aciculare e altri derivati, che preparerò per arricchire di termini questa nuova serie e stabilire un maggior numero di relazioni ».

Chimica. — *Sull'azione del cloruro di carbonile sul composto potassico del pirrolo.* Nota II (¹), dei dottori G. Ciamician e P. Magnaghi, presentata dal Socio Cannizzaro.

In questa seconda Nota pubblichiamo lo studio cristallografico della monotetrolurea e bitetrolurea, da noi già accennato in una Nota precedente e la descrizione delle altre sostanze che si formano nella reazione sopraindicata delle quali non avevamo parlato finora.

Forma cristallina del carbonilpirrolo.

« Sistema: monoclino.
« Costanti: a : b : c = 1,168836 : 1 : 0,718899.
$\beta = 87^\circ\ 10'$

(¹) V. pag. 51 di questo volume

« Forme e combinazioni osservate: (110), (100), (001), (011), (111), ($\bar{1}$11), ($\bar{2}$01).

Fig. 1.

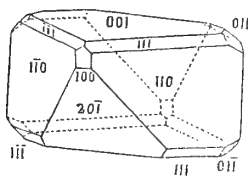



Fig. 2.

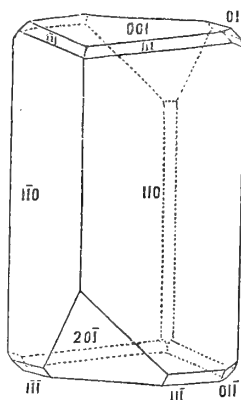
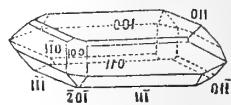



Fig. 3.

angoli	misurati	calcolati
100:001	87° 10′	*
110:010	40 35	*
111:110	45 38	*
111:001	42 34	42° 31′ 18″
111:100	61 38	61 37 20
111:010	59 5 30″	59 5 52
111:011	26 2	26 4 36
011:$\bar{1}$11	27 7	26 59 43
$\bar{1}$11:001	44 22	44 15 44
$\bar{2}$01:$\bar{1}$00	40 7	40 13 44
$\bar{2}$01:$\bar{1}$10	60 13	60 13 10
$\bar{2}$01:011	60 30	60 26 27
011:001	35 45	35 40 45

« I cristalli di questa sostanza essendo, come s'è già detto più sopra, vuoti nell'interno, non è stato possibile fare delle osservazioni ottiche.

« È notevole in essi la variabilità del loro abito sebbene sempre si riscontrino le medesime forme. Da soluzioni diluite si ottennero le forme rappresentate dalle fig. 1 e fig. 3, mentre da una soluzione più concentrata si ebbero cristallini tutti della forma fig. 2.

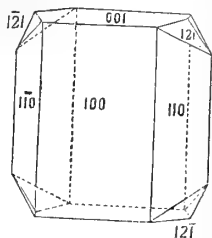
Forma cristallina della monotetrolurea o pirrolcarbamide.

« Sistema: Monoclino.

« Costanti: a : b : c : = 1,25152 : 1 : 0,792196.

$\beta = 89°\ 33'$

« Forme e combinazioni osservate: (100), (001), (110), (121), ($\bar{1}$21).

Fig. 4.

angoli	n	misurati	limiti	calcolati
100:001	4	89° 33′	89° 40′ — 89° 28′	*
121:100	4	71 7	———	*
121:001	2	59 30	———	*
110:100	6	50 52	50° 38′ — 51° 4′	51° 22′ 20″
110:121	1	34 22	———	34 11 50
110:001	4	89 50	89° 56′ — 89° 45′	89 43 9
121:$\bar{1}$21	1	38 3	———	37 20 10
121:12$\bar{1}$	2	59 28	———	59 45

« Sfaldatura perfetta e facile secondo (100).

« Sulla (100) si osserva la figura d'interferenza che mostra fortissima dispersione inclinata.

« L'abito dei cristallini è costante ed è quello rappresentato dalla fig. 4.

« Dallo studio cristallografico di queste due sostanze risulta dunque che i due corpi sebbene non sieno isomorfi, presentano pure molte analogie fra di loro come lo si vede non solo dalle costanti rispettive ma anche dagli angoli seguenti:

	monotetrolurea	ditetrolurea
100:001 . . .	89° 33′	87° 10′
110:100 . . .	50 52	49 25
110:001 . . .	89 50	88 12

« È però da osservare che non si corrispondono altrettanto bene rispetto alle proprietà fisiche, essendo la sfaldatura in uno molto spiccata e nell'altro assolutamente mancante, e di più va notata la differenza costante dei simboli componenti le forme di queste due sostanze.

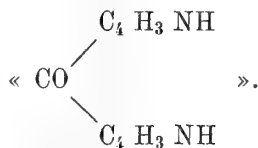
« L'olio che passa nel principio della distillazione con vapor acqueo, venne estratto dall'acqua con etere e seccato sul cloruro di calcio. Esso contiene cloro e bolle fra 80 e 230°, con parziale decomposizione, per cui l'olio ricavato in un'altra preparazione venne distillato nel vuoto. Ad una pressione di circa 25-30 mm. di mercurio, abbiamo separato le seguenti frazioni: la prima fino a 50° è formata principalmente da benzolo che contiene ancora del fosgene; la seconda, che è la più grande di tutte, venne

raccolta fra 50° e 60°. Finalmente si separarono altre due frazioni fra 60° e 100 e fra 100° e 145°. Quest'ultima si solidificò in gran parte e contiene principalmente il carbonilpirrolo già descritto. Dalla frazione maggiore, che bolle fra 50° e 60° venne separata la parte principale che bolle costantemente fra 54° e 55° a 25^{mm} di pressione. Questo liquido che ha un odore pungente e che contiene del cloro bolle a pressione ordinaria fra 130 e 135° con notevole decomposizione. L'analisi dimostrò però che non conteneva che 1 $^1/_2$ $^0/_0$ di cloro, per cui dal risultato dell'analisi e dal suo punto di ebollizione che è circa quello del pirrolo, si può ammettere con grande probabilità che questa frazione non sia altro che del pirrolo contenente piccole quantità di fosgene, le quali producono la parziale resinificazione nella distillazione a pressione ordinaria. Resterebbe ancora la frazione 60° fino a 100°, che oltre ad essere molto piccola non ha nessun punto di ebollizione costante. Noi crediamo perciò che essa non sia altro che un miscuglio di pirrolo e carbonilpirrolo.

« Noi non possiamo escludere del tutto la possibilità che nella reazione che descriviamo si formi e sia contenuto nella parte volatile del prodotto, oltre al carbonilpirrolo anche un composto clorurato intermedio fra il fosgene ed il carbonilpirrolo $\left(CO \begin{matrix} Cl \\ NC_4 H_4 \end{matrix} \right)$, però dalle nostre esperienze la formazione di un tale composto risulta come poco probabile.

« Noi abbiamo anche tentato di ottenere maggiori quantità di questo liquido clorurato evitando la distillazione con vapor acqueo e distillando invece il prodotto dell'azione del fosgene sul composto potassico direttamente a pressione ridotta. Però anche in questo caso i risultati non sono stati diversi da quelli che abbiamo ora esposti.

« Il liquido che resta indietro nella distillazione del prodotto greggio con vapor acqueo contiene:

il pseudocarbonilpirrolo, dipirrilchetone o pirrone

« Per ottenere questa sostanza si filtra il liquido ancora bollente e si lava il residuo resinoso insolubile molte volte con acqua calda. Il filtrato che è colorato in giallo bruno depone per raffreddamento una sostanza biancastra, fioccosa che viene estratta con etere mediante 5 agitazioni successive. Il residuo dell'estratto etereo è formato da una massa di aghi colorati in bruno. Per purificare il nuovo composto lo si fa cristallizzare prima dall' alcool

diluito e poi più vantaggiosamente dal benzolo bollente. Esso si scioglie facilmente a caldo e si separa per raffreddamento in aghetti raggruppati e lucenti, che fondono a 160° (1). Da 90 gr. di composto potassico si ottennero 2 1/2 gr. della nuova sostanza.

« L'analisi diede i seguenti risultati:

0,2707 gr. di sostanza diedero 0,6677 gr. di CO_2 e 0,1255 gr. di OH_2:

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_9H_8N_2O$
C	67,27	67,50
H	5,15	5,00

« Questo composto che è isomero al carbonilpirrolo si distingue da esso specialmente per il suo comportamento verso la potassa acquosa. Bollendolo per due ore con potassa concentrata esso si scioglie nel liquido alcalino, ma si separa inalterato per raffreddamento. Agitando con etere si riottiene completamente la sostanza primitiva.

« Il dipirrilchetone si scioglie facilmente nell'alcool, nell'etere e nel benzolo ed è quasi insolubile nell'etere petrolico e nell'acqua. Si scioglie nell'acido cloridrico colorando il liquido in giallo, e precipita inalterato per l'aggiunta di acqua. Trattando una soluzione alcoolica del nuovo composto con nitrato argentico sciolto nell'acqua, nella proporzione di una molecola del primo per due molecole del secondo, non avviene nessuna reazione sensibile; aggiungendo però alcune goccie di ammoniaca si ottiene subito un precipitato giallo insolubile nell'alcool e nell'acqua che è *il composto argentico* « $C_9H_6N_2OAg_2$ » il quale venne filtrato e lavato ripetutamente con alcool e con etere. Nel filtrato rimane sempre del nitrato argentico e della sostanza inalterata. Questo corpo è abbastanza stabile alla luce, e diede all'analisi i seguenti risultati:

0,2991 gr. di sostanza dettero, 0,1687 gr. di argento.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_9H_6Ag_2N_2O$	calcolato per $C_9H_7AgN_2O$
Ag	56,30 (2)	57,75	40,45

« Il cloruro di carbonile agisce dunque sul composto potassico del

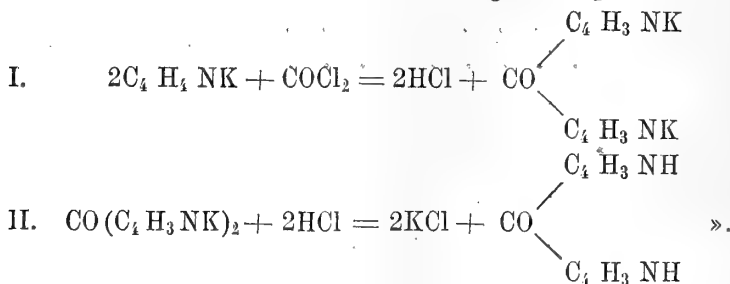
(1) Il liquido dal quale si sono separati gli aghetti fondenti a 160° lascia in dietro per svaporamento in piccola quantità delle squamette che fondono sopra 160° e che sembrano essere un'altra sostanza. Noi ritorneremo su questo argomento quando avremo preparato più grandi quantità di materiale.

(2) La quantità trovata d'argento differisce sensibilmente da quella richiesta dalla formola soprascritta. La perdita deriva probabilmente perchè il sale deflagra leggermente quando viene riscaldato; del resto le due formole richiedono quantità d'argento tanto differenti che non ci può essere dubbio sulla composizione di questo sale. Il rendimento del pirrone è tanto piccolo che per ora non disponendo di altra materia non abbiamo potuto rifare l'analisi.

pirrolo principalmente in modo che il carbonile va a sostituire il potassio in due molecole di composto. Però contemporaneamente a questa ha luogo una seconda reazione nella quale i due atomi di cloro del fosgene si uniscono a due atomi di idrogeno del composto potassico del pirrolo, formando due molecole d'acido cloridrico, le quali a loro volta scambiano il potassio con l'idrogeno nei due gruppi iminici.

« Questa seconda reazione avviene dunque probabilmente in due fasi, e potrebbe essere rappresentata dalle seguenti equazioni:

$$\text{I.} \quad 2C_4H_4NK + COCl_2 = 2HCl + CO\begin{cases} C_4H_3NK \\ C_4H_3NK \end{cases}$$

$$\text{II.} \quad CO(C_4H_3NK)_2 + 2HCl = 2KCl + CO\begin{cases} C_4H_3NH \\ C_4H_3NH \end{cases} \text{ ».}$$

MEMORIE

DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

A. Merx. *Historia artis grammaticae apud Syros.* Presentazione del Socio Guidi.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Segretario Ferri legge la seguente notizia necrologica sul defunto Socio corrispondente Francesco Fiorentino.

« Una perdita grave è toccata alla filosofia e alle Lettere colla morte del prof. Francesco Fiorentino avvenuta in Napoli il giorno 22 dicembre 1884.

« Secondo la consuetudine dell'Accademia, comunico alla Classe, di cui era Socio corrispondente, una breve notizia sulla vita e sugli scritti di questo nostro valoroso e compianto collega.

« Francesco Fiorentino nacque a Sambiase (circondario di Nicastro) nelle Calabrie, il 1° maggio del 1834 da Gennaro Fiorentino e Saveria Sinopoli. Attese agli studî classici, prima sotto la disciplina di due sacerdoti stretti parenti di sua madre; poscia, per due anni, nel seminario di Nicastro, che abbandonò per perfezionare liberamente la sua istruzione senz'altro maestro che il proprio ingegno.

« All'età di 19 anni entrò nelle scuole universitarie di Catanzaro. Ivi, senza smettere lo studio delle lettere e della filosofia, al culto delle quali doveva serbarsi fedele per tutta la vita, seguì il corso di giurisprudenza e

si licenziò in legge; titolo che gli permise di essere inscritto nell'albo dei patrocinatori della Curia catanzarese. Ma quivi non era la sua via.

« Datosi poscia all'insegnamento privato, ne interruppe l'esercizio per prender parte alla insurrezione delle Calabrie, che, nel 1860, si associarono al movimento delle altre provincie italiane per la conquista della indipendenza e della unità nazionale sotto lo scettro di Vittorio Emanuele e della sua gloriosa dinastia.

« Scacciati i Borboni ed entrato Garibaldi in Napoli, il Fiorentino ritornò ai suoi studî e insegnò per due anni filosofia nei Licei, prima in quello di Spoleto, ove fu nominato nel dicembre 1860 dal Commissario regio per l'Umbria, poscia in quello di Maddaloni (1861).

« La sua carriera universitaria cominciò l'anno dopo a Bologna, ove fu nominato professore straordinario di storia della filosofia nel giugno del 1862, e professore ordinario della stessa materia il 1° maggio del 1865.

« Nel 1871, dietro sua domanda, il prof. Fiorentino fu traslocato a Napoli, ove insegnò la filosofia della storia; nel 1875 fu trasferito a Pisa, ove assunse l'insegnamento della filosofia teoretica coll'incarico della pedagogia. Nel 1880 andò di nuovo a Napoli ove riprese la cattedra di filosofia della storia. Finalmente nel 1883, morto Bertrando Spaventa, fu destinato a succedergli nello insegnamento della filosofia teoretica, conservando nella qualità d'incaricato, quello di filosofia della storia.

« Da questa enumerazione dei corsi dati dal prof. Fiorentino a Bologna, a Pisa e a Napoli, apparisce che, salvo l'etica, egli ha insegnato tutte le materie comprese negli studî filosofici delle nostre Università.

« Frutti di questa notabile varietà d'insegnamenti, a cui corrispondeva in lui un ingegno acuto e versatile e una energia tenace congiunta a larga coltura letteraria, furono principalmente i libri di soggetto storico-filosofico sul Pomponazzi e la Scuola Padovana e Bolognese, su Bernardino Telesio e l'Accademia Cosentina, preceduti dal Saggio storico sulla filosofia greca.

« Ma l'attività del prof. Fiorentino non si limitò a coltivare le alte regioni della storia del pensiero e a trattare soggetti relativi agli studî superiori. Egli volle altresì applicarsi a fatiche più modeste compilando due compendî, uno di filosofia e un altro di storia delle dottrine filosofiche.

« I confini di questa breve notizia non mi permettono di occuparmi dei numerosissimi articoli da lui pubblicati nelle riviste scientifiche e letterarie italiane. Chi ne percorre i titoli e ricerca particolarmente quelli che inserì nel Giornale napoletano di filosofia e lettere pubblicato prima, col suo concorso, dallo Spaventa e dall'Imbriani, poi diretto da lui solo, riconosce dal numero e dall'importanza delle materie trattate, la estensione della sua coltura e la quantità di materiali che andava accumulando, per dare all'Italia una storia completa, nell'ordine filosofico, di quel grande e immortale rinascimento, che fu quasi tutto nostro, così nelle lettere come nella filosofia e

nelle scienze, e a ritrarre il quale egli lavorava ancora assiduamente durante gli ultimi suoi giorni, in un' opera che doveva comprendere tutto il secolo quindicesimo.

« Ad attestare il valore del prof. Fiorentino nella critica letteraria, oltre un volume di *Scritti varî*, in cui sono riprodotti parte degli articoli sopraddetti, deve additarsi la ristampa delle opere latine di Giordano Bruno intrapresa per incarico del Ministero della pubblica istruzione e la edizione delle poesie liriche del Tansillo con estesa prefazione sulla vita e le opere del poeta.

« L'attività filosofica e letteraria del compianto collega fu rimeritata da singolari attestazioni di stima. Eletto Socio corrispondente dell'Accademia di Monaco di Baviera nel 1874, divenne Socio effettivo dell' Accademia delle scienze morali e politiche della Società reale di Napoli nel 1879, e nel 1883 fu aggregato come corrispondente nazionale a quella dei Lincei.

« Due volte Deputato al Parlamento Italiano, nel 1870 pel Collegio di Spoleto, e nel 1874 per quello di San Severino delle Marche, il prof. Fiorentino, oltre a questo alto onore conferito dai cittadini, ebbe dal governo le distinzioni dovute ai suoi servigi e ai suoi meriti scientifici.

« La sua morte, avvenuta inaspettatamente, lascia nella Università di Napoli e negli studî filosofici italiani un vuoto tanto più sensibile, che è stata preceduta, a breve intervallo, da quella di Bertrando Spaventa, l'amico e collega da lui con calda parola, pochi mesi or sono, splendidamente commemorato ».

Opere filosofiche di Fr. Fiorentino.

Il Panteismo di Giordano Bruno. Napoli, 1861, opuscolo.

Saggio storico sulla filosofia greca. Firenze, 1864, un vol.

Pietro Pomponazzi, studî storici sulla Scuola Bolognese e Padovana del secolo XVI. Firenze, 1868, un vol.

Bernardino Telesio ossia Studî storici su l'idea della natura nel risorgimento. Firenze, 1872-74, due volumi.

La Filosofia contemporanea in Italia, risposta di Francesco Fiorentino al prof. Francesco Acri. Napoli, 1876, un vol.

Scritti varî di letteratura, filosofia e critica. Napoli, 1879, un vol.

Lezioni di filosofia per uso dei Licei, 1877, un vol.

Manuale di storia della filosofia ad uso dei Licei diviso in tre parti. Napoli, 1881.

Edizione delle Opere latine di Giordano Bruno, primo vol. in 2 parti con prefazione e note.

Principali lavori letterarî e discorsi.

Edizione delle poesie liriche del Tansillo con prefazione.

Idem degli scritti varî del Settembrini con prefazione.

Idem del Discorso di Ascanio Persio intorno alla conformità della lingua italiana con le più nobili lingue antiche e moderne.

Discorso su Francesco De Sanctis.

Idem su Bertrando Spaventa.

Idem sul generale Stocco.

Donna Maria d' Aragona (articolo della N. Antologia).

Due discorsi sul re Vittorio Emanuele.

Principali articoli filosofici e recensioni

nella Rivista bolognese.

Teorica della religione e dello Stato, e sue speciali attinenze con Roma e le nazioni cattoliche per Terenzio Mamiani.

Vita e carattere di Benedetto Spinoza.

Religione e filosofia.

Del sistema in generale. Discorso del prof. Francesco Acri.

Del Positivismo e del Platonismo in Italia.

nel Giornale napoletano di Filosofia e Lettere.

Storia della filosofia, lezioni di Augusto Conti professore all'Università di Pisa.

Filosofia elementare delle scuole del regno ordinata e compilata dai professori Augusto Conti e Vincenzo Sartini — Dialogo.

Luigi Ferri, La Psicologia di Pietro Pomponazzi, secondo un manoscritto della Biblioteca Angelica di Roma.

Sul concetto della storia della filosofia di Hegel.

L'Ideale del mondo classico. Grecia.

La riforma religiosa giudicata dal Campanella secondo un manoscritto inedito.

La filosofia di Francesco Petrarca.

La filosofia della Storia nel Petrarca.

Di un poema ms. attribuito al Pontano.

Il nuovo Epistolario del Gioberti ed il suo Rinnovamento.

Positivismo ed Idealismo.

Davide Federico Strauss rappresentato nella sua vita e nei suoi scritti da Eduardo Zeller.

Lo Stato moderno. Due lettere al comm. Silvio Spaventa.

Vita ed Opere di Voltaire.

Vita ed Opere di Vincenzo de Grazia.

La Satira di Giovenale.

Una breve risposta ad un Critico francese.

Re Vittorio Emmanuele II.

Federigo Fröebel.

Di alcuni ultimi scritti di E. Zeller.

Di alcuni manoscritti Aretini del Pomponazzi.

La vita di Schelling narrata da Kuno Fischer.

Del Principe di Machiavelli e di un libro di Agostino Nifo.

Una lettera del prof. Francesco Fiorentino al prof. Bertrando Spaventa.

La vita di Bacone narrata da Kuno Fischer.

Su le comedie di Giambattista de la Porta, lettera al prof. Tallarigo.

Dialoghi morali di Giordano Bruno. Lo spaccio della bestia trionfante.

nella Nuova Antologia.

Giulio Cesare Vanini ed i suoi biografi. 15 settembre 1878.

Della vita e delle opere di Simone Porzio. 1 febbraio, 1 marzo 1879.

Vita ed opere di Andrea Cesalpino. 15 agosto 1879.

Della vita e delle opere di Giovan Battista de la Porta. 15 maggio 1880.

nel Giornale napoletano della Domenica.

Nuovi documenti di Tommaso Campanella tratti dal carteggio di Giovanni Fabri per cura di D. Carutti.

Giordano Bruno, la vita e l'uomo, Saggio biografico critico di Raffaele Mariano.

La fanciullezza di Giordano Bruno.

Un dialogo di Giordano Bruno.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario della Classe presenta a nome degli autori le seguenti opere:

D. Carutti. *Il conte Umberto I (Biancamano) e il Re Ardoino. Ricerche e documenti.*

Biblioteca storica italiana pubblicata dalla R. Deputazione di storia patria di Torino. I tre primi volumi v. pag. 57.

L. Luzzatti. *Discorso sull'esercizio di Stato delle strade ferrate.*

E. Narducci. *I primi due libri del « Tractatus sphaerae » di Bartolomeo da Parma, astronomo del secolo XIII.*

Notizie storico statistiche intorno alla Università imperiale di Kieff, pubblicate in occasione della celebrazione del cinquantesimo anno della sua fondazione.

Il Socio Fiorelli presenta l'opera dell'avv. Mantellini: *Papiniano — Prefazione alle relazioni sulle avvocature erariali*, e la pubblicazione del sig. A. Bertolotti: *Artisti subalpini in Roma nei secoli XV, XVI e XVII.*

Il Socio Blaserna presenta, a nome dell'autore, l'opera del prof. G. Luvini: *Sette studî: sullo stato sferoidale, sulle esplosioni delle macchine a vapore, sulle trombe, sulla grandine, sull'elettricità atmosferica, sulla rifrazione laterale, sull'adesione tra solidi e liquidi.*

Il Socio Minghetti fa omaggio dell'opera del prof. A. Brunialti: *Le scienze politiche nello stato moderno; la Democrazia*, particolarmente discorrendone.

Il Socio Ascoli presenta, quale omaggio dell'autore, un libro del dott. S. Biffi intitolato: *Sulle antiche carceri di Milano e del ducato Milanese.*

Il Socio Mariotti presenta facendone particolare menzione una pubblicazione del sig. M. Santoni Camers, intitolata: *Statuta comunis et populi civitatis Vissi antiqui et fidelis iussa vel disposita ante an. MCDLXI.*

Il Socio Le Blant presenta la pubblicazione del sig. M. Dubois: *Les ligues étolienne et achéenne*, che forma il fasc. 40° della *Bibliothèque des écoles françaises d'Athènes et de Rome.*

CORRISPONDENZA

Il Segretario Carutti comunica la seguente corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La r. Accademia delle scienze, di Lisbona; la r. Società zoologica di Amsterdam; la Società olandese delle scienze, di Harlem; la Commissione per la Carta geologica del Belgio, di Bruxelles.

Annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

L'Osservatorio di Rio-Janeiro; il r. Istituto geologico svedese di Stoccolma.

CONCORSI A PREMI

Il Presidente annuncia che nessun concorrente si è presentato al premio di L. 3,000, istituito dal Ministero della P. I., scaduto col 30 aprile 1884 e avente per tema:

Bibliografia e critica degli scritti in poesia latina che comparvero in Italia nell'XI e XII secolo. — Osservazioni sulla lingua adoperata in cotesti scritti e sulla influenza ch'ebbero i poeti latini classici in quei due secoli di decadenza.

In seguito a proposta dello stesso Presidente, la Classe approva che a termini dell'art. 5° del r. Decreto 17 febbraio 1884, questo concorso sia prorogato al 30 aprile 1888 e siano ammessi a concorrervi anche i professori ed assistenti delle Università e Scuole universitarie superiori.

Il Segretario Carutti comunica il seguente elenco di lavori presentati per concorrere ai premî istituiti da S. M. il Re pel 1884.

Lavori presentati al concorso al premio di S. M. il Re per le *Scienze filosofiche e morali.* Premio non conferito nel 1882 e prorogato a tutto il 1884.

1. Aureli Filippo. *a*) *Il fatto della conoscenza umana difeso contro le teorie metafisiche* (ms.). — *b*) *La questione degli elementi primi della materia secondo le moderne teorie* (st.). — *c*) *Ontologia della filosofia sperimentale* (ms.).
2. Belfiore Francesco. *a*) *Dell'origine dell'uomo contro Carlo Darwin* (st.). — *b*) *Terra e cielo ovvero l'unità della scienza* (st.).
3. Bertola Giovanni. *Morale e pedagogia secondo i programmi governativi* (st.).
4. Brachetti Napoleone. *Il matrimanio* (ms.).
5. Cantoni Carlo. *Emanuele Kant* vol. I-III (st.).
6. Catara-Lettieri Antonio. *La morale considerata nelle sue precipue e massime attinenze colla filosofia razionale contemporanea* (st.).
7. Cesca Giovanni. *La dottrina Cantiana dell' « a priori »* (st.).
8. Fiorentino Francesco. *Il risorgimento filosofico nel quattrocento* (ms.).
9. Levi Giuseppe. *La dottrina dello Stato di G. F. G. Hegel e le altre dottrine intorno allo stesso argomento* (1).
10. Paoli Giulio Cesare. *Fisiocosmos* Parte I. *Il naturalismo o i principî naturali della filosofia* (st.).

(1) La Commissione giudicatrice del concorso dovrà esaminare se questa Memoria trovasi nelle condizioni contemplate dall'art. IV del Programma dei premî.

11. Pitrelli Nicola. *Aritmetica degli universali ovvero ontologia* (ms.).
12. Poletti Francesco. *La legge dialettica dell'intelligenza* (st.).
13. Ragnisco Pietro. *a) Il principio di contraddizione* (st.). — *b) La Teleologia nella filosofia greca e moderna* (st.).

Lavori presentati al concorso al premio di S. M. il Re per la *Filologia* e *Linguistica* 1884.

1. Cassarà Salvatore. *Dei paralipomeni di Giacomo Leopardi* (ms.).
2. Fioretto Giovanni. *Nuova ipotesi sulla formazione dell'alfabeto* (st.).
3. Levi Simeone. *Vocabolario geroglifico* (ms.).
4. Manfroni Francesco. *Dizionario di voci impure od improprie* (st.).
5. Pascal Carlo. *Le Bucoliche di Virgilio tradotte in versi con un discorso preliminare* (ms.).
6. Pizzi Italo. *L'Epopea persiana. Studî e ricerche* (ms.).

Lo stesso Segretario aggiunge che al premio istituito dal Municipio di Sassoferrato sul tema: *Bartolo da Sassoferrato, i suoi tempi e le sue dottrine*, scaduto col 31 dicembre 1884, è stato presentato un solo lavoro da un Anonimo col motto: *La giurisprudenza è tutta senno italiano.*

Comunica poscia il seguente Programma della r. Accademia delle scienze di Torino pel quinto premio Bressa.

Regia Societas Taurinensis

Regia Societas Taurinensis Scientiarum finibus proferendis, voluntati penitus adhaerens Caesari Alexandri Bressae, testatoris itemque iis, quae continentur programmate, dato VII idus decembres an. MDCCCLXXVI denuntiat, die ultima decembris MDCCCLXXXIV certum temporis finem advenisse, Italis praescriptum, qui vellent in certamen descendere ob utilissima inventa aut opera, ad physicas disciplinas spectantia, quae fuerint evulgata superiore quadriennio, ab anno videlicet MDCCCLXXXI ad annum MDCCCLXXXIV.

Praeterea Sodales Societatis supra memoratae pariter denuntiant, a calendis ianuariis an. MDCCCLXXXIII quintum certamen proponi ex testamento C. A. Bressae.

Hoc certamine praemium proponitur docto illi viro cuiuslibet nationis, qui intra quadriennium, quod continetur annis MDCCCLXXXIII-MDCCCLXXXVI, « ex iudicio Sodalium R. Societatis Taurinensis supra scriptae, praestantissimo atque utilissimo invento claruerit, aut « celeberrimum opus evulgarit, quo provehantur disciplinae physicae atque in experimentis « positae, historia naturae, mathesis, quae a corporibus abstracta purissimis notionibus « continetur, vel quae ad physicas quaestiones est traducta, item chemia, physiologia, non « excepta geologia, historia, geographia, et scientia, quae in expendendis populorum divitiis « atque opibus versatur ».

Tempus huic certamini praescriptum finitur die ultimo mensis decembris an. MDCCCLXXXVI.

Praemium huius quadriennii erit XII millium argenteorum italicorum.

Nulli ex Sodalibus sive in urbe Augusta Taurinorum, sive alibi commorantibus, fas erit praemium obtinere.

D. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 1 febbraio 1885.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Astronomia. — *Sulle protuberanze idrogeniche solari osservate al R. Osservatorio del Collegio Romano nel 1884.* Comunicazione del Socio corr. P. Tacchini.

« Nella mia precedente nota accennai al fatto di uno sviluppo straordinario dei fenomeni della cromosfera solare durante il 1884, da poterlo considerare come corrispondente ad un maximum, rispetto agli anni precedenti. Ora presento appunto all'Accademia il risultato delle nostre osservazioni in prova di quanto dissi allora. Nel 1884 si poterono fare osservazioni spettroscopiche solari in 242 giornate abbastanza bene distribuite in ciascun mese, per modo che l'andamento annuo del fenomeno può determinarsi con sicurezza, come negli anni precedenti. Le protuberanze osservate, disegnate e misurate furono 2714. Ecco il quadro dei risultati mensili.

1884	Numero dei giorni	Medio numero delle protuberanze per giorno	Altezza massima osservata	Altezza media diurna	Estensione media diurna
Gennaio . .	18	7,6	90″	44″2	2°1
Febbraio . .	18	9,4	110	46,0	2,7
Marzo . . .	22	13,6	180	47,4	2,6

1884	Numero dei giorni	Medio numero delle protuberanze per giorno	Altezza massima osservata	Altezza media diurna	Estensione media diurna
Aprile . . .	17	11,9	140	46,1	2,5
Maggio. . .	20	11,3	137	47,0	2,7
Giugno . . .	18	12,6	100	47,9	2,6
Luglio . . .	29	11,7	100	47,8	2,5
Agosto . . .	29	12,9	120	49,0	2,5
Settembre .	22	10,4	180	46,7	2,3
Ottobre . .	20	13,0	100	47,1	2,4
Novembre .	16	9,1	150	46,3	2,7
Dicembre. .	13	8,5	80	47,4	2,5

« Da questo quadro rilevasi intanto, che dopo la scarsità verificatasi in gennaio ed anche in febbraio, il numero delle protuberanze crebbe rapidamente nel mese di marzo, e si mantenne sempre elevato nei successivi mesi fino a tutto ottobre. Una frequenza così continua delle protuberanze non la si riscontra negli anni precedenti che nel solo 1881, sebbene la media di quel periodo risulti un poco inferiore a quella del periodo di maggiore attività del 1884: così possiamo conchiudere, che il fenomeno delle protuberanze solari ha presentato un massimo nel 1884 in paragone degli anni precedenti a partire dal minimo del 1879.

« Per meglio formarsi un' idea dell'andamento del fenomeno durante il periodo dei cinque anni 1880-1884, e trattandosi di un fenomeno non continuo, per far scomparire certe anomalie inevitabili dipendenti anche dal vario numero dei giorni di osservazioni in ciascun mese, invece di considerare la media ottenuta per ogni mese, presi per ciascun mese il valore risultante dalla media di tre mesi, mettendo cioè nel calcolo quello che precede e quello che segue il mese considerato. In questo modo ottenni una serie di valori compensati, coi quali tracciai una curva, che meglio si prestava all'esame dell'andamento del fenomeno nel quinquennio. Da quella curva si vede, che nel detto periodo vi sono tre punti culminanti o massimi di attività, corrispondenti al luglio 1880, settembre-ottobre 1881, e marzo 1884, il quale ultimo corrisponde al massimo assoluto di tutta la serie. Il massimo dunque delle protuberanze seguirebbe anche questa volta il massimo delle macchie solari, e forse nel 1885 si potrebbe manifestare una maggiore attività, nella cromosfera ed atmosfera solare,

sospetto giustificato da recenti osservazioni, perchè nel 30 gennaio 1885 osservammo una protuberanza di straordinaria altezza, cioè di 318″ vicina ad un' altra di 214″.

« Avvertirò in fine, che delle 242 osservazioni del bordo solare eseguite nel 1884, 198 furono da me fatte, 32 dall'assistente P. Chistoni, e 12 dal prof. Millosevich ».

Fisica. — *Sul grado di precisione nella determinazione della densità dei gas.* Nota del dott. Giovanni Agamennone, presentata dal Socio Blaserna.

« I primi fisici che abbiano sperimentato con un certo successo sulla densità dei gas sono certamente Dumas e Boussingault [1]; ma il grande perfezionamento arrecato da Regnault [2] al metodo da essi adoperato ha permesso a quest'ultimo di arrivare a risultati molto più sicuri ed esatti. La modificazione apportata dal Regnault si sa consistere nella soppressione di qualunque correzione per la spinta dell'aria subita dal pallone pieno di gas, quando lo si equilibri sull'altro piatto della bilancia con un secondo pallone di ugual peso, di ugual volume esterno e perfettamente chiuso. Il peso di questo pallone ausiliario è regolato in guisa che nelle due pesate del pallone pieno di gas a due pressioni diverse, i pesi numerati debbansi porre sullo stesso piatto per rendere indipendenti le pesate dal rapporto delle braccia della bilancia.

« A rigore però non è tolta completamente l'influenza della diversità dei medesimi. Infatti indicando con

x La densità incognita del gas a 0^0 ed alla pressione normale,

v_0 La capacità a 0^0 del pallone destinato a racchiudere il gas,

H e H′ Le due pressioni a cui è racchiuso successivamente il gas nel pallone,

k L'altezza della colonna di mercurio corrispondente nel luogo dove si esperimenta alla pressione normale,

p e p' Il peso nel vuoto del pallone adoperato e dell'altro pallone da servire da contrapeso,

P e P′ I pesi numerati già corretti per la spinta dell'aria, necessari per stabilir l'equilibrio,

σ_1 e σ_2 La perdita di peso nell'aria di ciascun pallone nelle due pesate successive,

$\frac{a}{b}$ Il rapporto dei bracci della bilancia,

[1] Ann. de Ch. et de Phys. (3) III, 270.

[2] Mémoires de l'Acad. des Sciences, t. XXI; 121 e 151.

si avrà per le due pesate:

$$(p' - \sigma_1)\, a = \left(v_0 x \frac{H}{K} + p - \sigma_1 + P \right) b$$

$$(p' - \sigma_2)\, a = \left(v_0 x \frac{H'}{K} + p - \sigma_2 + P' \right) b,$$

da cui

$$x = \frac{P' - P}{v_0} \frac{K}{H - H'} - \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)(a - b)}{v_0 b} \cdot \frac{K}{H - H'} .$$

« Come vedesi, il 2° termine del secondo membro non si annulla che per $a = b$ oppure per $\sigma_1 = \sigma_2$, condizioni che difficilmente si realizzano in pratica: però siccome in una buona bilancia il rapporto $\frac{a}{b}$ è generalmente vicinissimo all'unità, così quel termine è abbastanza piccolo per potersi trascurare. Ma volendo che risultasse addirittura nullo, basterebbe procurarsi il pallone ausiliario in modo da rendere il rapporto dei volumi esterni dei due palloni uguale ad $\frac{a}{b}$. In tale caso la formola antecedente diventa:

$$x = \frac{P' - P}{v_0} \cdot \frac{K}{H - H'} . \tag{1}$$

« L'errore relativo che si può commettere nella determinazione di x è dato quindi da:

$$\frac{dx}{x} = - \frac{dv_0}{v_0} + \frac{dP'}{P' - P} - \frac{dP}{P' - P} + \frac{dH'}{H - H'} - \frac{dH}{H - H'} + \frac{dK}{K} .$$

Determinazione della capacità v_0 del pallone. — Regnault ha pesato dapprima il pallone vuoto con rubinetto aperto, poscia pieno di acqua distillata, apportando la rilevante correzione di circa gr. 12,5 per la spinta dell'aria, tenendo conto della temperatura, pressione ed umidità. Volendo evitare tal correzione, che nelle misure di grande precisione può riuscire alquanto incerta, si può ricorrere allo stesso artificio adoperato da Regnault nelle pesate del pallone pieno di gas, equilibrandolo cioè con un secondo pallone ausiliario. In tal modo pesando su di una medesima bilancia successivamente il pallone pieno di gas ad una pressione debolissima H' e pieno di acqua distillata di densità γ_0 a 0^0, si avrà per la capacità a 0^0 del pallone, adottando gli stessi simboli di sopra e trascurando al solito un termine piccolissimo:

$$v_0 = \frac{Q' - Q}{\gamma_0 - x \frac{H'}{K}} .$$

In ogni caso la quantità da sottrarsi a γ_0 nel denominatore essendo assai piccola, si può far uso di un gas qualunque di densità approssimativamente già nota.

« In due sole esperienze per la determinazione di v_0 in un pallone

di circa 10 litri Regnault ha trovata la differenza di circa 0,05 c^3, nel qual caso, a meno di qualche errore costante, si ha

$$\frac{dv_0}{v_0}=\frac{1}{200000}.$$

« In tali misure di volume per esser sicuri che l'acqua distillata abbia assunta esattamente la temperatura del ghiaccio, giova l'osservare l'andamento della colonna d'acqua in un tubicino che sormonta il pallone. Tal tubo deve potersi chiudere con tappo smerigliato, per impedire l'evaporazione dell'acqua durante tutto il tempo che precede la pesata, e deve avere un rigonfiamento per contenere l'eccesso di acqua in seguito alla dilatazione di questa quando venga portata alla temperatura ambiente.

« Si può temere una causa di errore nella deformazione del pallone per effetto della pressione dell'acqua contenuta, come pure per la pressione che si esercita colla mano all'istante della chiusura del rubinetto; ma può essere evitata tenendo immerso il pallone nell'acqua stessa.

« La pressione atmosferica diversa dalla normale può anche alterare la densità dell'acqua distillata, ma in sì tenue misura che nel caso più sfavorevole di una oscillazione di 40^{mm} nella pressione, l'errore nella determinazione del volume non ammonterebbe a 0,035 c^3 per un pallone di 10 litri.

« È poi preferibile di riempire il pallone con acqua distillata a temperatura ordinaria, praticandovi il vuoto il meglio possibile e facendovi penetrare dell'acqua ben priva d'aria mediante ebollizione sotto una piccola pressione. Questa cautela, ed in generale l'impedimento di grandi cambiamenti di temperatura nel pallone, sono necessari per esser tranquilli su qualsiasi possibile variazione di capacità paragonabile allo spostamento dello zero nei termometri.

Delle pesate del pallone pieno di gas. — La quantità $P'-P$ risultando in generale abbastanza piccola, deve effettuarsi ciascuna pesata del pallone colla massima precisione. Nelle esperienze di Regnault la bilancia non permetteva di apprezzare più di g. 0,0005; e per l'aria essendo $P'-P=$ g. 12,5 circa, l'errore relativo poteva ascendere a

$$\frac{dP}{P'-P}=\frac{dP'}{P'-P}=\frac{1}{25000};$$

sicchè nella peggiore ipotesi che questi due errori si sommassero, poteva il risultato finale essere affetto da un errore di $\frac{1}{12500}$ proveniente dalla sola limitata sensibilità della bilancia. Per l'idrogeno tale errore può salire anche ad $\frac{1}{1000}$. Però oggi si può contare su di una maggior precisione nelle pesate, specialmente se si adotti il sistema di dedurre la frazione del milligrammo osservando le oscillazioni del giogo mediante specchio e cannocchiale.

« Ma all'errore accennato se ne sovrappongono ben altri, da alterare ancor più il vero peso del gas introdotto nel pallone. Così l'impurezza dei gas su i quali si esperimenta, costituisce di già una seria difficoltà nell'apprezzare l'errore che ne può risultare. L'aria stessa atmosferica, così facile ad aversi pura, può variare di densità da una all'altra esperienza a causa di variazione del rapporto dell'ossigeno all'azoto, come risulta principalmente comprovato dal Jolly [1]. La diversità dello strato di umidità aderente esternamente ai palloni dalla prima alla seconda pesata, ed una elettrizzazione del pallone in seguito all'asciugamento sono due altri seri pericoli accennati dallo stesso Regnault.

« Un' altra causa di errore costante si riferisce alla proprietà del vetro di condensare i gas alla sua superficie, come già provarono Jamin e Bertrand. Stando ai risultati del Weber [2] la quantità di gas, che si stacca da una superficie di vetro quando venga portata da 0^0 a 100^0, è proporzionale alla radice quadrata della densità del gas istesso. Più recentemente Chappuis [3] eseguendo misure più precise trovò che per ogni centimetro quadrato di superficie di vetro portato da 0^0 a 180^0 si sprigionano i seguenti volumi di gas.

Per	l'idrogeno	C^3. 0,00070
»	aria atmosferica	0,00089
»	anidride carbonica	0,00101
»	anidride solforosa	0,00151
»	ammoniaca	0,00221

« Nel caso nostro sarebbe necessario conoscere l'influenza della sola pressione rimanendo costante la temperatura; dappoichè una volta il gas viene racchiuso ad un alto grado di rarefazione e poscia alla pressione ordinaria.

« Non credo inutile l'insistere sulla sensibile influenza, che può esercitare nella pesata del pallone contenente il gas rarefatto la diminuzione del suo volume esterno, la quale ha per effetto di far subire al medesimo una perdita minore di peso nell'aria in confronto della pesata del pallone, quando racchiude il gas alla pressione ordinaria. Secondo il Lamé [4] la variazione Ω nel volume interno V di un inviluppo sferico, quando le pareti interne ed esterne siano rispettivamente sottoposte alle pressioni H e H_1, è data dalla formola

$$\Omega = \mu V \left\{ NH - (N+1) H_1 + \frac{5}{4} (N+1)(H - H_1) \right\},$$

dove μ è il coefficiente di compressibilità cubica della materia solida di

[1] Poggendorff Vol. 6; 520 (1879).
[2] Tagebl. der Naturf. und Aerzte zu Leipzig; 113 (1872).
[3] Wiedemann, Annalen; Vol. 8; pag. 1.
[4] Mémoires de l'Académie, t. XXI; 429.

cui è costituito l'inviluppo, ed N il rapporto di V al volume solido del medesimo.

« Nel caso di Regnault, risultando il pallone di 10 litri di capacità si ricaverebbe

$$\Omega = 1{,}20\, c^3$$

nell'ipotesi di $H = 0$ e $H_1 = 1$, e che lo spessore delle pareti fosse di 2^{mm}. Se in realtà avesse luogo tanta deformazione nel pallone, ne risulterebbe all'incirca altrettanta diminuzione di volume esterno, e quindi un aumento di peso del pallone di circa g. 0,0015.

Della misura delle pressioni a cui si racchiude il gas nel pallone. — La differenza $H - H'$ nella (1) ammonta prêsso a poco a 760^{mm}; e poichè a giudizio dello stesso Regnault il massimo limite di esattezza nella misura delle pressioni è di $0^{mm},1$ si avrà

$$\frac{dH}{H - H'} = \frac{dH'}{H - H'} = \frac{1}{7600};$$

ed ammettendo il caso più sfavorevole che i due errori si aggiungano, per questa sola causa il risultato finale può essere incerto di $\frac{1}{3800}$.

« Oggi che le pompe a mercurio hanno fatto dei progressi considerevoli, il Jolly ha avuta la felice idea di eliminare totalmente l'incertezza proveniente dalla misura della minor pressione H', spingendo il vuoto nel pallone fino ad una frazione trascurabile di millimetro da poter ritenere $H' = 0$. Resta sempre però l'incertezza nella misura della pressione barometrica H, la quale sola, prescindendo da tutte le altre cause di errore di sopra enumerate, impedisce la determinazione della densità di qualsiasi gas a più di $\frac{1}{10000}$.

« Il Wild [1] ha passate in rassegna le diverse correzioni da aversi presenti nella lettura di un barometro normale, precisando quale deve essere il grado di esattezza con cui debbono essere effettuate perchè possa essere garantito $0^{mm},01$ nella pressione. Ma secondo Regnault [2] non si potrà mai sperare di raggiungere questo limite per il solo fatto « que la pression « atmosphérique varie incessamment; mais cette variation n'est accusée « immédiatement par le baromètre, le plus souvent que par de changements « de forme du ménisque, et les variations de hauteur n'ont pas lieu d'une « manière continue, mais plutôt par saccades ». Nè basta, a giudizio dell'illustre fisico, scuotere il barometro innanzi la lettura.

« Però in misure di estrema precisione sarebbe vantaggioso di sopprimere addirittura molte correzioni sempre incerte, portando direttamente

(1) Carl's, Repert. IV; 129 (1878).
(2) Mémoires de l'Acad. etc. t. XXI; 70.

a 0° il barometro, considerando in primo luogo che non si può conoscere esattamente il coefficiente di dilatazione del mercurio, secondariamente che è difficilissimo il potere assegnare alla colonna di mercurio la vera temperatura a più di 0°,1, il quale errore influisce già per $0^{mm},01$ circa nella pressione. Ciò è a temersi assai più facilmente volendo adottare nel barometro il sistema delle punte di affioramento (¹) ideato da Pernet, per rilevare in seguito l'altezza delle medesime su di una buona scala a fianco del barometro, poichè l'osservatore è costretto ad avvicinarsi notevolmente.

« Riguardo al valore di K nella (1), ricordando che esso è dato da

$$K = 760^{mm} \frac{g}{g'},$$

dove g è il valore della gravità a 45° di latitudine ed al livello del mare, e g' nella località dove si esperimenta, si vede che la grandezza del $\frac{dK}{K}$ dipende dalla precisione colla quale è noto g'.

Densità dell'aria dedotta dalle misure di Regnault. — Rifacendo il calcolo per tutte le esperienze di Regnault sull'aria, ho notato un piccolo errore nella 1ª di esse quasi della stessa entità di quello riscontrato dal Lasch nella 9ª. In tale occasione ho creduto opportuno di spingere l'esattezza del calcolo ad una decimale di più. Riporto i valori per tutte le nove esperienze del peso d' aria contenuta nel pallone a 0° ed a 760^{mm},

	secondo Regnault	secondo Lasch	secondo me
I.	g. 12,7744	—	g. 12,77570
II.	12,7800	—	12,78001
III.	12,7809	—	12,78107
IV.	12,7764	—	12,77643
V.	12,7795	—	12,77935
VI.	12,7775	—	12,77764
VII.	12,7808	—	12,78084
VIII.	12,7759	—	12,77593
IX.	12,7774	12,7790	12,77903
Media	g. 12,77809	g. 12,77826	g. 12,77844

« Ne segue che al peso di un litro di aria

g. 1,292756

generalmente adottato (²) già corretto dal Kohlrausch e dal Lasch devesi sostituire il valore benchè poco diverso, ma più attendibile

g. 1,292767

il quale come rilevasi dalla serie dei valori trascritti devesi ritenere affetto da un' incertezza massima di ± g. 0,0005 circa e da un errore medio di ± g. 0,000067 ».

(¹) Carl's, Repert. Vol. XVI, pag. 586 — Marek.

(²) *Manuale di Fisica pratica* del Naccari, pag. 669.

Fisica. — *Determinazione della densità dell'aria.* Nota del dott. GIOVANNI AGAMENNONE, presentata dal Socio BLASERNA.

« Prendiamo la nota formola per la determinazione della densità x di un gas a 0° ed alla pressione normale

$$x = \frac{P' - P}{v_0} \cdot \frac{K}{H - H'},$$

dove P e P′ sono i pesi numerati necessari per stabilire l'equilibrio, quando il pallone contenga il gas alle pressioni rispettive H ed H′ : v_0 la capacità a 0° del pallone e K l' altezza barometrica corrispondente alla pressione normale nella località ove si esperimenta. In una Nota precedente (¹) ho fatto vedere che gli errori più dannosi al risultato finale sono dovuti alle misure di peso e di pressione. Per attenuare la loro influenza per una determinata capacità del pallone, viene spontanea l' idea di rendere i valori P′ — P ed H — H′ più grandi che sia possibile, racchiudendo una volta il gas ad una pressione debolissima, e la seconda volta ad una pressione maggiore di quella atmosferica. Però in tal caso all' errore di lettura del barometro può aggiungersi quello dovuto al manometro, e quindi per rispetto alla pressione maggiore H bisogna bene esaminare se realmente diminuisca l'errore relativo proveniente da questa misura.

« Io ho intrapreso nell' Istituto Fisico della r. Università di Roma alcune esperienze per vedere se tal metodo possa condurre a buoni risultati ; ed a tale scopo ho effettuato due serie di misure sulla densità dell'aria atmosferica, essendo questo un gas che si può avere facilmente puro quando lo si faccia passare attraverso sostanze capaci di spogliarlo del vapore acqueo e degli altri gas estranei.

« Nella prima serie ho assunto per H la stessa pressione atmosferica data dal barometro, come si fa ordinariamente; nella seconda serie, pur seguendo il metodo di Regnault, H ammontava a circa due atmosfere, limite che ho creduto di non sorpassare avuto riguardo alla resistenza del pallone di vetro da me adoperato.

Uguaglianza dei volumi esterni dei palloni adoperati. — Questi erano di vetro, di forma cilindrica e della capacità di circa litri 2, 2. Furono ridotti ad avere presso a poco ugual volume esterno, tagliando da uno di essi una parte di collo previamente calcolata: poscia l' uno fu chiuso ermeticamente, e l'altro munito di rubinetto. Compiute queste operazioni ho costatato la differenza dei loro volumi esterni ponendoli successivamente a galleggiare nell'acqua distillata e dando loro identica zavorra. Nella parte superiore un medesimo piattello era destinato a ricevere i pesi numerati

(¹) Vedi a pag. 105.

necessari per ottenere l' affioramento ad un punto determinato. Indicando con v_1, v_2, p_1, p_2 il volume esterno ed il peso rispettivo nell' aria dei due palloni perfettamente chiusi, e con P_1, P_2 i pesi numerati necessari per l'affioramento in ciascun pallone, e con d la densità dell'acqua distillata alla temperatura dell' ambiente supposta invariabile durante l'esperienza, si ricava facilmente

$$v_1 - v_2 = \frac{p_1 - p_2 + P_1 - P_2}{d} .$$

Nel mio caso ho trovato

$$v_1 - v_2 = 0,481\, c^3 .$$

Capacità a 0⁰ del pallone destinato a racchiudere l'aria. — È stato riempito il pallone a 0⁰ di acqua distillata, fatta bollire a bassa pressione nell' interno del medesimo; e la pesata è stata eseguita su di una buona bilancia fino all' esattezza di un milligrammo, facendo equilibrio sull' altro piatto col pallone ausiliario. Avendo anteriormente pesato sulla stessa bilancia il pallone contenente aria a debole pressione, si ebbero tutti i dati necessari per calcolare la capacità cercata, la quale risultò essere di 2199, 822 c^3, assumendo per la densità dell' acqua a 0⁰ il valore 0,999871 dedotto dal Rossetti dalle proprie misure combinate con quelle di altri sperimentatori [1].

Deformazione del pallone comprimendo o rarefacendo l' aria nel medesimo. — Risultando il pallone di forma cilindrica sormontato da due mezze sfere alle due estremità, ho adoperata la formola seguente del Lamé [2] che dà il modo di calcolare la variazione totale Ω nel volume interno in funzione delle pressioni H ed H_1 esercitate rispettivamente sulle pareti interne ed esterne del pallone

$$\Omega = \mu U \left\{ MH - (M+1) H_1 + \frac{5}{3} (M+1)(H - H_1) \right\} +$$
$$+ \mu V \left\{ NH - (N+1) H_1 + \frac{5}{4} (N+1)(H - H_1) \right\} ,$$

in cui la prima parte del 2° membro rappresenta la sola variazione del corpo cilindrico del pallone di volume interno U, mentre la restante parte rappresenta la variazione subìta dalla sfera di volume interno V composta delle due mezze sfere che sormontano le basi del cilindro. Con M s' indica il rapporto di U al volume solido delle pareti cilindriche, con N quello di V al volume solido delle pareti sferiche, e finalmente con μ la compressibilità del vetro.

« Introducendo nella precedente formola tutti i valori debitamente calcolati in base alle dimensioni del pallone da me adoperato, e prendendo per μ il valore trovato da Regnault, si ricava per l' eccesso di una sola

(1) *Manuale di Fisica pratica* del Naccari e Bellati. Tav. XXIII; 610.
(2) Mémoires de l'Acad. ecc.; t. XXI; 429.

atmosfera di pressione $\Omega = 0{,}535\ c^3$, variazione che, se in realtà avesse luogo, sarebbe tutt' altro che trascurabile nelle pesate del pallone pieno di aria sia rarefatta che compressa. Ho voluto pertanto ricercare con esperienze dirette se il valore assegnato dalla teoria fosse molto lontano dal vero.

« A tale scopo ho racchiuso il pallone in altro recipiente chiuso, ed ho riempito di acqua distillata priva di aria tanto il pallone quanto lo spazio compreso tra esso ed il recipiente. Un tubo di vetro saldato al pallone ed un secondo al recipiente servivano ad indicare le variazioni del volume interno ed esterno del pallone. Tale apparecchio, funzionando da grosso termometro molto sensibile, fu immerso in una vasca d' acqua per preservarlo da variazioni rapide di temperatura.

« L'esperienza consisteva nell' esercitare successivamente la pressione d' un' atmosfera (oltre la pressione data dal barometro) in ciascun tubo, misurando la variazione di altezza dell' acqua in quello che rimaneva alla pressione ordinaria. E per rendere le misure indipendenti dalla temperatura dell' ambiente, la quale faceva ascendere o discendere, benchè lentamente, la colonna liquida nei tubi, si eseguivano sempre tre letture, una l_1 al principio dell' esperienza, l' altra l_2 dopo aver esercitata la compressione, l'ultima l'_1 dopo avër fatto ritornare il pallone alla pressione ordinaria. La differenza

$$l_2 - \frac{l_1 + l'_1}{2}$$

stava a rappresentare con sufficiente esattezza la variazione in altezza della colonna liquida in ciascun tubo, per effetto della diminuzione o dell' aumento del volume sia interno sia esterno del pallone.

« Le misure eseguite furono concordi nell'assegnare a tale variazione di volume il valore di circa $0{,}20\ c^3$. Nessuno dubita che le condizioni geometriche e fisiche, che si ammettono nello stabilire la formola, possono essere tutt' altro che realizzate in pratica nella costruzione di un pallone di vetro di forma abbastanza complicata, quale è il nostro, ma certamente il risultato dell' esperienza diretta è notevolmente discorde dalla teoria.

« Tal deformazione del pallone, specialmente se di notevoli dimensioni, può esser fonte di due sensibili cause costanti di errore. La prima ha luogo quando si pesa il pallone contenente il gas rarefatto, poichè in tal caso il pallone subisce una perdita minore di peso nell' aria dovuta alla diminuzione di volume esterno; la seconda si riferisce all'aumento di capacità del pallone quando racchiude il gas compresso.

« Voglio aggiungere che, essendosi sottoposto l' anzidetto pallone per più di 150 volte, distribuite in un intervallo di circa due mesi, alla pressione di un' atmosfera dall' interno all' esterno, non ho potuto riscontrare variazione alcuna nel valore sopra riportato.

Bilancie — Nella prima serie di misure sull' aria ho adoperata una

buona bilancia Deleuil della portata di un chilogrammo, mentre il pallone adoperato non superava g. 650. Non essendo la medesima posta in condizioni di eseguire le letture mediante specchio e cannocchiale, le misure di peso venivano dedotte dalle oscillazioni dell' indice, annesso al giogo, su scala sottoposta, sulla quale il milligrammo era rappresentato da 1, 4 divisioni.

« Per un leggero guasto sopravvenuto alla suddetta bilancia ho ricorso nella seconda serie ad una bilancia costruita da Scateni della portata di Cg. 2, ma alquanto meno sensibile.

« La pesiera è stata diligentemente campionata.

Barometro e manometri. — Il barometro adoperato era a sifone con un rigonfiamento (diametro interno di 25^{mm}) nei tratti corrispondenti alle estremità della colonna di mercurio: la bontà del vuoto torricelliano è stata verificata riducendo la camera barometrica ad un quinto del suo volume. Presso al barometro era posto il manometro ad aria libera egualmente a sifone e del diametro interno di 25^{mm} nei punti corrispondenti alle letture. Entrambi gl'istromenti erano protetti da variazioni troppo rapide di temperatura, e questa si rilevava mediante due termometri a grosso bulbo.

« Nella lettura delle pressioni avrei voluto escludere l'uso della scala del catetometro, e servirmi soltanto di questo per riportare le estremità delle colonne di mercurio su di un metro campione diviso in millimetri situato tra il manometro e barometro; ma la costruzione speciale di questo mi ha impedito di mettere in pratica tal sistema esattissimo di misura. Mi sono dunque servito di un catetometro Starke e Kammerer nel modo consueto, avendo cura di riportare esattamente in mezzo la bolla della livella annessa al cannocchiale, all'estremità di ciascuna corsa.

« Ai diversi artifizi comunemente adoperati affine di puntare con esattezza il menisco di una colonna di mercurio ho preferito quello di oscurare la sua superficie mediante un anello di cartoncino nero, il quale coprendo in giro la canna di vetro ad una piccola distanza dal vertice del menisco, impedisce la riflessione di qualsiasi raggio luminoso sulla superficie del mercurio. In tal guisa si riesce più che non si creda ad ottenere un contorno netto del menisco nero su di un fondo bianco discretamente illuminato.

« La scala del catetometro era stata previamente rettificata mediante letture su di un metro campione. Però lasciava alquanto a desiderare il manometro a sifone annesso alla machina pneumatica, di cui mi son servito per misurare la pressione dell'aria rimasta nel pallone, essendo che il diametro interno non superava 6^{mm}.

Risultati. — Adottando il valore 980,3862 che rappresenta in unità C. G. S. l'accelerazione della gravità in Roma, ridotta al livello del mare, secondo le recenti esperienze dei prof. Pisati e Pucci, e tenendo conto dell'altezza di 57^{m} sul mare del laboratorio dell' Istituto Fisico, risultano

i seguenti valori per il peso di un litro d'aria a 0° ed alla pressione normale:

Serie prima eseguita a pressione ordinaria		Serie seconda eseguita con aria compressa	
g. 1,2934	g. 1,2934	g. 1,2964	g. 1,2964
31	34	43	44
29	30	49	42
31	31	51	68
30	37 } (1)	43	63
31	29 } (1)	61	62
34	25 } (1)	67	
Media g. 1,2931		g. 1,2954	

« Il risultato della prima serie è un po' superiore al valore g. 1,29276 dedotto dalle esperienze di Regnault ([2]). La differenza è però rilevante tra le due serie, come era da prevedersi, in quanto che l'aria atmosferica si comprime ancor essa più di quanto vuole la legge di Mariotte. Esaminiamo pertanto quale debba esser la correzione da apportarsi al risultato della seconda serie.

« Nel classico lavoro di Regnault sulla compressibilità de' fluidi elastici si hanno per l'aria ([3]) otto esperienze che permettono di calcolare la deviazione dalla legge di Mariotte, quando il volume iniziale v_0 alla pressione p_0 di circa un'atmosfera venga ridotto ad un volume quasi metà v_1 ed alla pressione quasi doppia p_1. Tali esperienze furono eseguite alla temperatura di circa 4°,5; e perciò nel nostro caso ci possiamo senz'altro basare su di esse. Combinando tra di loro le diverse esperienze, si ottengono per il rapporto $\frac{v_0 p_0}{v_1 p_1}$ i valori da me calcolati e consegnati nella seguente tabella, dove $t-t^1$ è la differenza di temperatura esistente tra due esperienze combinate insieme.

$t-t'=0°,00$		$t-t'=0°,01$		$t-t'=0°,03$		$t-t'=0°,04$	
1ª-2ª	1,001410	1ª-8ª	1,000930	3ª-8ª	1,001270	1ª-4ª	1,001083
3.-4.	1,001449	2.-7.	1,001934	4.-7.	1,001606	2.-3.	1,001776
4.-5.	1,001825			5.-8.	1,001646	1.-6.	1,000482
5.-6.	1,001224			6.-7.	1,001005	2.-5.	1,002153
3.-6.	1,000850						
7.-8.	1,001426						
Media	1,001364		1,001432		1,001382		1,001373

(1) Nelle ultime tre esperienze è stata adoperata la bilancia Scateni.

(2) Vedi a pag. 105.

(3) Mémoires de l'Acad. tome XXI, pag. 374-375.

« Arrestandoci alla media dei primi sei valori, e dividendo per essa il risultato della seconda serie si ottiene

$$\frac{1,2954}{1,001364} = g.\ 1,29363$$

che è sempre un valore più grande di quello fornito dalla prima serie. Adottando invece per la deviazione dell'aria dalla legge di Mariotte il valore 1,00215 avuto dallo stesso Regnault in un lavoro posteriore (¹) si avrebbe

$$\frac{1,2954}{1,00215} = g.\ 1,29262$$

il quale invece quasi coincide con il peso di un litro di aria dedotto dalle esperienze di Regnault.

Conclusione. — Se ne deve concludere che nel voler determinare la densità di un gas pesandolo compresso nel pallone, è necessario anzitutto conoscere la sua deviazione dalla legge di Mariotte con una precisione maggiore di quel che ordinariamente si crede. In secondo luogo è mestieri riconoscere con esperienze dirette la variazione nel volume del pallone adoperato. E finalmente bisogna avere un'idea dell'influenza, che può esercitare sul risultato finale la condensazione del gas sulle pareti interne del pallone, la quale molto probabilmente deve riuscire assai più considevole, quando il gas si trovi compresso. Risulta ancora che, nella riduzione del peso o del volume di un gas da una pressione qualunque a quella normale, non è più sufficiente in misure di grande precisione servirsi della semplice legge di Mariotte, specialmente se trattisi di una pressione notevolmente diversa dalla normale.

« E qui credo acconcio aggiungere che potendo disporre di un pallone di grande capacità a pareti resistenti, e di una bilancia molto sensibile si potrebbe forse con vantaggio studiare la compressibilità di un gas pesandolo racchiuso a diverse pressioni, specialmente, come osserva Regnault, quando trattisi di ricerche a temperature elevate.

« Per dare un cenno della sensibilità del metodo basti il riportare che racchiudendo a 0° l'aria in un pallone di 10 litri alla pressione di circa 300^{mm} Regnault (²) rinvenne costantemente un peso, di poco sì, ma superiore a quello assegnato dalla legge di Mariotte. E per l'anidride carbonica (³) racchiusa successivamente nel medesimo pallone a $224,17^{mm}$ ed a $374,13^{mm}$, la deviazione dall'anzidetta legge era rappresentata nel primo caso da ben g. 0,0289, e nel secondo da g. 0,0344 in più.

« In quest'ultimo caso, stando alle cifre di Regnault, la deviazione sarebbe invece rappresentata da g. 0,0783; ma senza dubbio ciò è dovuto ad un

(¹) *Rélation des expériences* ecc. t. II; 249 (1862).
(²) Mémoires de l'Acad. ecc. t. XXI; 139.
(³) Id. pag. 148.

errore di calcolo che fissa a g. 9,6628 invece che a g. 6,6189 il peso di anidride carbonica contenuta nel pallone nell'ipotesi che seguisse la legge di Mariotte ».

Fisica. — *Conseguenze di una nuova ipotesi di Kohlrausch sui fenomeni termo-elettrici.* Nota del dott. A. Battelli, presentata dal Socio Blaserna.

« Per dare spiegazione dei risultati sperimentali ottenuti nei fenomeni termoelettrici da valentissimi fisici, il Thomson concluse ([1]) dietro considerazioni teoriche, che oltre alle forze elettromotrici che si ammetteva esistessero ai punti di contatto di due metalli diversi, esistesse pure una forza elettromotrice in ciascuna sezione trasversale dei due metalli, quando in essi non fosse costante la temperatura. E che viceversa una corrente, passando da una regione di un metallo ad un' altra di diversa temperatura, svolgeva o assorbiva calore, e chiamò *calore specifico di elettricità* la quantità σ di calore assorbita o svolta dall'unità di corrente elettrica, che passa in un dato metallo fra due regioni che differiscono di un grado nella temperatura.

« Il Tait ([2]) completò questa teoria, ammettendo che la quantità σ sia proporzionale alla temperatura assoluta, e giunse a concludere che la forza elettromotrice totale d'una coppia termoelettrica può rappresentarsi con

$$E = A(T_1 - T_2)\left(T_0 - \frac{T_1 + T_2}{2}\right), \qquad (1)$$

e che la quantità di calore sviluppata dall'unità di corrente nell' unità di tempo attraversando una saldatura della coppia, può rappresentarsi con

$$\Pi = \frac{A}{J}(T_0 - T)\,T \qquad (2)$$

nelle quali equazioni A e T_0 sono due costanti, la seconda delle quali è la temperatura assoluta del punto neutro; T_1 e T_2 sono le temperature assolute delle due saldature, e J è l' equivalente meccanico della caloria.

« Nel 1856 il Thomson ([3]) cercò di spiegare il fatto dell' inversione della corrente in una coppia termoelettrica, mediante una nuova ipotesi, ammettendo, cioè, un *trasporto elettrico del calore.*

« E questa medesima ipotesi venne introdotta, alcuni anni or sono, come fondamento di tutti i fenomeni termoelettrici dal Kohlrausch ([4]).

« Egli stabilisce che la forza termica motrice che genera una corrente

([1]) Transactions of the Royal Society of Edinburgh, vol. XXI, part. I, May 1854.
([2]) Proceedings of the R. Society of Edinburgh. Dec. 19, 1870.
([3]) Philosophical Trans. of the R. Society of London, vol. 146, part. III.
([4]) Annalen der Physik und Chemie, B. CLVI, S. 601.

elettrica *uno* in un dato corpo, sia proporzionale alla forza elettromotrice che produce una corrente *uno* di calore nello stesso corpo.

« Lo scopo di questa nota è di mostrare come dalle conclusioni del Kohlrausch si deducano con somma facilità le espressioni che hanno ottenuta la conferma delle esperienze.

« Innanzi tutto si dimostra col semplice ragionamento la legge dei *met lli intermediari*. Giacchè, se abbiamo un circuito di tre metalli A, B, C; e M è la quantità di calore trasportata dalla corrente nel metallo A, M′ quella trasportata nel metallo B, che si trova a temperatura costante, $M - M'$ è il calore sviluppato alla congiunzione (A|B); e se M″ è il calore trasportato nel metallo C, $M' - M''$ è il calore sviluppato alla congiunzione (B|C); onde il calore totale sviluppato è $M - M''$, come non esistesse il metallo intermediario B.

« Ora, Kohlrausch chiama *cost nte termoelettrica* d'una sostanza la quantità

$$\vartheta = \alpha \frac{h}{k}$$

dove α è la quantità d' elettricità trasportata in quella data sostanza da una corrente *uno* di calore; h e k sono rispettivamente la conducibilità termica ed elettrica della sostanza medesima.

« Facendo ϑ funzione della temperatura assoluta, e precisamente scomponendola in due termini $\vartheta + \eta T$, uno costante e l' altro variabile colla temperatura, la forza elettromotrice d' una coppia termoelettrica prende l'espressione

$$E = \int_{T_1}^{T_2} (\vartheta + \eta T)\, dT - \int_{T_2}^{T_1} (\vartheta' + \eta' T)\, dT$$

essendo T_1 e T_2 le temperature assolute delle due saldature: e ϑ ed η appartenendo al 1^0 metallo, ϑ', η' al 2^0. Da cui

$$E = (\vartheta - \vartheta')(T_1 - T_2)\left(1 + \frac{\eta - \eta'}{\vartheta - \vartheta'} \frac{T_1 + T_2}{2}\right);$$

moltiplicando e dividendo per $\frac{\vartheta - \vartheta'}{\eta - \eta'}$ si ottiene:

$$E = (\eta' - \eta)(T_1 - T_2)\left(\frac{\vartheta - \vartheta'}{\eta' - \eta} - \frac{T_1 + T_2}{2}\right)$$

e facendo:

$$\eta' - \eta = A, \quad \frac{\vartheta - \vartheta'}{\eta' - \eta} = T_0,$$

si ha:

$$E = A(T_1 - T_2)\left(T_0 - \frac{T_1 + T_2}{2}\right),$$

che coincide perfettamente con la (1) di Tait, e che è stata verificata dalle esperienze dello stesso Tait [1], e dell'Avenarius [2].

« Dall' espressione che trova il Kohlrausch per la quantità di calore

$$Q_1 = C(\theta' - \theta)\, i$$

sviluppata ad una saldatura L_1, essendo i l'intensità della corrente, e C una costante; si deduce che tale quantità di calore è nulla quando $T_0 = 0$; il che fu sperimentalmente provato dai prof. Naccari e Bellati [3].

« Infatti si ponga per θ e θ' rispettivamente

$$\theta + \eta T \quad \text{e} \quad \theta' + \eta' T;$$

allora:

$$Q_1 = C(\theta + \eta T - \theta' - \eta' T)\, i$$

e ponendo:

$$T = T_0 = \frac{\theta - \theta'}{\eta' - \eta},$$

si ha:

$$Q_1 = C\left(\theta + \eta\frac{\theta - \theta'}{\eta' - \eta} - \theta' - \eta'\frac{\theta - \theta'}{\eta' - \eta}\right) i.$$

« Donde facilmente si ha:

$$Q_1 = 0.$$

« Del resto tale espressione si può scrivere così:

$$Q_1 = C[\theta - \theta' + (\eta - \eta')T]\, i$$

$$Q_1 = -C\left[\frac{\theta - \theta'}{\eta' - \eta} - T\right] i$$

e facendo C proporzionale a T:

$$C = -C'T,$$

ammettendo, cioè, che il rapporto fra l'elettricità trasportata dal calore e il calore trasportato dall'elettricità cresca colla temperatura, si ottiene

$$Q_1 = C'\left(\frac{\theta - \theta'}{\eta' - \alpha} - T\right) T,$$

quando passi l' unità di corrente: ossia,

$$Q_1 = C'(T_0 - T)\, T$$

che è la (2) del Tait, essendo

$$C' = \frac{A}{J}.$$

Questa espressione fu pure verificata sperimentalmente dai prof. Naccari e Bellati, nella Memoria sopra citata.

« Dalle esperienze di Le Roux [4] risulta che per il piombo è nullo l' effetto Thomson; il che equivarrebbe evidentemente, nell' ipotesi di

[1] Trans. of the R. Society of Edinburgh, vol. XXVII, 126.

[2] Poggendorff's Annalen, CXIX.

[3] Atti dell' Istituto Veneto, Vol. VII, Serie V.

[4] Annales de Chim. et de Phys. Série IV, T. X.

Kohlrausch, al fare $\eta = 0$; e allora riferendo tutti i metalli al piombo, l'espressione della forza elettromotrice diviene

$$E = \eta\,(T_1 - T_2)\left(\frac{\theta - 1}{\eta} - \frac{T_1 + T_2}{2}\right)$$

facendo il θ del piombo eguale all' unità; e il potere termoelettrico avrà l' espressione

$$\frac{dE}{dT} = \theta - 1 - \eta T\,.$$

Così risulta che se si costituiscono i diagrammi del potere termoelettrico; la costante η per un metallo riferito al piombo, è uguale alla tangente trigonometrica dell' angolo che il suo diagramma forma con quello del piombo.

« Si ha una qualche utilità nel conoscere le costanti θ ed η per due metalli formanti coppia; giacchè la corrente passa dal metallo, in cui la quantità $\theta + \eta T$ è maggiore, nell'altro metallo, attraverso la saldatura calda. E così, sapendo la direzione della corrente in un circuito di due metalli, per mezzo delle costanti termoelettriche si ha subito quale saldatura si riscalda e quale si raffredda.

« È facile dedurre una legge pel trasporto elettrico del calore; giacchè il calore vien trasportato dall' elettricità positiva dal metallo A al metallo B, quando $\theta + \eta T > \theta' + \eta' T$, ossia, quando E è positiva.

« Perciò, se la semisomma delle temperature assolute delle due congiunzioni è minore della temperatura neutra, e questa è superiore allo *zero*, si avrà trasporto di calore fatto dall'elettricità positiva da A in B; quando alla temperatura della congiunzione più alta il diagramma di A si trova al di sopra di quello di B; il contrario avviene, se la semisomma delle temperature assolute è maggiore della temperatura neutra, e questa è superiore allo *zero*.

« Se la temperatura neutra è inferiore allo *zero*, il trasporto avverrà sempre da A in B, a tutte le temperature in cui il diagramma di A è al di sotto di B ».

Chimica. — *Sulla Monobromopiridina*. Nota dei dott. G. Ciamician e P. Silber, presentata dal Socio Cannizzaro.

« In una Memoria presentata a questa Accademia il 5 marzo 1882, da uno di noi assieme al dott. M. Dennstedt [1], venne scrupolosamente provato, che il pirrolo si trasforma, trattando il suo composto potassico col bromoformio, in una bromopiridina, che è identica a quella che si ottiene per azione diretta del bromo sulla piridina. Allora è stato pure tentato di eliminare il bromo dalla bromopiridina e di effettuare con ciò la completa

[1] Vedi Ciamician e Dennstedt, *Studi sui composti della serie del pirrolo*. Parte II. *Trasformazione del pirrolo in piridina.*

trasformazione del pirrolo in piridina. Però abbenchè non sia difficile di togliere il bromo alla bromopiridina, pure le esperienze fatte allora in proposito non hanno dato risultati molto soddisfacenti, perchè il prodotto della riduzione, sebbene privo di bromo, non aveva un punto di ebollizione costante e diede all'analisi numeri che si avvicinano a quelli richiesti dalla piridina ma che non sono sufficientemente concordanti.

« La base ottenuta bolliva fra 110° e 116° ed i numeri allora ottenuti sono i seguenti.

	frazione bollente fra 111°-113° (1)			frazione bollente fra 113°-116° (1)	
	I	II		I	II
C	74,54	74,14	. . . .	75,02	75,07
H	7,71	7,16	. . . .	6,77	6,98

che stanno fra quelli richiesti da una diidropiridina e dalla piridina.

	C_5H_7N		C_5H_5N
C	74,07	. . . .	75,94
H	8,64	. . . .	6,33

« La causa di questo conportamento potrebbe essere, o che realmente nella riduzione della bromopiridina si formi oltre alla piridina anche una idropiridina, oppure che non sia stato possibile di seccare completamente la piccola quantità di base ottenuta, sebbene fosse stata bollita sulla potassa fusa di fresco.

« Il modo più esatto e più sollecito per stabilire se nella riduzione della bromopiridina si formi della piridina, sarebbe stato quello di comparare la forma cristallina del cloroplatinato della base ridotta con quello della piridina, ciò che non si è potuto fare perchè allora la forma cristallina del cloroplatinato di piridina non era conosciuta e perchè il Weidel si era riserbato di fare uno studio in proposito.

« Essendo per i motivi ora esposti rimasta incompleta la trasformazione del pirrolo in piridina, noi abbiamo creduto opportuno di tentare ora di risolvere la questione, avendo il Weidel pubblicato qualche tempo fa le misure cristallografiche del cloroplatinato di piridina fatte da A. Březina (2).

« In questa occasione pubblichiamo anche alcune osservazioni sul modo di ottenere la bromopiridina, che ci sembrano di qualche interesse.

I. *Preparazione della bromopiridina dalla piridina.*

« Noi abbiamo seguito il metodo indicato da Hofmann (3) per ottenere la bromopiridina dalla piridina ed abbiamo ottenuto i seguenti risultati: 5 gr. di piridina sciolta in acido cloridrico diluito in modo di ottenere

(1) Le analisi sono fatte coi prodotti di due preparazioni diverse.

(2) Monatshefte für Chemie III, 778-780.

(3) Berl. Ber. XII, 989.

10 cc. di soluzione, vennero riscaldati con 20 gr. di bromo in tubi chiusi per circa 20 ore a 200-210°. Riscaldando fino a 230-240° la reazione avviene più sollecitamente ma la maggior parte dei tubi non resiste alla pressione dell'acido bromidrico che si sviluppa.

« Dopo il riscaldamento il contenuto dei tubi è formato da un liquido giallo-ranciato, che si solidifica in parte quando aprendo i tubi si dà sfogo alla grande quantità di gaz acido bromidrico che vi era rinchiusa. Si distilla con vapor acqueo per eliminare la bibromopiridina, si tratta il residuo con potassa e si distilla nuovamente. Il liquido alcalino viene acidificato con acido cloridrico e distillato di nuovo per eliminare delle piccole quantità di bibromopiridina che era rimasta indietro nella prima distillazione. Questa operazione venne ripetuta alcune volte. Si ottiene così un liquido alcalino che contiene un miscuglio di piridina e di bromopiridina che vennero separate dall'acqua e seccate con potassa. Distillando frazionatamente si separa facilmente la bromopiridina. La prima bolle a 758^{mm} di pressione a 174° (tutta la colonna del termometro essendo immersa nel vapore); Hofmann [1] trovò per la bromopiridina ottenuta dalla piperidina, che è identica a quella che si produce dalla piridina, il punto di ebollizione 173° [2].

« Noi abbiamo ottenuto in questo modo da 100 gr. di piridina:

60 gr. di piridina rimasta inalterata;
26 gr. di monobromopiridina bollente a 174°
42 gr. di bibromopiridina fondente a 112° [3]
ciò che corrisponde alla piridina impiegata in ragione di:

60 gr.
13 gr. (monobromopiridina)
14 gr. (bibromopiridina)
13 gr. (perdita)
———
100

II. *Preparazione della bromopiridina dal pirrolo.*

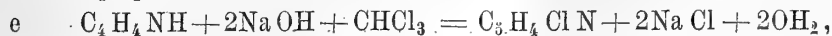
« Per ottenere la cloropiridina o la bromopiridina dal pirrolo, non è necessario di fare agire il cloroformio od il bromoformio sul composto potassico del pirrolo; noi abbiamo trovato che invece di questo si può impiegare egualmente un miscuglio di pirrolo e di alcoolato potassico o sodico.

« È rimarchevole il fatto che un miscuglio di pirrolo e di alcoolato sodico si comporti in questa reazione come il composto potassico del pirrolo, mentre il sodio non agisce sul pirrolo che riscaldando le due sostanze in tubi chiusi a temperatura molto elevata.

(1) Berl. Ber. XVI, 589.
(2) Ciamician e Dennstedt trovarono il punto di ebollizione a 170°, temperatura non corretta. Vedi Memoria citata.
(3) Vedi Hofmann, Berl. Ber. XVI, 558.

« La equazione secondo la quale avviene la reazione sarà la seguente:

$$C_4H_4NH + 2NaOH + CHBr_3 = C_5H_4BrN + 2NaBr + 2OH_2,$$

e $$C_4H_4NH + 2NaOH + CHCl_3 = C_5H_4ClN + 2NaCl + 2OH_2,$$

perchè noi crediamo che non si possa ammettere che l'alcoolato sodico formi in una prima fase della reazione un composto sodico col pirrolo.

« Questa reazione ricorda molto la formazione degli isonitrili dalle amine primarie per l'azione di cloroformio e potassa alcoolica.

« Per ottenere la bromopiridina dal pirrolo con l' alcoolato sodico ed il bromoformio, noi abbiamo operato nel modo seguente. L'azione del bromoformio su di miscuglio di pirrolo ed alcoolato sodico è meno violenta di quella che avviene impiegando l'alcoolato potassico, però è sempre tale da dovere usare un forte eccesso di alcool perchè questo rendendo più diluita la soluzione moderi l'intensità della reazione. Si aggiunge ad una soluzione di 7 gr. di sodio in 100 gr. di alcool assoluto, 10 gr. di pirrolo e si tratta il miscuglio in un apparecchio a ricadere con 38 gr. di bromoformio. Le quantità di sodio, pirrolo e bromoformio stanno nel rapporto di una molecola di ciascuna delle tre sostanze. La reazione avviene prontamente ed è accompagnata da una viva ebollizione del liquido, per cui è necessario di raffreddare esternamente il pallone e di aggiungere il bromoformio molto lentamente. Quando la reazione spontanea è terminata si fa bollire ancora per un quarto d'ora. Il contenuto del pallone è formato da un liquido giallo-bruno e da un deposito di bromuro sodico. Si svapora l'alcool a b. m. e si fa bollire il residuo con acido cloridrico per distruggere il pirrolo rimasto inalterato.

« Il rimanente dell'operazione per arrivare ad ottenere la base pura è stato già descritto nella Memoria citata che tratta della preparazione della bromopiridina dal composto potassico del pirrolo.

« Il rendimento non è molto soddisfacente ma non è inferiore a quello ottenuto dal composto potassico.

III. *Trasformazione della bromopiridina in piridina.*

« La riduzione della monobromopiridina venne da noi eseguita nel modo indicato nella Memoria già citata, e noi nulla abbiamo da aggiungere a quanto è stato detto allora. La base ridotta bolle fra 113 e 116° e noi ne abbiamo ottenuto 2,5 gr. da 10 gr. di monobromopiridina.

« Una parte del prodotto di riduzione venne sciolta nell'acido cloridrico e la soluzione trattata con cloruro di platino.

« Il cloroplatinato ottenuto diede all'analisi numeri che concordano col cloroplatinato di piridina.

I. 0,5728 gr. di materia dettero 0,4414 gr. di CO_2 e 0,1170 gr. di OH_2

II. 0,4336 gr. di materia dettero 0,1488 gr. di Pt.

« In 100 parti:

	Trovato	Calcolato per $(C_5H_5NHCl)_2PtCl_4$ (1)
C	21,05	21,14
H	2,27	2,11
Pt	34,32	34,27.

« Per stabilire definitivamente l'identità del nostro prodotto col cloroplatinato di piridina noi abbiamo preparato per lento svaporamento di una soluzione cloridrica del sale ottenuto dalla base ridotta, dei grossi cristalli i quali furono misurati dall'ing. G. La Valle e trovati perfettamente identici al cloroplatinato di piridina studiato da Březina (2).

« L'ing. G. La Valle ebbe la gentilezza di comunicarci i risultati delle sue misure che noi compariamo con quelle di Březina:

	Misurati		calcolati da
Angoli	La Valle	Březina	Březina
100:$\bar{2}$01	40° 53 30	40° 48′	40° 49′
$\bar{1}$00:$\bar{1}$11	72 40 30	72° 9′ — 72° 18′	72 20′
100:110	53 43 —	54 0	53 55
$\bar{1}$11:$\bar{2}$01	48 24 —	48 7 — 48 9	48 8
$\bar{1}$11:110	69 24 —	69 12	69 17

« Forme trovate (100) ($\bar{2}$01) (110) ($\bar{1}$11)
a *d* *m* *p*

« Da questi dati risulta dunque con certezza che la bromopiridina viene dall'acido cloridrico e zinco trasformata in piridina. La trasformazione del pirrolo in piridina è con ciò effettuata completamente.

« La causa del punto di ebollizione troppo basso e delle differenze nell'analisi della piridina ottenuta dalla bromopiridina, è molto probabilmente una certa quantità di acqua, che la piridina trattiene malgrado un lungo trattamento con potassa fusa di fresco, e che non è possibile di eliminare non disponendo che di piccole quantità di prodotto. Del resto ultimamente (1883) Goldschmidt e Constam (3) hanno dimostrato che la piridina forma con l'acqua un composto della formola $C_5H_5N + 3OH_2$ che bolle costantemente a 92-93° ».

Matematica. — *Sulla rappresentazione analitica di certe funzioni singolari.* Nota del dott. A. Tonelli, presentata dal Socio Dini.

« Hankel nella sua Memoria, *Intorno alle funzioni oscillanti*, ha dato pel primo l'espressione analitica di una funzione, che per tutti i valori razionali di x è uguale a zero, e per tutti i valori irrazionali di x è uguale

(1) Pt = 194,5 Vedi Berl. Ber. XVII, 2975.
(2) Vedi Memoria citata.
(3) Berl. Ber. XVI, 2977-78.

ad uno. Indicando con $\varphi(y)$ una funzione, che tra -1 e 0 è uguale a -1, tra 0 e $+1$ è uguale a $+1$, e nei punti $y=\mp 1$, $y=0$ è uguale a zero (funzione che può esprimersi analiticamente con molta facilità per mezzo della serie di Fourier), e ponendo:

$$f(x)=\frac{\Sigma \frac{1}{n^s}}{\Sigma \frac{1}{n^s \{\varphi(\operatorname{sen} n\pi x)\}^2}} \qquad s>1$$

per questa funzione $f(x)$ si verifica appunto la singolarità accennata [1].

« Questa funzione ci offre il mezzo di costruirne un'altra che ha singolarità della stessa specie ma di indole più generale: infatti se $\varphi(x)$ e $\psi(x)$ sono due funzioni note e determinate per ogni valore di x, ponendo:

$$F(x)=\psi(x)+\{\varphi(x)-\psi(x)\}f(x),$$

per questa si avrà la singolarità, che assumerà i valori di $\psi(x)$ per x irrazionale e i valori di $\varphi(x)$, per x razionale.

« Ciò che però sembra meritevole di esser notato, è che di una funzione che abbia tali singolarità, possono assegnarsi infinite espressioni analitiche.

« Si può dimostrare la seguente proprietà generale:

« Data una serie finita di intervalli separati:

$$(1) \qquad (a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_n, b_n)$$

« e altrettante coppie di funzioni, note e definite negli intervalli stessi:

$$\big(\varphi_1(x), \psi_1(x)\big), \big(\varphi_2(x), \psi_2(x)\big), \dots, \big(\varphi_n(x), \psi_n(x)\big)$$

« è sempre possibile di esprimere analiticamente in infiniti modi, una fun-
« zione $f(x)$ tale che pei punti corrispondenti a valori razionali di x negli
« intervalli (1) assuma respettivamente i valori di $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, . . , $\varphi_n(x)$,
« e pei punti dei medesimi intervalli corrispondenti a valori irrazionali di x
« assuma i valori di $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$, . . , $\psi_n(x)$; per tutti gli altri valori di
« x è nulla ».

« Negli estremi degli intervalli (1), specialmente quando questi estremi possano sovrapporsi, potrà il valore della funzione $f(x)$ non soddisfare alle condizioni accennate.

« Gl'intervalli (1) possono anche ridursi ad un solo, e precisamente all'intervallo $(-\infty, +\infty)$.

« Sia $\pi(x)$ una funzione analitica conosciuta, sempre finita e avente un numero finito di oscillazioni nell'intervallo (a, b), nel quale si mantiene, in

[1] Veramente dovrebbe piuttosto dirsi che pei valori razionali di x la $f(x)$ non ha alcun valore, mentre è uguale ad 1 pei valori irrazionali di x; noi però si intenderà di aver convenuto che $\frac{1}{0}=\infty$ e $\frac{1}{\infty}=0$.

valore assoluto, non inferiore ad uno. Questa funzione non potrà avere discontinuità di seconda specie nell' intervallo (a, b), e noi supporremo che abbia una discontinuità di prima specie in un punto interno $x=c$, nel quale assumeremo per valore di $\pi(x)$ o uno dei suoi valori limiti, o un valor qualunque, non inferiore numericamente all'unità. La discontinuità nel punto $x=c$, sia tale da aversi:

$$\lim_{x=c+0} \pi(x) = - \lim_{x=c-0} \pi(x) .$$

Negli estremi a, b potranno essere i valori limiti di $\pi(x)$ anche uguali e di segno contrario, ma ciò non è necessario, e solo ammetteremo che sieno determinati, finiti e numericamente maggiori di uno i valori di $\pi(a)$, $\pi(b)$ [1].

« Per mezzo della serie di Fourier potremo allora ottenere l'espressione analitica di una funzione che tra a e b, esclusi gli estremi, e in punto $x=c$, coincide con $\pi(x)$, mentre negli estremi assume il valore:

$$\frac{\pi(a+0)+\pi(b-0)}{2}$$

e nel punto $x=c$ il valore:

$$0 = \frac{\lim_{x=c+0} \pi(x) + \lim_{x=c-0} \pi(x)}{2} .$$

« Chiamiamo questa funzione $\varphi(y)$, e sieno $\sum\limits_0^\infty u_n(x)$, $\sum\limits_0^\infty u'_n(x)$ due serie qualunque convergenti per tutti quanti i valori di x; allora ponendo:

$$\mathrm{F}(x) = p \frac{\sum\limits_0^\infty \dfrac{u_n(x)}{\pi^2 \{c-(a-c)\operatorname{sen}^2 n\pi x\}}}{\sum\limits_0^\infty \dfrac{u_n(x)}{\varphi^2 \{c-(a-c)\operatorname{sen}^2 n\pi x\}}} + q \frac{\sum\limits_0^\infty \dfrac{u'_n(x)}{\pi^2 \{c+(b-c)\operatorname{sen}^2 n\pi x\}}}{\sum\limits_0^\infty \dfrac{u'_n(x)}{\varphi^2 \{c+(b-c)\operatorname{sen}^2 n\pi x\}}} \text{ [2]},$$

per questa funzione avremo:

$$\mathrm{F}(x) = 0$$

quando x è razionale, e;

$$\mathrm{F} x) = p + q$$

[1] Una funzione che soddisfa le conddizioni di $\pi(x)$ sarebbe p. e., $\mathrm{A} + \mathrm{B} \dfrac{e^{x-c}}{1+e^{\frac{1}{x-c}}}$ quando si determinino convenientemente A, B e si restringano i limiti dell'intervallo (a, b) contenente il punto $x=c$.

[2] Di serie che sono convergenti per ogni valore di x possono aversene in numero infinito: così, se $\psi_n(x)$ è sempre finita per ogni valore intero e positivo di n e per ogni valore di x, la serie:

$$\sum_0^\infty \frac{\psi_n(x)}{\{n+\varphi^2_n(x)\}^s} \qquad s > 1$$

è sempre convergente. Nell'espressione di $\mathrm{F}(x)$ possono anche togliersi gli esponenti alle funzioni π e φ, quando le serie $\sum\limits_0^\infty u_n(x)$, $\sum\limits_0^\infty u'_n(x)$ restino convergenti sostituendo ad ogni termine il suo valore assoluto.

quando x è irrazionale. Le quantità p, q sono arbitrarie e possono assumersi tali che la loro somma abbia un valore a piacere. Se $\varphi_1(x)$ è una funzione analitica nota e determinata per ogni valore di x, e lo stesso avviene per $\psi_1(x)$, ponendo:

$$p+q=\psi_1(x)-\varphi_1(x)$$

e

$$F_1(x)=\varphi_1(x)+F(x),$$

questa funzione $F_1(x)$ per i valori razionali di x sarebbe uguale a $\varphi_1(x)$ e pei valori irrazionali sarebbe uguale a $\psi_1(x)$. Nella composizione di $F(x)$ si vede che si ha una grandissima arbitrarietà.

« Ora se $\varphi_s(x)$, $\psi_s(x)$ sono funzioni analitiche note, finite e determinate e con un numero finito di oscillazioni nell'intervallo (a_s, b_s), supponendole proseguite pei rimanenti valori di x in modo da esser sempre zero, per mezzo della serie di Fourier, potremo avere due espressioni analitiche di funzioni che nell'intervallo (a_s, b_s), esclusi gli estremi, coincidono con $\varphi_s(x)$, $\psi_s(x)$, e pei rimanenti valori di x sono nulle. Ben inteso che per le $\varphi_s(x)$, $\psi_s(x)$ nei punti di discontinuità si assumano per valori le semisomme dei valori limiti. Chiamando le espressioni analitiche così determinate $F_{\varphi_s}(x)$, $F_{\psi_s}(x)$ e ponendo:

$$p+q=F_{\varphi_1}(x)+F_{\psi_1}(x)$$

la funzione:

$$F_s(x)=F_{\varphi_1}(x)+p\,\frac{\sum_0^\infty \frac{u_n(x)}{\pi^2\{c+(a-c)\operatorname{sen}^2 n\pi x\}}}{\sum_0^\infty \frac{u_n(x)}{\varphi^2\{c+(a-c)\operatorname{sen}^2 n\pi x\}}}+q\,\frac{\sum_0^\infty \frac{u'_n(x)}{\pi^2\{c+(b-c)\operatorname{sen}^2 n\pi x\}}}{\sum_0^\infty \frac{u'_n(x)}{\varphi^2\{c+(b-c)\operatorname{sen}^2 n\pi x\}}}$$

soddisfarà la condizione di esser zero pei valori di x corrispondenti a punti situati fuori dell'intervallo (a_s, b_s), di essere uguale a $\varphi_s(x)$ pei valori razionali, e uguale a $\psi_s(x)$ pei valori irrazionali di x corrispondenti ai punti di quest'intervallo.

« Quello che si è fatto per l'intervallo (a_s, b_s) può ripetersi per gli altri, e chiamando $F_1(x)$, $F_2(x)$, . . , $F_n(x)$ le funzioni corrispondenti, analoghe alla $F_s(x)$, avremo che:

$$f(x)=\sum_1^n F_s(x)$$

sarà la funzione che ci eravamo proposti di determinare.

« Quando sia nota una funzione che per x incomensurabile è uguale ad uno e per x commensurabile è uguale a zero, anche con un altro metodo, fondato sopra certi teoremi relativi alle serie, possono costruirsi infinite espressioni analitiche di funzioni che hanno la stessa singolarità. Infatti se $\sum_0^\infty v_n(x)$ è una serie divergente per ogni valore di x, e i suoi termini sono sempre decrescenti, si ha che:

$$\sum \frac{v_n(x)}{S_n^p(x)}$$

con $S_n(x) = v_0(x) + v_1(x) + \ldots + v_n(x)$, è convergente se $p > 1$, è divergente se $p \geq 1$ (¹). Se dunque $\chi(x)$ è una funzione che per x razionale è uguale a zero, e per x irrazionale è uguale ad uno, ponendo:

$$\varpi(x) = \frac{\sum_0^\infty \frac{v_n(x)}{S_n^2(x)}}{\sum_0^\infty \frac{v_n(x)}{S_n(x)^{1+\chi(x)}}}$$

la funzione $\varpi(x)$ non differirà dalla $\chi(x)$. Evidentemente anche con altri processi si potrebbero ottenere i medesimi risultati.

« I risultati ottenuti relativi alla espressione analitica di certe funzioni singolari di una variabile, possono anche essere estesi alle funzioni di due o più variabili. Sieno infatti $\chi_1(x)$, $\chi_2(y)$ due funzioni determinate col metodo accennato, che lascia tanta arbitrarietà alla loro espressione analitica, uguali a zero quando x e y sono commensurabili, uguali ad uno quando x, y sono incommensurabili e pongasi:

$$\text{(2)} \qquad F(x, y) = A + B\chi_1(x) + C\chi_2(x) + D\chi_1(x)\chi_2(y).$$

« Se $\varphi_1(x, y)$, $\varphi_2(x, y)$, $\varphi_3(x, y)$, $\varphi_4(x, y)$ sono funzioni analitiche note di x, y, prendendo:

$$A = \varphi_1(x, y), \quad A + B = \varphi_2(x, y), \quad A + C = \varphi_3(x, y), \quad A + B + C + D = \varphi_4(x, y)$$

ovvero:

$$A = \varphi_1(x), \quad B = \varphi_2(x, y) - \varphi_1(x, y), \quad C = \varphi_3(x, y) - \varphi_1(x, y),$$
$$D = \varphi_4(x, y) + \varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y) - \varphi_3(x, y),$$

la funzione $F(x, y)$ assumerà i valori di $\varphi_1(x, y)$ per x, y razionali, i valori di $\varphi_2(x, y)$ per x irrazionale e y razionale, i valori di $\varphi_3(x, y)$ per x razionale e y irrazionale, e, finalmente, i valori di $\varphi_4(x, y)$ per x e y irrazionali. Può solo restar dubbio pei punti nei quali $\varphi_1(x, y)$, $\varphi_2(x, y)$, $\varphi_3(x, y)$, $\varphi_4(x, y)$ cessino di essere finite.

« Ciò premesso, se:

$$\text{(3)} \qquad f_1(x, y) = 1, \quad f_2(x, y) = 1, \ \ldots, \ f_m(x, y) = 1$$

sono le equazioni di m curve chiuse che limitano altrettanti campi separati, pei punti interni dei quali si ha:

$$f_1^2(x, y) < 1, \quad f_2^2(x, y) < 1, \ \ldots, \ f_m^2(x, y) < 1$$

e pei punti esterni:

$$f_1^2(x, y) > 1, \quad f_2^2(x, y) > 1, \ \ldots, \ f_m^2(x, y) > 1,$$

sarà possibile, combinando la funzione precedentemente trovata con espressioni analitiche dedotte dalla formula di Fourier, determinare una funzione

(¹) Conf. Dini: *Sulle serie a termini positivi.* Pisa-Nistri, 1867. Serie poi come $\sum_0^\infty v_n(x)$ se ne possono avere in numero infinito. Infatti, se $\varphi_n(x)$ è sempre finita e superiore a zero più di una quantità A, e decrescente con n, se $\psi_n(x)$ è sempre finita e crescente con n, la serie $\sum_0^\infty \frac{\varphi^2_n(x)}{n + \psi^2_n(x)}$ sarà sempre divergente a termini decrescenti.

che presenti singolarità in questi campi analoghe a quella che $F(x, y)$ presenta in tutto il piano, e sia poi zero per tutti i punti situati esternamente a quei campi.

« Infatti colla formula di Fourier si possono determinare dei fattori $p_1, p_2, \ldots, p_n$ che sono zero in tutti i punti esterni ai campi (3) e sono uguali ad uno in tutti i punti interni. Allora se:

$$\varphi_1^{(s)}(x, y), \quad \varphi_2^{(s)}(x, y), \quad \varphi_3^{(s)}(x, y), \quad \varphi_4^{(s)}(x, y)$$

sono quattro funzioni analitiche note di x, y, per le quali però si assumono valori finiti in quei punti situati fuori del campo limitato dalla curva:

$$f_s(x, y) = 1$$

nei quali esse divenissero infinite dopo aver posto:

$$(4) \qquad f_1^{(s)}(x, y) = p_s \varphi_1^{(s)}(x, y), \quad f_2^{(s)}(x, y) = p_s \varphi_2^{(s)}(x, y),$$
$$f_3^{(s)}(x, y) = p_s \varphi_3^{(s)}(x, y), \quad f_4^{(s)}(x, y) = p_s \varphi_4^{(s)}(x, y),$$

queste funzioni soddisfanno alla condizione di essere uguali a zero in tutto il piano, esclusi i punti del campo limitato dalla curva:

$$f_s(x, y) = 1$$

nei quali esse coincidono con:

$$\varphi_1^{(s)}(x, y), \quad \varphi_2^{(s)}(x, y), \quad \varphi_3^{(s)}(x, y), \quad \varphi_4^{(s)}(x, y).$$

« Servendoci allora delle (4) per determinare i coefficienti A, B, C, D, della (2) otterremo una funzione $F_s(x, y)$ che soddisfa alle condizioni di esser zero per tutti i valori di x, y corrispondenti a punti esterni all's^{mo} dei campi limitati dalle (3), e per i punti interni secondo che x, y sono razionali o irrazionali ha valori uguali a quelli di una delle funzioni:

$$\varphi_1^{(s)}(x, y), \quad \varphi_2^{(s)}(x, y), \quad \varphi_3^{(s)}(x, y), \quad \varphi_4^{(s)}(x, y).$$

« Ripetendo il medesimo processo per i rimanenti campi limitati dalle (3) e chiamando $F_1(x, y), F_2(x, y), \ldots, F_m(x, y)$ le funzioni analoghe per essi determinate, dopo aver posto:

$$f(x, y) = \sum_1^m F_s(x, y)$$

avremo l'espressione analitica di una funzione di due variabili che ha singolarità come quelle già notate per le funzioni di una sola variabile. Sul contorno dei campi limitati dalle (3) le singolarità differiranno un poco da quelle che si presentano nell'interno.

« Pel caso di una funzione di n variabili $x_1, x_2, \ldots, x_n$ si può pure giungere a risultati analoghi. Per questo basterà osservare che se $\chi_1(x)$, $\chi_2(x), \ldots, \chi_n(x_n)$ sono le solite funzioni uguali a zero per i valori razionali delle variabili $x_1, x_2, \ldots, x_n$ e uguali ad uno pei valori irrazionali, ponendo:

$$F_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = A + \sum_1^n B_s \chi_s(x_s) + \sum_{rs} C_{rs} \chi_r(x_r) \chi_s(x_s) + \ldots + L \chi_1(x_1) \chi_2(x_2) \ldots \chi_n(x_n)$$

per determinare i coefficienti A, B, C, ..., onde $F_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ presenti le solite singolarità, si hanno 2^n equazioni lineari, appunto quanti sono i coefficienti stessi.

« Osserveremo in ultimo che analoghi risultati per le funzioni di due o più variabili si ottengono applicando un noto teorema sulla serie. Così se $\chi(x, y)$ è una funzione che ha il valore zero quando x, y sono ambedue razionali o ambedue irrazionali, e il valore uno quando una sola di quelle variabili è razionale e l'altra irrazionale; accennando con $\sum_0^\infty v_n(x, y)$ una serie a termini positivi e decrescenti, divergente in tutto il piano, e ponendo:

$$S_n(x,y) = \sum_0^n v_n(x,y)$$

la funzione:

$$F(x,y) = \frac{\sum_0^\infty \frac{v_n(x,y)}{S_n^2(x,y)}}{\sum_0^\infty \frac{v_n(x,y)}{S_n^{1+\chi(x,y)}(x,y)}}$$

avrà i medesimi valori di $\chi(x, y)$.

« Si vede facilmente poi che con altre convenienti combinazioni di questo teorema sopra le serie potrebbero determinarsi funzioni che presentano altre singolarità, e assumono altri valori nei diversi punti del piano ».

Matematica. — *Sur la génération des surfaces et des courbes gauches par les faisceaux de surfaces.* Memoria dei sigg. I. S. e M. N. Vaněček, presentata dal Socio Cremona (Sunto) [1].

1. « Si dica *fascio di superficie* un sistema di superficie che non sono determinate da un numero sufficiente di condizioni. Sia $R = \frac{(r+1)(r+2)(r+3)}{1. \quad 2. \quad 3.} - 1$ il numero delle condizioni che determinano una superficie R dell'ordine r. Quando la superficie R è data da $R - n$ condizioni, essa forma un fascio (R) — Prendendo nello spazio n punti arbitrarii a, b, c,... si otterrà un numero di superficie R, che corrispondono alle $R - n$ condizioni date, e passano per i punti a, b, c,... Il numero n si dirà *la dimensione del fascio (R) delle superficie R*; ed il numero delle superficie R del fascio, che passano per gli n punti a, b, c,... si dirà *l'indice dal fascio (R)* — Segue da ciò che K punti arbitrarî nello spazio determinano, in un fascio dell'n^{ma} dimensione e d'indice m, un fascio dello stesso indice m, ma della dimensione $n - K$.

« Le stesse denominazioni valgano per i fasci di curve in un piano.

2. « Si consideri una superficie S come il luogo delle curve d'intersezione di due altre superficie appartenenti a due sistemi; queste due superficie

[1] Seduta del 4 gennaio 1885.

siano tali che ad una di esse, del primo sistema, corrisponda un certo numero di superficie del secondo sistema, le quali incontrano la prima in una curva della superficie S: si ha allora questo teorema: « Una superficie S « essendo il luogo delle intersezioni di due figure corrispondenti, tali che « per un punto A, preso a volontà sopra una retta arbitraria Q, passi la « prima figura, e la seconda figura corrispondente incontri la stessa retta « in b punti B, e, viceversa, che per un punto B di Q passi la seconda « figura, mentre la prima figura corrispondente incontri Q in a punti A, « la superficie S sarà dell'ordine $a+b$ ».

3. « Si può determinare l'ordine di una curva gobba generata in modo analogo a quello considerato precedentemente per le superficie: si ha il teorema: « Quando i punti di una curva K provengano dall' intersezione di « una curva C con una superficie F, le quali formano due sistemi corri- « spondenti tali, che, segando C in punti c, ed F in una curva f, con un « piano arbitrario Q,

« La curva f sia d'ordine f,

« t curve f passino per un punto qualunque del piano Q,

« ad una curva f corrispondano punti c; e finalmente,

« ad un punto c corrispondano p curve f,

« allora la curva K sarà dell'ordine $fpr+qt$ ».

4. « L'ordine di una curva piana, considerata come il luogo delle intersezioni delle curve corrispondenti di due fasci, si determina in un modo analogo al precedente per le superficie; e si ha il teorema seguente: « Una « curva C sia il luogo dei punti d'incontro delle curve d'ordini f_1, f_2 di « due fasci (F_1), (F_2) della prima dimensione e d' indici m_1, m_2; F_1, F_2 siano « i numeri dei punti ottenuti direttamente sopra due curve arbitrarie F_1, F_2 « dei fasci (F_1), (F_2): l'ordine della curva C sarà eguale alla somma di « due termini, ciascuno dei quali si ottiene dividendo il numero dei punti, « ottenuti direttamente sopra una curva di uno dei fasci dati, per l'ordine « di questa curva, e moltiplicando questo quoziente per l'indice del fascio « al quale la stessa curva appartiene ».

5. « Sia dato un fascio (R) di superficie R d'ordine r; si supponga questo fascio della dimensione $n-1$, e d'indice m_r. Inoltre siano date le curve (p_1), $(p_2)\ldots(p_n)$ di ordini p_1, p_2, ... p_n; a ciascuna di queste curve corrisponda un fascio di superficie, della prima dimensione, rispettivamente d'indice m_1, m_2,.. m_n, sicchè si abbiano i fasci (F_1), (F_2), .., (F_n) delle superficie F_1, F_2, ... F_n, degli ordini f_1, f_2, ... f_n. Una superficie R del fascio (R) incontra le curve (p_1), $(p_2)\ldots(p_n)$ in punti. Ai punti così ottenuti su (p_1) si facciano corrispondere i punti su (p_2), (p_3),... (p_n), e reciprocamente. Questi punti determinano le superficie nei fasci corrispondenti. Si supponga che le superficie, le quali passano per i punti corrispondenti, si corrispondano del pari. Prendendo ad una ad una le superficie corrispondenti, queste n superficie F s'incontrano in punti. Quando la superficie R genera il fascio (R),

può accadere che tra i punti, di cui si è parlato, ve ne siano di tali che tutte le n superficie corrispondenti passino per essi. Quale è il luogo di questi punti? — Supponendo successivamente $n=2, 3, \ldots$ si dimostra che « esiste « effettivamente un certo numero di punti nello spazio, per i quali passano « simultaneamente le superficie corrispondenti di tutti i fasci; questi punti « costituiscono una superficie S_n ». — Ponendo

« $F_n = f_1 f_2 \ldots f_n$, $M_n = m_1 m_2 \ldots m_n$, $P_n = p_1 p_2 \ldots p_n$, l'ordine « di S_n sarà $s_n = m_r\, nr\, F_n M_n P_n$ ».

« Da questo teorema generale si deducono molti casi speciali.

6. « Una curva gobba può essere generata nello stesso modo come una superficie. Considerando da principio tre fasci di superficie F, siano dati: un fascio (R) della prima dimensione, d'indice m_r, di superficie d'ordine r; tre curve (p_1), (p_2), (p_3) rispettivamente di ordine p_1, p_2, p_3; e finalmente tre fasci (F_1), (F_2), (F_3) di superficie, di prima dimensione, e d'indici m_1, m_2, m_3, le superficie F_1, F_2, F_3 essendo rispettivamente di ordine $f_1 f_2 f_3$.

« Una superficie arbitraria R del fascio (R) incontra le curve $(p_1), (p_2), (p_3)$ in punti, i quali si corrispondono in modo che i punti, così ottenuti sopra una di queste curve, corrispondono ai punti sulle altre curve.

« Ciascuno di questi punti d'intersezione della superficie (R) con le curve (p) determina un certo numero di superficie nel fascio corrispondente (F); le superficie che passano per i punti corrispondenti si dicano del pari superficie corrispondenti.

« Prendendo in ciascuno dei fasci ad una ad una le superficie corrispondenti, queste tre superficie F_1, F_2, F_3, s'incontrano in punti, che generano una curva C_3, quando la superficie R genera il fascio (R) — L'ordine di C_3 sarà

$$c_3 = (1+2)\, m_r\, r^2\, F_3 M_3 P_3.$$

« In generale siano dati: un fascio (R) della $(n-2)^{a}$ dimensione, e d'indice m_r, di superficie d'ordine r; indi le curve $(p_1), (p_2), \ldots (p_n)$ rispettivamente d'ordine $p_1, p_2, \ldots p_n$; e finalmente i fasci (F_1), $(F_2) \ldots (F_n)$ della prima dimensione, e d'indici $m_1, m_2, \ldots m_n$, di superficie $F_1, F_2, \ldots F_n$, rispettivamente d'ordine $f_1, f_2, \ldots f_n$.

« Si facciano corrispondere le superficie del fascio (F_1) ai punti della curva (p_1), etc. Una superficie R determina nelle curve $(p_1), (p_2), \ldots (p_n)$ punti corrispondenti. Le superficie di questi fasci che passano per i punti corrispondenti nelle curve (p_1) $(p_2), \ldots (p_n)$, si dicano del pari corrispondenti.

« Prendendo ad una ad una da ciascuno di questi fasci le superficie corrispondenti F, queste n superficie, prese a tre a tre, s'incontrano in punti. Quando la superficie R cambia di posizione, può accadere che tutte queste n superficie s'incontrino in uno stesso punto. Il luogo di questi punti è una curva gobba C_n, il di cui ordine è

$$c_n = \frac{n\,(n-1)}{2}\, r^2\, m_r\, F_n M_n P_n.$$

7. « Un fascio abbia uno dei suoi punti fondamentali sulla sua curva corrispondente, questo punto determina nel fascio (R) un secondo fascio, di dimensione inferiore, di cui la superficie derivata col mezzo degli altri $(n-1)$ fasci fa parte della superficie S_n.

« Quando un punto fondamentale del fascio (R) trovasi sulla curva (p_n), le superficie del fascio (F_n), che passano per questo punto, formano le parti della superficie generata di S_n.

« Analoghe proprietà hanno luogo rispetto alle curve.

8. « Per determinare l'ordine della superficie *degenerata* supponiamo che le curve fondamentali dei fasci (F_1), (F_2), .. (F_n) incontrino le loro curve corrispondenti (p_1) (p_2) ... (p_n) nei punti F_1, F_2 ... F_n, poi che la curva fondamentale del fascio (R) seghi le stesse curve nei punti R_1, R_2, ... R_n. L'ordine della superficie S_n si otterrà seguendo il metodo esposto pel caso generale e sottraendo dal numero generale i punti fondamentali. Si giungerà così alla formola:

$$s_n = m_n (f_n\, p_n - F_n)\, s_{n-1} + m_r\, f_n\, M_n (r p_n - R_n)\, \Pi_{n-1} (fp - F)$$

che determina l'ordine di S_n.

9. « La superficie S_n può ottenersi come il luogo delle curve di intersezione delle superficie S_{n-1} colle superficie corrispondenti F_n. Si prenda un punto arbitrario p'_n sulla curva (p_n). Questo punto determina nel fascio (R) un nuovo fascio della $(n-2)^{ma}$ dimensione, dal quale per mezzo degli altri $n-1$ fasci (F) si può dedurre una superficie S'_{n-1} che sarà dell'ordine:

$$m_r\, M_{n-1}\, \Pi_{n-1} (fp - F) \sum_i^{n-1} \left(f_i \frac{p_i\, r - R_i}{f_i\, p_i - F_i} \right)$$

Il punto p'_n determina m_n superficie F'_n nel fascio (F_n). Ciascuna di queste superficie incontra S'_{n-1} in una curva che appartiene alla superficie S_n. Quando il punto p'_n muta di posizione sopra (p_n), si otterrà un'altra superficie S'_{n-1} e così altre superficie F'_n, ed in conseguenza anche un' altra curva della superficie S_n.

« Ma allorquando il punto p'_n percorre la curva (p_n), la superficie S'_{n-1} riempie un fascio (S_{n-1}) e la superficie F'_n riempie il fascio (F_n). Ne segue che si otterranno le curve della superficie S_n siccome intersezioni dei fasci corrispondenti (S_{n-1}), (F_n).

« Una generazione analoga sussiste per le curve ».

Matematica. — *Gli angoli degli spazî lineari.* Nota del prof. P. Cassani, presentata dal Socio Battaglini [1].

« Il ch. Jordan [2] che trattò, col calcolo, della geometria ad n dimensioni, diede le espressioni analitiche risolventi questo importantissimo

[1] Seduta del 4 gennaio 1885.

[2] *Essai de géométrie à n dimensions.* Bulletin de la Société mathématique de France 1875.

problema degli angoli che formano fra loro gli spazî lineari, estendendo i processi e le formule conosciute per gli spazî di due e di tre dimensioni. Oggi che per l'opera del prof. Veronese, codeste dottrine vestirono forma strettamente geometrica, le formule del sig. Jordan acquistano, nel campo delle rappresentazioni possibili, quella stessa ragione di essere onde sono dotate quelle del piano, e dello spazio a tre dimensioni. Tuttavia il problema può ricevere una soluzione puramente geometrica in più d'un modo, e quello che informa la soluzione qui esposta tiene le sue basi nella teoria dell'ortogonalità, quale fu stabilita dallo stesso Veronese nella sua Memoria (¹), ed è qui brevemente riportata.

« Come nella geometria dello spazio R_3, due rette, oppure una retta ed un piano, oppure due piani, fra loro ortogonali, hanno i loro elementi all'infinito in relazione di polarità o di coniugamento armonico col circolo immaginario $S_1^{(1)}$, così due spazî R_p, R_q posti nell'ambiente R_{p+q-x}, $(p+q \geqq x)$ saranno ortogonali se i loro elementi all'infinito $\overset{\infty}{R}_{p-1}$, $\overset{\infty}{R}_{q-1}$, sono coniugati armonici colla sfera immaginaria (o quadrica) $\overset{\infty}{S}_{p+q-r-2}$.

« Stabilito questo principio, la teoria degli angoli può farsi dipendere dalla soluzione d'un problema che, a primo aspetto, non parrebbe avere alcuna relazione con quello degli angoli, ed è il seguente che giova separare in due parti.

« I. Quante rette possono attraversare i quattro spazî omonimi $R_n^{(1)}$, $R_n^{(2)}$, $R_n^{(3)}$, $R_n^{(4)}$, situati comunque in uno spazio fondamentale R_{2n+1}?

« II. Quante rette possono attraversare gli spazî $R_n^{(1)}$, $R_n^{(2)}$, $\overset{(1)}{R}_{p-n-1}$, $\overset{(2)}{R}_{p-r-1}$ posti nello spazio fondamentale R_p?

« Per rispondere alla prima parte del quesito si considerino due soli di quei primi quattro spazî, per esempio $R_n^{(1)}$, $R_n^{(2)}$ e per un punto R_o si cerchi di condurre una retta che li attraversi. Ciò è subito fatto poichè R_o ed $R_n^{(1)}$ compongono uno spazio $\overset{(1)}{R}_{n+1}$ che con lo spazio $\overset{(2)}{R}_{n+1}$ composto da R_o e da $R_n^{(2)}$, si sega nello spazio $R_{2n+2-2n-1} = R_1$ cioè in una retta unica passante per R_o, ed è la cercata. Ora se si considera una terna qualunque delle quattro cui danno origine quegli spazî proposti, essa sarà attraversata da una serie di rette n volte infinita componente un luogo continuo d'ordine $n+1$ e che ha $n+1$ dimensioni, come ora si vedrà. Si prendano a considerare simultaneamente due terne, per esempio, $R_n^{(1)}$ $R_n^{(2)}$ $R_n^{(3)}$ ed $R_n^{(1)}$ $R_n^{(3)}$ $R_n^{(4)}$; si prenda in $R_n^{(1)}$ un punto A_1 e per esso si conduca la retta che incontra $R_n^{(2)}$ $R_n^{(3)}$; sieno A_2 ed A_3 i punti d'incontro. Ora per il punto A_3 si conduca la retta che attraversa $R_n^{(1)}$ ed $R_n^{(4)}$ e sieno A_{12} ed A_4 i due punti d'incontro. Così in $R_n^{(1)}$ si hanno i punti A_1 ed A_{12} che

(¹) *Behandlung der projectivischen Verhältnisse der Räume von verschiedenen Dimensionen* etc. Math. Annalen. Bd. XIX.

si corrispondono proiettivamente, laonde si può considerare lo spazio $R_n^{(1)}$ come due spazî sovrapposti dotati di $n+1$ punti uniti; dunque vi saranno $n+1$ rette che attraversano i quattro spazî proposti, ed alla prima parte del quesito, rigorosamente parlando, si sarebbe risposto; ma non sarà inutile l'osservare che ognuno dei quattro luoghi rigati è segato da quello spazio che non forma parte della sua terna, in $n+1$ punti e che perciò è dell'ordine $(n+1)^{esimo}$. Così per esempio in uno spazio R_3, quattro piani $R_2^{(1)}$, $R_2^{(2)}$, $R_2^{(3)}$, $R_2^{(4)}$ danno origine a quattro luoghi rigati a tre dimensioni e del 3° ordine i quali, da uno spazio R_3 sarebbero segati in quattro cubiche gobbe, e da un piano, in tre punti.

« Per rispondere alla seconda parte del quesito si faccia passare per i due spazî $\overset{(1)}{R}_{p-n-1}$, $\overset{(2)}{R}_{p-n-1}$, lo spazio $R_{2(p-n)-1}$ che sarà unico; esso segherà gli altri due $R_n^{(1)}$, $R_n^{(2)}$ secondo gli spazî $\overset{(3)}{R}_{p-n-1}$, $\overset{(4)}{R}_{p-n-1}$; dunque nel nuovo spazio $R_{2(p-n)-1}$ staranno quattro spazî omonimi $\overset{(1)}{R}_{p-n-1}$, $\overset{(2)}{R}_{p-n-1}$, $\overset{(3)}{R}_{p-n-1}$, $\overset{(4)}{R}_{p-n-1}$, e, poichè si ricade così nel caso prima considerato, si scorge che vi saranno $p-n$ rette attraversanti i quattro spazî considerati nella seconda parte del quesito.

« Stabilite queste premesse ecco come si passa alla quistione degli angoli. Quando due spazî si incontrano in un punto, le rette che stanno in uno di essi e passano per quel punto, formano angoli sempre differenti con quelle che stanno nell'altro e passano per lo stesso punto. Fra questi angoli vi sarà certamente qualche minimo (e quindi qualche massimo); ma questo minimo non può mai esser nullo, appunto perchè, per supposto, gli spazî non hanno in comune che un punto, vertice comune a tutti quegli angoli. Ora si può stabilire il teorema:

« *Un lato d'un angolo minimo è la proiezione ortogonale dell'altro e viceversa.*

« Infatti sieno R_p, R_q i due spazî che si incontrano solamente in R_o; sia a una retta giacente in R_p e proiettantesi ortogonalmente nella b che giace in R_q; se $\widehat{ab}$ è angolo minimo, sarà a proiezione ortogonale di b: poichè se così non fosse si potrebbe sempre proiettare b ortogonalmente in R_p, e, detta c questa proiezione, le rette a, b, c formerebbero un triedro ordinario rettangolo, del quale $\widehat{ba}$ sarebbe la faccia ipotenusa e $\widehat{bc}$ una faccia cateto, ed allora, per cose notissime, $\widehat{bc} < \widehat{ba}$; allora $\widehat{ba}$ non sarebbe più angolo minimo come fu supposto. Consegue che il supplemento di $\widehat{ba}$ sarà un massimo; poichè, se vi fosse un angolo x maggiore di quel supplemento, allora il supplemento di x sarebbe minore del minimo che, perciò, non sarebbe più tale.

« È importante notare che il piano dell'angolo minimo riesce ortogonale ad entrambi gli spazî. Infatti una retta incontrante in un punto, uno spazio R_p, giace con esso in uno spazio R_{p+1} e per quella retta, in detto spazio, non si può condurre ad R_p che un piano perpendicolare. Infatti sieno R_{p-1}^{∞} ed R_o^{∞} gli elementi che R_p e la retta R_1 possiedono all'infinito, ove risiede la sfera immaginaria S_{p-2}^{∞}; è chiaro che, trovato lo spazio polare di R_o^{∞}, esso si segherà con R_{p-1}^{∞} in uno spazio $R_{2p-2-p}^{\infty} = R_{p-2}^{\infty}$ al quale corrisponde, come coniugata, una retta unica passante per R_o^{∞}. Tutto questo coll'appoggio della riportata teoria dell'ortogonalità.

« Siano ora $\overset{(1)}{R}_{n+1}$, $\overset{(2)}{R}_{n+1}$, due spazî situati nell'ambiente fondamentale $R_{2(n+1)}$ e perciò incontrantisi in un punto. Questi due spazî possiedono all'infinito gli altri due $R_n^{(1)\infty}$, $R_n^{(2)\infty}$, posti in un ambiente R_{2n+1}^{∞} ed il piano del minimo angolo possiederà una retta R_1^{∞} che dovrà essere coniugata armonica colla sfera S_{2n}^{∞} rispetto agli spazî $R_n^{(1)\infty}$, $R_n^{(2)\infty}$. Ora i coniugati polari di questi due spazî sono altri due spazî omonimi $R_n^{(3)\infty}$, $R_n^{(4)\infty}$ ed ogni retta che li attraversi tutti quattro avrà il doppio coniugamento armonico richiesto; ma queste rette sono in numero $n+1$, come fu dimostrato nella prima parte della premessa quistione, dunque altrettanti saranno gli angoli minimi.

« Gli $n+1$ lati che stanno in uno degli spazî formano un sistema ortogonale perchè le $n+1$ rette che stanno all'infinito ed appartengono ai piani degli angoli minimi, sono, a due a due, coniugati colla sfera immaginaria.

« Stabilita la legge degli angoli minimi, per gli spazî che s' incontrano in un punto, non è guari difficile trovarla per due spazî R_p, R_q giacenti in uno spazio R_{p+q-s} e quindi incontrantisi secondo uno spazio R_s. Supposto $p+q > 2s$, si potrà condurre per un punto di R_s, uno spazio R_{p+q-2s}, perpendicolare ad R_s. Questo spazio incontrerebbe R_s in un punto solo, ed in quel punto s'incontrerebbero gli spazî R_{p-s}, R_{q-s}, secondo i quali si segano R_p ed R_q con R_{p+q-2s} e per quei due nuovi spazî vige il concetto esposto precedentemente ».

Matematica. — *Intorno ad un teorema di Lagrange.* Nota del dott. G. Frattini, presentata dal Socio Battaglini [1].

« Il Serret nel *Cours d'Algèbre supérieure*, t. II, 330 dimostra un Teorema dovuto a Lagrange e contenuto in sostanza nella proposizione seguente: *La congruenza*:

$$x^2 - Dy^2 \equiv \lambda \mod. p$$

(*p primo e* D *diversa da* 0 *rispetto al modulo*), *è risolvibile.*

[1] Seduta del 14 dicembre 1884.

« La presente Nota ha per oggetto la determinazione dell'esatto numero di soluzioni della precedente congruenza. Tale determinazione è ricca di varie conseguenze. Tra queste citerò immediatamente il teorema:

« *Le congruenze:*

$$x^2 - \mathrm{D}y^4 \equiv \lambda \ , \ x^4 - \mathrm{D}y^2 \equiv \lambda$$

sono risolvibili se $p > 5$.

« Prima di venire all'argomento credo utile esporre una elegante dimostrazione della possibilità della congruenza $x^2 - \mathrm{D}y^2 \equiv \lambda$, gentilmente communicatami dal sig. prof. Luigi Bianchi, poichè il principio che la informa mi sarà giovevole ad un certo punto. Se λ è residuo basta fare $y \equiv 0$, $x \equiv \pm\sqrt{\lambda}$. Se λ è non residuo basta dimostrare che la differenza $\alpha - \lambda$ la quale quando α percorra la serie dei $\frac{p-1}{2}$ residui non è mai nulla mod. p, è talvolta residuo e talvolta non residuo. Se essa fosse sempre residuo o non residuo, tutte le radici di $x^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1$ sarebbero anche radici di $(x-\lambda)^{\frac{p-1}{2}} \equiv \pm 1$ e però anche di $(x-\lambda)^{\frac{p-1}{2}} - x^{\frac{p-1}{2}} \equiv 0$, o di $(x-\lambda)^{\frac{p-1}{2}} - x^{\frac{p-1}{2}} \equiv -2$, e si cadrebbe nell'un caso e nell'altro in una congruenza non identica con un numero di radici superiore al suo grado. La dimostrazione suppone soltanto $\frac{p-1}{2} > 1$ cioè $p > 3$. La congruenza è adunque risolvibile se $p > 3$.

« I. Teorema. *Considerando come identiche due soluzioni conjugate della congruenza* $x^2 - \mathrm{D}y^2 \equiv \lambda$, *due soluzioni cioè, che siano riducibili l'una all'altra con un cambiamento di segno operato sopra i valori della* x *e della* y, *il numero delle soluzioni della congruenza, verrà dato da:* $\frac{1}{2}\left(p - \left(\frac{\mathrm{D}}{p}\right)\right)$ *dinotando* $\left(\frac{\mathrm{D}}{p}\right)$ *il carattere quadratico di* D *rispetto a* p.

« Si consideri infatti la congruenza $x^2 - \mathrm{D}y^2 \equiv 1$ supponendo D residuo. Potremo scriverla come segue:

$$(x + y\sqrt{\mathrm{D}})(x - y\sqrt{\mathrm{D}}) \equiv 1 ,$$

e risolverla ponendo:

$$x + y\sqrt{\mathrm{D}} \equiv g^{\nu} , \quad x - y\sqrt{\mathrm{D}} \equiv g^{-\nu},$$

d'onde:

$$x \equiv \frac{1}{2}(g^{\nu} + g^{-\nu}) , \quad y \equiv \frac{1}{2\sqrt{\mathrm{D}}}(g^{\nu} - g^{-\nu}), \tag{1}$$

essendo g radice primitiva. È facile verificare che la x assume $\frac{p-1}{2}$ valori fra loro incongruenti quando ν percorre la serie dei valori: $0, 1, \ldots \frac{p-3}{2}$, e i valori medesimi ma cangiati di segno quando ν percorre la serie $\frac{p-1}{2}, \ldots . p-2$. Se adunque stimeremo identiche fra loro le due soluzioni

conjugate: $(\alpha, \beta), (-\alpha, -\beta)$, è evidente che per avere tutte le possibili soluzioni della congruenza, basterà attribuire come valori alla ν tutti successivamente i $\frac{p-1}{2}$ numeri $0, 1, \ldots \frac{p-3}{2}$, e calcolare per ognuno di essi i valori della x e della y con le (1). Il numero delle soluzioni della congruenza è adunque $\frac{p-1}{2}$. Sia ora data la congruenza $x^2 - D'y^2 \equiv 1$ con D' non resto.

« Consideriamo insieme le due congruenze:

$$x^2 - 1 \equiv Dy^2 \quad , \quad x^2 - 1 \equiv D'y^2.$$

(D resto). Per ogni numero della serie $2, 3, \ldots \frac{p-1}{2}$ dato come valore alla x, verrà fatto di risolvere o la prima congruenza o la seconda, secondochè $x^2 - 1$ diverrà resto o non resto. Ad ognuno dei sopradetti $\frac{p-3}{2}$ valori della x corrisponderanno così due valori di segno contrario ma eguali e diversi da 0 per la y, e questi, uniti a quel valore della x daranno due soluzioni o della prima congruenza o della seconda. Otterremo così in tutto $p-3$ valori della y. Ciò posto, distinguiamo i due casi: $p = 4n+1$, $p = 4n+3$. Nel primo caso, siccome la prima congruenza può essere soddisfatta con $x \equiv 0$ mentre la seconda non lo può, ed entrambe con $x \equiv 1$, e d'altronde quando la x percorre la serie di valori: $0, 1, \ldots \frac{p-1}{2}$, la prima congruenza la quale ammette, come si vide, $\frac{p-1}{2}$ soluzioni dà occasione a $\frac{p-1}{2}$ valori della y che associati a convenienti valori della x la risolvono, manifesto apparisce che dei $p-3$ valori della y sopra menzionati, $\frac{p-1}{2} - 2$ proverranno dalla prima congruenza, e perciò $p - 3 - \left(\frac{p-1}{2} - 2\right)$ dalla seconda. A questo numero aggiungendo una unità a causa della soluzione $(1, 0)$ della seconda congruenza, otterremo $\frac{p+1}{2}$ come numero dei valori assoluti della y con i quali la seconda congruenza può venir soddisfatta. Se poi $p=4n+3$, dei $p-3$ valori della y solo $\frac{p-1}{2} - 1$ proverranno dalla prima congruenza e perciò $p - 3 - \left(\frac{p-1}{2} - 1\right)$ dalla seconda. A questo numero aggiungendo 2 a causa delle soluzioni $\left(0, \mp\sqrt{-\frac{1}{D'}}\right)$, $(1, 0)$ della seconda congruenza, si otterrà ancora $\frac{p+1}{2}$ come numero dei valori della y con i quali la congruenza $x^2 - D'y^2 \equiv 1$ è risolvibile. Il nostro Teorema è adunque vero se $\lambda \equiv 1$.

« Consideriamo ora la congruenza generale: $x^2 - Dy^2 \equiv \lambda$. Se λ è resto, essa equivale alla: $\left(x\sqrt{\frac{1}{\lambda}}\right)^2 - D\left(y\sqrt{\frac{1}{\lambda}}\right)^2 \equiv 1$, essendo $\sqrt{\frac{1}{\lambda}}$ un determinato valore della radice di $\frac{1}{\lambda}$. L'ultima congruenza ammette, come si dimostrò, $\frac{1}{2}\left(p - \left(\frac{D}{p}\right)\right)$ soluzioni rispetto incognite $x\sqrt{\frac{1}{\lambda}}$, $y\sqrt{\frac{1}{\lambda}}$, e perciò altrettante rispetto alle incognite x, y. Se poi λ non è resto, potremo scrivere la congruenza come segue: $\frac{x^2}{\lambda} - 1 \equiv \frac{D}{\lambda} y^2$. Ed ora, se D non è resto, siccome, per ciò che si vide, vi sono $\frac{p-1}{2}$ valori che attribuiti alla y nel secondo membro riducono questo alla forma $w^2 - 1$, così ve ne saranno $p - \frac{p-1}{2}$ che lo ridurranno alla forma $w' - 1$ essendo w' non resto e per ciò rappresentabile con $\frac{x^2}{\lambda}$. Esistono così $\frac{p+1}{2}$ soluzioni della congruenza. Se poi D è resto, vi sono, come sappiamo, $\frac{p+1}{2}$ valori della y per i quali $\frac{D}{\lambda} y^2$ è della forma $w^2 - 1$, e perciò $\frac{p-1}{2}$ valori della y per i quali esso è della forma $w' - 1$, ed esistono per ciò $\frac{p-1}{2}$ soluzioni.

« Corollario. Se $p = 4n + 1$ esistono nella successione ciclica $1, 2, \ldots\ldots p-1$, n resti seguiti da resti, o non resti da non resti, o non resti da resti, o resti da non resti. Se $p = 4n + 3$ esistono in quella successione n resti seguiti da resti, o non resti da non resti, ed $n + 1$ non resti seguiti da resti, o resti da non resti (1).

« Se infatti vorremo che i numeri a, $a + 1$ entrambi diversi da 0 siano resti, dovremo porre: $x^2 \equiv a$, $y^2 \equiv a + 1$ e risolvere la $y^2 - x^2 \equiv 1$ con x ed y diverse da 0. Se $p = 4n + 3$ la congruenza ultima ammette $\frac{p-1}{2}$ soluzioni inclusa la $(0, \pm 1)$ e perciò $\frac{p-3}{2}$ soluzioni con x ed y diverse da 0. I quadrati dei $\frac{p-3}{2}$ valori di x danno così $\frac{p-3}{4}$ resti che saranno certamente seguiti da resti. Vi sono adunque n resti seguiti da resti anche se si consideri la successione $p-1$, 1 perchè i due numeri di questa non sono entrambi resti. Un conto analogo si può fare se $p = 4n + 1$.

« Per trovare il numero dei resti seguiti da non resti, dovremo considerare la congruenza: $x^2 - \sigma y^2 \equiv -1$ essendo σ un certo non resto. Ora,

(1) Serret, l. c. 329.

se $p=4n+3$ l'ultima congruenza ammette $\frac{p+1}{2}$ soluzioni con x ed y diverse da 0, e vi sono perciò $\frac{p+1}{4}=n+1$ resti seguiti da non resti. Se $p=4n+1$ la congruenza ammette $\frac{p-1}{2}$ soluzioni con x ed y diverse da 0, e vi sono $\frac{p-1}{4}=n$ resti siffatti. Analogo ragionamento per il numero dei non resti seguiti da resti o da non resti, nei due casi: $p=4n+3$, $p=4n+1$.

« II. *Risolubilità della congruenza*:

$$x^2-Dy^4\equiv\lambda \quad \text{mod. } p.$$

quando D *è diversa da* 0.

« La sopra scritta congruenza, se λ è resto, si può risolvere con $x\equiv\pm\sqrt{\lambda}$, $y\equiv 0$. Non dobbiamo adunque occuparci di essa quando λ è resto. E neppure quando $p=4n+3$. Infatti, se $p=4n+3$, i resti quadratici sono anche resti biquadratici e viceversa. Così che, risolta con $x\equiv x_1$, $z\equiv z_1$ la congruenza $x^2-Dz^2\equiv\lambda$, si avrà: $x^2_1-Dz^2_1\equiv\lambda$. E poichè $z^2_1\equiv y^4_1$, si avrà ancora: $x^2_1-Dy^4_1\equiv\lambda$. Limitiamoci adunque all'ipotesi: $p=4n+1$ e λ non resto.

« Ponendo successivamente: $z=1, 2, \ldots p-1$, si troveranno, se D è non resto, $\frac{p+1}{2}$ o $\frac{p+3}{2}$ valori di z con i quali la congruenza $x^2-Dz^2\equiv\lambda$ è risolvibile. Ora, poichè il minore di questi numeri supera di una unità il noto numero dei resti e dei non resti, i suddetti $\frac{p+1}{2}$ o $\frac{p+3}{2}$ valori di z nè saranno tutti resti nè tutti non resti. Vi sarà adunque almeno un valore resto $z_1\equiv y^2_1$ della z, per il quale la: $x^2-Dz^2\equiv\lambda$ sarà risolvibile, e perciò, ponendo: $y\equiv\pm y_1$ sarà con uno di questi valori di y risolvibile la: $x^2-Dy^4\equiv\lambda$.

« Supponiamo adunque resto la D. In questa ipotesi, se, contrariamente a ciò che si vuol dimostrare, la formola $\frac{x^2-\lambda}{D}$ non potrà rappresentare un quadrato di resto, siccome la congruenza $\frac{x^2-\lambda}{D}\equiv z^2$ ammette $\frac{p-1}{2}$ soluzioni ed esistono quindi $\frac{p-1}{4}$ valori di z non maggiori di $\frac{p-1}{2}$ ed escluso evidentemente lo zero, i quadrati dei quali sono rappresentabili con $\frac{x^2-\lambda}{D}$, quest'ultima formola potrà per $\frac{p-1}{2}$ valori della x diversi da 0 e fra loro incongruenti, rappresentare un quadrato di non resto ossia una radice della congruenza: $w^{\frac{p-1}{4}}\equiv -1$. Facendo adunque

successivamente: $x = 1, 2, \ldots\ p-1$, esisteranno $\frac{p-1}{2}$ di questi valori che verificheranno la congruenza: $\left(\frac{x^2-\lambda}{D}\right)^{\frac{p-1}{4}} \equiv -1$. Quest'ultima, riducibile alla $(x^2-\lambda)^{\frac{p-1}{4}} \equiv -1$ o alla $(x^2-\lambda)^{\frac{p-1}{4}} \equiv 1$ secondo che sia $D^{\frac{p-1}{4}} \equiv 1$ o $D^{\frac{p-1}{4}} \equiv -1$, avrà così tante radici quante ne indica il grado. Ed i $\frac{p-1}{2}$ numeri che la soddisfano non potranno essere tutti resti o tutti non resti. Infatti se, per fissare un caso, si voglia supporre che le radici della: $(x^2-\lambda)^{\frac{p-1}{4}} \equiv -1$ siano resti tutte, o tutte non resti, si dovrà ammettere che esse soddisfino tutte o alla: $x^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1$, o alla: $x^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1$, e quindi, o alla: $x^{\frac{p-1}{2}} - (x^2-\lambda)^{\frac{p-1}{4}} \equiv 2$, o alla: $x^{\frac{p-1}{2}} - (x^2-\lambda)^{\frac{p-1}{4}} \equiv 0$, e si cadrà se $p > 5$ in congruenze dotate di radici in numero superiore al loro grado.

« Esistono adunque per la x valori resti e valori non resti atti a rendere $\frac{x^2-\lambda}{D}$ quadrato di non resto. Se $D^{\frac{p-1}{4}} \equiv 1$, dicendo σ^2 uno di siffatti valori resti della x, avremo una identità della forma: $\frac{\sigma^4-\lambda}{D} \equiv t^2$ vale a dire: $(t\sqrt{D})^2 - D\left(\frac{\sigma}{\sqrt[4]{D}}\right)^4 \equiv -\lambda$. E se $D^{\frac{p-1}{4}} \equiv -1$, rappresentando con $\sigma^2\sqrt{D}$ uno dei sopradetti valori non resti della x, un'identità della forma: $\frac{D\sigma^4-\lambda}{D} \equiv t^2$, riducibile alla: $(t\sqrt{D})^2 - D\sigma^4 \equiv -\lambda$. Apparisce così che, se D è resto, si può sempre risolvere la: $x^2 - Dy^4 \equiv -\lambda$ posto che la $x^2 - Dy^4 \equiv \lambda$ non sia risolvibile. Ciò dimostra il teorema nell'ipotesi: $p = 8n+1$. Se infatti in questo caso si ammetta come risolvibile la $x^2 - Dy^4 \equiv -\lambda$ anzichè la $x^2 - Dy^4 \equiv \lambda$ e, per conseguenza, come esistente una identità della forma $x'^2 - Dy'^4 \equiv -\lambda$, moltiplicando ambedue i membri di questa per $g^{\frac{p-1}{2}}$, essendo g radice primitiva, si otterrà: $\left(x'.g^{\frac{p-1}{4}}\right)^2 - D\left(y'.g^{\frac{p-1}{8}}\right)^4 \equiv \lambda$.

« Se $p = 8n+5$, ricorderemo di aver dimostrato che, posta l'impossibilità della congruenza $x^2 - Dy^4 \equiv \lambda$, la $\left(\frac{x^2-\lambda}{D}\right)^{\frac{p-1}{4}} \equiv -1$, ammette almeno una radice resto ed una almeno non resto. Ciò posto, distinguiamo i due casi: $D^{\frac{p-1}{4}} \equiv -1$, $D^{\frac{p-1}{4}} \equiv 1$. Nel primo caso, approfittando

della radice resto, potremo ottenere: $\left(\frac{\sigma^4-\lambda}{D}\right)^{\frac{p-1}{4}} \equiv -1$ ossia: $\left(\frac{\lambda-\sigma^4}{D}\right)^{\frac{p-1}{4}} \equiv 1$,

d'onde: $\frac{\lambda-\sigma^4}{D} \equiv t^4$, ed anche, poichè $(-D)^{\frac{p-1}{4}} \equiv 1$, $(t^2 . \sqrt{D})^2 - D\left(\frac{\sigma}{\sqrt[4]{-D}}\right)^4 \equiv \lambda$.

Nel secondo caso poichè la $\left(\frac{\lambda-x^2}{D}\right)^{\frac{p-1}{4}} \equiv 1$, ammette una radice non resto e rappresentabile con $\sigma^2 . g^{\frac{p-1}{4}}$, potremo ottenere una identità della forma: $\left(\frac{\lambda+\sigma^4}{D}\right)^{\frac{p-1}{4}} \equiv 1$, ossia: $\frac{\lambda+\sigma^4}{D} \equiv t^4$, riducibile alla: $(t^2 \sqrt{D})^2 - D\left(\frac{\sigma}{\sqrt[4]{D}}\right)^2 \equiv \lambda$.

« *Possibilità della:*

$$x^4 - Dy^2 \equiv \lambda.$$

« Risolveremo la: $y^2 - D' x^4 \equiv -\lambda D'$, determinando D' con la condizione: $DD' \equiv 1$. Dalla identità: $y_0^2 - D' x_0^4 \equiv -\lambda D'$, seguirà così: $x_0^4 - Dy_0^2 \equiv \lambda$.

« III. *La congruenza:*

$$A x^4 + 2 By x^2 + Cy^2 \equiv \lambda,$$

è risolvibile quando il determinante $B^2 - AC$ *non è nullo mod. p.*

« Ricavando infatti y in funzione di x, otteniamo:

$$y \equiv \frac{-Bx^2 \pm \sqrt{x^4(B^2-AC)+\lambda C}}{C}.$$

« E poichè è possibile una identità della forma: $x_0^4 (B^2 - AC) + \lambda C \equiv u_0^2$, ponendo $x \equiv x_0$, $y \equiv \frac{-Bx_0^2 \pm u_0}{C}$, risolveremo la proposta congruenza.

« *Un trinomio di secondo grado in x può, per qualche valore della x, divenire un biquadrato mod. p.*

« Ciò significa che la congruenza:

$$a x^2 + 2 b x + c \equiv y^4$$

ossia la: $(ax + b)^2 - ay^4 \equiv b^2 - ac$ è risolvibile, e ciò fu stabilito.

« Non credo opportuno insistere maggiormente in facili conseguenze del già dimostrato ».

Matematica. — *Un teorema relativo alla trasformazione modulare di grado* p. Nota I. del dott. G. Frattini, presentata dal Socio Battaglini [1]

« Se i numeri α, β, γ, δ vincolati dalla sola condizione: $\alpha\delta - \beta\gamma \equiv 1$ variano ciascuno nel campo dei resti relativi al divisore primo p, il gruppo delle sostituzioni lineari della forma:

$$\frac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta} = (\alpha, \beta, \gamma, \delta)$$

[1] Seduta del 14 dicembre 1884.

fra gli elementi: $x=(0, 1, 2, \dots p-1, \infty)$, dicesi il *gruppo modulare della trasformazione di grado p*. Dimostro quì appresso un Teorema notevole relativo a siffatto gruppo. Da questo Teorema scaturisce immediatamente, come corollario, la nota proprietà: *Il gruppo è semplice se* $p>3$.

1. « Chiamando *affini* due sostituzioni di un gruppo qualsivoglia quando si possono trasformare una nell'altra con sostituzioni del gruppo, è noto che le sostituzioni di questo sono ripartibili in categorie di sostituzioni tra loro affini. Ciascuna categoria rientra in sè medesima quando la si trasformi con sostituzioni del gruppo. La ripartizione pel gruppo modulare è poi definita dal seguente:

« Lemma. *Le sostituzioni*: $(\alpha, \beta, \gamma, \theta-\alpha)=(-\alpha, -\beta, -\gamma, \alpha-\theta)$, *si spartiscono in* $p-1$ *categorie di sostituzioni affini, ordinatamente corrispondenti ai* $p-1$ *valori assoluti diversi da* 2 *della quantità* θ, *e in una classe eccezionale corrispondente al valore* 2 *della quantità medesima. Quest'ultima classe si spezza in tre categorie di sostituzioni affini. La prima di queste è composta della sola identità, la seconda, che diremo categoria A, delle sostituzioni* $(\alpha, \beta, \gamma, 2-\alpha)$ *per le quali* β *è resto di quadrato, e delle* $(1, 0, \gamma, 1)$ *per le quali* $-\gamma$ *è resto, e la terza, la* B, *delle rimanenti sostituzioni della classe* 2.

« Gli sviluppi relativi a questo punto esporremo in una breve Nota II. che farà parte del prossimo fascicolo dei Rendiconti, e perciò veniamo senz'altro al Teorema che vogliamo dimostrare.

2. « *Teorema. Date due sostituzioni* S, S' *del gruppo modulare diverse dall'unità, si possono ritrovare nel gruppo istesso due sostituzioni trasformatrici* T_1, T_2, *tali, che sia*:

$$(T_1^{-1} S T_1)(T_2^{-1} S T_2)=S'.$$

« *Possono fare eccezione i seguenti casi*:

S *parabolica ed* S' *iperbolica* se $p=4n+1$ [1],
S » » » *ellittica* » $p=4n+3$,
S *a periodo* 2 » » *parabolica* » $p=4n+3$.

« *Se* $p=4n+1$, *si potrà tuttavia ottenere qualunque siano* S *ed* S' *una eguaglianza della forma*:

$$(T_1^{-1} S^{\nu} T_1)(T_2^{-1} S T_2)=S'.$$

« *Lo stesso avviene se* $p=4n+3$, *se pure* S *non sia a periodo* 2 *ed* S' *parabolica*.

[1] È noto che le sostituzioni del gruppo si distinguono in paraboliche, iperboliche ed ellittiche secondochè lasciano immobile uno o due elementi ovvero li spostano tutti. La sostituzione $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ è poi parabolica iperbolica o ellittica secondochè la quantità $(\alpha+\delta)^2-4$ è nulla, resto (di quadrato) o non resto. Le sostituzioni d'ordine 2 o a periodo 2 sono poi quelle per le quali: $\alpha+\delta\equiv 0$.

« Basterà dimostrare, e dimostreremo, che tranne i casi di eccezione enunciati nel Teorema, si possono sempre assegnare due trasformate di S^ν ($\nu = 1$ nei casi contemplati dal Teorema), e di S rispettivamente, ma tali, che il loro prodotto riesca affine ad S', vale a dire, che si può sempre ottenere l'eguaglianza:

$$(H_1^{-1} S^\nu H_1)(H_2^{-1} S H_2) = H_3^{-1} S' H_3$$

per H_1, H_2, H_3 scelte convenientemente nel gruppo. Infatti dall'ultima eguaglianza segue:

$$H_3 H_1^{-1} S^\nu H_1 H_2^{-1} S H_2 H_3^{-1} = S',$$

ovvero posto: $\quad H_3 H_1^{-1} = T_1^{-1}, \quad H_2 H_3^{-1} = T_2,$

$$(T_1^{-1} S^\nu T_1)(T_2^{-1} S T_2) = S'.$$

3. « Supponiamo adunque in primo luogo che nè S nè S' appartengano alle categorie eccezionali A e B. In questo caso, siccome l'affinità di una sostituzione con S o con S' equivale all' eguaglianza del valore assoluto del suo invariante θ di affinità con quello dell' invariante di S o di S', avremo dimostrato il Teorema quando avremo stabilito che: *del gruppo modulare si possono sempre assegnare due sostituzioni dotate del medesimo invariante dato, e tali, che il loro prodotto sia dotato di un certo invariante, dato anch' esso comunque in valore assoluto.* A stabilir ciò, supponiamo essere θ_1, l' invariante dato e che dev' essere comune ai due fattori del prodotto, e k^2 il quadrato dell' invariante che si vuol dare a quest' ultimo. I due fattori essendo: $(\alpha, \beta, \gamma, \theta_1 - \alpha)$, $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \theta_1 - \alpha_1)$, sarà: $\alpha\alpha_1 + \beta_1\gamma + \gamma_1\beta + (\theta_1 - \alpha)(\theta_1 - \alpha_1)$ l' invariante del loro prodotto. Si deve dimostrare che si può sempre risolvere la congruenza:

$$(1) \qquad \alpha\alpha_1 + \beta_1\gamma + \gamma_1\beta + (\theta_1 - \alpha)(\theta_1 - \alpha_1) \equiv \pm k$$

disponendo all' uopo dei numeri α, β, γ, α_1, β_1, γ_1 già soggetti alle condizioni:

$$(2) \qquad \alpha(\theta_1 - \alpha) - \beta\gamma \equiv \alpha_1(\theta_1 - \alpha_1) - \beta_1\gamma_1 \equiv 1,$$

e della arbitrarietà del segno del 2° membro. Dalla (1) eliminando γ e γ_1 per mezzo delle (2), si ottiene:

$$(3) \qquad \beta_1^2\Big(\alpha(\theta_1 - \alpha) - 1\Big) + \beta_1\beta\Big((\theta_1 - \alpha)(\theta_1 - \alpha_1) + \alpha\alpha_1 \mp k\Big) + \\ + \beta^2\Big(\alpha_1(\theta_1 - \alpha_1) - 1\Big) \equiv 0.$$

Ora, perchè la (3) sia possibile per valori diversi da 0 del prodotto $\beta_1\beta$ pel quale fu moltiplicata la (1), convien dare alle quantità α, α_1 valori tali, che il discriminante del primo membro sia resto di quadrato, tali cioè, che sia:

$$t^2 \equiv \Big((\theta_1 - \alpha)(\theta_1 - \alpha_1) + \alpha\alpha_1 \mp k\Big)^2 - 4\Big(\alpha(\theta_1 - \alpha) - 1\Big)\Big(\alpha_1(\theta_1 - \alpha_1) - 1\Big).$$

Dimostreremo che ciò si può sempre fare se $p > 3$. Possiamo infatti ridurre la precedente condizione alla forma:

$$t^2 \equiv (\alpha^2 + \alpha_1^2)(\theta_1^2 - 4) + 2\theta_1(\alpha + \alpha_1)(\pm k - \theta_1^2 + 2) + \\ + 2\alpha\alpha_1(\theta_1^2 \mp 2k) + (\theta_1^2 \mp k)^2 - 4$$

il secondo membro della quale è di secondo grado rispetto alle variabili α, α_1. Per risolvere quest'ultima congruenza nel modo il più generale, porremo: $\alpha+\alpha_1\equiv\mu$, $\alpha\alpha_1\equiv\nu$ ed otterremo:

$$t^2\equiv\mu^2(\theta_1^2-4)+2\mu\theta_1(\pm k-\theta_1^2+2)-4\nu(\pm k-2)+(\theta_1^2\mp k)^2-4\,.$$

Ora affinchè, dati due valori μ_1, ν_1 di μ e ν per i quali quest' ultima congruenza sia risolvibile, si possano determinare i corrispondenti valori di α e di α_1, è necessario e sufficiente che la quantità $\mu^2-4\nu$ sia resto mod. p, che sia cioè: $\mu^2-4\nu\equiv\sigma^2$, ossia: $\nu\equiv\frac{\mu^2-\sigma^2}{4}$. Sostituendo, e ponendo: $\mu-\theta_1\equiv\omega$, otterremo dopo alcune facili riduzioni:

$$t^2\equiv(\theta_1^2\mp k-2)\,\omega^2+(\pm k-2)\,\sigma^2-(\theta_1^2\mp k-2)(\pm k-2)\,.$$

Una congruenza quale quest'ultima, è sempre risolvibile rispetto alle variabili t, ω, σ, che anzi il valore di una delle variabili può in generale esser dato arbitrariamente (¹).

4. « Supponiamo in secondo luogo che S non appartenga alle categorie A, B, ma che vi appartenga S'. Se θ_1 è l'invariante di S, le due sostituzioni: $(0, -2^{-1}\theta_1^{-1}\omega_1, 2\theta_1\omega_1^{-1}, \theta_1)$, $(\theta_1, -2^{-1}\theta_1^{-1}\omega_1, 2\theta_1\omega_1^{-1}, 0)$, saranno, se θ_1 è diversa da zero, affini con S, ed ammetteranno il prodotto: $(-1, -\omega_1, 0, -1)$. Otterremo adunque un prodotto parabolico della categoria A o della B, secondochè per ω_1 sceglieremo un resto o un non resto. Il caso $\theta_1\equiv 0$ per $p=4n+3$ non deve essere considerato perchè escluso nella enunciazione della prima parte del nostro teorema, che è quella che per ora intendiamo stabilire. Sia adunque: $\theta_1\equiv 0$, $k\equiv 2$ e $p=4n+1$. La condizione (3) diverrà: $\alpha_1\beta-\beta_1\alpha\equiv\pm(\beta+\beta_1)\sqrt{-1}$. Disporremo di β e di β_1 in modo che essi siano diversi da zero, e la quantità $\pm(\beta+\beta_1)\sqrt{-1}$ sia diversa da 0 e appartenga alla specie quadratica che corrisponde alla categoria di S'. Le sostituzioni: $(\alpha, \beta, \gamma, -\alpha)$, $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, -\alpha_1)$, quando la α e la α_1 siano state determinate in modo che soddisfino all'ultima congruenza, saranno affini con S, e il loro prodotto:

$$(\alpha_1\alpha+\beta_1\gamma,\ \alpha_1\beta-\beta_1\alpha, \ldots.)$$

con S'.

« Supponiamo ora che S ma non S' appartenga alla categoria A o alla B. Nella (3) pongasi: $\theta_1\equiv 2$. Essa diverrà:

$$\big(\beta_1(\alpha-1)-\beta(\alpha_1-1)\big)^2\equiv\beta_1\beta(2\mp k)\,. \tag{7}$$

« Ora, se vogliamo che le: $(\alpha, \beta, \gamma, 2-\alpha)$, $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, 2-\alpha_1)$ riescano affini alla sostituzione parabolica S, dobbiamo disporre di β e di β_1 in modo, che essi siano numeri di una medesima e determinata specie (quadratica o no secondo la specie di S). In tal caso, sebbene la (7) sia sempre

(¹) Veggasi la mia Nota precedente: *Intorno ad un Teorema di Lagrange*.

possibile per valori di β e β_1 diversi da 0, non potremo tuttavia, determinati per β e β_1 due valori qualisivogliano ma della medesima specie, soddisfare poi con α e con α_1 alla (7), se una delle quantità: $2+k$, $2-k$, non sia resto. Tuttavia se $4-k^2$ non sarà resto, (e per ciò $2+k$ o $2-k$ sarà resto), la (7) sarà possibile. La quantità: $4-k^2=-(k^2-4)$ è poi non resto quando S′ è ellittica se $p=4n+1$, e quando essa è iperbolica se $p=4n+3$. Sono così giustificate le possibili eccezioni alla prima parte del nostro teorema.

5. « Supponiamo finalmente che 2 sia l'invariante di S′, e 2 altresì quello di S. Abbiamo: $(1, \beta, 0, 1)(1, \beta_1, 0, 1) = (1, \beta+\beta_1, 0, 1)$. Assumiamo per β_1 un numero diverso da 0 e della specie quadratica di S, e per β un numero della specie di β_1, ponendo: $\beta \equiv \beta_1 \omega^2$, con ω diversa da 0. Determiniamo inoltre ω in modo che anche $1+\omega^2$ sia diversa da 0, e il prodotto: $\beta_1(1+\omega^2)$ della specie quadratica di S′. Ciò si può sempre fare. Infatti se per ciò dovesse la specie di $1+\omega^2$ essere ad es. quella dei non resti, si potrebbe nella serie: $1, 2, \ldots. p-1$ trovare un resto non seguito da resto (¹). Eguagliando ω^2 al resto, ed ω alla radice di questo, si otterrà l'intento. Le due sostituzioni: $(1, \beta, 0, 1)$, $(1, \beta_1, 0, 1)$ saranno dopo ciò affini ad S, e il loro prodotto ad S′.

« Il nostro teorema rimane così dimostrato quanto alla prima parte.

« Per dimostrare la seconda, dobbiamo tornare al caso di eccezione: S parabolica ma non S′. Sia: $S=(\lambda_1, \mu_1, \nu_1, 2-\lambda_1)$. Sarà $\nu\mu_1$ il secondo coefficiente della sostituzione parabolica S^ν. Risolviamo la (7) (ossia la (3) per $\theta_1 \equiv 2$), scegliendo β_1 in modo, che la $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, 2-\alpha_1)$ riesca affine con S. Ciò facendo, il carattere quadratico di β potrà, come dicemmo, riuscire determinato. Quando ciò sia, esisteranno nondimeno numeri ν tali, che la quantità $\nu\mu_1$ abbia comune con la β il proprio carattere. Le sostituzioni: $(\alpha, \beta, \gamma, 2-\alpha)$, $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, 2-\alpha_1)$ le costanti delle quali soddisfino alle congruenze (2), (7), ammetteranno $\pm k$ come invariante del prodotto, che per ciò sarà affine ad S′, e saranno affini con S^ν e con S rispettivamente, così che sussisterà l'eguaglianza:

$$(H_1^{-1} S^\nu H_1)(H_2^{-1} S H_2) = H_3^{-1} S' H_3 .$$

6. « *Semplicità del gruppo*. L'eguaglianza ultima dimostra che il gruppo non può contenere sottogruppi eccezionali (*ausgezeichneten*).

« Supponiamo infatti che una S diversa da 1 appartenesse a un sottogruppo siffatto. Vi apparterrebbe S^ν e il prodotto: $(T_1^{-1} S^\nu T_1)(T_2^{-1} S T_2)$, che per T_1, T_2 scelte convenientemente nel gruppo, è riducibile a qualsivoglia sostituzione di questo. Il sottogruppo si ridurrebbe così al gruppo totale. Questo ragionamento cessa di essere efficace se $p=4n+3$, S a periodo 2, ed S′ parabolica. In tal caso, si potrebbe mediante il sopra scritto

(¹) Serret, *Cours d'Algèbre supérieure* T. II, 329.

prodotto far prima passaggio ad una sostituzione diversa da 1 e a periodo diverso da 2 e poi eguagliando ad S questa sostituzione, applicare il ragionamento precedente, se pure il gruppo non fosse composto di sole paraboliche e a periodo 2. Ma ciò avviene evidentemente sol quando $p=3$.

« Osservazione. Ricercando la condizione affinchè il prodotto:

$$(\alpha, \beta, \gamma, \theta-\alpha)\,(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \theta_1-\alpha_1)$$

possa generare una sostituzione di invariante dato $\pm k$, si cadrà nella congruenza:

$$\alpha\alpha_1+\beta_1\gamma+\gamma_1\beta+(\theta-\alpha)(\theta_1-\alpha_1)\equiv\pm k,$$

riducibile alla:

$$\beta_1^2\big(\alpha(\theta-\alpha)-1\big)+\beta_1\beta\big((\theta-\alpha)(\theta_1-\alpha_1)+\alpha\alpha_1\mp k\big)+\beta^2\big(\alpha_1(\theta_1-\alpha_1)-1\big)\equiv 0.$$

« Esprimendo che il determinante dev' essere resto mod. p, otterremo la congruenza:

$$t^2\equiv(\alpha\theta_1+\alpha_1\theta\pm k-\theta\theta_1)^2+4(\alpha\theta+\alpha_1\theta_1-\alpha^2-\alpha_1^2\mp k\alpha\alpha_1-1)$$

la quale, essendo di secondo grado rispetto alle variabili α, α_1, t, si potrà sempre risolvere. Adunque:

« *Date tre sostituzioni arbitrarie del gruppo modulare, si potranno sempre assegnare (salvo il caso dubbio in cui taluna delle tre sostituzioni sia parabolica), due sostituzioni del gruppo le quali trasformino la prima data sostituzione e la seconda per modo che il prodotto delle due trasformate eguagli la terza delle sostituzioni date* ».

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

A. Battelli e L. Palazzo. *Sulle variazioni di volume di alcuni corpi per effetto della fusione.* Presentazione del Socio Blaserna.

F. Sacco. *Osservazioni sui depositi pliocenici, marini ed alluvionali dell'alta valle padana.* Presentazione del Segretario della Classe a nome del Socio Cossa.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Segretario Blaserna presenta alla Classe una medaglia d'argento, copia di quella in oro che venne offerta al Socio prof. Meneghini in occasione del suo 50° anniversario d' insegnamento. Il Comitato esecutivo dei sottoscrittori per la coniazione di detta medaglia, incaricò il suo Presidente prof. Iginio Cocchi, di fare presente della copia in argento all'Accademia.

Il Presidente annunzia che alla seduta assiste il Socio T. Huxley Presidente della Società Reale di Londra.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta i libri giunti in dono. Richiama l'attenzione dei Socî su numerose pubblicazioni del Principe B. Boncompagni, delle quali l'autore fece omaggio all'Accademia, e sul primo fascicolo della *Bibliotheca mathematica* dell'Eneström trasmesso dallo stesso principe.

Presenta inoltre una pubblicazione fatta dalla r. Accademia di medicina di Torino, fatta in onore dell'accademico prof. Casimiro Sperino, e le opere seguenti di Socî e di estranei:

T. Taramelli. *Note illustrative della carta geologica della provincia di Belluno, rilevata negli anni 1877-81* con carta.

W. Thomson. *Mathematical and Physical papers.* Vol. II.

Potagos. *Dix années de voyages dans l'Asie centrale et l'Afrique équatoriale.* T. I.

Triangolazione della Svizzera, eseguita dalla Commissione geodetica svizzera. P. II.

R. Grant. *Catalogue of 6415 stars for the epoch 1870, deduced from observations made at the Glasgow University Observatory during the years 1860 to 1881.*

Il Socio Cannizzaro presenta la pubblicazione del sig. F. Le Blanc: *Le laboratoire e l'enseignement de J. B. Dumas.*

Il Socio Ferrero presenta il suo *Rapport sur les triangulations* ed i *Rendiconti* delle sedute della VII Conferenza geodetica internazionale per la misura del grado in Europa, che si riunì a Roma nel 1883.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna comunica la seguente corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La Società storica-lombarda, di Milano; la Società degli antiquari, di Filadelfia; la Società geologica degli Stati Uniti, di Washington; la Società di scienze naturali di Ekathérinebourg; la Società di filosofia sperimentale di Rotterdam; la Direzione dell'Archivio di Stato, di Bologna; la r. Soprintendenza degli Archivi Toscani, di Firenze; la r. Biblioteca di Parma; la Biblioteca nazionale di Brera, di Milano; la Biblioteca provinciale di Aquila; la Biblioteca civica di Vercelli; la Biblioteca Marucelliana di Firenze;

l'Università di Aberdeen; l'Università di Genova; i r. Licei di Verona, di Massa e di Avellino; il Comando del Corpo di Stato Maggiore di Roma; l'Istituto Teyler di Harlem; il Museo Britannico di Londra.

Lo stesso SEGRETARIO annuncia che l'ing. F. LAUR invia all'Accademia una Nota velocigrafata, che contiene le sue opinioni sulle cause che producono i terremoti.

CONCORSI A PREMI

In seguito a proposta del PRESIDENTE la Classe approva la deliberazione presa dalla Classe di scienze morali, storiche e filologiche nella precedente seduta, di prorogare al 30 aprile 1888 il concorso al premio ministeriale andato deserto, avente per titolo: *Bibliografia e critica degli scritti in poesia latina che comparvero in Italia nell' XI e XII secolo*, ecc. In conformità dell' art. 5° del r. Decreto 17 febbraio 1884, potranno prender parte a questo secondo concorso non solo gli insegnanti di scuole secondarie, ma anche i professori ed assistenti delle Università e di scuole universitarie e superiori.

Il Segretario BLASERNA dà comunicazione all'Accademia di tre concorsi aperti dal Ministero d'Agricoltura, Industria e Commercio per la compilazione di tre Manuali, l'uno di Agraria, l'altro di Storia naturale, il terzo di Fisica e Chimica. Al primo verrà assegnato un premio di L. 5000, al secondo di L. 4000, al terzo di L. 3000, oltre l'acquisto di esemplari in conformità di quanto sarà in seguito pubblicato in un manifesto, che determinerà le norme opportune, concernenti il concorso.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 15 febbraio 1885.

G. Fiorelli Vice-Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Paletnologia. — *Del culto delle armi di pietra nell'età neolitica.* Comunicazione del Socio corr. L. Pigorini.

« Il Socio corr. Pigorini presenta un singolare oggetto di selce piromaca, rinvenuto dal cav. Stefano De Stefani nella *grotta dell'orso*, una delle stazioni dell'età neolitica del comune di Breonio in provincia di Verona, delle quali il Pigorini medesimo parlò nella seduta dell'Accademia tenuta il 18 gennaio scorso.

« L'oggetto stesso, esistente nel Museo preistorico di Roma, rassomiglia ad una cuspide di lancia o di freccia, ma non può essere un utensile o un'arma di uso comune imperocchè pesa kilogr. 1,710 ed è di dimensioni tali che si richiederebbe un manico colossale per maneggiarlo. La sua forma è quella di un triangolo isoscele a lati rettilinei, dei quali i due uguali sono lunghi cent. 20, mm. 11, e il terzo cent. 18, mm. 7. Dal mezzo di questo parte un gambo lungo circa cent. 8 il quale, nel punto ove comincia, è largo quasi altrettanto, e porta in una delle faccie un incavo artificiale e irregolare, largo fra i mm. 15 e 30, profondo circa mm. 12.

« Si sa che in tutto il vecchio mondo alle armi di pietra il volgo attribuisce una origine celeste, e che una simile superstizione esisteva già

presso i Greci, i Romani e gli Etruschi. Ciò vale a mostrare che nell'età in cui le armi stesse si fabbricavano e si usavano, oltre essere adoperate negli atti ordinarî della vita, servivano anche come strumenti sacri o come emblemi della divinità. Poichè è dimostrato che realmente nell'età neolitica si prestò un culto all'*ascia*, e che se ne fabbricarono in grande o in piccolo tali e le quali non possono essere che votive, così è verosimile che fosse pure un oggetto di culto la colossale cuspide di lancia o di freccia trovata nella *grotta dell'orso* ».

Bibliografia. — *Di un Codice frammentario Tulliano del secolo IX.* Nota del Socio corr. E. Narducci.

« In altra seduta [1] ebbi l'onore di richiamare l'attenzione dell' Accademia intorno al codice Reginense 1762 della Biblioteca Vaticana, da me altrove minutamente descritto [2], e poco innanzi ritrovato; prezioso codice, sfuggito a tutti i tulliofili, e che quindi innanzi chiameremo Hadoardiano, dal nome di Hadoardo, raccoglitore dei frammenti in esso contenuti.

« Nelle carte 4-155 di questo codice membranaceo, in 12°, di 232 carte, scritto certamente nel secolo IX, a giudizio anche del Bethmann [3] e del Dümmler [4], trovasi un trattato religioso-morale intitolato: Incipit de diuina natura colletio quædam secundum Tullium Ciceronem ceterosque philsophos ab ipso commemoratos, e diviso in 19 capitoli, dei quali seguono i titoli, omesso il primo, compreso sotto il titolo generale:

« f. 12 II. De uniuersitate quæ percipi mente sensuque corporis queunt.

« f. 19 III. De diuina prouidentia mundum semper regentis.

« f. 25 IIII. De natura humana maxime secundum corporalem essentiam.

« f. 31ª V. De animi qualitate.

« f. 35ᵇ VI. De ratione iusque humanum.

« f. 44ᵇ VII. De diuinatione fato sorteque ac somniis.

« f. 53ᵇ VIII. De sapientia.

« f. 64ᵇ VIIII. De uirtute ac perturbationibus animi.

[1] Atti della r. Accad. dei Lincei. Anno cclxxx, 1882-83. Serie terza, *Transunti*, vol. VII, pag. 147, seduta del 18 febbraio 1883.

[2] Bullettino di bibliogr. e di storia delle scienze mat. e fis. to. XV, settembre 1882, pag. 512-518. — *Intorno a varî comenti fin qui inediti o sconosciuti al Satyricon di Marziano Capella*, Memoria di Enrico Narducci. Roma, 1883, pag. 10-16.

[3] G. H. Pertz, Archiv der Gesellschaft für altere deutsche Geschichtkunde, XII Band. Hannover, 1874, pag. 325.

[4] Neues Archiv der Gesellschaft für ältere deutsche Geschichtkunde, IV Band. Hannover, 1879, pag. 531.

« f. 76^b X. De probabilitate ac rationabilitate humana.
« f. 81^b XI. De uita beata.
« f. 86^b XII. De amicitia.
« f. 96^b XIII. De oratore.
« f. 105^b XIIII. De romana philosophia.
« f. 106^b XV. De fabulis.
« f. 108^a XVI. De officiis.
« f. 141^a XVII. De honestate atque utilitate earumque concordia.
« f. 146^a XVIII. Commemoratio philosophiae.
« f. 147^b XVIIII. De senectute.

« Accortomi che la massima parte di questo trattato, da pochi brandelli in fuori, era interamente contesto di frammenti ciceroniani, senza alcuna soluzione di continuità, mi accinsi con non tenue fatica a trascrivere fedelmente, pagina a pagina e linea a linea, le 304 pagine che lo contengono, nella fondata speranza di ritrovarvi, dopo dieci secoli, tempo da noi più lontano che non il codice da Cicerone stesso, qualche frammento di libri perduti del sommo filosofo ed oratore. Di gran lunga più ardua fu poi la fatica di rintracciare e stabilire la fonte di ciascun frammento, e di apporvi le varianti colle migliori lezioni moderne. Risultarono da questo lavoro 630 frammenti, 623 dei quali tulliani, 4 di Sallustio, 2 di Macrobio ed 1 di Pacuvio, classificato nelle edizioni fra gli incerti. Gli altri appartengono ai seguenti trattati di Cicerone :

« *De Oratore. — Academicorum priorum. — Tusculanarum disputationum. — De deorum natura. — De Legibus. — De Divinatione. — De Fato. — De Officiis. — De Senectute. — De Amicitia. — Paradoxa. — Timaeus. — De Philosophia, sive Hortensius.*

« Dei 623 frammenti tulliani, 25, la cui fonte non era stata da me a prima giunta trovata, fu invece accertata dal ch. dott. W. H. D. Suringar, rettore emerito del Liceo di Leida, e resa pubblica con opuscolo a stampa (1).

« Mai più fondata speranza di ritrovare nuovi frammenti di trattati in parte superstiti, od altri di opere perdute, non ebbe a soffrire più sconfortevole disinganno. Mentre in fatti, cosa notevolissima, la ricca biblioteca onde attinse Hadoardo possedeva esemplari di tutte le opere filosofiche sino al nostro secolo note del grande Arpinate, tranne i cinque libri *De finibus bonorum et malorum*, esemplari a quanto sembra non più dei nostri completi, giusto appunto difettava degli altri che posteriormente nel medio evo tutti sanno essere andati per le mani dei dotti. Neppure ebbe egli alle

(1) *De onlangs gevonden Fragmenten von Cicero. Eene teleurgestelde Verwachting. Leiden, E. J. Brill*, 1883 in 8.° Questi sono i frammenti n.i 7, 10, 28, 33, 40, 42, 51, 87, 119, 150, 154, 168, 193, 214, 216, 227, 237, 240, 275, 322, 375, 448, 588. Due altri, i n. 261, 272, sono raffazonati dal compilatore Hadoardo.

mani l'*Hornsius*, l'unico frammento ch'ei ne riporta essendo quello stesso conservato da s. Agostino.

« Ciò non pertanto preziosissimo è da ritenere il codice Vaticano Reginense 172, siccome archetipo di tutti i codici conosciuti nei quali trovinsi riuniti le opere filosofiche di Cicerone.

« M'illussi per tanto ad inviare l'intero mio lavoro al dotto mio collega e negli studî tulliani versatissimo, dott. P. Schwenke, bibliotecario della Università di Kiel, il quale, compreso della importanza del nostro codice, ne sta preparando uno studio critico, di cui un primo saggio è per vedere la luce nel *Centralblatt für Bibliothekswesen*.

« Dalle molte ed interessanti osservazioni ch'egli ebbe la cortesia di comunicarmi in proposito risulta, che l'apparato critico tulliano sarà per avvantaggiarsi non poco dal codice di Hadoardo, mercè la cui lezione, comparata cogli antichissimi codici di Firenze, Leida, Monaco e Berlino (già Erfurt), ai quali per altro è anteriore il Vaticano, potranno togliersi molte mende all'edizione Baitero-Halmiana, ritenuta finora la migliore. Intanto che il ch. dott. Schwenke va completando il suo studio critico sul mio lavoro di trascrizione e di confronto, credo utile, per fornire più chiara idea del codice in discorso, di darne qui appresso un breve saggio, accompagnandolo colle varianti che risultano a fronte della lezione più universalmente accetata (¹).

INCIP̄ DE DIUINA NATURA || COLLETIO (*sic*) QUEDĀ SUM̄ TULIIU CICERONE CETE || ROSQ : PHILOSOPHOS AB IPSO CŌMEMORATOS

CUM MULTE RES || IN PHILOSOPHIA NEQUAQUAM
5 satis explicate sint. multum perdifficilis et perobscura questio est de essentia uel natura deitatis. Quæ ad cognitionem animi pulcherrima est. et ad moderandam religionem necessaia. De qua tam uariæ sunt doctissimorum hominum. tamque discrepantes sententiæ. ut magno argumento esse debeat causa principium philosophiæ scientia. 2. Res enim nulla est de qua tantopere. non solum indocti. sed etiam docti dissentiant. Quorum
10 opiniones cum iam uariæ sint. tamque inter se dissidentes alterum fieri profecto potest ut earum nulla. alterum certo non potest ut plus una uera sit. Qua quidem in causa et beniuobs obiurgatores placare. et inuidos uituperatores confutare possumus ut alteros reprehendisse pœniteat. alteri didicisse se gaudeant. Nam qui admonent amice docendi sunt. qui inimice insectantur repellendi. 3. Fuerunt enim philosophi qui omnino
15 nullam habere censerunt rerum humanarum procuratione deos. Quorum si uera sententia est. quæ potest esse pietas. quæ sanctitas. quæ religio ? Hec enim omnia pure atque caste tribuenda deo munera enim sunt ipsius. Si animaduertitur ab eo. et si est aliquid a deo

(¹) Avvertasi che Hadoardo scrive ordinariamente: *deus*, *dei*, ecc. in vece di *dii*, *deorum*, ecc.

(⁵) tum - *add.* Brute quod tu minime ignoras — (⁶) deorum - quæ et ad agnitionem — (⁸) ut id - causam philosophiæ esse inscientiam — (⁹) tanto opere — (¹¹) certe — (¹⁴) Sunt enim philosophi et fuerunt — (¹⁷) deorum numini ita sunt, si animadvertuntur ab iis.

immortale hominum generi tributum. Sin autem deus neque potest nos iuuare. nec uult
nec omnino curat. nec quid agamus animaduertit. Nec est quod ab eo ad hominum uitam
permanere possit. quid est quod ullos deum immortalem honores preces adhibeamus? In 20
specie autem ficte simulationis. sicut relique uirtutes. nec pietas inesse potest. Cum qua
simul. sanctitatem et religionem tolli necesse est. Quibus sublatis perturbatio uitæ sequitur
et magna confusio. Atque haud scio an pietate aduersus deum sublata. fides etiam et societas
generis humani. et una excellentissima uirtus iustitia tollatur. Sunt autem alii philosophi
et hi quidem magni atque nobiles. qui deum mente atque ratione omnem mundum admi- 25
nistrari et regi censeant. Neque uero id solum. sed etiam ab eodem hominum uitæ et con-
suli et prouideri. 4. Est autem inter magnos homines magna dissensio. 5. Nam alii dicunt
unum esse omnia. neque id esse mutabile. et id esse deum. 6. Alii infinitum et immutabile
et fuisse semper et fore. 7. Alii id bonum esse dicunt solum quod est unum. et simile et
idem semper. 8. Alii infinitatem naturis esse. e qua omnia gignerentur. 9. Alii materiam 30
infinitam. sed ex ea particulas similes inter se minutas. eas primum confusas postea in
ordinem adductas mente diuina. 10. His ita cogimur dissentione sapientium dñm nostrum
ignorare. Non prosequor questiones infinitas tantum de principiis rerum e quibus omnia
constant uideamus. 11. Quidam enim nihil animo uidere possunt. ad oculos omnia referunt.
Magni autem est ingenii reuocare mentem a sensibus. et cogitationem ab consuetudine 35
abducere. 12. Porro infirmissimum hoc adferri uidetur cur deum esse credamus. quod nulla
gens tam fera. nemo omnium tam sit immanis. cuius mentem non imbuerit dei opinio.
Multi de deo praua sentiunt. id enim uitioso more effici solet. omnes tamen esse uim. et
naturam diuinam arbitrantur. Nec uero id collocutio hominum aut consensus efficit. Non
institutis opinio est confirmata. non legibus. Omni autem in re consensio omnium gentium 40
lex naturæ putanda est. 13. Quod si omnium consensus naturæ uox est. huiusque qui ubique
sunt consentiunt esse aliquid quod ad eos pertineat qui uita cesserint. Nobis quoque idem
existimandum est et si quorum aut ingenio aut uirtute animus excellit. eos arbitrabimur
qui a natura æterna optime sunt conditi. cernere naturæ uim. 14. Sed ut deum natura esse
credimus. qualisque sit ratione cognoscimus. 15. Nam si singulas disciplinas percipere ma- 45
gnum est quanto magis omnis? Quod facere his necesse est. quibus propositum est ueri
repperiendi causa. et contra omnes philosophos. et pro omnibus dicere. Cuius rei tantæ
tamque difficilis facultatem consecutum esse me non profiteor secutum esse pre me fero.
16. Si enim omnis cognitio multis est obstructa difficultatibus eaque est et in ipsis rebus
obscuritas. et in iudiciis nostris infirmitas. ut non sine causa antiquissimi et doctissimi in- 50
uenire se posse quod cuperent diffisi sint tamen nec illi defecerunt. Neque nos studium
exquirendi defatigati relinquemus. Neque nostræ disputationes quicquam aliud agunt nisi
ut in utramque partem dicendo et audiendo eliceant. et tamquam exprimant aliquid quod
aut uerum sit aut ad id quam proxime accedat. Nec inter nos et eos qui se scire arbitran-
tur quicquam interest. nisi quod illi non dubitant quin ea uera sint quæ defendunt. Nos 55
probabilia multa habemus quæ sequi facile. adfirmare uix possumus. 17. Non enim sumus hi
quibus nihil uerum esse uideatur. sed hi qui omnibus ueris falsa quædam adiuncta dicamus.

(18) deis immortalibus - dei neque possunt - volunt — (19) curant - animadvertunt — (20) deis immortalibus cultus, honores — (21) item - non potest — (23) deos — (25) deorum — (26) isdem — (26 27) vitæ contuli — (27) enim - summa — (27 28) Xenophanes paulo etiam antiquior, unum esse — (28) Melissus hoc quos esse infinitum — (30) Is enim (Anaximander) infinitatem naturæ dixit esse - Anaxagoras — (31) Nihil enim. *Om.* quidam - poterant - referebant — (35) sevocare — (36) Ut porro — (38) dis — (39) effecit — (41) omnesque — (43) arbitramur — (44) natura optima sint — (44 45) deos esse natura opinamur — (45) qualesque sint — (46) maius - iis — (49) Etsi enim — (53) dicendo eliciant — (56) ii — (57) adiuncta esse.

Ex quo existit et illud, multa esse probabilia quæ quamquam non perciperentur tamen quia uisum quemdam haberent insignem et illustrem. his sapientis uitæ regeretur. 18. ani-
60 morum ingeniorumque naturale quoddam quasi pabulum consideratio contemplatioque naturæ sempiterna. Erigimur. latiores fieri uidemur humana despicimus cogitantesque supera atque cœlestia. Hæc nostra ut exigua et minima contempnimus. Indagatio ipsa rerum cum maximarum tum etiam occultissimarum habet oblectationem. Si uero aliquid occurret quod ueri simile uideatur. humanissima completur animus uoluptate. 19. Cum enim non instituto
65 aliquo aut more aut lege sit opinio constituta. maneatque ad unum omnium firma consensio. intelligi necesse est deum. quoniam insitas eius uel potius innatas considerationes habemus. De quo autem omnium natura consentit. id uerum esse necesse est. Esse igitur deum confitendum est. Quod quoniam fere constat inter omnes non doctos solum sed etiam indoctos. fateamur constare illud etiam nos habere siue anticipationem siue prenotionem dei. 20. Quæ enim
70 nobis natura informationem dedit. eadem sculpsit in mentibus. ut eum æternum et beatum haberemus. 21. Si nihil aliud quæreremus nisi ut deum coleremus pie. et ut superstitione liberaremur. satis erat dictum. Nam et prestans dei natura ut hominum pietate coleretur. cum æterna esset et beatissima. Habet enim uenerationem iustam quicquid excellit. 22. Quidam autem dicunt eam esse naturam dei. ut primum non sensu. sed mente cernatur.
75 nec soliditate quadam. nec ad numerum. sed imaginibus. similitudine transitione perceptis. cum infinita simillimarum imaginum species ex innumerabilibus indiuiduis existat et ad deum affluat. cum maximis uoluptatibus. in eam imaginem mentem intentam infixamque nostram intelligentiam capere quæ sit et beata natura et æterna summa uero uis infinitatis et magna ac diligenti contemplatione dignissima est. in qua intelligi necesse est eam esse
80 naturam ut omnia omnibus paribus paria respondeant. Hanc ICONOMIAM quidam appellat. id est equabilem tributionem. Ex hac igitur illud efficitur. si mortalium tanta multitudo sit. esse immortalium non minorem. Etsi quæ interimant innumerabilia sint. tum ea quæ conseruent infinita esse debere. 23. Quis enim non timeat omnia prouidentem et cogitantem et animaduertentem. et omnia ad se pertinere putantem. curiosum et plenum negotii deum.
85 24. Pie itaque colamus naturam excellentem atque prestantem omnia. 25. Eam uidelicet naturam qua nihil beatius nihil omnibus bonis affluentius cogitari potest. Nullis occupationibus est implicatus. Non neglegit opera sua. sua sapientia et uirtute gaudet. Habet exploratum fore se semper. cum in maximis. tum in æternis uoluptatibus.

Bibliografia. — *Tavole dei frammenti Tulliani contenuti nel Codice Reginense 1762.* Compilate dal Socio corr. E. Narducci.

Nella prima di tali tavole, a canto al numero progressivo di ciascun frammento, secondo che si trova nel codice, è indicato a quale trattato, libro e paragrafo esso frammento è relativo. Nella seconda, disposta secondo

(58) *Add.* tanta similitudine ut in iis nulla insit certa iudicandi et adsentiendi nota — (59) iis — (61) *om.* sempiternæ - altiores — (62) minuta — (63) occurrit — (66) esse deos - eorum - cognitiones — (67) *om.* Esse - deos — (68) omnis - philosophos — (69) hanc nos - *add.* ut ante dixi - deorum — (70) *add.* ipsorum deorum - insculpsit - eos æternos et beatos — (71) deos pie coleremus — (72) deorum - *om.* ut — (73) cum et — (74) Epicurus autem qui res occultas et penitus abditas non modo viderat animo, sed etiam sic tractat, ut manu, docet eam esse vim et naturam deorum — (75) *add.* ut ea, quæ ille propter firmitatem *στερέμνια* appellat - et transitione — (76) cumque — (77) eas imagines — (80) *ἰσονομιαμ* appellat Epicurus — (82) etiam — (85) Pie sancteque colimus - *om.* omnia — (86) *om.* naturam - *add.* nihil enim agit — (87) Nullo opere molitur.

l'ordine dei trattati, libri e paragrafi, a lato di ciascuno di questi è indicato il numero del frammento che a ciascun paragrafo, libro e trattato si riferisce.

I. Ordo fragmentorum iuxta codicem Reginensem 1762.

1.	De Deor. nat.	I, 1
2.	»	I. 5
3.	»	I, 3
4.	Acad. prior.	II, 117
5.	»	II, 118
6.	»	»
7.	»	II, 129
8.	»	II, 118
9.	»	»
10.	»	II, 126
11.	Tusc. disp.	I, 37-38
12.	»	I, 30
13.	»	I, 35
14.	»	I, 36
15.	De Deor. nat.	I, 11-12
16.	Acad. prior.	II, 7-8
17.	De Deor. nat.	I, 12
18.	Acad. prior.	II, 127-128
19.	De Deor. nat.	I, 44
20.	»	I, 45
21.	»	»
22.	»	I, 49-50
23.	»	I, 54
24.	»	I, 56
25.	»	I 51
26.	»	II, 13-14
27.	»	II, 15
28.	»	II, 86
29.	»	»
30.	»	II, 155
31.	»	II, 47
32.	»	II, 44-45
33.	Acad. prior.	II, 58
34.	»	II, 142
35.	De Deor. nat.	I, 26-28
36.	»	III, 64
37.	Tusc. disp.	I, 66
38.	»	I, 53-54
39.	De Divinat.	I, 131
40.	De Deor. nat.	I, 121
40.a	»	I, 114
41.	»	I, 60
42.	»	II, 154
43.	»	I, 19
44.	»	I, 20
45.	»	I, 21
46.	»	I, 22-24
47.	»	I, 24
48.	»	»
49.	»	I, 25-27
50.	»	III, 38-39
51.	»	III, 61
52.	»	II, 63
53.	»	II, 63-65
54.	»	II, 66-67
55.	»	III, 62
56.	»	II, 67-69
57.	»	II, 69-70
58.	»	II, 70-73
59.	Timaeus	II-III
60.	»	III-IV
61.	»	IV-V
62.	»	VI
63.	»	VI-VIII
64.	»	IX
65.	»	IX-XI
66.	»	XIII
67.	»	XI
68.	»	»
69.	»	XI-XII
70.	»	XIV
71.	De Deor. nat.	II, 75
72.	»	II, 76
73.	»	II, 77
74.	»	II, 79
75.	»	II, 81
76.	»	II, 82-83
77.	»	II, 84
78.	»	II, 85
79.	»	II, 127-128
80.	»	II, 98-103
81.	»	II, 49-53
82.	»	II, 131-133
83.	»	II, 115-118
84.	»	II, 119-123
85.	»	II, 124
86.	»	II, 4
87.	»	II, 86
87.a	»	II, 87
88.	»	II, 29
89.	»	I, 121
90.	»	II, 167
91.	»	II, 165
92.	»	III, 92
93.	»	II, 140-141
94.	»	II, 132-139
95.	»	II, 142-147
96.	»	II, 147-149
97.	»	II, 152-153
98.	De Legib.	I, 22-23
99.	»	I, 26-27
100.	»	I, 28-30
101.	»	I, 31-32
102.	Tusc. disp.	I, 18
103.	»	I, 20
104.	»	I, 22
105.	»	I, 23
106.	»	I, 23-24
107.	»	I, 59-60
108	»	I, 41
109.	»	»
110.	»	I, 42
111.	»	I, 43-45
112.	»	I, 45-46
113.	»	I, 51
114.	»	»
115.	»	I, 54
116.	»	I, 61
117.	Tusc. disp.	I, 65-66
118.	»	I, 67-71
119.	»	I, 50
120.	»	I. 75
121.	»	I, 74-75
122.	»	I, 56
123.	De Deor. nat.	III, 29-34
124.	De Legib.	I, 17
125.	»	I, 19
126.	»	I, 16
127.	»	I, 18-19
128.	»	I, 32
129.	»	I, 23-25
130.	»	I, 33
131.	»	I, 35
132.	»	I, 34
133.	»	I, 42
134.	»	I, 42-45
135.	»	I, 45-52
136.	»	I, 56
137.	»	I, 58
138.	»	I, 59-62
139.	»	II, 8
140.	»	»
141.	»	II, 8-10
142.	»	II, 10-11
143.	»	II, 12-13
144.	»	II, 15-16
145.	»	II, 24-26
146.	»	II, 26
147.	»	II, 41
148.	»	II, 38-39
149.	»	II, 46-47
150.	»	II, 48
151.	»	III, 1-4
152.	»	III, 4
153.	»	III, 5
154.	»	III, 42
155.	Sallust. De bello Jugurth. 1-2 (cf. ed. Dietsch, I, 221-223)	
156.	De Divin.	I, 1
157.	»	I, 2
158.	»	I, 3
159.	»	I, 7
160.	»	I, 9
161.	»	I, 11-12
162.	»	I, 12-13
163.	»	I, 34
164.	»	I, 109-111
165.	»	I, 113
166.	»	I, 112
167.	»	I, 124-130
168.	Pacuvius, ap. Cic. de Divin.	I, 131
169.	De Divin.	II, 9-11
170.	»	II, 14-19
171.	»	II, 21-22
172.	»	II, 23

No.	Opus	Locus
173.	De Divin.	II, 24
174.	»	II, 25-26
175.	»	II, 33-34
176.	»	II, 49
177.	De Fato	6
178.	»	8-9
179.	»	11
180.	»	14
181.	»	17
182.	»	19
183.	»	20-21
184.	»	23-26
185.	»	27
186.	»	32
187.	»	34
188.	»	36
189.	»	38
190.	De Divin.	II, 60-61
191.	»	II, 55
192.	»	II, 85
193.	»	II, 108
194.	»	I, 115
195.	»	I, 116
196.	»	I, 117
197.	»	»
198.	»	I, 120
199.	»	I, 121
200.	»	II, 137-138
201.	»	II, 139-140
202.	»	II, 127-128
203.	»	II, 146-147
204.	Fragm. inc. (cf. Orell. IV, 1057)	
205.	De Offic.	II, 5
206.	»	»
207.	»	»
208.	»	»
209.	»	II, 6
210.	»	»
211.	De Deor. nat.	I, 6
212.	»	I, 7
213.	»	I, 9
214.	»	I, 10
215.	Tusc. Disp.	I, 6
216.	»	II, 8
217.	»	I, 7
218.	»	II, 4
219.	»	II, 11-12
220.	»	I, 4
221.	»	II, 12
222.	»	II, 13
223.	»	V, 1-2
224.	»	V, 4-5
225.	»	V, 5-7
226.	»	V, 8
227.	Acad. prior.	II, 9
227.a	»	II, 5
227.b	»	II, 18
228.	»	II, 19
229.	»	II, 19-20
230.	»	II, 20
231.	»	II, 21-23
232.	»	II, 24-27
233.	»	II, 29-32
234.	»	II, 32
235.	»	II, 34
236.	Acad. prior.	II, 35-39
237.	»	II, 59
238.	»	II, 65-66
239.	»	II, 66
240.	»	II, 90
241.	»	II, 91
242.	»	II, 95-97
243.	»	II, 108
244.	»	II, 108-109
245.	»	II, 110
246.	»	II, 113
247.	»	II, 115-116
248.	»	II, 117
249.	»	II, 117-118
250.	»	II, 118
251.	»	II, 119
252.	»	»
253.	»	II, 122
254.	»	»
255.	»	II, 124
256.	»	»
257.	»	II, 125
258.	»	II, 128
259.	»	II, 132
260.	»	II, 134-135
261.	. . . .	
262.	Tusc. disp.	V, 48
263.	»	V, 31
264.	»	V, 40
265.	»	V, 44
266.	»	V, 53-54
267.	»	V, 81
268.	»	V, 70-71
269.	»	IV, 37
270.	»	V, 72
271.	De philosophia sive Hortensius, fragm. 42 (cf. Orell. IV, 983)	
272.	Tusc. disp.	V, 1
273.	»	V, 1-5
274.	»	III, 1-6
275.	»	III, 10
276.	»	III, 7
277.	»	»
278.	»	»
279.	»	III, 9-10
280.	»	III, 11
281.	»	»
282.	»	III, 11
283.	»	III, 12
284.	»	III, 13
285.	»	III, 13-15
286.	»	III, 16
287.	»	III, 17-18
288.	»	III, 19
289.	»	»
290.	»	»
291.	»	III, 21
292.	»	»
293.	»	III, 22-25
294.	»	III, 26
295.	»	III, 30
296.	»	III, 33
297.	»	III, 34
298.	»	III, 56
299.	»	III, 57
300.	Tusc. disp.	III, 61
301.	»	»
302.	»	»
303.	»	III, 62
304.	»	III, 65-66
305.	»	III, 66
306.	»	III, 72
307.	»	III, 72-73
308.	»	III, 73-74
309.	»	III, 77
310.	»	»
311.	»	III, 79
312.	»	III, 83-84
313.	»	IV, 11
314.	»	IV, 11-14
315.	»	IV, 14-23
316.	»	IV, 24-25
317.	»	IV, 25-30
318.	»	IV, 31
319.	»	IV, 32
320.	»	IV, 64
321.	»	IV, 61-62
322.	»	IV, 76
323.	»	II, 64-65
324.	»	II, 65-66
325.	»	II. 66
326.	»	II, 58
327.	»	»
328.	»	II, 46
329.	»	II, 47
330.	»	II, 43
331.	Parad.	I, 3
332.	»	I, 6-10
333.	»	I, 12-15
334.	»	II, tit.
335.	»	II, 17
336.	»	II, 18-19
337.	»	III, 20
338.	»	»
339.	»	«
340.	»	III, 21-22
341.	»	III, 25-26
342.	»	IV, 27
343.	»	IV, 28-29
344.	»	V. tit.
345.	»	V, 33-36
346.	»	V, 37-38
347.	»	V, 40
348.	»	V, 41
349.	»	»
350.	»	V, 42-44
351.	»	V, 44
352.	»	V, 47
353.	»	V, 48
354.	»	V, 50-52
355.	Tusc. disp.	V, 118-119
356.	»	II, 30
357.	»	V, 44
358.	»	V, 45-47
359.	»	V, 48-49
360.	»	V, 50
361.	»	V, 52
362.	»	V, 53
363.	»	V, 67
364.	»	V, 68-70
365.	»	V, 78-81

366.	Tusc. Disp.	V, 82
367.	»	V, 83
368.	»	V, 83-85
369.	»	V, 85
370.	»	V, 40
371.	»	V, 40-42
372.	»	V, 42
373.	»	»
374.	»	V, 43
375.	»	V, 85
376.	»	V, 93
377.	»	V, 97
378.	»	V, 99-100
379.	»	V, 100
380.	»	V, 102
381.	»	V, 102-103
382.	»	V. 104
383.	»	V, 105-108
384.	»	V, 109
385.	»	V, 110-112
386.	»	V, 112
387.	»	»
388.	»	V, 113-117
389.	De Amic.	20
390.	»	86-87
391.	»	22-24
392.	»	26-28
393.	»	29-30
394.	»	31-32
395.	»	83-86
396.	»	37-38
397.	»	40
398.	»	41
399.	»	44-45
400.	»	45
401.	»	47-51
402.	»	51-52
403.	»	54-59
404.	»	59-60
405.	»	61
406.	»	»
407.	»	62-63
408.	»	64-65
409.	»	67
410.	»	68-69
411.	»	70
412.	»	70-73
413.	»	74-75
414.	»	75-76
415.	»	77
416.	»	78-83
417.	»	86
418.	»	88-92
419.	»	97-98
420.	»	99
421.	»	100-101
422.	»	102
423.	De Orat.	I, 12-14
424.	»	I, 14-18
425.	»	I, 19-20
426.	»	I, 64-65
427.	»	I, 67-70
428.	»	I, 72-73
429.	»	I, 30-31
430.	»	I, 32
431.	»	I, 32-34
432.	De Orat.	I. 48
433.	»	»
434.	»	I, 53-53
435.	»	I, 82-83
436.	»	I, 108-109
437.	»	I, 112
438.	»	I, 113-116
439.	»	I, 118
440.	»	I, 119
441.	»	I, 120-121
442.	»	I, 125
443.	»	I, 128
444.	»	II, 33-31
445.	»	II, 35-38
446.	»	II, 44-45
447.	»	II, 45-46
448.	»	II, 157
449.	»	II, 166-170
450.	»	II, 171-172
451.	»	II, 206-209
452.	»	II, 211-213
453.	»	II, 215
454.	»	II, 218
455.	»	II, 227
456.	»	II, 229
457.	»	II, 289
458.	»	II, 292-293
459.	»	II, 307-315
460.	»	II, 317-322
461.	»	II, 326
462.	»	II, 328
463.	»	II, 329-330
464.	»	II, 331-333
465.	Tusc. disp.	I, 1-5
466.	«	I, 5-8
467.	Macrobius, In somn. Scip. I,II, 6-11 (cf. Eyssenhardt, p. 469-470)	
468.	Ibid. I, II, 13-18 (cf. ibid. p. 471-472)	
469.	De Offic.	I, 4-5
470.	»	I, 6
471.	»	I, 7
472.	»	I, 8-12
473.	2	I, 13-14
474.	»	I, 14-25
475.	»	I, 26
476.	»	I, 26-28
477.	»	I, 28-32
478.	»	I, 32
479.	»	I, 33
480.	»	I, 35
481.	»	I, 34
482.	»	I, 36
483.	»	I, 38
484.	»	I, 41
485.	Sallustii, De Catil. coniur. 2 (cf. Dietsch, I, 136-137)	
486.	ib.10 (cf. ibid. I, 150-151)	
487.	ibid. (cf. ibid. I, 151-152)	
488.	De Offic.	I, 41-42
489.	«	I, 43
490.	»	»
491.	»	I, 47
492.	»	I, 48-54
493.	»	I, 55-56
494.	De Offic.	I, 57
495.	»	I, 58-60
496.	»	I, 62
497.	»	I, 61-62
498.	»	I, 62-64
499.	»	I, 64-71
500.	«	I, 73-74
501.	»	I, 76
502.	»	I, 78-79
503.	»	I, 80-81
504.	»	I, 83
505.	»	I, 85-87
506.	»	I, 88-90
507.	»	I, 90-97
508.	»	I, 97-104
509.	»	I, 105-107
510.	»	I, 109-112
511.	»	I, 113-116
512.	»	I, 116
513.	»	I, 116-117
514.	»	I, 118-119
515.	»	I, 120-121
516.	»	I, 121-130
517.	»	I, 130-133
518.	»	I, 133-134
519.	»	I, 135-138
520.	»	I, 139-140
521.	»	I, 140-144
522.	»	I, 144-148
523.	»	I, 149-151
524.	»	I, 152-157
525.	»	I, 158
526.	»	»
527.	»	I, 160
528.	»	II, 9-13
529.	»	II, 13
530.	»	II, 14
531.	»	II, 15
532.	»	II, 17-18
533.	»	II, 19-23
534.	»	II, 24
535.	»	II, 29
536.	»	II, 30-31
537.	»	II, 31
538.	»	II, 31-39
539.	»	II, 39-40
540.	x	II, 40
541.	»	II, 41-42
542.	»	II, 42-43
543.	»	II. 46
544.	»	II, 48-49
545.	»	II, 49
546.	»	II, 51
547.	»	II, 52-54
548.	»	II, 55-56
549.	»	II, 60-63
550.	»	II, 63-64
551.	»	II, 65
552.	»	II, 66
553.	»	II, 66-67
554.	»	II, 77-79
555.	»	II, 83
556.	»	II, 84
557.	»	II, 85
558.	»	II, 87
559.	»	II, 88

560.	De Offic.	III, 11	581.	Tusc. disp.	V, 81	603.	De Senect.	42
560.[a]	»	III, 13	582.	»	V, 70	604.	»	44
561.	»	III, 19-20	583.	»	V, 71	605.	»	46
562.	»	III. 21-24	584.	De Senect.	2	606.	»	49
563.	»	III, 26-27	585.	»	4-5	607.	»	51-53
564.	»	III, 28	586.	»	7	608.	»	54-55
565.	»	III, 30-31	587.	»	8-9	609.	»	55-56
566.	»	III, 32	588.	»	10	610.	»	56-58
567.	»	III, 35-37	589.	»	13-14	611.	»	61-63
568.	»	III, 38-39	590.	»	15	612.	»	64-65
569.	»	III, 39-40	591.	»	17	613.	»	65-67
570.	»	III, 42-45	592.	»	26-27	614.	»	68-69
571.	»	III, 46	593.	»	28	615.	»	69
572.	»	III, 46-47	594.	»	28-29	616.	»	70-71
573.	»	III, 47	595.	»	29	617.	»	72
574.	»	III, 49	596.	»	33	618.	»	72-74
575.	»	III, 52-57	597.	»	34-35	619.	»	75-76
576.	»	III, 60-61	598.	»	35	620.	»	77
577.	»	III, 61	599.	»	35-36	621.	»	78-80
578.	Tusc. disp.	I, 62-25	600.	»	38	622.	»	81
579.	»	II. 1-2	601.	»	39-41	623.	»	82-83
580.	»	II, 5-8	602.	»	41	624.	Tusc. disp.	II, 31-32

II. Ordo fragmentorum iuxta seriem librorum.

De Oratore		Fragm.	Acad. Prior.		Fragm.	Tusc. disp.		Fragm.	Tusc. disp.		Fragm.
I,	12-14	423	II,	5	227a	I,	1-5	465	II,	30	356
»	14-18	424	»	7	16	»	4	220	»	31-32	624
»	19-20	425	»	9	227	»	5-8	466	»	43	330
»	30-31	429	»	18	227b	»	6	215	»	46	328
»	32	430	»	19	228	»	7	217	»	47	329
»	32-34	431	»	19-20	229	»	18	102	»	58	326-327
»	48	432-433	»	20	230	»	20	103	»	64-65	323
»	53-54	434	»	21-23	231	»	22	104	»	65-66	324
»	64-65	426	»	24-27	232	»	23	105	»	66	325
»	67-70	427	»	29-32	233	»	23-24	106	III,	1-6	274
»	72-73	428	»	32	234	»	30	12	»	7	276-278
»	108-109	436	»	34	235	»	35	13	»	9-10	279
»	112	437	»	35-39	236	»	36	14	»	10	275
»	118	439	»	58	33	»	38	11	»	11	280-282
»	119	440	»	59	237	»	41	108-109	»	12	283
»	120-121	441	»	65-66	238	»	42	110	»	13	284
»	125	442	»	66	239	»	43-45	111	»	13-15	285
»	128	443	»	90	240	»	45-46	112	»	16	286
II,	33-35	444	»	91	241	»	50	119	»	17-18	287
»	35-38	445	»	95-97	242	»	51	113-114	»	19	288-290
»	44-45	446	»	108	243	»	53-54	38	»	21	291-292
»	45-46	447	»	108-109	244	»	54	115	»	22-25	293
»	157	448	»	110	245	»	56	122	»	26	294
»	166-170	449	»	113	246	»	59-60	107	»	30	295
»	171-172	450	»	115-116	247	»	61	116	»	33	296
»	206-209	451	»	117	4, 10[a], 248	»	62-65	578	»	34	297
»	211-213	452	»	117-118	249	»	65-66	117	»	56	298
»	215	453	»	118	5, 6, 9, 250	»	66	37	»	57	299
»	218	454	»	119	251-252	»	67-71	118	»	61	300-302
»	227	455	»	122	253-254	»	74-75	121	»	62	303
»	229	456	»	124	255-246	»	75	120	»	65-66	304
»	289	457	»	125	257	II,	1	272	»	66	305
»	292-293	458	»	126	10	»	1-2	579	»	72	306
»	307-315	459	»	127-128	18	»	4	218	»	72-73	307
»	317-322	460	»	128	258	»	5-8	580	»	73-74	308
»	326	461	»	129	7	»	8	216	»	77	309-310
»	328	462	»	132	259	»	11-12	219	»	79	311
»	329-330	463	»	134-135	260	»	12	221	»	83-84	312
»	331-333	464	»	142	34	»	13	222	IV,	11	313

De Officiis	Fragm.
I, 152-157	524
» 158	525-526
» 160	527
II, 5	205-208
» 6	209-210
» 9-13	528
» 13	529
» 14	530
» 15	531
» 17-18	532
» 19-23	533
» 24	534
» 29	535
» 30-31	536
» 31	537
» 31-39	538
» 39-40	539
» 40	540
» 41-42	541
» 42-43	542
» 46	543
» 48-49	544
» 49	545
» 51	546
» 52-54	547
» 55-56	548
» 60-63	549
» 63-64	550
» 65	551
» 66	552
» 67-72	553
» 77-79	554
» 83	555
» 84	556
» 85	557
» 87	558
» 88	559
III, 11	560
» 13	560a
» 19-20	561
» 21-24	562
» 26-27	563
» 28	564

De Officiis	Fragm.
III, 30-31	565
» 32	566
» 35-37	567
» 38-39	568
» 39-40	569
» 42-45	570
» 46	571
» 46-47	572
» 47	573
» 49	574
» 52-57	575
» 60-61	576
» 61	577
De Senectute	
» 2	584
» 4-5	585
» 7	586
» 8-9	587
» 10	588
» 13-14	589
» 15	590
» 17	591
» 26-27	592
» 28	593
» 28-29	594
» 29	595
» 33	596
» 34-35	597
» 35	598
» 35-36	599
» 38	600
» 39-41	601
» 41	602
» 42	603
» 44	604
» 46	605
» 49	606
» 51-53	607
» 54-55	608
» 55-56	609
» 56-58	610
» 61-63	611

De Senectute	Fragm.
» 64-65	612
» 65-67	613
» 68-69	614
» 69	615
» 70-71	616
» 72	617
» 72-74	618
» 75-76	619
» 77	620
» 78-80	621
» 81	622
» 82-83	623
De Amicitia	
» 20	389
» 22-24	391
» 26-28	392
» 29-30	393
» 31-32	394
» 37-38	396
» 40	397
» 41	398
» 44-45	399
» 45	400
» 47-51	401
» 51-52	402
« 54-59	403
» 59-60	404
» 61	405-406
» 62-63	407
» 64-65	408
» 67	409
» 68-69	410
» 70	411
» 70-73	412
» 74-75	413
» 75-76	414
» 77	415
» 78-83	416
» 83-86	395
» 86	417
» 86-87	390
» 88-92	418

De Amicitia	Fragm.
» 97-98	419
» 99	420
» 100-101	421
» 102	422
Parad.	
I, 3	331
» 6-10	332
» 12-15	333
II, tit.	334
» 17	335
» 18-19	336
III, 20	337-339
» 21-22	340
» 25-26	341
IV, 27	342
» 28-29	343
V, tit.	344
V, 33-36	345
» 37-38	346
» 40	347
» 41	348-349
» 42-44	350
» 44	351
» 47	352
» 48	353
» 50-52	354
Timaeus	
II-III	59
III-IV	60
IV-V	61
VI	62
VI-VIII	63
IX	64
IX-XI	65
XI	67-68
XI-XII	69
XIII	66
XIV	70

De Philos. sive Hortensius fragm. 42	271	Orell. IV,	983
Incert.	204	» IV,	1057
Sallust. de Catil. coniur. 2	485	Dietsch I,	136-137
» » 10	486	» I,	150-151
» de bello Jugurth. 1-2	155	» I,	221-223
Macrob. In somn. Scip. I, II, 6-11	467	Eyssenhardt,	469-470
» » I, II, 13-18	448	»	471-472

Archeologia. — Il Socio Fiorelli presenta le *Notizie* sulle scoperte di antichità, delle quali fu informato il Ministero nello scorso mese di gennaio, e che si riferiscono ai Comuni che seguono:

« 1. *Como.* Frammento di lapide cristiana trovato fra i materiali di costruzione della chiesa di s. Protaso. — 2. *Lentate sul Seveso.* Iscrizione latina riconosciuta in un sarcofago esistente nella villa Raimondi in Birago nel comune di Lentate. — 3. *Viadana.* Scoperta di una terremara presso il casale Zaffanella. — 4. *Marano di Valpolicella.* Tomba rimessa in luce in

contrada *La Fava*. — 5. *Este*. Recenti scoperte epigrafiche dell' agro atestino. — 6. *Baone*. Pezzo di lapide opistografa rinvenuta nel territorio del comune. — 7. *Concordia-Sagittaria*. Antichi oggetti scavati nel territorio del comune durante l'anno 1884. — 8. *Fossalta di Portogruaro*. Frammento d'iscrizione latina riconosciuta presso la casa de-Santi in Gorgo, frazione del comune di Fossalta. — 9. *Crespellano*. Tombe di tipo Villanova trovate nel podere s. Lorenzo nel comune di Crespellano. — 10. *S. Agata bolognese*. Terramara riconosciuta nel podere denominato s. Filippo Neri. — 11. *Ravenna*. Nuove epigrafi latine scoperte dentro la città. — 12. *Forlì*. Antichità romane scoperte nel fondo Rosetti in villa Magliano. — 13. *Ancona*. Epigrafe cemeteriale cristiana riconosciuta fra i materiali di fabbrica dell'antico episcopio presso la cattedrale. — 14. *Orvieto*. Tombe della necropoli etrusca di *Volsinium vetus*, scoperte nella prosecuzione degli scavi in contrada Cannicella. — 15. *Roma*. Scavi e scoperte nelle regioni IV, V, VI, VII, VIII, IX, XII, XIII, XIV e nelle vie: Labicana, Portuense, Tiburtina. — 16. *Marino*. Nuove indagini nell'area della villa di Q. Voconio Pollione nella tenuta del Sassone. — 17. *S. Maria di Capua Vetere*. Vaso dipinto scoperto nel fondo Tirone. — 18. *Bacoli* (comune di Pozzuoli). Iscrizioni latine rinvenute a Cappella presso Bacoli. — 19. *Boscotrecase*. Bassorilievo marmoreo trovato a Boscotrecase a piedi del Vesuvio. — 20. *S. Omero*. Nuove scoperte presso la chiesa di s. Maria a Vico, a poca distanza di s. Omero. — 21. *Sulmona*. Nuove tombe della necropoli di Sulmona riconosciute nel terreno di Pasquale Sciore. — 22. *Gandiano* (comune di Lavello). Rinvenimento di lapide latina presso il pozzo della masseria di s. Paolo in Gandiano. — 23. *Caggiano*. Iscrizione latina trovata in contrada *Visceglieto*. — 24. *Avola*. Altri pozzi antichi riconosciuti in occasione dei lavori per la strada ferrata da Siracusa a Licata ».

Matematica. — *Fondamenti di una teoria di uno spazio generato dai complessi lineari.* Memoria del Socio corr. R. De Paolis.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

Matematica. — *Sopra i sistemi tripli ortogonali di Weingarten.* Nota del dott. L. Bianchi, presentata dal Socio Dini.

« Il teorema fondamentale a cui si legano le ricerche seguenti mi è stato comunicato nello scorso ottobre dal sig. Weingarten. Avutane licenza dall'illustre Geometra ne pubblico qui l'enunciato insieme alle conseguenze che ne ho dedotto, riservandomi a sviluppare in un prossimo lavoro le relative dimostrazioni. Ecco il teorema nella forma come mi fu comunicato dall'autore :

« *Sia* S *una superficie a curvatura costante* K *positiva o negativa,* P_0 *un suo punto fisso,* P *un punto mobile sulla medesima superficie, la cui distanza geodetica da* P_0 *indicheremo con* δ. *Se in* P *eleviamo la normale ad* S *e ne stacchiamo (in un determinato senso) un segmento infinitesimo* PP' *proporzionale a* $\cos(\delta\,.\sqrt{K})$, *il luogo degli estremi* P' *dei segmenti è una nuova superficie* S' *colla medesima curvatura costante* K. *Sopra* S' *ripetendo la stessa costruzione si avrà una nuova superficie* S'', *da questa una quarta* S''' *e così di seguito e il sistema* ∞^1 *di superficie a curvatura costante* K *così ottenuto farà parte di un sistema triplo di superficie ortogonali.*

« I notevoli sistemi tripli ortogonali, la cui esistenza è stabilita dal teorema precedente li chiamerò *sistemi di Weingarten.*

1. « Indico con Σ le superficie a curvatura costante K che fanno parte di un sistema di Weingarten, con Σ_1, Σ_2 le superficie degli altri due sistemi e con C le curve intersezioni delle Σ_1, Σ_2, cioè le curve traiettorie ortogonali delle Σ.

« Le normali principali delle curve C nei punti d'incontro con una superficie Σ sono tangenti alle geodetiche G di Σ uscenti da un punto fisso sopra Σ (il punto P_0 della costruzione di Weingarten). Se si pone per semplicità $K = \pm 1$ si ha che il raggio ρ di 1ª curvatura delle curve C in un punto d'incontro P con Σ è eguale alla curvatura geodetica di quella traiettoria ortogonale (circolo geodetico) delle geodetiche G sopra Σ, che esce da P. La flessione $\frac{1}{\rho}$ delle curve C l'indicherò anche, per brevità, come *flessione* del sistema di Weingarten.

« Anzitutto mi sono occupato delle condizioni geometriche determinanti i sistemi di Weingarten ed ho stabilito il teorema:

« *Scelta arbitrariamente una superficie iniziale* Σ_0 *a curvatura costante e una curva* C_0, *uscente da un punto di* Σ_0 *normalmente alla superficie stessa, esiste sempre uno ed un solo sistema di Weingarten, al quale appartiene la superficie scelta* Σ_0 *e che fra le curve* C *ortogonali alle superficie* Σ *contiene la curva data* C_0.

« Merita speciale menzione il caso in cui la superficie iniziale Σ_0 essendo a curvatura negativa $-\frac{1}{R^2}$, la curva scelta C_0 abbia costante $= R$ il raggio di 1ª curvatura, poichè allora:

« *Tutte le curve* C *ortogonali alle superficie* Σ *sono a flessione costante* $\frac{1}{R}$.

« Questi sistemi tripli speciali, corrispondenti al caso in cui il punto P_0 nella costruzione di Weingarten si assuma a distanza infinita, li dirò *sistemi di Weingarten a flessione costante.*

« Se la curva C_0 è un circolo di raggio R, tutte le altre curve C sono circoli di raggio R e si ha un sistema triplo ciclico ortogonale di Ribaucour.

2. « Se si assume un sistema triplo di Weingarten a curvatura negativa $K=-1$ per sistema di coordinate curvilinee u, v, w dello spazio, l'elemento lineare ds dello spazio prende la forma:

$$ds^2=\cos^2\theta\, du^2+\operatorname{sen}^2\theta\, dv^2+\left(\frac{\partial\theta}{\partial w}\right)^2 dw^2, \tag{1}$$

che il sig. Darboux ha stabilito in particolare pei sistemi di Ribaucour (¹).

« Le 6 equazioni di Lamé per i coefficienti dell'elemento lineare si riducono nel caso attuale alle tre seguenti:

$$(2)\quad\left\{\begin{aligned} &\frac{\partial^2\theta}{\partial u^2}-\frac{\partial^2\theta}{\partial v^2}=\operatorname{sen}\theta\cos\theta\\ &\frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{1}{\cos\theta}\frac{\partial^2\theta}{\partial u\, dw}\right)=\cos\theta\frac{\partial\theta}{\partial w}+\frac{1}{\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial\theta}{\partial v}\frac{\partial^2\theta}{\partial v\,\partial w}\\ &\frac{\partial^3\theta}{\partial u\,\partial v\,\partial w}=\frac{\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial\theta}{\partial u}\frac{\partial^2\theta}{\partial v\,\partial w}-\frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}\frac{\partial\theta}{\partial v}\frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial w}.\end{aligned}\right.$$

« Ogni sistema triplo di Weingarten a curvatura negativa $K=-1$ dà una funzione θ delle tre variabili u, v, w che soddisfa alle tre equazioni simultanee (2) alle derivate parziali e viceversa ad ogni soluzione θ delle (2) corrisponde un sistema triplo di Weingarten.

« Per i sistemi di Weingarten a curvatura positiva $K=+1$ valgono formole analoghe, cangiate le funzioni circolari $\cos\theta$, $\operatorname{sen}\theta$ in funzioni iperboliche $\cosh\theta$, $\operatorname{senh}\theta$.

3. « Se $\theta(u,v,w)$ soddisfa le (2) e definisce quindi un sistema Σ di Weingarten a curvatura $K=-1$ anche la funzione $\varphi(u,v,w)$ determinata dalla equazione:

$$\frac{\cos\varphi}{\cos\theta}\frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial w}+\frac{\operatorname{sen}\varphi}{\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial^2\theta}{\partial v\,\partial w}=\frac{\partial\theta}{\partial w} \tag{3}$$

soddisfa alle (2) e definisce perciò un nuovo sistema Σ' di Weingarten.

« La relazione geometrica fra i sistemi Σ, Σ' si ottiene colla considerazione seguente. Perchè l'angolo φ definito dalla (3) sia reale è necessario e sufficiente che la flessione $\frac{1}{\rho}$ (n. 1) del sistema Σ di Weingarten sia $\geqq 1$. Supposto $\frac{1}{\rho}>1$, le geodetiche G (n. 1) sopra ogni superficie Σ sono ortogonali ad una determinata geodetica γ. Se ora sopra Σ consideriamo il sistema F di linee geodetiche parallele in una direzione o nell'altra alla geodetica γ e della superficie Σ assumiamo la *complementare* rispetto a Γ nel senso stabilito nella mia tesi di abilitazione (²) otterremo precisamente

(¹) Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. 2me sémestre, 1883.

(²) Annali della R. Scuola Normale Superiore di Pisa, 1879; od anche: Mathematische Annalen Bd. 16.

la superficie Σ' corrispondente del nuovo sistema di Weingarten. Chiamerò perciò Σ' *sistema complementare* di Σ. Così da ogni sistema noto Σ della specie anzidetta si ottengono due nuovi Σ', Σ'' complementari di Σ e della medesima specie. Ripetendo sopra Σ' la stessa costruzione si avranno due sistemi complementari, dei quali uno sarà Σ stesso e l'altro Σ'_1 sarà in generale diverso da Σ e da Σ''. In tal modo procedendo si ha il risultato:

« *Da ogni sistema noto di Weingarten a curvatura negativa* $K = -1$ *e a flessione* $\frac{1}{\rho} > 1$ *possono dedursi senza calcoli d'integrazione infiniti nuovi sistemi della stessa specie.*

« Se però il sistema Σ di Weingarten è a flessione costante, non si ottiene che un nuovo sistema complementare Σ', sul quale ripetendo la stessa costruzione si ritorna a Σ. In questo caso le curve C′ traiettorie ortogonali delle superficie Σ' sono i luoghi dei centri di curvatura per le curve C traiettorie ortogonali delle Σ e inversamente. Nel caso limite di un sistema ciclico Σ di Ribaucour il complementare Σ' si riduce ad una unica superficie.

4. « Fra i sistemi tripli di Weingarten citerò quello formato di tre sistemi di elicoidi coassiali a curvatura costante negativa per due dei sistemi e positiva per il terzo, caratterizzato dalla forma:

$$ds^2 = a^2 sn^2 (u + v + w) du^2 + b^2 cn^2 (u + v + w) dv^2 + c^2 dn^2 (u + v + w) dw^2$$

dell'elemento lineare dello spazio e discusso in una mia Nota, che si sta stampando negli Annali di matematica. Citerò inoltre quelli ottenuti da ogni superficie di Enneper a curvatura costante (positiva o negativa) e con un sistema di linee di curvatura piane. I piani di queste linee di curvatura passano per una retta fissa nello spazio, l'*asse* della superficie. Facendo ruotare la superficie di Enneper attorno all'asse si ottiene un sistema Σ di superficie che appartiene ad un sistema di Weingarten. Ciò mostra altresì che: *Sopra ogni superficie di Enneper le linee geodetiche si determinano con quadrature* ».

Matematica. — *Un teorema relativo al gruppo della trasformazione modulare di grado* p. Nota II. del dott. G. Frattini, presentata dal Socio Blaserna.

« Nota. Trasformando la $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ con la (m, n, r, s) e supponendo che il simbolo $(\alpha', \beta', \gamma', \delta')$ corrisponda ad una delle due forme analitiche della trasformata, avremo:

$$\alpha' \equiv s(m\alpha + n\gamma) - r(m\beta + n\delta); \quad \beta' \equiv m(m\beta + n\delta) - n(m\alpha + n\gamma)$$
$$\gamma' \equiv s(r\alpha + s\gamma) - r(r\beta + s\delta); \quad \delta' \equiv m(r\beta + s\delta) - n(r\alpha + s\gamma)$$

dalle quali, in grazia della $ms - nr \equiv 1$, si deduce:

$$\alpha' + \delta' \equiv \alpha + \delta .$$

« Le espressioni analitiche di due sostituzioni affini si potranno adunque porre nella forma:

$$(\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \theta-\alpha)\,,\quad (\alpha',\ \beta',\ \gamma',\ \theta-\alpha').$$

« Conviene ora dimostrare che per θ diversa da ± 2, si può sempre assegnare qualche trasformatrice atta a mutare $(\alpha, \beta, \gamma, \theta-\alpha)$ in $(\alpha', \beta', \gamma', \theta-\alpha')$, ossia, che essendo:

$$\lambda \equiv s(m\alpha+n\gamma)-r(m\beta+n\theta-n\alpha)\,;\quad \mu\equiv -n(m\alpha+n\gamma)+m(m\beta+n\theta-n\alpha)$$
$$\nu\equiv s(r\alpha+s\gamma)-r(r\beta+s\theta-s\alpha)\,;\quad \rho\equiv -n(r\alpha+s\gamma)+m(r\beta+s\theta-s\alpha)$$

i coefficienti della trasformata della prima sostituzione mediante la (m, n, r, s), si possono sempre attribuire ad m, n, r, s valori tali, che sia:

$$\begin{aligned} \alpha' &\equiv s\,(m\alpha+n\gamma)-r\,(m\beta+n\theta-n\alpha)\\ \beta' &\equiv -n\,(m\alpha+n\gamma)+m\,(m\beta+n\theta-n\alpha)\\ \gamma' &\equiv s\,(r\alpha+s\gamma)-r\,(r\beta+s\theta-s\alpha)\\ & ms-nr\equiv 1\,. \end{aligned}$$

« Approfittando dell'ultima di queste relazioni, potremo porre il sistema nella forma:

$$\gamma'\equiv s^2\gamma-r^2\beta+rs(2\alpha-\theta)\,,\quad \beta'\equiv -n^2\gamma+m^2\beta-mn(2\alpha-\theta)$$
$$(a)\qquad \alpha'-\alpha\equiv ns\gamma-mr\beta+nr(2\alpha-\theta)$$
$$ms-nr\equiv 1\,,$$

e se β' non è nulla, nella seguente:

$$\gamma'\equiv s^2\gamma-r^2\beta+rs(2\alpha-\theta)$$
$$(b)\qquad s\equiv\frac{m\beta+n(\theta-\alpha-\alpha')}{\beta'}\,,\quad r\equiv\frac{\gamma n+m(\alpha-\alpha')}{\beta'}\,.$$
$$ms-nr\equiv 1\,.$$

« La prima delle (b) si riduce ad una identità mediante le altre tre e mediante le relazioni: $\alpha(\theta-\alpha)-\beta\gamma\equiv\alpha'(\theta-\alpha')-\beta'\gamma'\equiv 1$, come è facile verificare, e per ciò il sistema a risolvere si riduce a quello delle 3 congruenze:

$$\beta'\equiv\beta m^2-\gamma n^2+mn(\theta-2\alpha)$$
$$(c)\qquad s\equiv\frac{m\beta+n(\theta-\alpha-\alpha')}{\beta'}\,,\quad r\equiv\frac{\gamma n+m(\alpha-\alpha')}{\beta'}\,,$$

la prima delle quali, quando β non sia nulla, è riducibile alla:

$$(2m\beta+n\theta-2n\alpha)^2-n^2(\theta^2-4)-4\beta\beta'\equiv 0\,.$$

« Questa congruenza la quale con la 2ª e 3ª delle (c) surroga le (a) quando β e β' non sono nulle, è risolvibile perchè θ^2-4 è diversa da zero; (il caso $\theta\equiv\pm 2$ sarà esaminato a parte). Risoltala, e trovato un sistema di valori della m e della n che le convenga, con la 2ª e 3ª delle (c) ricaveremo i corrispondenti valori della r e della s.

« Restano così a considerare i 3 casi: $\beta'\equiv 0$; $\beta\equiv 0$; $\beta\equiv\beta'\equiv 0$. Nel

primo caso bisogna tornare alle (a) convenientemente modificate ovvero alle equivalenti:

$$\begin{aligned} &\gamma' \equiv s^2\gamma - r^2\beta + rs\,(2\,\alpha - \theta) \\ (d)\qquad &m\,\beta + n\,(\theta - \alpha - \alpha') \equiv 0,\ n\,\gamma + m\,(\alpha - \alpha') \equiv 0; \\ &ms - nr \equiv 1. \end{aligned}$$

« La 2ª di queste, se α è diversa da α', è conseguenza della 3ª in virtù delle: $\alpha\,(\theta - \alpha) - \beta\gamma \equiv \alpha'\,(\theta - \alpha') \equiv 1$. Così il sistema si riduce facilmente al seguente:

$$\begin{aligned} &(2\,r\,\beta + s\,\theta - 2\,s\,\alpha)^2 - s^2\,(\theta^2 - 4) \equiv -4\,\beta\gamma', \\ &ms - nr \equiv 1,\quad n\,\gamma + m\,(\alpha - \alpha') \equiv 0 \end{aligned}$$

che è evidentemente risolvibile. Se poi $\alpha \equiv \alpha'$, dalle due relazioni: $\alpha\,(\theta - \alpha) - \beta\gamma \equiv \alpha'\,(\theta - \alpha') \equiv 1$, dedurremo $\gamma \equiv 0$. La 3ª delle (d) si ridurrà all'identità, e varranno per le restanti le osservazioni dell' altro caso.

« Sia $\beta \equiv 0$. In questo caso le (c) modificate sono quelle che convien risolvere. La prima è: $n\,(m\,\theta - 2\,m\,\alpha - n\gamma) \equiv \beta'$, la quale quando alla n si attribuisca un valore arbitrario darà una corrispondente m perchè la $\theta - 2\,\alpha$ non è nulla, il caso $\theta \equiv \pm 2$ essendo escluso.

« Sia finalmente $\beta \equiv \beta' \equiv 0$. Dall'essere: $\alpha\,(\theta - \alpha) \equiv \alpha'\,(\theta - \alpha') \equiv 1$, ricaveremo: $(\alpha - \alpha')\,(\theta - \alpha - \alpha') \equiv 0$ e per ciò: $\alpha \equiv \alpha'$, ovvero: $\theta \equiv \alpha + \alpha'$. Non potrebb'essere infatti $\alpha \equiv \alpha'$ e $\theta \equiv \alpha + \alpha'$, perchè si cadrebbe nella conseguenza: $\theta \equiv \pm 2$. Ora, se $\alpha \equiv \alpha'$, ponendo $n \equiv 0$ si soddisfa alla 2ª e 3ª delle (a). Attribuendo poi alla s un valore diverso da zero, si troverà r con la 1ª, e poi m con la 4ª. Se poi $\theta \equiv \alpha + \alpha'$ la 2ª e 3ª delle (a) si riducono all'unica: $n\,\gamma + m\,(\alpha - \alpha') \equiv 0$, e si potrà risolvere il sistema di questa e delle altre due.

« Veniamo ora al caso $\theta \equiv \pm 2$. Se β e β' non sono nulle, la 1ª delle (c) diverrà: $(2\,m\,\beta \pm 2\,n - 2\,n\,\alpha)^2 \equiv 4\,\beta\beta'$ e non sarà risolvibile se non quando β e β' siano entrambe resti o no mod. p. Se poi $\beta' \equiv 0$, la prima delle (d) diviene: $(2\,r\,\beta \pm 2\,s - 2\,s\,\alpha)^2 \equiv -4\,\beta\gamma'$ ed è solo risolvibile quando $-\gamma'$ e β sono resti o non resti entrambe. Analogamente se $\beta \equiv 0$ la 1ª delle (c) diviene: $-n^2\gamma \equiv \beta'$ ed esige che β' e $-\gamma$ siano dell'istessa specie quadratica. Finalmente se $\beta \equiv \beta' \equiv 0$, per l'affinità delle: $(1, 0, \gamma, 1)$, $(1, 0, \gamma', 1)$, si otterranno dalle (a) le condizioni: $\gamma' \equiv s^2\gamma$, $n \equiv 0$, $ms \equiv 1$, all'adempimento delle quali sarà necessario che γ e γ' siano della medesima specie.

« Lasciamo al lettore la cura di riassumere questi risultati a giustificazione del lemma che servì di fondamento alla Nota 1ª ».

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

S. Carli. *Ordini amministrativi dei Comuni di Garfagnana dai tempi più antichi al secolo presente.* Presentata dal Segretario della Classe.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario CARUTTI presenta le pubblicazioni giunte in dono all'Accademia, segnalando fra esse le seguenti:

P. E. LEVASSEUR. Discorso inaugurale pronunciato alla « *Association pour l'enseignement secondaire des jeunes filles* ».

I. GIORGI e U. BALZANI. *Il Regesto di Farfa di Gregorio di Catino*, Vol. III, pubblicato negli Atti della Società Romana di Storia patria.

L. VANDERKINDERE. *L'Université de Bruxelles*. 1834-1884.

CORRISPONDENZA

Il Segretario CARUTTI comunica la seguente corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

L'Accademia della Crusca, di Firenze; la Società storica lombarda, di Milano; la Società dei naturalisti, di Bamberga: la Società geologica di Edimburgo; l'Istituto Smithsoniano di Washington; l'Università di Tokio; l'Università di Berkeley; il Comando del Corpo di Stato Maggiore, di Roma.

Annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

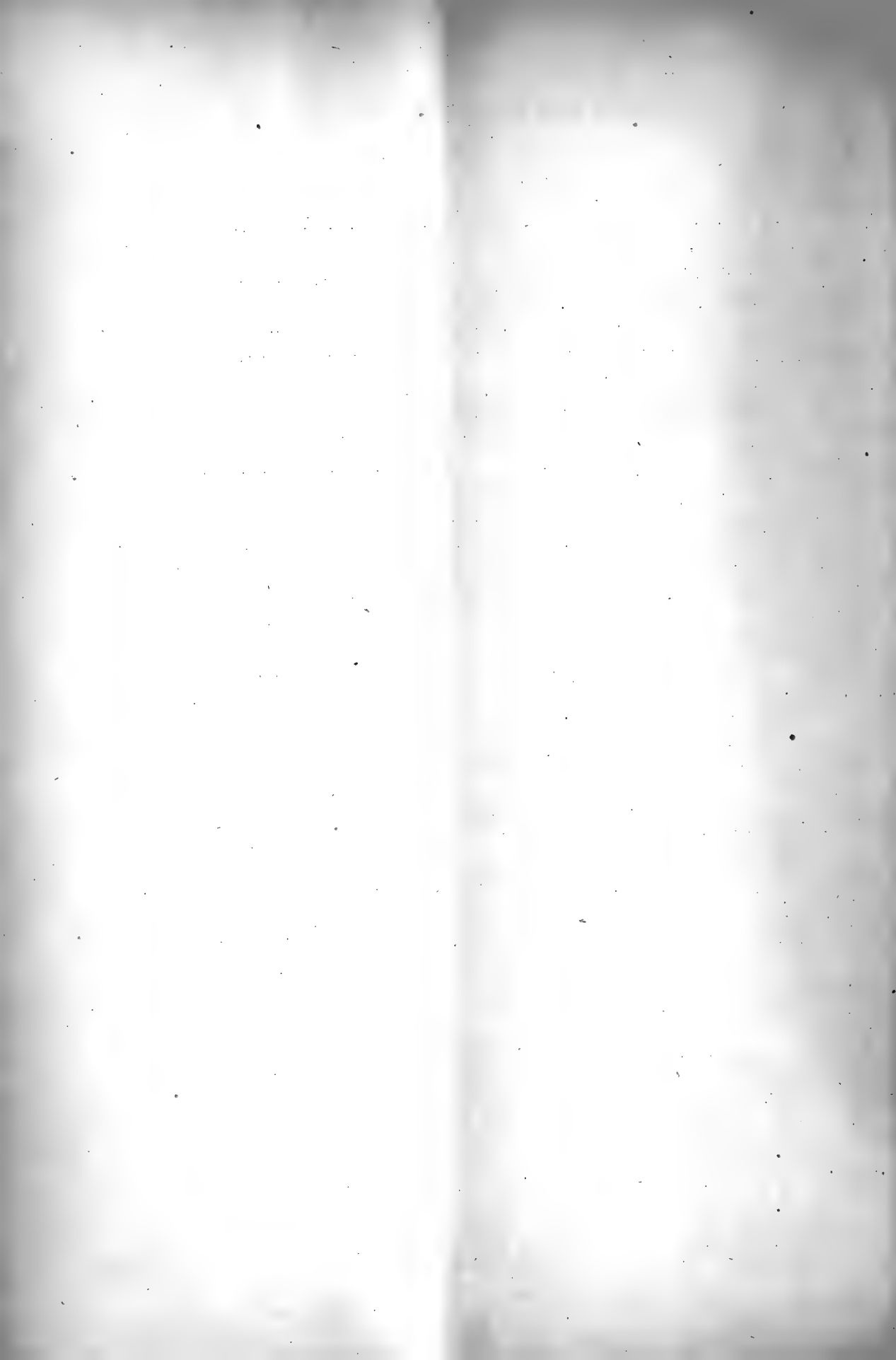
La r. Accademia prussiana delle scienze, di Berlino; il r. Istituto geologico ungherese di Budapest; il Museo geologico di Calcutta; l'Università di Marburgo.

Il Segretario CARUTTI comunica all'Accademia il Programma di concorso fra gli artisti italiani per il Monumento da erigersi in Biella a QUINTINO SELLA. Annuncia pure che di questo Programma sarà trasmessa copia a tutti quegli artisti che ne facciano domanda al Sindaco della città di Biella.

Lo stesso Segretario comunica che l'onorevole Deputato Conte MARCO MINISCALCHI ERIZZO di Verona, ha fatto dono all'Accademia di due cassette di carattere siriaco estrangelo di due corpi diversi. Questi stessi tipi elegantissimi e nuovi in gran parte, servirono alla splendida edizione dell'*Evangeliarium Hierosolymitanum* (¹) fatta dal fu Conte Francesco Miniscalchi Erizzo, celebre orientalista, padre del donatore.

Sulla proposta del Presidente, la Classe delibera che siano all' onor. conte Miniscalchi significati i sensi di gratitudine dell'Accademia sì per la testimonianza di onore datale, e sì per l' importanza del dono, onde si accresce la bella collezione di tipi orientali di cui già dispone la tipografia accademica.

D. C.

(¹) *Evangeliarium Hierosolymitanum ex codice Vaticano Palaestino depromsit edidit latine vertit prolegomenis ac glossario adornavit Comes Franciscus Miniscalchi Erizzo.* Tom. I, Veronae 1861; Tom. II, ib. 1864.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 1 marzo 1885.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Paleontologia — *Resti fossili di Dioplodon e Mesoplodon raccolti nel Terziario superiore in Italia.* Memoria del Socio G. Capellini, presentata alla R. Accademia delle Scienze di Bologna, il 22 febbraio 1885 (Sunto).

« Premessi brevi cenni storici intorno ai principali lavori sui rostri di zifioidi provenienti dal Crag del Belgio e dell'Inghilterra, e ricordata la importantissima scoperta dei resti di un *Choneziphius planirostris* nelle sabbie plioceniche dei dintorni di Siena, intorno alla quale già ebbe ad intrattenere l'Accademia nostra nella sua prima seduta del 14 dicembre dello scorso anno, discorre dei zifioidi a rostro allungato belemnitiforme.

« Dopo aver dichiarato che, pei riferimenti generici, accettava le vedute di P. Gervais, descrive anzitutto una porzione di rostro di zifioide che da parecchi anni trovavasi indeterminata fra i resti di cetacei fossili del museo della r. Accademia dei Fisiocritici di Siena. Questo rostro viene attribuito al *Dioplodon longirostris*, ossia alla specie tipica fondata da Cuvier nel 1823 per un rostro fossile di incerta provenienza.

« Al *Dioplodon gibbus*, Owen sp., riferisce la base di un rostro proveniente da Serrastretta in Calabria e che dal prof. Lovisato, fino dal 1879, fu donata al Museo geologico della r. Università di Roma.

« Del *Dioplodon tenuirostris*, specie trovata per la prima volta nel Crag di Suffolk, fa conoscere alcune porzioni di rostro proveniente dai dintorni di Orciano pisano ed ora nella collezione paleocetologica del r. Museo geologico di Bologna.

« Col nome di *Dioplodon bononiensis* illustra un rostro incompleto, ma assai importante, raccolto dal maggiore Gallet fra Sabbiuno e Monte Predone sulla riva destra del Reno nella circostanza che si eseguivano lavori per la riattivazione dell'antico acquedotto bolognese. Questo rostro ricorda quelli del *Dioplodon medilineatus* e *D. tenuirostris*; merita però di essere distinto come specie nuova: intero doveva essere lungo circa sessanta centimetri.

« Del *Dioplodon medilineatus*, Owen sp. furono pure raccolti avanzi presso Orciano e di questi descrive, fra gli altri, una base di rostro che si trova a Montecchio nella collezione del fu cav. R. Lawley.

« Ad una specie distinta col nome di *Dioplodon senensis* è riferita una interessante estremità rostrale che trovasi nel Museo della r. Accademia dei Fisiocritici di Siena. Questa specie offre analogie col *D. tenuirostris* e col *D. Becani*.

« Anche della nuova specie *Dioplodon Lawleyi*, Cap., per ora si conosce soltanto una estremità rostrale raccolta nelle marne plioceniche dei dintorni delle Saline sotto Volterra. Questo rostro ha qualche somiglianza con quello del *Dioplodon Layardi*.

« Del *Dioplodon Meneghinii*, Law., è riferito quanto ne disse il Lawley stesso e, a corredo della descrizione sono pure figurate in grandezza naturale due estremità di mandibole di due distinti individui. Gli originali sono nella collezione del fu cav. R. Lawley a Montecchio.

« Al genere *Mesoplodon* come lo ha limitato il Gervais, è riferita la piccola porzione di mandibola destra, con dente, già descritta da Lawley sotto il nome di *Dioplodon D'Anconae;* essa pure conservata nella collezione Lawley e rappresentata da modelli perfetti nelle collezioni di Bologna e Firenze.

« Finalmente allo stesso genere *Mesoplodon* è attribuita dubitativamente una cassa timpanica destra raccolta nei dintorni di Orciano pisano e che presenta qualche analogia con alcune casse timpaniche di zifioidi dragate dal « Challenger » nell'Oceano Pacifico meridionale a m. 4271 di profondità.

« È probabile che questa cassa timpanica abbia rapporto con alcuno dei zofioidi già notati nel pliocene toscano, forse col *Mesoplodon D'Anconae*.

« Con questa Memoria corredata di una tavola doppia nella quale sono figurati tutti gli esemplari descritti, la cetologia fossile italiana viene ad arricchirsi di ben sette specie di zifioidi, quattro delle quali già note nel terziario superiore dell'Inghilterra e del Belgio e tre interamente nuove.

« In conclusione si può dire che prima del 1875 in Italia non erano

stati segnalati avanzi fossili di zifioidi; nel 1876 il cav. R. Lawley descrisse le porzioni di mandibole dei due zifioidi che distinse coi nomi di *Dioplodon Meneghinii* e *D. D'Anconae* ed oggi fra i zifioidi fossili italiani annoveriamo già una diecina di specie; di taluna si hanno resti di importanza eccezionale per la paleontologia e per la geologia stratigrafica ».

Mineralogia. — *Contribuzione alla mineralogia dei vulcani sabatini.* Parte I. *Sui proietti minerali vulcanici trovati ad Est del lago di Bracciano.* Memoria del Socio G. Strüver. (Sunto).

« Dopo lunghe e per molto tempo infruttuose ricerche si scuoprirono, sovratutto in questi ultimi quattro anni, ad est del lago di Bracciano, nella regione compresa tra l'Anguillara e il lago di Martignano, come al Monte S. Angelo presso Baccano, e presso Cesano, numerosi proietti minerali simili alle cosidette, « bombe » dei tufi del Monte Somma, come agli aggregati minerali dei Monti Albani, ai « trovanti » di Pitigliano e del lago di Laach in Germania. Essi si trovano generalmente alla superficie e nell'interno di strati di lapilli e tufi poco coerenti, in mezzo ad una enorme congerie di frammenti angolosi talora colossali di calcari compatti e cristallini, di *paesina*, di macigno, di lave leucilitiche e tefritiche, di fonoliti leucitiche e di trachiti. In due luoghi però, al Monte S. Angelo presso Baccano, e accanto al paese di Cesano, sulla strada che da questo conduce ai « Pisciarelli » sulla via Cassia, sono racchiusi, unitamente ai massi angolosi di roccie vulcaniche e sedimentarie, massime calcaree, da un tufo grigio che è perfettamente analogo al *peperino* dei Monti Albani.

« I minerali che costituiscono gli aggregati sino ad ora rinvenuti, sono: spinello var. pleonasto, magnetite, limonite, wollastonite, pirosseno, var. augite e var. fassaite, amfibolo nero, granato giallo, bruno, rosso e nero var. melanite, idocrasio giallo-bruno e verde, humboldtilite, mica var. merosseno, verde e bruno-nerastra, sarcolite, nefelite, hauynite celeste e grigia, leucite, anortite, ortoclasio var. sanidino, titanite, apatite, e calcite.

« Fra questi minerali è notevole sovratutto la sarcolite, sino ad ora trovata esclusivamente, e come specie assai rara, nelle « bombe » del Monte Somma.

« Taluni dei massi, svariatissimi per struttura e costituzione mineralogica, e precisamente quelli composti di solo granato giallo o di questo e di idocrasio bruno, si assomigliano sovratutto a certi « trovanti » di Pitigliano, quelli pirossenici verdi con pleonasto, e quelli composti di pirosseno verde e di anortite, ricordano in pari tempo gli aggregati del Monte Somma e quelli dei Monti Albani, mentre i massi feldspatici a struttura zonata, i massi contenenti la sarcolite, e la relativa abbondanza di massi feldspatici ravvicinano il giacimento maggiormente a quello del Monte Somma;

i massi feldspatici con melanite richiamano alla mente certi aggregati del Monte Somma e del lago di Laach; l'abbondanza relativa della hauynite stabilisce una stretta analogia coi Monti Albani.

« Tuttavia i nostri proietti, massime presi complessivamente, hanno una impronta locale, e la grande variabilità della loro costituzione è evidentemente in rapporto colla posizione dei vulcani che li eruttarono, in mezzo ad una contrada ove abbondano roccie leucilitiche e tefritiche, mentre sono pure vicine le fonoliti leucitiche e le trachiti.

« Tenendo conto della costituzione dei massi voluminosi trovati in un medesimo luogo, come dei massi di roccie, e di sedimento e cristalline vulcaniche, che vi sono frammisti, si viene alla conclusione, che gli aggregati raccolti in un medesimo posto erano una volta tutti riuniti fra di loro e costituivano un unico giacimento di contatto tra roccie vulcaniche e roccie sedimentarie, e, nel caso particolare dei « trovanti » rinvenuti tra l'Anguillara e il lago di Martignano, tra roccie trachitiche e roccie probabilmente marnose e calcaree.

« Si esclude l'ipotesi che gli aggregati siansi formati sul posto ove ora s'incontrano, come anche l'altra, che cioè derivino da giacimenti di contatto antichi e molto anteriori alla attività vulcanica ».

Astronomia. — *Sulle osservazioni spettroscopiche del bordo e delle protuberanze solari fatte nel 1881 e 1884 al R. Osservatorio del Campidoglio.* Nota del Socio L. Respighi.

« Per istudiare le successive fasi della periodica perturbazione undecennale della superficie solare, e principalmente per determinare l'epoca approssimativa del massimo e minimo della sua intensità, a mio modo di vedere, il mezzo più sicuro è quello di prendere come elemento di confronto o di stima lo stato di anormalità dominante nella cromosfera, per la maggiore o minore frequenza e grandezza delle protuberanze od eruzioni, e per la loro speciale distribuzione nelle varie zone solari.

« Qualunque siasi il concetto che noi possiamo formarci su quello stato di perturbazione che periodicamente, o quasi periodicamente si manifesta coi fenomeni delle facole e delle macchie nella fotosfera, e con quelli delle protuberanze nella cromosfera, non possiamo prescindere dal considerare questa perturbazione come effetto di una alterazione prodotta in quel meccanismo, pel quale le masse interne del sole vengono continuamente e regolarmente portate e riversate sulla sua superficie per riparare o cancellare le traccie o le alterazioni in esse determinate dall'inevitabile perdita di calore consumato nella irradiazione.

« Le facole e le macchie molto probabilmente altro non sono che effetti più o meno immediati e duraturi di locali o parziali raffreddamenti, che

rendendo localmente meno permeabile la superficie solare alla circolazione, od emersione dei gas interni, li costringono ad aprirsi violentemente la via nelle parti limitrofe, sotto l'apparenza di getti più o meno giganteschi, che chiamiamo protuberanze, ed ai quali è molto probabilmente affidato l'ufficio di sciogliere o sommergere le isole di raffreddamento, per ricondurvi lo stato di normale circolazione od attività, caratterizzato da quei piccoli getti che ricoprono più o meno uniformemente tutta la superficie del sole.

« In questa ipotesi, che non mi sembra certo improbabile, la perturbazione periodica della superficie solare sarebbe il risultato di un contrasto, di una lotta fra la tendenza di una progressiva alterazione nello strato estremo della massa solare in causa del suo raffreddamento, e la tendenza o reazione delle masse interne contro questa progressiva alterazione del suo inviluppo. E supponendo che nelle condizioni attuali della massa solare, nel dualismo fra queste due opposte tendenze, la reazione interna vada crescendo in maggiori proporzioni della resistenza esterna, non è certo improbabile che, per l'aumentata espansività, i gas interni, aprendosi violentemente la via fra lo strato superficiale, finiscano per distruggere o cancellare gradatamente qualunque traccia del protratto raffreddamento, per rimettere dopo un certo tempo la superficie solare nelle primitive condizioni, ristabilendo le normali funzioni di attività o di circolazione delle masse solari: ciò che segnerebbe il minimo della perturbazione.

« È evidente poi che, perdurando il raffreddamento, si inaugurerebbe un secondo periodo di perturbazione, il cui massimo di intensità sarebbe segnalato all'epoca della maggiore frequenza e grandezza delle protuberanze od eruzioni; dopo di che si procederebbe ad un nuovo minimo, indicato dalla minima frequenza delle protuberanze.

« Rimanendo sensibilmente costanti le condizioni interne della massa solare, è evidente che questi avvicendamenti di massimo e di minimo, tanto nei fenomeni della fotosfera quanto in quelli della cromosfera, dovrebbero presentarsi con una certa periodicità, e la loro durata dipenderebbe dalle attuali condizioni del sole.

« Non è però a ritenere che nelle singole perturbazioni la durata, ossia gli intervalli di tempo fra i massimi ed i minimi debbano riescire rigorosamente costanti, non essendo ragionevole di ammettere che in ogni perturbazione si verifichino rispetto alle protuberanze ed agli altri fenomeni solari le identiche condizioni di tempo e di luogo.

« Non è quindi a meravigliare, se le durate dei singoli periodi variano sensibilmente, quantunque la durata media, dedotta da un notevole numero di perturbazioni, risulti prossimamente costante.

« La determinazione della durata della perturbazione dipende principalmente dalla difficoltà di fissare le epoche dei massimi e dei minimi di intensità; in quanto che la frequenza dei fenomeni, da cui è manifestata la

perturbazione, non procede regolarmente e con continuità dal minimo al massimo e viceversa, ma ordinariamente in modo molto irregolare e per salti, con massimi e minimi secondarî, che talora gareggiano coi massimi e minimi assoluti.

« A rendere meno incerta questa ricerca ho creduto opportuno di basarmi sul fenomeno delle protuberanze, anzichè su quelli delle facole e delle macchie, perchè le protuberanze sono fenomeni più frequenti, e dominanti su tutta la superficie solare, e quindi anche nelle zone vicine ai poli, dove non si hanno, nè macchie, nè facole, almeno visibili.

« Però preferendo nella ricerca del massimo e minimo della perturbazione le protuberanze solari, ho trovato necessario di considerare come tali non solamente i grandi getti o le gigantesche masse idrogeniche, ma eziandio i gruppi di getti più modesti, di altezza anche di 20″ e di 15″, quando però col loro complesso e col loro splendore indicavano sulla cromosfera una marcata anormalità. E questo modo di definire le protuberanze o le anomalie della cromosfera si troverà tanto più ragionevole, quando si rifletterà che spesso, in causa di sfavorevoli condizioni atmosferiche, anche le grandi protuberanze non riescono visibili altro che alla loro base, e quindi apparentemente limitate a modestissima altezza.

« È questa la ragione per la quale le statistiche delle protuberanze, ricavate dalle nostre osservazioni, danno una maggiore frequenza del fenomeno, in confronto di quelle statistiche, nelle quali sono considerati come protuberanze soltanto i getti più alti e sviluppati.

« Inoltre per tener conto almeno indirettamente anche della estensione delle protuberanze, si è sempre da noi praticato di considerare come distinte protuberanze tutti i getti giganteschi, formanti un solo gruppo, ma aventi le loro basi distinte e separate sulla cromosfera.

« Finalmente la statistica generale delle protuberanze grandi e piccole, è stata sempre accompagnata da una statistica speciale della frequenza delle grandi protuberanze, di quelle cioè non meno alte di 1′, ossia di più di 3 diametri terrestri in grandezza reale, per tener conto nella ricerca del minimo e del massimo della perturbazione anche di questo importante elemento.

« Secondo queste norme fu intrapresa, nella mia Nota VII, *Sulle osservazioni spettroscopiche del bordo e delle protuberanze solari*, pubblicata nel Volume I della 3ª Serie delle Memorie della classe fisico-matematica della nostra Accademia, la determinazione dell'epoca del massimo della precedente perturbazione solare; e trovai manifestamente indicata quest'epoca verso la metà del 1871, quale risultava dalla massima frequenza delle protuberanze grandi e piccole, quanto dalla massima frequenza delle grandi protuberanze, quanto finalmente dal massimo avvicinamento delle protuberanze ai poli.

« Nella seduta del 15 giugno 1884 ebbi l'onore di presentare all'Accademia la mia Nota VIII, *Sopra le osservazioni fatte dal* 31 *maggio* 1877 *sino alla fine del* 1883, Nota ora in corso di stampa, nella quale viene determinata secondo le nostre osservazioni l'epoca del minimo e del successivo massimo dell' attuale perturbazione.

« Il metodo seguito in questa ricerca è identico a quello adottato nella Nota VII per la determinazione del massimo del 1871, tanto nella classificazione delle protuberanze, quanto nella determinazione della loro frequenza nei varî periodi di osservazione, e quanto al loro modo di distribuzione sulla superficie solare.

« Riguardo all' epoca del minimo essa è manifestamente circoscritta nel primo semestre del 1878, in corrispondenza al minimo assoluto della frequenza delle protuberanze, ed alla mancanza assoluta di grandi protuberanze nelle zone circumpolari sino a circa 30° dal polo, e finalmente alla notevole scarsità di queste ultime anche nelle zone di bassa latitudine, dove il fenomeno si presenta come straordinario e puramente accidentale.

« Non egualmente manifesta si presentava l'epoca del massimo di perturbazione, perchè quantunque nel terzo trimestre del 1881 fosse segnalato con molta probabilità questo massimo, per la maggiore frequenza delle protuberanze, e specialmente delle grandi protuberanze, e così pure pel loro massimo condensamento verso le regioni prossime ai poli, pure il periodo di decrescenza non solamente si mostrava, come dopo il massimo del 1871, irregolare e saltuario, con massimi secondarî, ma di più nei successivi anni alcuni di questi massimi secondarî assumevano proporzioni tali, da far sospettare che non si fosse ancora raggiunto il massimo assoluto di perturbazione. E questo sospetto appariva tanto più ragionevole nelle osservazioni del primo semestre 1884, durante il quale s' accrebbe notevolmente la frequenza delle protuberanze, fra le quali molte di notevole altezza.

« Esaminando però i risultati di queste osservazioni e confrontandoli con quelli ottenuti nel 1881, dovetti rilevare che l' epoca del massimo di perturbazione, da me circoscritto verso la fine del terzo trimestre del 1881, non era punto contradetta; poichè realmente tale epoca era segnalata dal massimo assoluto della frequenza delle protuberanze e principalmente dalla massima frequenza delle grandi protuberanze e dal loro maggiore condensamento verso le regioni polari.

« I risultati delle osservazioni fatte nel 1884 verranno dati estesamente in appendice alla mia Nota VIII, ora in corso di stampa; e dal loro confronto con quelli del secondo semestre del 1881 verrà chiaramente dimostrata la verità del mio assunto; la quale però credo convenientemente dimostrata anche dai dati riassuntivi che qui trascrivo; facendo osservare che i medî diurni delle protuberanze in genere e quelli delle grandi protuberanze furono ricavati dai giorni di osservazione completa, escludendo quelli

in cui il rilievo della cromosfera fu soltanto parziale, e di più quei giorni nei quali la poca trasparenza dell'atmosfera rendeva indeciso lo stato della cromosfera.

« Nel seguente specchio è dato per ognuno dei mesi del 1881 il numero diurno, medio delle protuberanze grandi e piccole, non che il medio diurno delle grandi protuberanze, di quelle cioè non meno alte di 1', e finalmente il numero dei giorni di osservazione.

Medî diurni delle protuberanze nel 1881.

	Protuberanze	Grandi protub.	Giorni di osservaz.
Gennaio	25,0	2,4	8
Febbraio	24,1	0,7	16
Marzo	29,9	1,5	13
Aprile	31,1	2,7	15
Maggio	27,9	2,6	17
Giugno	27,1	2,6	21
Luglio	36,3	2,4	28
Agosto	33,4	3,0	30
Settembre	30,5	4,1	19
Ottobre	30,3	3,4	10
Novembre	26,7	3,7	20
Decembre	21,8	1,9	12
Medio annuo	28,6	2,6	Somma 209

« Da questo specchio si rileva che col mese di luglio 1881 la frequenza diurna delle protuberanze subiva un notevole e rapido incremento, duraturo sino al mese di ottobre; mentre la frequenza delle grandi protuberanze si accresceva rapidamente dalla stessa data sin quasi alla fine dell'anno, non potendosi accordare molto peso ai risultati del decembre pel troppo scarso numero dei giorni di osservazione.

« Prendendo i medî limitatamente al secondo semestre 1881 si trovano i seguenti risultati:

Medi diurni delle protuberanze.

2° Semestre	Protuberanze	Grandi protuberanze	Giorni di osservazione
1881	31,3	3,1	119

e siccome in tutti i precedenti periodi semestrali, dal 1876 sino alla fine del 1883, non si è riscontrato alcun periodo nel quale la frequenza media, tanto delle protuberanze in genere, quanto quella delle grandi protuberanze abbia raggiunto questi estremi, così ho dovuto conchiudere che il massimo della perturbazione solare, dedotto dalla frequenza e grandezza delle protuberanze era compreso in questo periodo, e che probabilmente cadeva verso la fine del 3° trimestre 1881.

« Riguardo al risultato dedotto dalle osservazioni dell'Osservatorio del Collegio Romano, secondo il quale sarebbe portata l'epoca del massimo di frequenza delle protuberanze nel 1884, credo opportuno di riportare i risultati delle osservazioni da noi fatte all'Osservatorio del Campidoglio, ricavati collo stesso metodo e cogli stessi criterî con cui furono discusse tutte le precedenti osservazioni.

Medî diurni delle protuberanze nel 1884.

	Protuberanze	Grandi protub.	Giorni di osser.
Gennaio	24,9	1,41	17
Febbraio	29,1	1,77	13
Marzo	29,9	1,87	14
Aprile	25,1	1,50	8
Maggio	26,2	0,90	20
Giugno	25,7	1,04	16
Luglio	24,2	0,92	25
Agosto	24,2	1,45	20
Settembre	21,6	0,85	16
Ottobre	21,1	0,86	17
Novembre	21,0	0,84	19
Decembre	23,2	0.90	10
Medio annuo	24,7	1,19	Somma 195

« Confrontando questi risultati con quelli del 1881 risulta manifestamente che nel 1881, tanto la frequenza delle protuberanze in genere, quanto quella delle grandi protuberanze furono sensibilmente maggiori di quelle corrispondenti al 1884.

« Prendendo poi queste medie frequenze limitatamente al 1°. semestre 1884 si ottiene:

Medî diurni delle protuberanze nel 1° *semestre* 1884.

	Protuberanze	Grandi protuberanze	Giorni di osservazione.
1° semestre 1884	26,9	1,6	88

risultati, che comprovando una maggiore frequenza nelle protuberanze e nella loro grandezza nel primo semestre del 1884 in confronto del secondo, mostrano sempre che il massimo assoluto, tanto nell'una quanto nell'altra, compete realmente al 2° semestre del 1881.

« La diversità dei criterî cui sono informate le statistiche delle protuberanze, redatte all'Osservatorio del Collegio Romano ed all'Osservatorio del Campidoglio, potrebbero rendere ragione della diversità dei risultati, e quindi lasciare indecisa la questione, se il massimo delle protuberanze debba circoscriversi nel 2° semestre 1881, oppure nel 1° semestre del 1884,

e per deciderla sarebbe necessario di fare un esame dei due metodi seguiti, e verificare quale di essi merita maggiore fiducia.

« Il prof. Tacchini ha cercato di convalidare il suo risultato colla favorevole testimonianza del prof. Riccò di Palermo, il quale dalle sue osservazioni sarebbe condotto anch'esso alla stessa conseguenza della massima frequenza delle protuberanze nel 1884; ma a questo riguardo debbo osservare, che le loro statistiche sulle protuberanze presentano sempre l'inconveniente di non essere rigorosamente paragonabili fra loro, pel diverso modo di distinguere o classificare le protuberanze; e non posso tacere che questo confronto è reso anche meno concludente per il ristretto numero dei giorni di osservazione nel 1881 e 1884 all'Osservatorio di Palermo, come risulta dalle Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani volume X, pag. 97, 232, 286 e vol. XI, pag. 49, dove sono riportati i risultati ottenuti a Palermo. Ma per mostrare che la conseguenza dedotta dal prof. Tacchini del massimo assoluto della frequenza delle protuberanze nel 1884, non è certamente, nè molto evidente nè molto sicura, posso ricorrere anch'io ad un'autorevole testimonianza, e precisamente a quegli stessi dati statistici sui quali lo stesso prof. Tacchini basa la sua discussione, e ne deduce il suo risultato.

« Infatti confrontando il Riassunto delle osservazioni delle protuberanze fatte nel 1881 all'Osservatorio del Collegio Romano, pubblicato nel vol. XI delle Memorie della Società degli Spettroscopisti italiani, a pag. 58, col Riassunto delle osservazioni fatte nello stesso Osservatorio nell'anno 1884, recentemente pubblicato nel Rendiconto della seduta del 1° febbraio 1885 della r. Accademia dei Lincei, si trova per l'intero anno 1881 e 1884

	Medio numero delle protuberanze per giorno	Altezza massima osservata	Altezza media diurna	Estensione media diurna
1881.	11,1	104″	47″,6	2°,66
1884.	11,0	128	46, 9	2, 51

per cui, escludendo l'elemento incerto ed accidentale della altezza massima delle protuberanze, si avrebbe in favore del 1881 una piccola differenza tanto nel medio diurno, quanto nella media diurna altezza, quanto finalmente nella media estensione diurna delle protuberanze.

« Che se poi invece di prendere i medî annui, prendiamo invece i medî del secondo semestre 1881 e del 1° semestre 1884, ai quali deve restringersi la questione, si trova

	Medio numero Delle protuberanze per giorno	Altezza massima osservata	Altezza media diurna	Estensione media diurna
2° semestre 1881.	12,1	111″	48″,2	2°,64
1° semestre 1884.	11,1	126	46, 4	2, 53

per cui le differenze in favore del 2° semestre 1881 diventano più marcate. Lo stesso risultato si ottiene anche prendendo i medî per qualunque gruppo di mesi del 1881 e 1884.

« Trattandosi però di dati molto incerti, queste differenze non sono sicuramente molto grandi, ma sufficienti però a mostrare che i risultati ottenuti dal prof. Tacchini tendono piuttosto a confermare, anzichè a contraddire quelli da me ottenuti, ed a mostrare non ragionevole il basarsi su questi dati per risolvere questioni molto delicate, quale è quella di speciali relazioni fra i massimi e minimi delle protuberanze solari e gli elementi del magnetismo terrestre.

« Ciò che può ragionevolmente dedursi, tanto dalle osservazioni del Collegio Romano, quanto da quelle del Campidoglio, si è, che quantunque non si possa mettere in dubbio l'esistenza di relazioni fra le macchie, le facole e le protuberanze, e la loro comune dipendenza da una medesima causa di perturbazione della superficie solare, non è però da ammettersi che nella variazione della frequenza di questi fenomeni vi sia un vero e regolare parallelismo ».

Astronomia. — *Sulla relazione fra i massimi e minimi delle protuberanze solari ed i massimi e minimi dell'oscillazione diurna del magnete di declinazione.* Nota del Socio corr. P. Tacchini.

« Dalla serie delle osservazioni delle protuberanze solari da me fatte dal 1877 a tutto il 1884, risulta, che il massimo del fenomeno ha avuto luogo nel 1884 ed il minimo nel 1878, mentre il massimo delle macchie solari avvenne fra l'ottobre del 1883 ed il marzo del 1884, e l'ultimo minimo nel 1879. Ora dalla serie dei valori dell'amplitudine dell'oscillazione diurna dell'ago di declinazione ricavata dalle osservazioni fatte a Milano e pubblicate dal prof. Schiaparelli, si ha che il massimo di detta amplitudine ebbe luogo nel 1884 ed il minimo nel 1878; poi il precedente massimo nel 1870 ed il precedente minimo nel 1866, mentre le macchie presentarono un massimo intorno alla metà del 1870 ed un minimo nel 1867. È dunque chiaro che nell'ultimo periodo l'accordo è assai maggiore fra le protuberanze ed il magnetismo terrestre, come ho avvertito in altre note. Può dunque ritenersi, anche, che il precedere del minimo dell'oscillazione diurna del magnete di declinazione rispetto al minimo delle macchie del 1867 sia dovuto alla stessa causa, cioè al minimo delle protuberanze nell'anno 1866, ciò che non possiamo accertare, mancando intieramente le osservazioni spettrali in quell'epoca. Però se si pone mente, che sull'epoca dei minimi non può cadere alcun dubbio, nè possibile quella incertezza, che si ha nel fissare l'epoca precisa dei massimi, devesi attribuire un gran peso al fatto di vedere coincidenza dei minimi fra magnetismo e protuberanze, e non colle macchie solari. Ciò viene anche a corroborare l'opinione mia e di qualche altro, che cioè nel fenomeno delle protuberanze solari l'elettricità abbia una parte rilevante, da dovere

forse considerare non poche di esse come fenomeni puramente elettrici, come aurore polari, capaci di indurre sul nostro globo i corrispondenti disturbi magnetici, come altra volta ho tentato di dimostrare. E qui torna acconcio il ricordare, come dalle statistiche accurate pubblicate dal Loomis sia risultato essere i massimi delle aurore polari in ritardo rispetto ai massimi delle macchie del sole; e per ciò, aggiungeremo noi, più evidente il legame fra le aurore e le protuberanze solari, i cui massimi abbiamo detto che appunto seguono quelli delle macchie. Ad ogni modo, se anche le regolari osservazioni delle macchie e delle protuberanze solari non siano state fatte che in un numero ancora troppo ristretto di anni, pure noi possiamo intanto considerare come cosa assicurata alla scienza, che il fenomeno delle macchie solari quello delle protuberanze ed il magnetismo terrestre variano così di accordo, che i massimi e minimi avvengono per tutti intorno alla stessa epoca rispetto al periodo undecennale, così che conoscendo l'andamento di uno dei fenomeni, può con abbastanza approssimazione venire stabilito quello degli altri. Questo è già un passo importante, giacchè solo pochi anni addietro si negava ancora la relazione fra il magnetismo e le macchie del sole. Trattandosi però di un periodo assai lungo, è chiaro, che per potere studiar bene ogni cosa, occorre di continuare le osservazioni regolarmente almeno per un mezzo secolo ».

Bibliografia. — *Osservazioni meteorologiche per gli anni 1809-1820, fatte da Pietro Orlandi, medico romano.* Comunicazione del Socio corr. E. Narducci fatta, a nome dell'autore, dal Socio corr. Tacchini.

« Credo non inutile richiamare l'attenzione dell'Accademia intorno ad un manoscritto della Biblioteca Angelica segnato Q. 5. 10, e contenente vari lavori di Pietro Orlandi medico Romano, del principio di questo secolo, fra i quali alcune interessanti *Osservazioni medico-meteorologiche dall'anno* 1809 *all'anno* 1820. In fine di ciascun anno stanno le osservazioni meteorologiche, avvertendo che le termometriche hanno principio soltanto dal 1811, e quelle di nebbie, turbini e venti dal 1813. Benchè pei detti anni, a cominciare dal 1811, si abbiano già divulgate le osservazioni del Vagnuzzi, del Conti e del Calandrelli, negli *Opuscoli astronomici* del 1813, 1818 e 1822, le quali in molta parte differiscono da quelle dell'Orlandi; tuttavia queste sono più diffuse e complete, indicando le osservazioni giorno per giorno, non esclusi i terremoti e le inondazioni del Tevere.

« Fu l'Orlandi uomo al suo tempo di chiara fama, dottore in filosofia e medicina, non inelegante scrittore latino, come attestano parecchi lavori che di lui si hanno alla stampa, onde apparisce che fu legato di amicizia e di stima coi più chiari uomini del suo tempo, tra i quali il Marinucci ed il Tiraboschi.

« Un ampio estratto delle osservazioni contenute nel manoscritto dell'Orlandi verrà pubblicato negli annali dell' Ufficio Centrale di Meteorologia ».

Matematica. — *Sopra una classe d'equazioni differenziali lineari del quart'ordine, e sull'equazione del quinto grado.* Nota I. del prof. D. Besso, presentata dal Segretario Blaserna.

« In una precedente Nota (¹) ho dimostrato che l'equazione del quarto ordine:

$$\varphi u^{\text{IV}} + \frac{5}{2}\varphi' u''' + b\varphi'' u'' + \frac{1}{2}(3b-5)\varphi''' u' + h\varphi^{\text{IV}} u = 0,$$

nella quale φ significa una funzione intera del quarto grado e le b, h sono costanti, può essere ridotta a due equazioni del second' ordine.

« Nel presente scritto dimostro che la stessa riduzione vale anche per l'equazione:

$$\varphi u^{\text{IV}} + \frac{5}{2}\varphi' u''' + (b\varphi'' + g) u'' + \frac{1}{2}(3b-5)\varphi''' u' + h\varphi^{\text{IV}} u = 0$$

qualunque sia la costante g, e che, quando la φ è il quadrato d'una funzione intera del secondo grado, le due equazioni del second' ordine sono riducibili, in generale, alla forma ipergeometrica.

Trovo poi l'equazione differenziale lineare soddisfatta dalle radici della:

$$\xi u^5 - 40u^2 - 5u - 1 = 0,$$

la quale equazione differenziale appartiene appunto alla classe da ultimo menzionata, e ne ricavo le espressioni di quelle radici mediante funzioni ipergeometriche.

I

« 1. L' equazione:

$$\varphi u^{\text{IV}} + a\varphi' u''' + (b\varphi'' + g) u'' + c\varphi''' u' + h\varphi^{\text{IV}} u = 0,$$

trasformata colla sostituzione:

$$u = \varphi^{\lambda}\, U,$$

diviene:

$$U^{\text{IV}} + PU''' + QU'' + RU' + SU = 0$$

(¹) *Di una classe d'equazioni differenziali lineari del quart' ordine integrabile per serie ipergeometriche* (Memorie della R. Accademia dei Lincei. Vol. XIX).

in cui:

$$P=(4\lambda+a)\frac{\varphi'}{\varphi},$$

$$Q=(6\lambda+b)\frac{\varphi''}{\varphi}+\Big(6\lambda(\lambda-1)+3a\lambda\Big)\frac{\varphi'^2}{\varphi^2}+\frac{g}{\varphi},$$

$$R=(4\lambda+c)\frac{\varphi'''}{\varphi}+\Big(12\lambda(\lambda-1)+(3a+2b)\lambda\Big)\frac{\varphi'\varphi''}{\varphi^2}+$$

$$+\lambda(\lambda-1)(4\lambda+3a-8)\frac{\varphi'^3}{\varphi^3}+2\lambda g\frac{\varphi'}{\varphi^2},$$

$$S=(\lambda+h)\frac{\varphi^{IV}}{\varphi}+\Big(4\lambda(\lambda-1)+(a+c)\lambda\Big)\frac{\varphi'\varphi'''}{\varphi^2}+$$

$$+\Big(6\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)+3a\lambda(\lambda-1)+b\lambda(\lambda-1)\Big)\frac{\varphi'^2\varphi''}{\varphi^3}+$$

$$+\Big(3\lambda(\lambda-1)+b\lambda\Big)\frac{\varphi''^2}{\varphi^2}+\Big(\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda-3)+a\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)\Big)\frac{\varphi'^4}{\varphi^4}+$$

$$+g\left(\lambda\frac{\varphi''}{\varphi^2}+\lambda(\lambda-1)\frac{\varphi'^2}{\varphi^3}\right).$$

« Ora, se i coefficienti P, Q, R, S verificano le:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{3}{2}Q'+PQ-R=0\\ &\left(S-\frac{1}{2}Q''-\frac{1}{2}PQ'\right)'+2P\left(S-\frac{1}{2}Q''-\frac{1}{2}PQ'\right)=0\end{aligned}\right\}(a)$$

l'equazione in U è soddisfatta dai prodotti delle coppie di soluzioni delle:

$$Y''+\left(\frac{1}{4}Q+\frac{1}{2}\sqrt{S-\frac{1}{2}Q''-\frac{1}{2}PQ'}\right)Y=0$$

$$Z''+\left(\frac{1}{4}Q-\frac{1}{2}\sqrt{S-\frac{1}{2}Q''-\frac{1}{2}PQ'}\right)Z=0$$

purchè non sia:

$$S-\frac{1}{2}Q''-\frac{1}{2}PQ'=0\ \text{(1)}.$$

« La prima delle (a) è soddisfatta quando hanno luogo le:

$$\lambda+\frac{3}{10}b-\frac{1}{5}c=0$$

$$30\lambda^2+(12a+2b-15)\lambda+\left(a-\frac{3}{2}\right)b=0$$

$$20\lambda^2+15(a-2)\lambda+3a^2-12a+10=0$$

$$2\lambda+a-\frac{3}{2}=0$$

(1) Veggasi la Memoria: *Sul prodotto di due soluzioni di due equazioni differenziali lineari omogenee del second'ordine* (Memorie della R. Accademia dei Lincei. Vol. XIX).

le quali equivalgono alle:

$$\lambda = -\frac{1}{2}, \qquad a = \frac{5}{2}, \qquad 2c - 3b + 5 = 0.$$

« In conseguenza si ha:

$$P = \frac{1}{2}\frac{\varphi'}{\varphi}, \qquad Q = (b-3)\frac{\varphi''}{\varphi} + \frac{3}{4}\frac{\varphi'^2}{\varphi^2} + \frac{g}{\varphi},$$

$$S = \left(h - \frac{1}{2}\right)\frac{\varphi^{IV}}{\varphi} + \left(3 - \frac{3}{4}b\right)\frac{\varphi'\varphi'''}{\varphi^2} + \left(\frac{3}{4}b - \frac{45}{8}\right)\frac{\varphi'^2\varphi''}{\varphi^3} +$$
$$+ \left(\frac{9}{4} - \frac{1}{2}b\right)\frac{\varphi''^2}{\varphi^2} + \frac{15}{8}\frac{\varphi'^4}{\varphi^4} + g\left(-\frac{1}{2}\frac{\varphi''}{\varphi^2} + \frac{3}{4}\frac{\varphi'^2}{\varphi^3}\right),$$

coi quali valori si trova:

$$S - \frac{1}{2}Q'' - \frac{1}{2}PQ' = \left(h - \frac{1}{2}b + 1\right)\frac{\varphi^{IV}}{\varphi};$$

epperciò la seconda delle (a) si riduce ad un'identità:

« Si conchiude:

L' equazione:

$$\varphi u^{IV} + \varphi' u''' + (b\varphi'' + g)\,u'' + \frac{1}{2}(3b-5)\,\varphi''' u' + h\varphi^{IV} u = 0,$$

in cui φ *significa una funzione intera del quarto grado e le* b, g, h *sono costanti, ha la proprietà che, posto*:

$$u = \varphi^{-\frac{1}{2}}\,U,$$

la trasformata in U *è soddisfatta dai prodotti dalle coppie di soluzioni delle*:

$$Y'' + \left(\frac{1}{4}(b-3)\frac{\varphi''}{\varphi} + \frac{3}{16}\frac{\varphi'^2}{\varphi^2} + \frac{1}{4}\frac{g}{\varphi} + \frac{1}{2}\sqrt{\left(h - \frac{1}{2}b + 1\right)\varphi^{IV}\varphi^{-\frac{1}{2}}}\right)Y = 0$$

$$Z'' + \left(\frac{1}{4}(b-3)\frac{\varphi''}{\varphi} + \frac{3}{16}\frac{\varphi'^2}{\varphi^2} + \frac{1}{4}\frac{g}{\varphi} - \frac{1}{2}\sqrt{\left(h - \frac{1}{2}b + 1\right)\varphi^{IV}\varphi^{-\frac{1}{2}}}\right)Z = 0$$

purchè non sia:

$$h - \frac{1}{2}b + 1 = 0 \text{ (1)}.$$

(1) Quando sono soddisfatte le (a) ed è:

$$S - \frac{1}{2}Q'' - \frac{1}{2}PQ' = 0,$$

l'equazione si può mettere nella forma:

$$\left(U''' + QU' + \frac{1}{2}Q'U\right)' + P\left(U''' + QU' + \frac{1}{2}Q'U\right) = 0$$

ossia:

$$U''' + QU' + \frac{1}{2}Q'U = Ce^{-\int P dx},$$

alla quale corrisponde l'equazione omogenea:

$$U''' + QU' + \frac{1}{2}Q'U = 0$$

che è soddisfatta dalle forme quadratiche di due integrali fondamentali della:

$$Y'' + \frac{1}{4}QY = 0.$$

« 2. Nel caso particolare:

$$\varphi = \psi^2 = (Ax^2 + Bx + C)^2$$

le due equazioni del second'ordine, trasformate colle sostituzioni:

$$Y = \psi^\mu y, \qquad Z = \psi^\mu \eta,$$

divengono:

$$\psi y'' + 2\mu\psi' y' + A\left(2\mu + b - 3 - \frac{g}{B^2 - 4AC} + \sqrt{6h - 3b + 6}\right) y = 0,$$

$$\psi \eta'' + 2\mu\psi' \eta' + A\left(2\mu + b - 3 - \frac{g}{B^2 - 4AC} - \sqrt{6h - 3b + 6}\right) \eta = 0,$$

purchè μ sia una radice della:

$$\mu^2 - \mu + \frac{1}{2} b - \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\frac{g}{B^2 - 4AC} = 0 .$$

« Ora la sostituzione:

$$\left(x + \frac{B}{2A}\right)^2 = \frac{B^2 - 4AC}{4A^2} z ,$$

trasforma le due equazioni nelle ipergeometriche:

$$z(1-z)\frac{d^2y}{dz^2} + \left(\frac{1}{2} - \left(2\mu + \frac{1}{2}\right) z\right)\frac{dy}{dz} - \frac{1}{4}\left(2\mu + b - 3 - \frac{g}{B^2 - 4AC} + \sqrt{6h - 3b + 6}\right) y = 0$$

$$z(1-z)\frac{d^2\eta}{dz^2} + \left(\frac{1}{2} - \left(2\mu + \frac{1}{2}\right) z\right)\frac{d\eta}{dz} - \frac{1}{4}\left(2\mu + b - 3 - \frac{g}{B^2 - 4AC} - \sqrt{6h - 3b + 6}\right) \eta = 0.$$

« Indicati con y_1, y_2 due integrali fondamentali della prima, e con η_1, η_2 due integrali fondamentali della seconda, l'equazione del quart'ordine:

$$\varphi u^{IV} + \frac{5}{2}\varphi' u''' + (b\varphi'' + g) u'' + \frac{1}{2}(3b - 5)\varphi''' u' + h\varphi^{IV} u = 0$$

sarà soddisfatta dai quattro prodotti:

$$(1-z)^{2\mu-1} y_1 \eta_1, \quad (1-z)^{2\mu-1} y_1 \eta_2, \quad (1-z)^{2\mu-1} y_2 \eta_1, \quad (1-z)^{2\mu-1} y_2 \eta_2,$$

i quali costituiscono un sistema di integrali fondamentali.

« 3. Le precedenti trasformazioni sono in difetto per:

$$B^2 - 4AC = 0 .$$

« In questo caso si troverà facilmente che le due equazioni del second'ordine hanno la forma:

$$x^4 y'' + (lx^2 + m) y = 0$$

in cui l ed m significano costanti.

« Colle due sostituzioni:

$$x^2 = \frac{m}{z}, \qquad y = z^\nu t ,$$

in cui ν significa una radice della:

$$4\nu^2 + 2\nu + l = 0 ,$$

l'equazione si trasforma nella:

$$z\frac{d^2u}{dz^2} + \left(2\nu + \frac{3}{2}\right)\frac{du}{dz} + \frac{1}{4} u = 0$$

la quale si può integrare mediante funzioni *Besseliane* ([1]).

([1]) Lommel, *Studien über die Bessel'schen Functionen*, Leipzig 1868.

Matematica. — *Sur la detérmination de la partie algébrique de l'intégrale des fonctions rationelles.* Nota del prof. F. Gomes-Teixeira, presentata dal Socio G. Battaglini.

I. « Dans le *Cours d'Analyse* de M. Hermite on trouve (page 263 et suivantes) deux savantes méthodes pour la recherche de la partie algébrique de l'intégrale des fonctions rationnelles, dont la deuxième est indépendante de la connaissance des racines du dénominateur de la fonction donnée. Nous allons voir qu'on peut aussi rendre la première méthode indépendante de cette connaissance en employant les théorèmes de la théorie des fonctions symétriques rationelles.

« En effet, soit:

$$\frac{F_1(x)}{F(x)}=\frac{F_1(x)}{M^\alpha N^\beta P^\gamma \ldots\ldots}$$

la fonction proposée, et

$$M=(x-a_1)(x-a_2)\ldots\ldots(x-a_n)=x^n+h_1 x^{n-1}+h_2 x^{n-2}+\ldots\ldots$$
$$N=(x-a'_1)(x-a'_2)\ldots\ldots(x-a'_p)=x^p+h'_1 x^{p-1}+h'_2 x^{p-2}+\ldots\ldots$$
$$P=(x-a''_1)(x-a''_2)\ldots(x-a''_q)=x^q+h''_1 x^{q-1}+h''_2 x^{q-2}+\ldots\ldots$$
etc.,

M, N, P, etc. étant obtenus au moyen de la théorie des racines égales. Nous avons:

$$\frac{F_1(x)}{F(x)}=\frac{A}{x-a_1}+\frac{B}{x-a_2}+\ldots\ldots+\frac{L}{x-a_n}$$
$$+\frac{A'}{x-a'_1}+\frac{B'}{x-a'_2}+\ldots\ldots+\frac{L'}{x-a'_p}$$
$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+\frac{\varphi(x)}{\psi(x)},$$

où l'on représente par $\frac{\varphi(x)}{\psi(x)}$ la somme des fractions simples dont le dégré du dénominateur est supérieur à l'unité.

« Cela posé, M. Hermite fait voir que le numérateur $f(x)$ de la partie algébrique de l'intégrale de la fonction donnée peut être calculé au moyen de la formule suivante:

$$f(x)=\pi_1(x^{m-1}+p_1 x^{m-2}+\ldots\ldots+p_{m-1})$$
$$+\pi_2(x^{m-2}+p_1 x^{m-3}+\ldots\ldots+p_{m-2})+\ldots\ldots+\pi_{m-1}(x+p_1)+\pi_m,$$

où est

$$F(x)=x^m+p_1 x^{m-1}+p_3 x^{m-2}+\ldots\ldots+p_m,$$

et

$$\frac{\omega_k-\Sigma A a_k}{k}=\pi_k,$$

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$, etc. étant obtenus au moyen du développement

$$\frac{F_1(x)}{F(x)} = \frac{\omega_1}{x} + \frac{\omega_2}{x^2} + \frac{\omega_3}{x^3} + \ldots,$$

qui résulte de la division algébrique de $F_1(x)$ par $F(x)$.

« Dans cette méthode $\Sigma A_k a_k$ représente la somme

$$\Sigma A_k a_k = A a_1 + B a_2 + \ldots + L a_n + A' a'_1 + B' a'_2 + \ldots + L' a'_p + \ldots,$$

et elle peut être calculée au moyen des théorèmes de la théorie des fonctions symétriques rationnelles sans la connaissance des racines $a_1, a_2, \ldots a_1', a_2', \ldots$ En effet, cette somme est une fonction symétrique rationnelle séparément de $a_1, a_2, \ldots$; de $a_1', a_2', \ldots$; etc., puisque on sait par la théorie de la décomposition des fractions rationnelles, que A, B, C, ... L, A′, B′, ... sont des fonctions rationnelles de $a_1, a_2, \ldots a_n, a_1', a_2', \ldots a_p'$, etc., et qu'on passe de A pour B, C, etc., échangeant a_1 par a_2, a_3, etc. D'un autre côté on sait toujours ramener le calcul des fonctions symétriques rationnelles des racines d'une équation à celui des sommes des puissances semblables de ces racines (¹), c'est-à-dire, dans notre cas, à celui des sommes:

$$\begin{array}{c} a_1^i + a_2^i + \ldots + a_n^i \\ a'^i_1 + a'^i_2 + \ldots + a'^i_p \\ \ldots\ldots\ldots\ldots, \end{array}$$

qui sont calculables au moyen du théorème de Newton en fonction de $h_1, h_2, \ldots$; de $h'_1, h'_2, \ldots$; etc.

II. « Pour trouver la partie transcendante de l'intégrale de la fonction rationnelle il faut connaître les racines du dénominateur. Mais on peut obtenir le développement en série de cette intégrale au moyen des théorèmes de la théorie des fonctions symétriques sans la connaissance de ces racines.

« En effet, développant en série les fractions simples dont le dénominateur est du premier degré et additionnant les résultats, nous trouvons un résultat de la forme suivante:

$$\Sigma \frac{A}{x-a} = \frac{\Sigma A}{x} + \frac{\Sigma A a}{x^2} = \frac{\Sigma A a^2}{x^3} + \ldots,$$

dont l'intégrale est

$$\Sigma A \log(x-a) = \log x \, \Sigma A - \frac{\Sigma A a}{x} - \frac{\Sigma A a^2}{x^2} - \ldots.$$

« Donc il faut calculer les sommes ΣA, $\Sigma A a$, $\Sigma A a^2$, etc., qui sont des fonctions symétriques de $a_1, a_2, \ldots a_n$; de $a'_1, a'_2, \ldots a'_p$; etc., et qu'on peut par conséquent obtenir au moyen des théorèmes connus, sans résoudre l'équation $F(x) = 0$ ».

(¹) Ch. Biehler, *Sur le calcul des fonctions symétriques des racines d'une équation.* (Nouvelles Annales de Mathématiques, 3 série, tome III, 1884).

Astronomia. — *Riassunto delle osservazioni dei crepuscoli rossi.* Nota I. del prof. A. Riccò, presentata dal Socio P. Tacchini.

« Le osservazioni regolari durarono dal 3 dicembre 1883 al 30 aprile 1884; dopo, fino alla fine dell'anno si tenne nota solo dell'intensità del fenomeno, giorno per giorno, e delle particolarità più notevoli.

« Si ottennero 52 determinazioni, più o meno complete, del tempo delle diverse fasi.

« Dal complesso delle osservazioni emergono i seguenti fatti.

« Dall'epoca dell'apparizione dei crepuscoli rosei straordinarî vedesi il cielo, dalla parte del sole, or più or meno ingombro di una nebbia leggerissima, ineguale.

« In questa nebbia disegnasi, completamente od in parte, una grande aureola o corona attorno al sole: questa corona risulta di un'arco interno di color bianco verdognolo, od azzurrognolo, lucidissimo, e di un anello di color rosso-bruno, volgente al roseo, come il rame terso; all'esterno quest'anello diffondesi nel cielo come una sfumatura violacea, assai diffusa.

« La qualità e la disposizione dei colori sono identiche a quelle dell'anello di diffrazione di primo ordine ed ancora a quelle della prima fra le corone che talora veggonsi dipinte nella nebbia o nubi leggiere attorno al sole od alla luna.

« È dunque un fenomeno della stessa natura di quello delle ordinarie corone atmosferiche, e come queste dovuto a diffrazione.

« Il predetto ordine dei colori è inverso di quello degli aloni in cui il rosso è all'interno e l'azzurro all'esterno: dunque viene esclusa l'ipotesi che la corona in discorso sia prodotta, come gli aloni, da rifrazione e dispersione in cristallini di ghiaccio.

« Superiormente la corona è più debole e volge al roseo chiaro, e si estende verso lo zenit con una delicata sfumatura lilla. Inferiormente il colore della corona volge all'aranciato, risultando una tinta simile a quella del bronzo da cannoni terso. Questa tinta si allarga verso l'orizzonte, allorchè il sole non è molto alto.

« Col sole non molto alto si è potuto riconoscere che *la nebbia costituente la corona è leggermente striata in direzione prossimamente orizzontale.*

« La corona vedesi assai meglio quando il sole è coperto da una nube: spesso distinguesi bene occultando il sole dietro alti fabbricati: si osservò assai distinta nel cielo affatto sereno al 5, 11 e 28 aprile 1884:

« Le nubi leggiere quando passano sull'anello rosso, assumono *per contrasto* un colore verdognolo.

« Qualche volta si è potuto vedere questa corona anche attorno alla luna, ma debolissima.

« Le misure fatte col sestante al 31 marzo 1884 danno le seguenti misure dell' anello rosso :

Raggio interno . . . . 10°. 48′
Raggio del circolo di maggior intensità. 15°. 10′
Raggio esterno . . . . 21°. 26′

« Questa corona formasi a grande altezza giacchè i cirri le passano dinanzi senza alterazione nè del loro aspetto, nè di quello della corona.

« Quando il sole è vicino all' orizzonte, più spesso e meglio quando è occultato da montagne, quasi sempre (fino all'aprile 1884) quando il sole è alquanto sotto l'orizzonte, la corona prende l'aspetto di un ponte od arcone a *sesto rialzato* i cui piedi allargandosi si raccordano colla striscia ordinaria di nebbia od aria più densa che occupa l' infimo orizzonte.

« Quest' arcone fin dalle prime osservazioni dei crepuscoli rosei cominciava a distinguersi circa 16^{m} prima del tramonto del sole all' orizzonte, quindi sempre più presto, talchè in aprile se ne vedeva a sole alto la trasformazione o passaggio nella descritta corona; ma poi divenne sempre più debole ed incompleto.

« L'arco ha color grigio-rossastro, i piedi volgono all'aranciato fondendosi coll' egual tinta della zona atmosferica infima. Questi colori evidentemente sono dovuti all' assorbimento elettivo per i raggi più refrangibili esercitato dalla parte inferiore dell' atmosfera con maggiore intensità. L'arco interno ha colore azzurrognolo o verdognolo bianchiccio, brillante.

« *La nebbia costituente l'arco è pur essa striata*, anzi più distintamente che non la corona; pare sia formata da fitti e minuti cirro-strati.

« *La direzione delle strie è orizzontale od inclinata dal basso all'alto a destra*, ossia verso nord, quando si osserva il crepuscolo vespertino: talchè questa direzione sembra indicare una corrente di sud-ovest.

« Questa striatura spesso osservasi anche dentro l'arco, più raramente anche al di fuori; qualche volta si è visto il cielo striato a ponente senza che vi si disegnasse il detto arcone.

« Questo arco o ponte diviene più forte, più deciso, più rossastro allo scendere del sole sotto l'orizzonte, e segue il movimento dell' astro, spostandosi verso nord.

« Quando il sole è circondato da nebbie grossolane il contorno dalla parte inferiore dell'arco chiaro della corona o del ponte si restringe avvicinandosi al sole, il quale così viene ad esser situato eccentricamente verso il basso: la corona prende forma ovale col vertice più acuto in alto, e la luce del ponte pare a sesto acuto.

« Talvolta si è visto il sole occupare il vertice inferiore della ovale limitante l'area chiara interna.

« Circa 12^{m} dopo il tramonto del sole all'orizzonte nella parte superiore dell'arcone manifestasi un colore roseo *distinto e limitato* (1^{a} luce rosea),

mentre il resto dell'arcone diviene più debole, specialmente al suo contorno esterno.

« Dopo il marzo 1884 osservasi più presto una luce violacea assai diffusa ed estesa, appena distinta dall' azzurro del cielo, ma questa vedesi ordinariamente dopo i bei tramonti.

« Al ponte grigio svanito, o mentre svanisce, si sostituisce un arco di color rosso vivissimo volgente all'aranciato nel suo contorno interno ed al roseo nel contorno esterno, il quale è diffuso e spesso si estende con leggera sfumatura violacea verso lo zenit (e qualche volta l' oltrepassa), prendendo la forma di una immensa semi-elissi bucata inferiormente.

« Quest'arco roseo talora si divide in fasci divergenti dal sole, dei quali quelli più vicini all' orizzonte, che sono i più lunghi, appaiono curvati come archi di circolo massimo della sfera celeste. Gli spazî fra i fasci, e talfiata anche il contorno interno dell' arco roseo (dal quale partono i fasci) presentano il colore azzurro del cielo: più raramente, quando la luce rosea è vivissima, i detti intervalli hanno colore paonazzo.

« Questi fasci derivano per lo più dall' incontro dei raggi orizzontali del sole con monti *lontani*, raramente della Sicilia, più spesso dell' Africa, della Sardegna per il crepuscolo vespertino; della Sicilia, della Dalmazia, dell'Albanìa per il crepuscolo mattutino. I fasci mancarono nell' epoca in cui il sole tramontava nel mare libero fra la Sardegna e l' Africa. Ciò risulta dal calcolo dell' azimut e della distanza del sole dall'orizzonte, da cui deducesi il luogo toccato dai raggi solari orizzontali nel tempo dell'apparizione dei fasci rosei.

« L' arco roseo dapprima scende molto più rapidamente del sole: in fine con velocità minore, circa di 1° in $1^{m}\,{}^{1}/_{3}$, dunque pur sempre maggiore di quella del sole, che è circa 1° in $5^{m}\,{}^{1}/_{2}$. Invece la corona segue il sole colla stessa velocità.

« Allo scendere dell' arco roseo l' arco interno, ossia il segmento inferiore, volge al verde e quindi al giallo ed all' aranciato che sono i colori del basso orizzonte visibili entro l' arco.

« Abbassandosi l'arco roseo ed il segmento inferiore diminuiscono di curvatura in causa della maggiore obliquità con cui vedesi la linea limite della parte di atmosfera illuminata dal sole.

« L'arco roseo tramontando apparisce sempre più splendido perchè spicca sempre più nell'oscurità, ognora crescente, del resto del cielo.

« Il colore della luce dell'arco volge sempre più al rosso-roseo ed al purpureo, perchè resta visibile solo la porzione di quel colore.

« Questa 1^{a} luce rosea tramonta dietro ai monti circa a 35^{m} dopo il tramonto del sole all' orizzonte, $1^{h}\,3^{m}$ prima della fine del crepuscolo astronomico. Naturalmente su questi dati influisce l' altezza dei monti che è varia, da 3° a 7°.

« Dai calcoli fatti, tenendo conto della rifrazione atmosferica, risulta che l'arco roseo tramonta all'orizzonte quando il sole è sotto all'orizzonte stesso in media di 9°. 5, che è la distanza del vertice dell'arco del sole. Invece il raggio o distanza del sole della parte rossa più intensa della corona è 15°. 2, e quella del suo contorno esterno è 26°. 4. Dunque l'arco roseo è diverso dalla corona: inoltre la spiegazione data dell'origine dei fasci crepuscolari richiede che l'arco roseo sia prodotto dai raggi del sole, *diretti*, non *diffratti*, che illuminano l'atmosfera.

« Sempre quando il crepuscolo roseo è abbastanza vivo nella parte opposta del cielo osservasi una estesa zona rosea, poco curva, sovrastante ad un segmento oscuro, che è l'ombra della terra. Talvolta anche questa zona dividesi in fasci. Nel mattino del 4 dicembre questo fenomeno si produsse bellissimo a nord-ovest: il segmento e gli intervalli fra i fasci rosei erano azzurri: per forma posizione e colori il fenomeno aveva la più grande somiglianza colla luce boreale, ma la sua coincidenza coll'*antisole*, lo spostarsi con quel punto, l'ora in cui si produsse, il mancare nello spettro della sua luce la riga 1474 K. caratteristica dell'aurora boreale, persuadono non trattarsi affatto di questo fenomeno.

« Allorchè il crepuscolo roseo è poco intenso e l'arco roseo è poco sviluppato, spesso questo è incompleto alle basi, e forma come una massa, o nebbia rosea; sospesa sopra o sotto di essa vedesi una zona del verde degli ordinari crepuscoli.

« Insomma il crepuscolo roseo risulta dall'arco roseo che si sovrappone all'ordinario crepuscolo formato, a partire dall'orizzonte, della zona rossobruna, o rosso-paonazza aranciata, gialla, verde-azzurra, azzurra.

« Spesso quando la 1ª luce rosea intensa, tramonta, e talvolta anche prima (come si disse), manifestasi una luce delicata lattea-rossiccia, roseabianchiccia o lilla in alto: uniforme, assai estesa e diffusa, a foggia di grande ed alto segmento concentrico alla 1ª luce rossa; questa 2ª luce rosea spesso arriva allo zenit e non di rado l'oltrepassa; il suo contorno non è mai definito come quello della 1ª. Questa 2ª luce rosea aumenta di intensità e saturazione, fino a divenire talvolta di color purpureo assai vivo.

« Poi la 2ª luce rosea si abbassa, si restringe, si indebolisce e infine tramonta dietro i monti circa 13^m prima della fine del crepuscolo astronomico. Dai calcoli fatti, tenendo conto della rifrazione atmosferica risulta che la 2ª luce rosea tramonta all'orizzonte quando il sole è sotto di esso in media di 19° 5.

« La 2ª luce rosea apparisce solo quando la 1ª è intensa; e l'intensità della 2ª luce rosea è sempre subordinata a quella della prima.

« Questa relazione della intensità delle due luci e *l'essere la depressione del sole per il tramonto della* 2ª *luce rosea all'orizzonte assai prossimamente doppia della depressione del sole al tramonto della* 1ª *luce*

rosea indicano come assai probabile che la 2ª luce sia il riflesso della 1ª nell'atmosfera: che poi nei diversi casi la depressione del sole al tramonto della 2ª luce rosea sia or alquanto maggiore, or alquanto minore del doppio della depressione del sole per la 1ª luce, si spiega facilmente pensando che la grande debolezza della 2ª luce può far sì che sieno invisibili le sue ultime sfumature, e che d'altra parte la maggior oscurità del cielo al tramonto della 2ª luce ne aumenta la visibilità soggettiva. E inoltre si deve riflettere che essendo la 1ª luce rosea assai estesa, di intensità non uniforme ed a poca distanza dall'aria riflettente, non può per essa effettuarsi la riflessione nell'atmosfera così regolarmente come per il sole.

« Non si è mai vista la 2ª luce rosea divisa in fasci: ciò pure indicherebbe che non è prodotta dai raggi diretti del sole.

« Talora, ma di rado alla base della 2ª luce rosea osservasi un segmento giallognolo.

« Pare che qualche rara volta dopo la 2ª luce rosea rimanga una 3ª luce rossiccia debolissima: ma nell'osservazione di questa non si potè mai escludere completamente il dubbio dell'intervento della luce zodiacale.

« Quando la 1ª luce rosea è debole la 2ª è debolissima o manca del tutto: dopo di questa nel primo caso, invece di questa nel secondo, osservasi la solita luce verde-azzurrina degli ordinarî crepuscoli.

« Due osservazioni del tramontare della luce verde degli ordinarî crepuscoli, l'una al 26 febbraio 1882, l'altra al 30 marzo 1884, hanno dato per depressione del sole al tramontare del crepuscolo ordinario *all'orizzonte* valori concordanti fra loro e con quello stabilito dagli astronomi, cioè 18°.8 e 17°.3.

« Fin dagli ultimi di novembre 1883 si ebbero splendidi crepuscoli rosei, ma non se ne tenne nota speciale e completa, perchè la loro intensità non era superiore a quella dei più belli fra gli ordinarî crepuscoli di questo paese. Ma alla sera del 3 dicembre ed al mattino del 4 il fenomeno assunse proporzioni e splendore affatto straordinarî, che non si osservarono più appresso; però l'intensità dei crepuscoli rosei si mantenne grande per tutto il dicembre, il gennaio 1884 ed il principio del febbraio; dopo diminuì notevolmente, cosicchè nei mesi seguenti, i crepuscoli rosei di una certa intensità divennero rari.

« La 2ª luce rosea cominciò a mancare già parecchie volte al principio di febbraio, e poi sempre più spesso, talchè appresso la sua apparizione fu estremamente rara.

« Il sole, la luna, i pianeti, presso all'orizzonte presentarono sempre gli abituali colori rosso-aranciato, aranciato, giallo d'oro, dipendenti dall'ordinario assorbimento atmosferico.

« Invece quando la luna ed i pianeti (Venere) vedevansi circondati dalla luce rosea 1ª o 2ª, ed anche le fiamme dei fanali accesi durante l'illuminazione crepuscolare rosea, apparivano di color azzurrognolo o verdognolo

prodotto da *contrasto* fisiologico, per cui l'occhio reso meno sensibile alla luce rossa dominante, percepiva più fortemente i colori complementari fra i componenti della luce bianca.

« Simile colorazione soggettiva verdognola vedesi nelle nubi chiare, e specialmente nei cirri, e ciò anche quando l'occhio abituato e stanco della luce rossa non l'avverte più: talchè pare manchi la ragione del contrasto ».

Astronomia. — *Sull' ultimo e recente massimo delle macchie e protuberanze solari.* Nota del prof. A. Riccò, presentata dal Socio P. Tacchini.

« Stante lo speciale interesse che desta l'attuale massimo delle macchie solari, a cagione del notevole ritardo e di altre sue singolarità, parmi opportuno il richiamare l'attenzione sul modo con cui l'altro fenomeno importantissimo dell'attività solare, cioè quello delle protuberanze, accompagnò il primo.

« Per attutire le troppo forti e numerose oscillazioni della frequenza delle protuberanze, ho sommato ciascuna media mensile colle alre due vicine, e quindi ho rappresentato graficamente la serie dei valori ottenuti dal 1880 in poi.

« Risulta una curva la quale ha ancora molte e forti oscillazioni, ma queste non impediscono di riconoscere i tratti caratteristici della curva stessa.

« Scorgesi facilmente che dapprima si ha un lungo periodo ascendente per tutto il 1880 e gran parte del 1881: quindi viene un primo gruppo di creste, fra le quali domina la cima corrispondente all'agosto 1881; poscia si ha una larga depressione, o vallata, che si estende a tutto il 1882: poi un secondo gruppo di creste più alte fra cui prevale quella corrispondente al dicembre 1883 ed il gennaio 1884. Dopo la curva scende per un pendio irregolare, ma poco ripido, per tutto il 1884.

« Confrontando poi questa curva della frequenza delle protuberanze con quella delle macchie ricavate collo stesso metodo di calcolo, si ha quanto segue:

« Durante tutto il 1880 e buona parte del 1881 entrambe le frequenze sono in forte aumento, finchè entrambe raggiungono simultaneamente intorno all'agosto 1881 un primo massimo. Si noti che in questo mese, e nei due successivi, si osservò anche una straordinaria frequenza di eruzioni metalliche, tale che mai più si verificò appresso nelle mie osservazioni: e si noti ancora che quest'epoca è assai vicina a quella in cui era da aspettarsi si effettuasse il massimo undecennale delle macchie.

« Dopo l'agosto le due curve oscillando scendono fino al mezzo del 1882, in cui ha luogo un minimo forte e ristretto per le macchie, debole ed esteso per le protuberanze; quindi entrambi i fenòmeni con fortissime oscillazioni salgono ad un altro massimo secondario più alto dei precedenti, per

scendere subito ad un minimo, debole per le macchie, forte per le protuberanze; finalmente entrambe le frequenze sempre, simultaneamente, in modo continuo, senz' altra oscillazione, salgono rapidamente *al grande massimo, o massimo assoluto* tra il dicembre 1883 ed il gennaio 1884.

« Dopo le due frequenze diminuiscono dapprima decisamente, dopo con oscillazioni, ma la discesa delle frequenze delle macchie è assai più rapida anzi precipitosa, in confronto a quella delle protuberanze la cui frequenza si mantiene alta durante tutto il 1884.

« Dunque dalle osservazioni di Palermo (d' accordo con quelle di Tacchini) risulta:

« 1° A partire dal minimo undecennale precedente il numero delle protuberanze andò aumentando fino ad un primo massimo nel 1881, e poi si ebbe un lungo periodo di relative scarsità.

« 2° Il massimo assoluto delle protuberanze cadde tra la fine del 1883 ed il principio del 1884.

« 3° Dopo il massimo assoluto, la frequenza delle protuberanze andò decrescendo, ma però la discesa della curva delle protuberanze è assai più lenta di quella delle macchie: per cui risulta sempre vero che il massimo delle protuberanze si prolunga dopo quello delle macchie; eppoi l'andamento irregolare di questo fenomeno delle protuberanze non permette di ritenere con qualche fondamento che debba continuare a diminuire, e che invece non possa crescere di nuovo, come avvertì nella sua nota il prof. Tacchini.

« 4° Prescindendo dalle minori e secondarie oscillazioni, si riscontra un notevole parallelismo nell'andamento delle curve della frequenza delle macchie e delle protuberanze, talchè i principali massimi e minimi coincidono ».

Astronomia. — *Sulla relazione fra i massimi e minimi delle macchie solari ed i massimi e minimi delle variazioni declinometriche diurne osservate a Genova.* Nota del prof. P. M. Garibaldi, presentata dal Socio P. Tacchini.

« Per opportunità di confronti e in base alla serie mensile compensata dei gruppi di macchie solari osservati da Tacchini nel periodo 1877-84 e gentilmente da lui favoritami, ho calcolato la serie, parimenti mensile, delle variazioni declinometriche diurne da meosservate in Genova nell' istesso periodo.

« I valori che comunico hanno subìto una doppia compensazione:

1. « I valori mensili io li calcolai prendendo la media di tre mesi; così 6',82 del gennaio 1877 è la media del dicembre 1876, gennaio e febbraio del 1877: con ciò — ripartendole in più larga base — si tolgono, o almeno si attenuano, le anomalie che possono dipendere da cause telluriche e locali senza togliere all'andamento il suo vero carattere;

2. « Le variazioni mensili sono inoltre compensate perchè rappresentano le medie di ciascuna serie successiva di dodici mesi.

« I risultati finali sono ordinati nel quadro B che unisco insieme ad alcune considerazioni.

« Le serie annuali dei gruppi di macchie osservati concordano perfettamente colle serie di variazioni declinometriche medie annuali ottenute in Genova nell'istesso periodo come appare dal seguente quadro:

Anno	1877	1878	1879	1880	1881	1882	1883	1884
Serie dei gruppi di macchie	10,75	4,00	5,39	30,60	52,30	52,40	59,70	65,90
Serie declinometriche . . .	6'45	6'41	6'64	7'79	8'49	8'58	8'75	9'09

« Desiderando di confrontare, a periodi mensuali, le correlazioni di queste serie, la loro marcia nei periodi di rinforzo e di remittenza e, specialmente, l'epoca dei rispettivi massimi e minimi, ho posto a confronto le serie mensili di macchie con quelle di declinazione magnetica diurna compensate entrambe con identici e noti criterî ed ho ottenuto il seguente quadro dal quale appare evidente un andamento parallelo e contemporaneo di ambo le serie.

	1877		1878		1879		1880		1881		1882		1883		1884	
	Macchie	Declinazioni Genova	Macchie	Declinazioni Genova	Macchie	Declinazioni Genova	Macchie	Declinazioni Genova	Macchie	Declinazioni Genova	Macchie	Declinazioni Genova	Macchie	Declinazioni Genova	Macchie	Declinazioni Genova
Gennaio .	1,46	6'82	0,36	6'44	0,10	6'43	1,6	6'63	3,6	7'89	4,2	8'48	3,6	8'34	7,1	8'84
Febbraio .	1,50	6,80	0,51	6,45	0,10	6,44	2,0	6,65	4,1	7,99	5,0	8,48	3,7	8,39	7,3	8,97
Marzo . .	0,91	6,70	0,40	6,46	0,00	6,42	1,8	6,77	4,6	8,05	5,9	8,53	4,1	8,39	7,0	9,12
Aprile . .	1,05	6,68	0,51	6,47	0,09	6,40	1,6	6,87	4,3	8,11	5,5	8,66	4,3	8,32	6,6	9,21
Maggio . .	1,19	6,64	0,59	6,43	0,17	6,37	1,8	6,96	4,5	8,20	4,8	8,46	4,7	8,54	5,9	9,247
Giugno . .	1,01	6,61	0,58	6,44	0,37	6,39	2,0	6,99	4,9	8,33	3,7	8,44	4,7	8,52	5,4	9,246
Luglio . .	0,66	6,55	0,39	6,44	0,53	6,41	2,6	7,08	4,9	8,41	3,2	8,34	4,8	8,58	5,0	9,20
Agosto . .	0,69	6,51	0,07	6,41	0,63	6,49	3,6	7,20	4,9	8,46	3,5	8,26	4,6	8,63	4,9	9,15
Settembre	0,45	6,48	0,12	6,39	0,73	6,56	4,1	7,38	4,5	8,46	3,5	8,23	5,1	8,69	4,9	9,08
Ottobre . .	0,70	6,47	0,17	6.34	0,76	6,62	3,8	7,56	4,4	8,46	4,4	8,26	6,2	8,73	4,1	9,06
Novembre	0,50	6,46	0,13	6,32	0,78	6,65	2,8	7,71	4,0	8,47	4,2	8,27	7,0	8,76	3,9	9,05
Dicembre.	0,63	6,45	0,17	6,31	1,13	6,64	2,9	7,79	3,6	8,49	4,5	8,33	6,9	8,75	3,8	9,04

« Dal suddetto specchio si vede come l'ultimo minimo declinometrico avvenne nel dicembre 1878, anno nel quale si verificò il numero minimo di gruppi di macchie, sebbene sia nel marzo 1879 che il sole non ne presentò alcuno, anno nel quale, però, il numero dei gruppi fu superiore a quello del precedente.

« L'ultimo maximum della serie magnetica coincide col maggio del 1884 e il correlativo dei gruppi di macchie nel precedente febbraio; è però dimostrato dall'esame di ambo le serie che l'energia solare e magnetica dall'agosto 1883 al maggio successivo andò generalmente aumentando cosicchè l'epoca del vero maximum deve ricercarsi nell'intervallo dei suddetti nove mesi: solamente dal giugno 1884 in poi queste energie vanno lentamente ma sensibilmente diminuendo, segnando così al principio del secondo semestre l'origine della serie dei minimi di macchie e declinometrici: le amplitudini delle variazioni del gennaio 1885 confermano ed accentuano il periodo suddetto.

« Ritenendo però che le osservazioni solari sono possibili solamente allorquando l'atmosfera è serena e trasparente e che si dànno — e non di rado — sequele di giorni nei quali l'astro è inesplorato e che pertanto le apprezzazioni del numero delle macchie — anche colle più razionali compensazioni — sfuggono sia nel loro insieme che nella loro ragione, mentre invece le osservazioni magnetiche si fanno quotidiane e regolarmente e sempre sotto l'influenza magnetica solare per la quale l'atmosfera può ritenersi ognora più o meno diafana, si può presumere che le epoche dei massimi e dei minimi di macchie solari — in mancanza di osservazioni dirette — possano con molta ragionevolezza argomentarsi dalle indicazioni fornite dal magnete di declinazione ».

Fisica. — *Sopra un metodo per la calibrazione elettrica di un filo metallico.* [1] Nota del dott. M. Ascoli, presentata dal Socio P. Blaserna.

« Nelle misure di precisione, non si può mai ammettere *a priori*, nemmeno per approssimazione, che la lunghezza e la resistenza di un filo conduttore stieno in rapporto costante. Perciò ritengo non inutile esporre un metodo di calibrazione che ho posto in pratica con buon esito, e che credo presenti, rispetto ad altri proposti [2], notevoli vantaggi per la sua facile applicazione, la quale non richiede nessuno strumento, oltre al ponte del quale il filo fa parte, e nessuna misura accessoria, nemmeno approssimata.

[1] Questo studio fu eseguito nel laboratorio di fisica tecnica della r. Scuola di applicazione per gli ingegneri in Roma.

[2] G. A. Maggi, *La Natura* vol. III, 1879, p. 423. Stroual e Barus, Wied. ann. X, 326, 1880. Giese, Wied. ann. XI, 443, 1880. — Cfr. anche l'opuscolo della casa Siemens e Halske, *Réproduction de l'unité de résistance à mercure.* Berlin, 1883.

La calibrazione si eseguisce rapidamente, ed il filo si adopera sempre nello stesso modo come nelle misure cui dev' essere applicato.

1. « Il metodo ed il modo di metterlo in pratica si comprendono facilmente dalle figure 1 e 2. La fig. 1 rappresenta schematicamente il ponte, nel quale ab è il filo da calibrare. All'estremo a, tra i punti a ed a' è aggiunta una resistenza ρ, che non occorre sia nota, ma deve essere piccola rispetto alla ab; i punti b e b' sono congiunti mediante un filo f di resistenza trascurabile. Per un determinato valore del rapporto tra Da' e Db', quando il galvanometro G si mantiene a zero, il corsojo occupa una posizione C; tenuto conto di questa, scambiamo tra loro ρ ed f; il corsojo prenderà una nuova posizione C'; e la resistenza del segmento CC' sarà uguale a ρ, qualunque sia il rapporto tra Da' e Db' [1] e quindi qualunque sia la posizione del punto C, purchè il detto rapporto abbia lo stesso valore nelle due determinazioni. Perciò, variando in modo qualuuque quel rapporto, si potranno determinare lungo ab, tanti tratti di uguale resistenza (ρ), come si richiede per la calibrazione. Il metodo di calcolo, esposto in seguito, non richiede nessuna cura particolare per stabilire la posizione relativa da darsi agli estremi dei successivi segmenti di ugual resistenza.

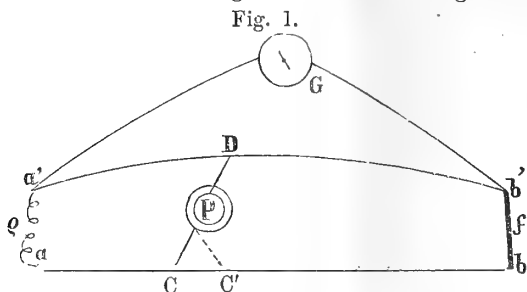



Fig. 1.

2. « Le esperienze si eseguiscono in modo molto semplice, operando le trasposizioni necessarie per mezzo di due commutatori K e K' (fig. 2) a vaschette di mercurio. Il filo da graduare è xy, le altre lettere corrispondono a quelle della fig. 1. I commutatori possono assumere 4 disposizioni diverse due delle quali sono indicate nella figura colle linee continue e colle punteggiate; col passare dalla prima alla seconda, le resistenze ρ ed f vengono scambiate tra loro, cioè la ρ, che era tra b e b', vien portata tra a ed a'. Colle altre due la ρ passerebbe

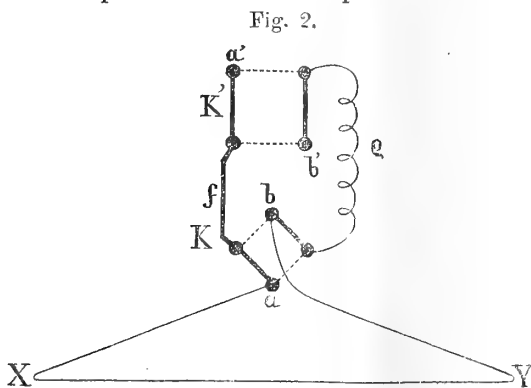



Fig. 2.

[1] Infatti, siano r, x, y le resistenze CC', Ca, Cb; q sia il rapporto tra Da' e Db'; nei due casi si ha:

$$\frac{x+\rho}{y}=\frac{x+r}{y-r+\rho}=q \quad \text{cioè} \quad \frac{x+y+\rho}{y}=\frac{x+y+\rho}{y-r+\rho}$$

donde

$$r=\rho$$

invece dalla posizione $a-b'$ alla $a'-b$, come se, rispetto al caso precedente, si fosse invertito il rapporto delle resistenze Da' e Db' (fig. 1). Perciò, ad ogni valore di questo, si possono determinare sopra xy due segmenti di resistenza ρ, disposti simmetricamente rispetto al punto di mezza resistenza. I due commutatori si possono facilmente riunire in uno, composto di 8 bicchierini in circolo e di 8 grossi fili di rame fissati verticalmente all'orlo di un disco isolante e congiunti opportunamente 2 a 2 (cioè 1 con 4, 2 con 3, 5 con 6, 7 con 8). Con una mezza rotazione del disco si fanno ad un tempo le due inversioni.

3. « Il calcolo delle esperienze è eseguito col seguente metodo, nel quale si suppone che le variazioni di resistenza avvengano con continuità lungo tutto il filo [1]. Questa supposizione è sempre ammissibile perchè un filo che presentasse brusche variazioni non si presterebbe a nessuna misura di precisione e dovrebbe essere rifiutato.

« Indichiamo con R ed x la resistenza e la lunghezza del filo tra un punto qualunque ed origini arbitrarie. Ad ogni valore di x corrisponde un determinato valore di R. Immaginiamo costruita la curva avente l'equazione:

$$R = f(x),$$

dove $f(x)$ sarebbe una funzione lineare, se il filo fosse omogeneo. Le coordinate di due punti $M_1\,M_2$ della curva sieno $R_1\,x_1$, $R_2\,x_2$. Le esperienze, eseguite nel detto modo, danno, per una determinata differenza $R_2 - R_1$ $(=\rho)$, la differenza $x_2 - x_1$ che le corrisponde nelle diverse porzioni della curva. Il rapporto $\frac{R_2 - R_1}{x_2 - x_1}$, per $R_2 - R_1$ abbastanza piccola, dà un valore approssimato della derivata $\frac{dR}{dx}$ nell'arco $M_1\,M_2$, e precisamente il valore che ha questa derivata nel punto dove la tangente è parallela alla corda $M_1\,M_2$. In luogo di questo punto, che non possiamo determinare, prenderemo quello di ascissa $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$, nel quale la derivata differisce dal valore $\frac{R_2 - R_1}{x_2 - x_1}$ di quantità di 2° ordine rispetto alle differenze delle ascisse, quantità sempre trascurabili perchè la curva non si scosta che poco da una retta.

« Assunta per unità la costante $R_2 - R_1 = \rho$, il valore approssimato

[1] Pel metodo di calcolo v., oltre ai citati lavori sulla calibrazione elettrica, i seguenti relativi ai termometri: Bessel, Pogg. ann. VI, 287. — Egen, Pogg. ann. XI 276, 335, 517. — Rudberg, Pogg. ann. XL, 563. — Kopp, Pogg. ann. LXXII, 1. — Gay-Lussac et Pierre, Ann. de ch. et de ph. (2) X, 42. — Thiesen, Carls Rep. 1879. — Marek, ib. — Thiesen, ib. — Una Memoria di Hällstrom ed una di Oettingen, che non ho potuto vedere, trattano di metodi poco differenti dai citati.

della derivata nel punto di ascissa x, dato da ciascuna esperienza, è $\frac{1}{x_2 - x_1}$.

Prendendo le x come ascisse e come ordinate le $y = \frac{1}{x_2 - x_1}$ (1), potremo costruire, per punti, una curva che avrà per equazione:

(A) $$y = \frac{dR}{dx}.$$

Se ne deduce

$$R = \int_0^x y dx + \text{Cost}.$$

dove la costante è nulla se per R ed x si prende la medesima origine.

« Tracciata la curva (A) sopra carta millimetrata e su scala conveniente alla sensibilità degli apparecchi ed alla precisione delle esperienze, determinando l'area limitata dalla curva sopra un tratto dell' asse delle ascisse si ottiene immediatamente la resistenza del corrispondente tratto di filo. Questa risulta espressa mediante la ρ, presa per unità; ma la si potrà esprimere in unità più conveniente ponendo p. e., ρ uguale alla media tra tutte le lunghezze $x_2 - x_1$ trovate; se queste sono valutate in millimetri, potremo indicare la nuova unità coll'espressione *millimetro medio*. Le aree si determinano facilmente per mezzo della carta millimetrata, anche senza ricorrere al planimetro o macchina integrante.

« Il metodo esposto è, in pratica, di applicazione molto semplice, e potrebbe venire convenientemente applicato anche alla calibrazione di cannelli di vetro, come quelli dei termometri o dei campioni di resistenza a mercurio. Non si avrebbe che a porre in luogo dei segmenti di uguale resistenza, tratti di ugual capacità.

4. « L'errore medio della calibrazione si calcola colle differenze δ tra le ordinate della curva tracciata e quelle dei punti osservati. La formola:

$$\varepsilon_y = \sqrt{\frac{[\delta^2]}{n}}$$

dove n è il numero delle osservazioni, dà l'error medio dell'ordinata della curva (A) (§ 3). Quello di R_{ab}, resistenza di un tratto $x_b - x_a$, si può calcolare come segue. Sia Δx la distanza tra due successive delle n ordinate, che indicheremo con y, y'; l'area del trapezio compreso tra queste è $\Delta x \frac{y + y'}{2}$, ed il suo error medio $\Delta x \frac{\varepsilon_y}{\sqrt{2}}$. Se nel segmento $x_b - x_a$ è compreso un numero m di segmenti Δx, avremo:

$$x_b - x_a = m \Delta x$$

(1) Si semplifica il calcolo tracciando prima, mediante i dati dell' esperienza, una curva avente le x per ascisse e le $x_2 - x_1$ per ordinate, e deducendo da quella le ordinate della curva (A).

La somma delle m aree analoghe alla $\Delta x \frac{y + y'}{2}$, ha per error medio:

$$\varepsilon = \sqrt{m}\,\Delta x \frac{\mathrm{E}y}{\sqrt{2}},$$

ma:

$$m = \frac{x_b - x_a}{\Delta x}$$

onde:

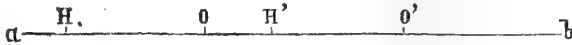
$$\varepsilon = \sqrt{(x_b - x_a)\,\Delta x}\,\frac{\varepsilon_y}{\sqrt{2}}. \tag{B}$$

« Supposto che le osservazioni sieno distribuite abbastanza uniformemente lungo il tratto calibrato, per Δx si prenderà la distanza media tra due ordinate successive. L'error medio, secondo la (B) aumenta come la radice quadrata della lunghezza del segmento cui si riferisce, e ciò è conforme ai principî del calcolo degli errori.

5. « Per servirsi del ponte nel modo ordinario, è necessario esprimere anche la resistenza totale del filo nella unità stessa prima adottata. Per tale determinazione spesso potrà convenire il metodo seguente che non richiede nessuna nuova disposizione oltre a quelle già usate nella calibrazione.

« Nel modo spiegato al § 1, si determina sul filo un tratto HH′ (fig. 3)

Fig. 3

a — H — O — H' — O' — b

di resistenza uguale ad una ρ', collocata come la ρ prima considerata. Sostituita a ρ' una resistenza trascurabile, si stabilisce la corrispondente posizione O del corsojo. Il punto O, divide il tratto HH′ in due segmenti le cui resistenze sono in rapporto inverso di quelle dei segmenti segnati da O su tutto il filo ab [1]. Invertito il commutatore K (fig. 2) si determina analogamente il punto O′ corrispondente al rapporto inverso. In seguito alla calibrazione, è noto il rapporto $\frac{\mathrm{OH}}{\mathrm{OH'}}$ e quindi anche $\frac{\mathrm{O}b}{\mathrm{O}a} = q$; ma è pure nota la differenza $\mathrm{OO'} = \mathrm{O}b - \mathrm{O}a = d$; se ne dedurrà la resistenza totale $\mathrm{R} = \mathrm{O}b + \mathrm{O}a$, espressa, nella unità scelta per d, mediante la formola:

$$\mathrm{R} = d\,\frac{q+1}{q-1}.$$

[1] Infatti, sieno x, y, x', y' le resistenze dei tratti Oa, Ob, OH, OH′; avremo:

$$\frac{x - x' + \rho'}{x' + y} = \frac{x}{y}; \quad \text{ma} \quad \rho' = x' + y'$$

onde:

$$\frac{x + y'}{x' + y} = \frac{x}{y}, \quad \text{da cui} \quad \frac{x'}{y'} = \frac{y}{x}.$$

6. « Come esempio, cito i risultati ottenuti coi metodi esposti, sopra un filo di platino iridiato facente parte di un ponte costrutto dalla casa Siemens e Halske, analogo a quello descritto dal Wiedemann nel 1° volume dell' opera *Die Lehre von der Electricität*, 1882, pag. 454 (¹). Il ponte è munito di un commutatore a mercurio collocato come quello indicato con K nella fig. 2. Due altre pozzette, unite pure al ponte, possono servire pel commutatore K'. Gli altri due lati del ponte, nelle nostre esperienze, erano formati da un secondo filo di platino, munito di corsojo (D), la cui costruzione non richiede nessuna cura, come si vede dall'uso cui è destinato; si può formare, p. e., con un pezzo di paraffina attraversato dal filo e contenente, in una cavità, del mercurio pel contatto col reoforo della pila. Una coppia Daniel con 20 o 30 unità Siemens di resistenza esterna, dava, ad un galvanometro aperiodico Siemens, a riflessione, la deviazione di tre o quattro millim. della scala, per uno spostamento di $0^{mm},1$ del corsojo, corrispondente u. s. 0,0001 circa. Un decimo di mm. della scala corrispondeva a circa 2″ d'arco.

« La resistenza ρ era pure formata di un breve filo di platino le cui estremità, introdotte entro piccoli tubetti di paraffina, venivano immerse in due bicchierini di mercurio; si è verificato che, a questo modo, la resistenza introdotta resta perfettamente definita. La resistenza ρ deve essere tanto minore, quanto minore è l'uniformità del filo che si studia; se occorresse una ρ molto piccola converrebbe, in luogo di un solo filo, prenderne due poco differenti, collocando l'uno in luogo di ρ l'altro in luogo di f; allora, com'è facile vedere, la resistenza CC' risulta uguale alla differenza tra le due introdotte.

« Il corsojo D veniva spostato in modo da far scorrere il tratto CC' di circa 2 cent. per volta; in una 2ª serie di esperienze, al corsojo C si davano posizioni intermedie tra quelle della 1ª; con ciò il filo veniva ad essere esaminato di centimetro in centimetro.

« La fig. 4 rappresenta la curva $y = \frac{dR}{dx} - 0{,}95$, riportata nella scala di 1:8. Le ascisse sono i valori di $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$, le ordinate i valori del rapporto $\frac{145}{x_1 - x_2}$, diminuito della costante 0,95; 145 è il valor medio, in millim., delle diverse lunghezze $x_2 - x_1$ trovate. Ad una unità del 3° ordine decimale corrispondono 2^{mm} nell'ordinata; i valori di questa variano tra 0,0160 e 0,0975. I punti (in numero di 64 sopra 67 cent.) si scostano pochissimo dalla curva tracciata.

« Per dedurre la funzione R (x) si calcolarono le aree della curva (A);

(¹) Vedi il citato opuscolo di Siemens e Halske.

queste si ottengono aggiungendo alle aree della figura 4, le quantità 0,95 x.

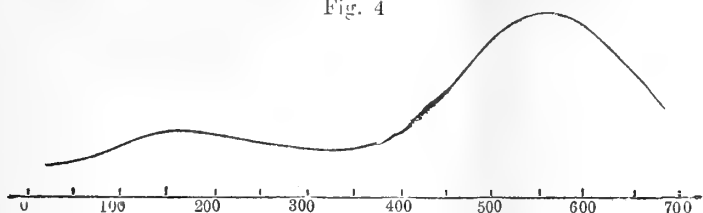
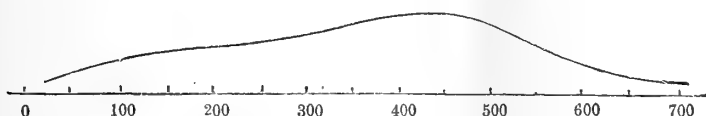
Fig. 4

Per rendere sensibili gli scostamenti dalla legge lineare, in luogo di costruire una curva $y = R(x)$, si costruì quella della figura 5, avente l'equa-

Fig. 5

zione $R = x - y$. Le ordinate rappresentano la correzione di calibrazione; in esse 1 millim. rappresenta mm. 0,1 di resistenza.

« L' error medio ε_y risultò $\pm$ 0,0020 ; ritenendo $\Delta x =$ mm. 10 e $x_b - x_a = 600^{mm}$, abbiamo $\varepsilon = \pm 0,15$ (error probabile $= \pm 0,10$). Per intervalli minori di 600^{mm} si avrebbero errori minori.

« La curva della fig. 5 venne più volte applicata a casi pratici, ed i risultati provarono la precisione del metodo. Un esempio è il seguente. Ad una determinata resistenza si trovò corrispondere tre diverse lunghezze lungo il filo cioè:

mm. 334,5 333,9 323,7,

correggendo mediante la curva,

mm. 327,6 327,7 327,8,

l'incertezza corrisponde all'error medio determinato.

« Il valore del millimetro medio si determinò col confronto con un campione Siemens in argentana, ricercando, mediante il detto metodo di trasposizione, un tratto di filo di resistenza uguale al campione od alla differenza tra il campione ed una resistenza già espressa in millimetri medii. Si trovò così: 1 u. s. $= 1001^{mm},32$. La resistenza prima considerata sarebbe di u. s. 0,32737 ».

Fisica. — *Considerazioni sopra alcune relazioni tra le velocità di efflusso, i calori specifici ed i quadrati medî delle velocità molecolari dei gas.* Nota del dott. G. De Franchis, presentata dal Socio Blaserna.

« Fin dal 1876 avevo messo in una Nota portante questo titolo i risultati di alcuni studî da me fatti, alcuni dei quali in quell' epoca furono da me comunicati verbalmente all'ill. prof. Roiti e per iscritto all'ill. prof. Cannizzaro.

Un tale studio mi condusse a provare che i mutamenti di stato ed i fenomeni chimici sono regolati da identiche leggi, e che le leggi della chimica rientrano nelle leggi della meccanica come la Termochimica nella Termodinamica.

« Per ragioni indipendenti dalla mia volontà una esigua parte del lavoro vide la luce solo nel gennaio del 1882 sotto l'anagramma del mio cognome (¹).

« In questa prima parte ho dedotto che il quadrato medio della velocità molecolare, w_0^2, è uguale al quadrato medio della velocità di efflusso del gas medesimo v_0^2 pel rapporto $\frac{3}{2}$.

« In essa io poneva che per tutti i gas aveva trovato la relazione:

$$w_0^2 = AC\,\frac{2}{n} \tag{1}$$

nella quale w_0^2 è il quadrato medio come sopra, C ed n il calore specifico in peso ed a pressione costante del gas, ed il numero degli atomi che entrano nella sua molecola ed A una costante che per tutti i gas ha il valore 10^6.

« La sola ispezione della tavola pubblicata in quella Nota nella quale sono messi in confronto i calori specifici dedotti dalla relazione:

$$C = \frac{w^2}{10^6}\cdot\frac{n}{2} \tag{2}$$

con quelli trovati sperimentalmente dal Regnault, basta a far conoscere l'esattezza della formula.

« La legge dei calori specifici di Dulong e Petit si applica ai gas con una approssimazione maggiore che per i solidi quanto più questi sono lontani dal punto di liquefazione, se non che in questo caso *il prodotto del peso atomico per il calore specifico è press'a poco metà di quello dei corpi allo stato solido.*

« Ed in vero, stando a quanto sulla legge medesima ha fatto osservare il sig. Hirn (²), in tutti i gas il lavoro esterno è lo stesso ed il lavoro interno destinato a vincere l'attrazione molecolare nullo.

« Prendendo noi come unità dei pesi atomici l'atomo d'idrogeno, il prodotto costante o meglio la capacità atomica pel calore dei gas tutti sarà uguale al calore specifico C dell'idrogeno.

« Ciò premesso possiamo enunciare il seguente teorema:

« *I calori specifici in volume ed a pressione costante di due gas qualunque, stanno tra essi come i numeri totali degli atomi contenuti nelle loro unità di volume.*

(¹) *Natura*, rivista di scienze naturali, vol. V, pag. 1 e seguenti. *Considerazioni* ecc., pel dott. Fried. G. Nachs.

(²) Vedi Gazzetta chimica italiana, anno III, fas°. IV, pag. 188.

« Ed infatti se q è il calore specifico in volume ed a pressione costante di un dato gas, N il numero delle molecole contenute nella sua unità di volume, n il numero degli atomi nella sua molecola, a il peso di un atomo, e c il calore specifico in peso a pressione costante avremo:

$$q = ca\,Nn \qquad (3)$$

similmente per un altro gas avremo:

$$q_1 = c_1 a_1 N_1 n_1,$$

dividendo membro a membro, poichè $ca = c_1 a_1 = C$, avremo:

$$\frac{q}{q_1} = \frac{Nn}{N_1 n_1}; \qquad (4)$$

« Supponendo che N ed N_1 siano diversi.

« Relazione che vale per tutti quei corpi per cui sussiste la legge di Petit e Dulong, e che vale perciò anche per i gas composti e per i corpi solidi, siano essi semplici o composti.

« Pur non di meno fino ai giorni nostri si è ritenuto che « volumi « eguali di gas semplici o composti senza condensazione richiedano uguali « quantità di calore indipendentemente dalla temperatura e dalla pres- « sione [1]. Legge che fu scoperta da Dulong [2] e che poi venne confer- « mata da Regnault » [3].

« In generale noi possiamo ammettere che i prodotti delle densità per il calore specifico in peso ed a pressione costante di due corpi qualunque, qualunque sia il loro stato, e purchè le densità relative sieno prese rispetto ad un medesimo corpo in condizioni bene stabilite, stanno fra loro come i numeri degli atomi contenuti nelle unità di volume per detti corpi ed in tali condizioni sussiste la legge di Dulong e Petit.

« Similmente per un gas composto se Q_1 è il suo calore specifico in volume ed a pressione costante C_1 il medesimo calore specifico in peso N'_1 il numero delle molecole contenute nella sua unità di volume ciascuna delle quali è formata da $n'_1 + n'_2 + n'_3 \ldots$ atomi il cui peso è rispettivamente $a_1, a_2, a_3 \ldots$ avremo essendo Δ_1 la sua densità e c_1, c_2, c_3 i calori specifici in peso dei componenti:

$$Q_1 = C_1 \Delta_1 = N'_1 \, (n'_1 c_1 a_1 + n'_2 c_2 a_2 + n'_3 c_3 a_3 \ldots\ldots)$$

e poichè $c_1 a_1 = c_2 a_2 = c_3 a_3 = \ldots\ldots = C$

avremo:

$$Q_1 = CN'_1 \, (n'_1 + n'_2 + n'_3 + \ldots) \qquad (5)$$

« Similmente per un altro gas avremo:

$$Q_2 = CN'_2 \,.\, (n''_1 + n''_2 + n''_3 \ldots)$$

[1] Macaluso, *Introduzione alla termodinamica*. Loescher 1877, pag. 123. — Roiti, *Elementi di fisica*. Firenze, le Monnier 1880, pag 100 ecc.

[2] Daguin, *Traité de Physique*, Vol. 2°, pag. 275, § 907.

[3] Comptes-rendus, t. XXXVI, p. 676; et Mémoires de l'Institut, t. XXVI e Relations ecc., t. II, pag. 41.

e ponendo $n'_1 + n'_2 + n'_3 \ldots = n'_m$ e $n''_1 + n''_2 + n''_3 + \ldots = n''_m$ e dividendo membro a membro:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{N'_1 \, n'_m}{N'_2 \, n''_m}$$

« Tenendo le notazioni di sopra ed indicando con m_1 il peso della molecola il cui calore specifico in volume è Q_1 sarà:

$$C_1 \, m_1 = C \, (n'_1 + n'_2 + n'_3 \ldots) = C \, . \, n'_m$$

d'onde

$$\frac{C_1 \, m_1}{n'_m} = C \qquad (6)$$

« Che è la legge di Garnier applicata ai gas nel mentre la (5) esprime la legge del Woestyn [1].

« Possiamo ora enunciare la seguente legge generale:

« Se due o più gas qualunque presi nelle stesse condizioni si com-
« binano dando origine ad un altro corpo gassoso nelle condizioni stesse,
« il calore specifico in volume del composto sarà uguale alla somma dei
« prodotti rispettivi di ciascun volume che entra nel composto pel calore
« specifico in volume di ciascun componente, divisa per il volume del com-
« posto ottenuto ».

« Così se $V_1, V_2, V_3 \ldots$ sono i volumi dei componenti presi nelle stesso condizioni di pressione e temperatura i cui calori specifici in volume ed a pressione costante siano rispettivamente $q_1, q_2, q_3 \ldots$ se tali volumi si combinano per dare un volume V_c di composto gassoso, il calore specifico Q_c in volume di quest'ultimo sarà sempre;

$$Q_c = \frac{V_1 \, q_1 + V_2 \, q_2 + V_3 \, q_3 \ldots}{V_c} \qquad (7)$$

« Che si può anche enunciare: *Il prodotto del volume del composto pel suo calore specifico in volume è uguale alla somma dei singoli prodotti del volume pel calore specifico in volume dei componenti.*

Se non vi sarà condensazione cioè se sarà nella (7):

$$V_c = V_1 + V_2 + V_3$$

avremo anche:

$$Q_c = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{3} \qquad (8)$$

« Cioè il calore specifico in volume del composto sarà la media aritmetica dei calori specifici in volume dei componenti.

« Se nella (7) noi poniamo $q_1 = q_2 = q_3 \ldots$ se vi sarà condensazione avremo:

$$Q_c = q_1 \frac{V_1 + V_2 + V_3}{V_c} \qquad 9)$$

« *Cioè se più gas aventi il medesimo calore specifico in volume o ciò*

[1] Annales de chim. et de phys. 3e ser., t. XXIII, pag. 295.

che è lo stesso il medesimo numero di atomi nella unità di volume si combinano condensandosi, il prodotto gassoso avrà un calore specifico che sarà quello dei componenti moltiplicato pel rapporto dei volumi dei componenti e del composto.

« Se i gas aventi il medesimo numero di atomi nell'unità di volume si combinano senza condensazione il calore specifico in volume del composto sarà lo stesso di quello di ognuno dei componenti ciò che si ottiene ponendo nell'(8) $q_1 = q_2 = q_3$ ovvero nella (9) $V_1 + V_2 + V_3 = V_c$.

« Se nella (4) poniamo $q = q_1$ avremo anche;

$$Nn = N_1 n_1 \tag{10}$$

« Cioè: *tutti quei gas che hanno lo stesso calore specifico in volume contengono ugual numero di atomi nelle unità di volume.*

« Se nella (10) si pone $n = n_1$ avremo anche $N = N_1$ cioè: *Tutti quei gas che hanno lo stesso calore specifico in volume e la molecola formata dallo stesso numero di atomi, sotto volumi uguali presi nelle stesse condizioni contengono egual numero di molecole.* E viceversa *se le unità di volume di due gas, che hanno lo stesso calore specifico in volume, contengono egual numero di molecole, queste saran costituite dallo stesso numero di atomi.*

« Ed in senso più generale se nella (4) poniamo $N = N_1$ avremo:

$$\frac{q}{q_1} = \frac{n}{n_1} \tag{11}$$

« *Cioè i calori specifici in volume di due gas qualunque che nelle stesse condizioni contengono nelle unità di volume ugual numero di molecole, stanno fra essi come i numeri degli atomi contenuti nelle loro molecole.*

« Teorema che acquista una estensione generale se si ammette vera la legge di Avogadro ed Ampêre.

« II. Il sig. Mayer per calcolare l'equivalente meccanico del calore si è servito della relazione:

$$E = \frac{Pa}{\delta\,(c - c')}$$

nella quale E è l'equivalente meccanico del calore P la pressione, a e δ il coefficiente di dilatazione ed il peso specifico di un gas e c, c' i suoi due calori specifici in peso a pressione ed a volume costante.

« Tenendo le notazioni di sopra noi possiamo scrivere:

$$E = \frac{Pa}{N} \cdot \frac{1}{m\,(C - C')}$$

« E poichè E deve essere rigorosamente costante, $\frac{P}{N}$ essendo costante, perchè se P diviene doppio, triplo, quadruplo, il numero delle molecole dell'unità di volume diverrà doppio triplo quadruplo etc. ed essendo anche a costante per tutti i gas dovrà anche essere costante $m\,(C - C'_1)$

ovvero dovrà essere per ogni gas (ponendo $m = na$)

$$naC - naC' = \text{Costante}.$$

« Se C e C' indicano i due calori specifici in peso dello idrogeno a volume e pressione costante potremo scrivere:

$$nC - nC' = \text{Costante}$$

« Ponendo:

$$KC' = nC = nC'$$

si ottiene:

$$K = n \frac{C}{C'} - n \tag{12}$$

d'onde:

$$\frac{C}{C'} = \frac{K + n}{n}$$

« Similmente sopprimendo nella (12) il fattore comune a al primo membro, avremo per ogni gas:

$$\frac{C}{C'} = \frac{K + n}{n} \tag{13}$$

« Se si ammette per l'idrogeno $n = 2$ avremo per questo gas e quindi per tutti i gas:

$$K = \frac{2\,(C - C')}{C'} \tag{14}$$

« E poichè per questo gas molto prossimamente:

$$\frac{C}{C'} = \frac{C}{C - 1}$$

avremo sostituendo questo valore nella (14) e poscia questo valore di K nella (13)

$$\frac{C}{C'} = 1 + \frac{2}{n\,(C - 1)} \tag{15}$$

questa relazione può mettersi sotto la forma:

$$\frac{C}{C'} = \frac{Cn - n + 2}{Cn - n}$$

che è simmetrica ed analoga con quella trovata dal prof. Clerk Maxwell, cioè:

$$\frac{C}{C'} = \frac{n - e + 2}{n - e}.$$

« Per la relazione (2) la (15) può anche mettersi sotto la forma:

$$\frac{C}{C'} = 1 + \frac{2\,.\,10^6}{n\,(mw^2 - 10^6)} \tag{16}$$

« Ponendo nella (13) il valore di K ricavato dalla (14) quando per $\frac{C}{C'}$ si pone $\frac{C}{C - 1}$ essa diviene:

$$\frac{C}{C'} = \frac{816 + n}{n} \tag{17}$$

« Sostituendo poi nella (15) a C il suo valore 3,409 si ha:

$$\frac{C}{C'} = 1 + \frac{2}{2,409 \, . \, n} \qquad (18)$$

« Nella tavola che segue sono calcolati per diversi gas i valori di $\frac{C}{C'}$ colle relazioni (17) e (18) e messi in confronto con quelli trovati sperimentalmente dai signori Röntgen, Dulong, Masson e Cazin. Il valore per il mercurio messo nella colonna del Röntgen, e segnato con asterisco, è quello dato dai signori Kundt e Warburg.

GAS	Formula empirica molecolare	Num. dei atomi nella molecola	Valori di $\frac{C}{C'}$ — Dalle esperienze di Röntgen	Dulong	Masson	Cazin	Calcolati colla formula (17)	(18)
Mercurio .... *	Hg	1	1,6670	»	»	»	1,816	1,829
Idrogene	2H	2	1,3852	1,410	»	1,410	1,408	1,415
Ossigeno	2O	2	»	»	»	1,410	1,408	1,415
Aria	»	2	1,4053	1,394	1,394	1,410	1,408	1,415
Ossido di carbonio.	CO	2	»	»	1,426	1,410	1,408	1,415
Anidride carbonica.	CO^2	3	1,3052	1,315	1,261	1,291	1,272	1,276
Anidride solforosa .	SO^2	3	»	»	1,242	1,262	1,272	1,276
Protossido d'azoto .	N^2O	3	»	1,320	1,261	1,285	1,272	1,276
Ammoniaca	NH^3	4	»	»	1,293	1,328	1,204	1,207
Etilene	C^2H^4	6	»	1,219	1,257	1,257	1,136	1,138
Etere	$C^4H^{10}O$	15	»	»	1,044	1,079	1,055	1,056

« La sola ispezione della tavola basta per vedere come discordanti siano i valori di $\frac{C}{C'}$ trovati per un medesimo gas da sperimentatori espertissimi. Così i valori dati per l'ammoniaca non possono assolutamente essere quelli di un gas la cui molecola consta di quattro atomi, che se no tal valore sasebbe superiore a quello di quei corpi la cui molecola consta di tre atomi, ciò che può dirsi anche per l'etilene. Molto probabilmente l'esperienze con questi due gas furono eseguite in condizioni tali che una parte del gas si è trovato disassociato, lo che ha prodotto una elevazione nel rapporto tra C e C'.

« Le formule (17) e 18 ci danno come limite minimo del rapporto tra i due calori specifici l'unità, cioè quando crescendo il numero degli atomi contenuti nella molecola n cresce all'infinito. Ciò era da prevedersi dappoichè in tal caso anche nei gas il lavoro esterno diviene infinitamente piccolo rispetto al lavoro interno. A tale condizione si avvicinano i corpi allo stato

solido ciò che ci mostra che il numero degli atomi che in tale stato costituiscono la molecola è molto grande.

« Premessi tali fatti e tali leggi, mi riserbo di far vedere in una seconda nota le più importanti conseguenze che se ne deducono sulla costituzione chimica e fisica dei corpi ».

Chimica. — *Azione dell' idrogeno nascente sul metilpirrolo.* Nota dei dott. G. Ciamician e P. Magnaghi, presentata dal Socio S. Cannizzaro.

« Come è noto [1] il pirrolo si trasforma per l'azione dell'idrogeno nascente in una base che ha la formola

« $C_4 H_6 NH$ »

e che venne chiamata *pirrolina*. Essendo le proprietà di questo alcaloide affatto diverse da quelle del pirrolo abbiamo creduto interessante di studiare l'azione dell'idrogeno nascente su qualche altro derivato del pirrolo, per estendere il numero dei corpi appartenenti alla serie della pirrolina. I composti che più si prestano a queste trasformazioni sono quelli che contengono un radicale alcoolico al posto dell'idrogeno imidico. Noi abbiamo intrapresa la riduzione del metilpirrolo [2] e comunichiamo in questa Nota brevemente i risultati ottenuti riserbandoci di ritornare sull'argomento quando queste ricerche saranno terminate.

« Il procedimento da noi seguito in questa reazione è identico a quello descritto per la preparazione della pirrolina. È da notarsi soltanto che in questo caso non si forma quella materia resinosa verde che fu accennata allora, e che il rendimento della nuova base è alquanto migliore. Per estrarre l'alcaloide dal prodotto della reazione abbiamo pure seguito la stessa via che serve ad ottenere la pirrolina.

« *La metilpirrolina* è un liquido fortemente alcalino solubilissimo nell'acqua, d'un odore che ricorda quello delle amine della serie grassa. Essa bolle a 79° — 80°. La sua formola dedotta dall'analisi del cloroplatinato è la seguente:

« $C_4 H_6 N. CH_3$ ».

« *Il cloridrato di metilpirrolina* è una massa cristallina deliquescente e la sua soluzione acquosa dà col cloruro di platino un *cloroplatinato* abbastanza solubile nell'acqua fredda. Se la soluzione è concentrata, precipita in forma di lunghi aghi giallo-ranciati. Per svaporamento di soluzioni diluite nel vuoto sull'acido solforico, si ottengono grossi cristalli bene sviluppati che non contengono acqua di cristallizzazione.

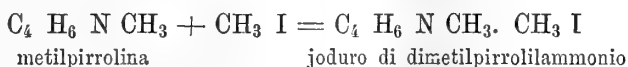
[1] Vedi Ciamician e Dennstedt, *Studî sui composti della serie del pirrolo.* Parte IV. *Azione dell'idrogeno nascente sul pirrolo.*

[2] La riduzione del metilpirrolo è stata incominciata da uno di noi assieme al Dott. Dennstedt.

« La metilpirrolina è una base terziaria come lo dimostra l'azione del joduro di metile sopra la medesima. Trattando una soluzione di metilpirrolina nell'alcool metilico con un eccesso di joduro di metile e riscaldando per qualche tempo il miscuglio a b. m., si ottiene dopo avere svaporato il liquido, una massa di cristalli bianchi o colorati leggermente in giallo. Per purificare la nuova sostanza la si fa cristallizzare dall'alcool assoluto bollente, dal quale si separa per raffreddamento in forma di magnifiche squamette incolore di splendore madreperlaceo. Questo corpo che ha tutte le proprietà dei joduri degli ammoni composti ha la formola

« $C_4 H_6 N CH_3 CH_3 . I$ »,

ed è identico a quello ottenuto dalla pirrolina per azione del joduro di metile. Il rendimento di questa sostanza è quasi teoretico e corrisponde all'equazione:

$$\underset{\text{metilpirrolina}}{C_4 H_6 N CH_3} + CH_3 I = \underset{\text{joduro di dimetilpirrolilammonio}}{C_4 H_6 N CH_3 . CH_3 I}$$

« Questa reazione dimostra ad evidenza che l'idrogeno addizionato dal metilpirrolo è entrato nel nucleo dando così origine ad una base terziaria.

« Noi abbiamo inoltre tentato di introdurre l'idrogeno nella pirrolina riscaldandola con acido jodidrico, ed abbiamo ottenuto una base che bolle a 82 — 83° e che potrebbe essere una diidropirrolina o tetraidropirrolo « $C_4 H_8 NH$ ». Su questo alcaloide e su altri derivati della pirrolina speriamo di poter fare fra breve una comunicazione a questa Accademia »

MEMORIE

DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

B. Grassi. *I progenitori degl'insetti e dei miriapodi — Morfologia delle Scolopendrelle.* Presentazione del Socio Todaro.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Blaserna, relatore, a nome anche del Socio Cantoni, legge una relazione sulla Memoria dei sigg. A. Battelli e L. Palazzo: *Sulle variazioni di volume di alcuni corpi per effetto della fusione,* concludendo per l'inserzione di essa negli Atti accademici.

Il Socio Todaro, a nome anche del Socio Trinchese, relatore, legge una relazione sulla Memoria dei sigg. F. Raffaele e I. Monticelli: *Descrizione di un nuovo Licomolgus parassita del Mytilus gallo-provincialis,* concludendo per l'inserzione di essa negli Atti accademici.

Le conclusioni delle Commissioni, messe partitamente ai voti dal Presidente sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Segretario Blaserna, annuncia con rammarico la perdita fatta dall'Accademia nella persona del suo Socio corrispondente prof. Emilio Morpurgo. Apparteneva all'Accademia dal 6 maggio 1876; morì il 15 febbraio 1885.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando fra esse le opere seguenti inviate da Socî e da estranei.

G. Celoria. *Sulla apparizione della cometa di Halley avvenuta nell'anno* 1456 — *Sull'eclissi totale di Luna avvenuto il* 4 *ottobre del* 1884 — *Comete del* 1457.

G. vom Rath. *Mineralogische Notizen: Quarze aus Alexander County; Stephanit aus Mexico; Tridymit von Krakatau; Colemanit aus Kalifornien.*

P. A. Saccardo. *Sylloge fungorum omnium hucusque cognitorum* — Vol. III. *Sphaeropsideae et Melanconieae.*

Il Socio Betocchi presenta, a nome dell'autore, la pubblicazione del prof. D. Ragona: *Il clima d'Assab.*

Il Socio Schupfer, presenta la pubblicazione del dott. A. Zocco-Rosa: *Principî di una preistoria del diritto, come propedeutica alla preistoria del diritto romano*, di essa particolarmente discorrendo.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna, comunica la corrispondenza accademica relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La Società siciliana per la storia patria, di Palermo; la Società di scienze naturali, di Ekathérinebourg; la Società di filosofia sperimentale, di Rotterdam; la Società geografica e l'Istituto egiziano del Cairo; il Museo britannico di Londra; la r. Università di Pisa; l'Università di Cambridge; l'Osservatorio di Oxford; il Municipio di Fabriano; il Comando del Corpo di Stato Maggiore di Roma; il Comitato geologico di Pietroburgo; la r. Biblioteca di Parma; la Biblioteca comunale di Siena.

Annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

L'Accademia delle scienze di Vienna; la r. Società di Zoologia, di Amsterdam; l'Università di Halle; la Società per la patria coltura, di Breslau.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 15 marzo 1885.

G. Fiorelli Vice-Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Filosofia. — *L' impensabile.* Nota logico-psicologica del Socio F. Bonatelli, letta a nome dell'autore dal Socio L. Ferri.

« È indubitato che il pensiero umano ha dei limiti. E prima di tutto tra questi limiti ve n'ha dei puramente relativi; relativi, dico, alla potenza individuale dell'ingegno, alla educazione ricevuta, al grado della coltura che un uomo, una nazione, un' epoca hanno raggiunto, alla durata della vita e via dicendo. Tutti questi, sebbene varino grandemente da uomo a uomo, sebbene non si possano fissare nè in rispetto al passato, nè in rispetto al presente, molto meno poi rispetto al futuro, sebbene non sia impossibile che col volger dei secoli, col perfezionamento dei metodi, coll'accumularsi e concentrarsi dei prodotti del pensiero stesso, anche, se vuolsi, con la trasmissione ereditaria delle disposizioni organiche e col perfezionamento della specie umana, vengano portati molto più in là di quello che noi, uomini del secolo XIX e che forse apparteniamo ancora all' infanzia del genere umano, possiamo immaginare, tuttavia è indubitato del pari che mai non cesseranno di essere, non verranno mai portati all'infinito; perchè l'uomo, perfetto quanto si voglia, è e sarà sempre un ente finito. Possiamo dunque dire che sono bensì relativi, ma che in questa loro relatività sono assoluti.

« Ma oltre a questi limiti, inerenti alla limitazione della nostra natura, ce ne sono degli altri, dirò meglio, ce n'è un altro, che noi attribuiamo al

pensiero, non in quanto è facoltà di questo o quell'uomo, nè dell'uomo in genere e nemmeno d'un essere pensante quale che sia, ma bensì al pensiero stesso in quanto pensiero. E questo è il limite che chiamasi della necessità logica, risguardata massimamente nel suo aspetto negativo, ossia della impensabilità.

« Fin qui, si può dire, tutti i filosofi sono d'accordo, benchè poi dissentano intorno alla origine e alla natura di codesta necessità. Chè per taluni ella è un qualcosa d'assolutamente primitivo, oltre a cui non si può andare, un fatto cieco, una barriera insormontabile, un fato contro del quale *non giova dar di cozzo.* E hanno un argomento a sostegno della loro sentenza, il quale sembra ineluttabile. — Se voi tentate — dicono — di dedurre codesta necessità da qualche altro principio, voi non potete far questo che in forza della medesima necessità, come quella che è l'ultimo fondamento d'ogni raziocinio. Il che vuol dire che non potrebbesi arrivare a quel supposto fondamento se non per via d'una patente petizione di principio.

« Altri in cambio sostengono che la necessità logica deriva da un principio superiore e ragionano a un dipresso così. Prima di tutto, se quella fosse un puro fatto, un ostacolo assolutamente insuperabile dal pensiero e nulla più, vedete quali disastrose conseguenze ne verrebbero. Chè, non essendo la necessità logica nient' altro che una forza cieca, sebbene irresistibile, nulla proverebbe quanto al suo valore obbiettivo. Il pensiero sarebbe bensì coatto invincibilmente; ma in codesta coazione non avrebbe veruna garanzia che anche la cosa sia soggetta a quella legge. Esso dovrebbe dire a sè stesso: Io sono costretto a pensar così, perchè non posso altrimenti; ma chi mi dice che le cose non stiano tutto al contrario? E chi mi dice, che quello che non posso io, non lo possano altri pensanti? Donde seguirebbe che, concependosi così la necessità logica, questa verrebbe a perdere anche il carattere della universalità e rientrerebbe nella categoria di quei limiti che abbiamo chiamato relativi.

« Ma c'è di più; se il pensiero riconosce nella necessità logica un puro limite di fatto, con ciò stesso ne ha scosso il giogo, perocchè implicitamente riconosce la possibilità d'un pensiero che non sia vincolato a questa. È bensì costretto a rimanersene al di qua; ma presente o sospetta un al di là; e ciò basta perchè possa dirsi che ha violato quel confine.

« Il pensiero è essenzialmente ragione e non accetta un vincolo, se non è giustificato dalla ragione. Dunque la necessità logica negativamente presa cioè l'impossibilità di pensare, non è altro che un segno, un *τεκμήριον* d'una necessità superiore, della necessità razionale, della legge ideale e ontologica, che governa a un tempo l'essere e il pensare ([1]).

([1]) « La necessità (così scriveva il Trendelenburg, Log. Unters. vol. 2, p. 176) viene comunemente spiegata come l'impossibilità del contrario e già Aristotele cerca di ridurre il concetto del necessario a ciò che non può essere altrimenti. . . . . . Il necessario conce-

« Senza entrare qui più addentro in questa discussione e sia che tengasi per la prima o per la seconda maniera d'interpretare la necessità logica, è chiaro che in ogni modo si conviene da tutti che l'impossibilità di pensare una data cosa è un limite logico insuperabile, il quale ha per effetto e quasi direi per contraccolpo la certezza apodittica del contrario.

« Onde, come bene notava il Trendelemburg [1], essa è il fondamento della dimostrazione indiretta, di quella che Aristotele dice: *ἐκ τοῦ ἀδυνάτου* e in ultima analisi anche d'ogni dimostrazione diretta.

« Ma che cos'è poi in realtà e psicologicamente considerata codesta impossibilità di pensare? Io sospetto che un grande equivoco regni in siffatta questione e che l'esame diligente dei fatti psichici, a cui si riferisce, debba cambiare addirittura le conclusioni più accettate e che si credono più sicure.

« Per distrigare questa imbrogliata matassa bisogna anzitutto stabilire due distinzioni capitali. Bisogna cioè distinguere in primo luogo la rappresentazione, o vogliam dire immagine, dal pensiero propriamente detto; in altri termini il fantasma dal concetto. La seconda distinzione da farsi, più sottile ma anche più importante della prima, è tra la possibilità o impossibilità subbiettiva del pensiero e la possibilità o impossibilità obbiettiva, vale a dire tra la possibilità o impossibilità di eseguire l'atto pensativo e quella del suo oggetto. Questa seconda distinzione ci porterà dappoi a una terza, della quale parleremo a suo luogo.

« In quanto alla prima, sebbene nel linguaggio comune, nonchè in molte scuole filosofiche, non se ne soglia tener conto, anzi parecchi siansi adoperati a tutt'uomo per cancellarla, chi si dia la pena di riflettere spregiudicatamente sui fatti di coscienza è costretto a riconoscerla. Ho detto poi che il comune linguaggio non suole tenerne conto; e infatti noi diciamo indifferentemente: Pensate un triangolo equilatero, figuratevi una sfera, immaginate un cavallo con due teste e va dicendo. E si dirà del pari: Io non posso concepire un coltello senza manico e senza lama, io non so figurarmi un ipocrita galantuomo, io non posso immaginarmi uno stato senza veruna forma di governo. In quanto alle scuole filosofiche si vuol notare che non solamente i sensisti e tutti

pito in tal modo non è che l'inevitabile. In ciò non domina, come è chiaro, se non una coazione esteriore, che non permette di forviare e rinserra la cosa da tutti i lati. Codesta necessità noi la chiamiamo *necessità della limitazione*. Il necessario quì non è ancora fondamentato in se stesso, non posa solidamente sul suo centro di gravità, sibbene mostra soltanto come sia coartato e contenuto da fuori, sicchè non possa sfuggire. Nell' inevitabile non si dà per anco a conoscere l'interna determinazione. . . . . . Codesto concetto del necessario, guardato più davvicino, si distrugge da se stesso, quando pretende essere l'ultima determinazione. . . . . Pertanto la spiegazione (della necessità) ottenuta per via della negazione mostra essa medesima il bisogno d'un'altra che sia positiva, la derivata ne domanda una originaria ».

[1] L. c.

quelli che sistematicamente riducono ogni pensare a una più o meno raffinata combinazione d' elementi sensibili, ma spesso anche coloro che intendono deliberatamente di mantenere una recisa differenza tra il rappresentare sensato e la funzione intellettiva, ricascano nella confusione del linguaggio volgare. Basti a questo proposito rammentarsi come siasi potuto dare al concetto il nome di rappresentazione generale, che è la più flagrante contraddizione in termini, onde sempre ebbero bel gioco i nominalisti per dimostrarne l'impossibilità [1].

« Ma chi avverta quanta e quale differenza corra tra quell' atto, con cui p. es. immaginiamo una croce nera in campo bianco e quello con cui concepiamo un rapporto giuridico, p. es. la prescrizione; e come nel primo caso si tratti semplicemente d' un guardare interno, cioè della ripetizione attenuata d'una sensazione visiva, in cui allo stimolo esterno proveniente dalla luce è sostituito un eccitamento degli organi centrali, che probabilmente percorre la stessa via in senso inverso, mentre nel secondo caso si tratta di raccogliere la nostra attenzione sopra certi rapporti logici, insomma sopra un sistema di giudizi, deve andar persuaso che si tratta di due fatti onninamente diversi [2].

Or bene, i limiti della possibilità d'immaginare sono anzitutto molto più angusti che non siano quelli della possibilità di pensare ossia della possibilità logica. P. es. io sono impossibilitato a figurarmi non solamente un triangolo con quattro lati, ma anche un poligono, puta di 759 lati; io non posso immaginarmi un movimento veloce e lento nel medesimo tempo, ma neppure so immaginarne uno della velocità d'un milione di chilometri al minuto secondo. (Onde Aristotele, non distinguendo quivi l'impossibilità logica dall' impossibilità della rappresentazione, rifiutava siccome assurda l'opinione d'Empedocle che la luce si propaghi con un moto di traslazione così veloce da sfuggire del tutto ai nostri sensi) [3].

« Ora se nessuno per siffatta impossibilità di formarci l'immagine, come nei casi del poligono e del moto assai veloce, vorrà conchiudere all'impossibilità obbiettiva della cosa, mentre senza ambagi dichiarerà impossibile il triangolo quadrilatere e il moto lento e veloce insieme, è chiaro

(1) V. p. es. il Berkeley.

(2) Non possiamo qui ribattere tutte le obbiezioni, perchè ci converrebbe allora scrivere un intero trattato. Sappiamo bene che per alcuni la differenza che noi giudichiamo essenziale sta solamente nel grado di attenuazione e di complicazione delle immagini. Anche i concetti più astratti per costoro si riducono a gruppi d'immagini; soltanto queste nè sono tutte d'un solo senso, nè sono tutte del pari vicine alle sensazioni primitive. Quello per altro che decide la questione è il fatto che l'atto giudicativo non è nè può esser mai sensazione e che i concetti, come abbiamo accennato quassù, sono sistemi di giudizî.

(3) V. De An. Lib. II, cap. VII.

che con ciò distingue assolutamente l'impossibilità del pensare da quella dell'immaginare e riconosce implicitamente che la necessità logica non può consistere nella seconda, anzi nulla ha a che fare con questa (¹).

« Veniamo ora alla seconda distinzione, a quella che abbiamo detto doversi fare tra l'impossibilità dell'atto cogitativo e quella del suo obbietto.

« L'opinione più comune si è che quest'ultima si confonda con la prima o almeno che la prima sia il *principium cognoscendi* della seconda; vale a dire che l'unico criterio secondo il quale noi giudichiamo impossibile una cosa, sia l'impossibilità di pensarla. Siccome per altro codesta impossibilità di pensare una cosa potrebbe derivare dall'una o dall'altra delle due cause infrascritte, cioè 1° da una contraddizione implicita e 2° da una sproporzione tra la potenza del nostro pensiero e l'oggetto a cui si rivolge (²); nel primo caso il limite del pensiero viene subito interpretato come impossibilità della cosa, nel secondo, trattandosi di cosa assolutamente incono-

(¹) Ecco qui per es. una definizione dello Helmholtz, da cui si rileva quanto il sensismo si opponga alla retta interpretazione dei fatti psichici. « Sotto l'espressione molto « abusata » — così egli — « *potersi rappresentare o pensare come una cosa accada*, io in- « tendo (nè veggo come si potrebbe intendere altra cosa senza rinunciare a qualsiasi signi- « ficato di tale espressione) che si può raffigurarsi » (*sich ausmalen*) « la serie delle im- « pressioni sensibili, che si proverebbero se alcun che di siffatto succedesse in un caso « singolo ».

Ora codesto è puramente *immaginare* e pare si dimentichi che c'è anche il pensare propriamente detto e che si danno casi in cui si pensa *come una cosa accade* per via di pure nozioni astratte (come v. gr. se io penso un avvenimento, che consista nel mutarsi i rapporti tra i partiti d'una assemblea, ovvero nel nobilitarsi il carattere d'una persona) e per via di giudizî (per es. se io penso quello che accadrà nel caso d'una successione testamentaria). Un triangolo si può *immaginare*, ma *che* la sua superficie eguagli in grandezza quella d'un altra figura, questo si *pensa*. Qui non basta *figurarsi* le due figure, bisogna di più *sapere* e *affermare* il rapporto che passa tra le loro superficie.

Il Kroman poi che cita questa che egli chiama *definizione del pensare* e la accetta pressochè in tutti i punti (V *Unsere Naturerkenntniss*. pag. 152) rincara ancora la dose, facendo rimprovero allo Helmholtz d'avere tuttavia lasciato adito al *pensar puro*, come cosa che sia essenzialmente distinta dall'*intuire* (*anschauen*), mentre a suo avviso ogni pensabile, se non può ridursi direttamente all'intuibile, certo vi si può ridurre per via indiretta. E anche l'aritmetica, secondo lui, si fondamenta sull'intuizione spaziale. Sul qual proposito io invece ritengo che l'aritmetica possa giovarsi e si giovi in effetto dell'intuizione spaziale, ma si fondi sull'apprensione dell'unità dell'atto cosciente.

(²) A queste due cause d'impossibilità a pensare una cosa, stando ad alcune teoriche moderne, si dovrebbe aggiungerne una terza, cioè l'associazione indissolubile di certe rappresentazioni, prodotta da un'esperienza uniforme e non mai contradetta, che renderebbe inconcepibile il suo contrario. Ma noi la rifiutiamo come quella che non ha affatto valor logico e per di più non rende effettivamente impossibile, nè anche sotto il rispetto psicologico il pensiero contrario. Che impossibilità c'è per es. di figurarsi o anche solo concepire un uomo con un occhio solo in mezzo alla fronte, sebbene uno abbia sempre veduto gli uomini con due occhi? È forse impossibile figurarsi il sole nero come la pece e un pesce coperto di piume che alzi la testa dall'onde e canti una canzoncina?

scibile, nulla affatto potrebbe stabilirsi circa la sua possibilità o impossibilità; a ogni modo per noi sarebbe come non fosse. Lasciamo perciò da parte il secondo caso e consideriamo quella impossibilità di pensare che si dice causata dalla contraddizione.

« Se in un gruppo d'elementi, che noi vorremmo raccogliere nell'unità d'un concetto, ce ne sono alcuni, i quali si escludono reciprocamente, non accadrà egli che una parte del nostro pensiero distrugga l'altra e che il nostro lavoro mentale riesca simile a quello delle Danaidi, cioè sia sempre da ricominciarsi da capo senza poter mai essere compiuto?

« Vedremo tra poco quello che ci sia di vero in questo concetto; ma prima dobbiamo toccare d'un'altra questione. Quand'è che di due elementi del nostro pensiero diciamo che si escludono l'un l'altro? Prima di tutto, com'è chiaro, quando l'uno sia la diretta negazione dell'altro, p. es. uomo e non uomo, vivere e non vivere e simiglianti. Poi quando l'uno non solo nega l'altro implicitamente, ma procede più oltre nella opposizione, cioè contiene un elemento positivo contrario al primo. Così il vizio è più opposto alla virtù che non sia la semplice assenza di questa, l'amaro è più opposto al dolce che non sia ciò che è semplicemente non dolce e così via. Questa opposizione, che i logici chiamano di contrarietà, ha o può avere più gradi e suppone una scala di disgiunzione, in cui più termini sono ordinati in modo che la somiglianza vada continuamente decrescendo e aumenti in cambio la differenza. Ma se il contrasto è massimo fra gli estremi, la esclusione reciproca vale del pari per qualunque degli intermedi. Donde si vede che l'impossibilità di pensar riuniti in uno due elementi non dipende dal grado della loro differenza, ma dal solo fatto dell'esser differenti, per minima che la differenza fosse. Quando due cose possono per qualsiasi carattere venir distinte tra loro, l'una non è l'altra e però di esse suol dirsi che non possono essere pensate insieme. Il che finisce per stabilire che l'esclusione reciproca dipende sempre da ciò che l'uno include la negazione dell'altro. Il coniglio, non solo non può essere insieme leone o balena o mollusco, ma c'è la stessa impossibilità che sia lepre.

« Nè la esclusione reciproca vale solamente delle rappresentazioni omogenee e quindi tra loro coordinate, come pare a primo aspetto, ma vale del pari di tutte quali che siano purchè non identiche. Il verde non può essere rosso, ma non può nemmeno essere suono di flauto o dolor di denti (¹).

« Ma d'altra parte la opposizione, di qualunque natura e grado ella sia, che corre tra due elementi pensabili, non vieta giammai che essi vengano

(¹) Sussiste però sempre tra le rappresentazioni omogenee e le eterogenee questa differenza, che le prime si rifiutano non solo a essere immedesimate l'una con l'altra, ma anche a inerire contemporaneamente a un medesimo subbietto, mentre le seconde non possono immedesimarsi tra loro, ma bensì lo possono con una terza cosa: cf. *La coscienza e il meccanismo interiore* di F. Bonatelli p. 149-169.

pensati insieme (chè in tal caso niuna nozione complessa sarebbe concepibile e p. e. non si potrebbe immaginare nè pensare una superficie listata di bianco e nero), bensì vieta soltanto che l' uno sia immedesimato con l'altro. E questa impossibilità, come s' è veduto, vale non solo dei contrari e dei contradittorî, ma di qualsiasi differenza. Insomma gira e rigira si finirà per conchiudere, che l'esclusione reciproca, nel senso dell'impossibilità logica di pensare due cose riunite, si riduce all' opposizione che ha luogo tra due giudizi di cui l' uno affermi e l'altro neghi un dato predicato del medesimo soggetto (').

« Infatti non essendo il concetto nient' altro che un sistema di giudizi, la repugnanza che potrebbe esistere fra i vari elementi d' un concetto, non sussisterà se non a patto che la relazione, in cui verrebbero a trovarsi codesti elementi, sia quella d' inerenza ossia di predicato a soggetto. Allora soltanto essi s' escluderanno l'un l'altro, allora soltanto sarà il caso di parlare della impossibilità logica. Così il concetto d' animale morto e vivo insieme, non è già un concetto impensabile per la ragione che morte e vita nel nostro pensiero si escludano a vicenda (chè in tal caso sarebbe impossibile anche un pensiero sul far di questo: *A* che era vivo, ora è morto o d' istituire un paragone tra la morte e la vita), sibbene perchè *morto* e *vivo* costì dovrebbero ritrovarsi nel rapporto d' inerenza verso lo stesso subbietto e quindi per conseguenza anche l'uno verso dell'altro (*l' animale morto è vivo* - *l'animale vivo è morto*).

« Ciò posto io dico che una siffatta repugnanza fra le parti d' un concetto non si può affatto considerare come una impossibilità subbiettiva, cioè come impossibilità di formare quel dato pensiero. Se ciò fosse, noi dichiareremmo assurdi, contradittorî, impossibili, dei concetti, di cui non sappiamo nulla, non avendoli mai pensati. Io posso dichiarare inaccessibile una montagna per essermi inutilmente sforzato d'arrampicarmivi; ma la montagna l' ho percepita per mezzo della vista. Posso dichiarare impercettibile un suono per non essere riuscito a udirlo; ma a patto d' avere d'altronde la notizia ch' esso esiste. Ma qual giudizio potrò io mai proferire intorno a ciò che non può assolutamente essere pensato?

« — Sicchè — chiederà taluno — voi vi dichiarate capace di pensare p. es. un triangolo quadrilatere? —

« Senza dubbio, perocchè altrimenti io non saprei che cosa significhino codeste due parole riunite e non potrei dire che una figura siffatta è impossibile.

« — Ma voi intendete — replicheranno — la voce *triangolo* e la voce *quadrilàtere* separatamente; intendete anche la relazione in cui dovrebbero esser posti i due pensieri significati da quelle, che è la relazione d' ine-

(') Cf. in tal proposito Sigwart, Logik. B. 1, Abschn. 4 e massime il § 22, che considera la privazione e l' opposizione in quanto fondamentano la negazione.

renza; ma nel tentativo di soddisfare a questa esigenza, rimanete deluso. Perciò dichiarate impossibile la riunione domandata. —

« Eccoci, rispondo io, ricaduti nella confusione del rappresentare, dell'immagine, col pensare. Senza fallo io non posso figurarmi un triangolo quadrilatere, come non posso disegnarlo. Ma pensarlo posso. Quando infatti mi concedete che io ho davanti a me due elementi noti e di più conosco la relazione in cui dovrebbero esser posti, voi mi concedete tutto quello in cui consiste il pensamento d'un concetto. Che cosa vorrà dire p. es. pensare il concetto *farmaco salutare*, del quale niuno vorrà dire che sia contraddittorio, se non pensare da un lato *farmaco*, cioè una sostanza da introdursi nel ventricolo a scopo medicinale, e dall'altro *salutare*, cioè *atto a ridonare la salute* e di più pensare che il secondo termine vuol essere attribuito al primo come una sua proprietà? Ogniqualvolta io ho percorso col pensiero tutte quelle relazioni, in cui gli elementi d'un concetto richiedono d'essere collocati, la funzione cogitativa è compiuta.

« Si insisterà forse chiedendo come, in tal supposto, si possa accorgersi che un concetto è contradittorio in se stesso? La risposta è facile; dal contenere implicitamente o esplicitamente due giudizi, di cui l'uno sia la negazione dell'altro, « la mia stufa è calda », è questo un pensiero che tutti concederanno essere pensabilissimo. Se a questo sussegua l'altro: « la mia stufa è fredda », non c'è del pari veruna impossibilità di formarlo. Nè anche è impossibile di riunirli in un solo pensiero, come ad es. se io dico: « la mia stufa talora è calda, talora è fredda ». Se invece si aggiunga alle due proposizioni congiunte insieme la determinazione della contemporaneità, io m'accorgo che la cosa, cioè l'oggetto del mio pensiero, è impossibile, perchè le due proposizioni vengono ad essere l'una la negazione dell'altra. Cosicchè tanto è lungi che l'impossibilità logica d'un pensiero implichi la impossibilità da parte del subbietto di formare quel pensiero, che se codesto fosse, noi non potremmo pronunciare giudizio intorno alla prima.

« Ma forse non sarà inopportuno di guardar la cosa anche sotto un aspetto alquanto differente. Si suol dire che pensare una cosa contradittoria equivale al pensar nulla e quindi al non pensare. La prima espressione è vera, la seconda no. Infatti quando io penso una cosa contradittoria in se stessa, la mia mente non è in istato di riposo, bensì pensa effettivamente; ossia il pensiero, in quanto è una funzione dello spirito e insieme del cervello, è attivo, lavora. Del che abbiamo una conferma, seppur ce ne fosse bisogno, in ciò che accade entro di noi allorchè la contraddizione intrinseca fra gli elementi del nostro pensiero non è immediatamente manifesta, anzi per venire in luce abbisogna d'un più o men lungo processo raziocinativo. Nessuno dirà che in tal caso noi non abbiamo pensato; bensì al tirar de' conti risulta che noi abbiamo pensato il nulla. Ossia che al nostro lavoro

mentale non corrisponde verun obbietto; quello che avrebbe dovuto essere l'obbietto del nostro pensiero si è risoluto in nulla.

« Questa conclusione ha una grande portata, come quella da cui risulta quella terza distinzione, cui s' è accennato più su e della quale dirò brevissimamente qual sia.

« Per coloro infatti che non riconoscono altra forma d' esistenza tranne quella della realtà concreta, che un pensiero sia o non sia contradittorio in se stesso, quando non corrisponde a un reale, è un puro pensiero senza obbietto. Ma che differenza ci sarebbe allora tra un pensiero armonico in se stesso, ma che non rappresenta veruna realtà esterna, e uno che racchiude in sè una contraddizione, che differenza, dico, sotto il rispetto obbiettivo? nessuna; in ambi i casi sarebbesi pensato il nulla.

« Ma se codesto non può accettarsi, se con verità si può dire d'aver pensato nulla solamente quando le parti del nostro pensiero si escludono e si distruggono mutuamente, è forza conchiuderne che nel caso contrario, non solo abbiamo pensato, ma abbiamo pensato qualche cosa; che val quanto dire che esiste un oggetto del nostro pensiero, benchè non sia un reale. Sarà dunque un oggetto ideale; e questo suo essere ideale non torrà che sia, che sia, dico, obbiettivamente cioè indipendentemente dal fatto accidentale d'aver formato in un dato momento l'occupazione della nostra attività pensante, indipendentemente dall'averlo pensato io, dall' averlo pensato questo o quel pensante. Non dico dall'esser pensato assolutamente, perchè questa è un'altra questione, nella quale per la presente ricerca non è necessario d' entrare.

« La distinzione pertanto che io accennai per terza è quella che corre dall'oggetto reale all' oggetto ideale. Nè mi fa caso se altri dica che ciò che corrisponde obbiettivamente a un atto pensativo armonico in se stesso, il quale non rappresenti veruna realità concreta, è nulla più che una possibilità e che pertanto la differenza obbiettiva tra un pensiero armonico, che nòn corrisponde a un reale, e uno contradittorio, è soltanto questa, che l'obbietto del primo può diventar reale e quello del secondo giammai.

« Non mi fa caso, dico; perchè se uno ammette un mondo di possibili avente sue leggi e sue attinenze proprie, ammette con questo che tali possibilità sono e sono tanto che da loro dipende lo stesso mondo de'reali.

« Tornando a noi, che cosa esprime dunque l' impossibilità logica? Non punto la nostra impossibilità di pensare, ma solamente l' impossibilità dell'oggetto.

« Il nostro pensiero, in quanto semplice funzione cogitativa, può moversi anche nel campo dell'assurdo; ma l' unità e la conseguenza sono leggi dell' obbietto e senza di esse nè il reale nè l' ideale possono esistere. In quanto a ciò che sia il veramente impensabile, aspetteremo che ce lo dica uno che l'abbia pensato ».

Archeologia. — Il Socio Fiorelli presenta le *Notizie* sulle scoperte di antichità, delle quali fu informato il Ministero della Pubblica Istruzione durante lo scorso mese di febbraio e che si riferiscono ai luoghi seguenti:

« *Torino.* Altri avanzi del recinto romano della città, riconosciuti presso il santuario della Consolata. — *Quart.* Tombe romane rimesse all'aperto nei lavori della strada ferrata da Torea ad Aosta, presso il torrente Maillon nel comune di Quart. — *Castelletto-Ticino.* Oggetti della suppellettile funebre della necropoli di Castelletto-Ticino, acquistati pel museo di Torino. — *Pavia.* Tombe di età romana scoperte lungo la via di s. Maria in Pertica. — *Fornovo s. Giovanni.* Oggetti di età romana raccolti nel territorio del comune. — *Cologno al Serio.* Tomba di età barbarica scoperta nel predio Muradella. — *Calcio.* Avanzi di pavimento in musaico, scavati presso il castello *Secco d'Aragona.* — *Garda.* Resti di costruzioni romane appartenenti ad un' antica villa, riconosciuti in Scaveaghe nell'area dell'attuale villa Carlotti. — *Tregnago.* Antichi oggetti raccolti nella falda del colle, dietro la chiesa parrocchiale. — *Pecognaga.* Frammenti epigrafici trovati in Pegognaga, territorio cispadano della provincia di Mantova. — *Este.* Nuovi rinvenimenti epigrafici in contrada *Murlongo*, e nel fondo Serraglio. — *Asolo.* Nuove osservazioni sull'epigrafe *Coelia*, inserita nel *C. I. L.* 5 n. 2099. — *Bracciano.* Buccheri ed altri resti di suppellettile funebre, raccolti in una tomba etrusca, scoperta nella tenuta di Vicarello. — *Bomazzo.* Oggetti di stipe votiva trovati in contrada Pianmiano. — *Roma.* Scavi e scoperte nelle regioni V, VI, VII e nelle vie Salaria e Tiburtina. — *Velletri.* Resti di antichissime costruzioni riconosciuti nella vigna Gabrielli sulla via di Napoli a pochi metri dalla città. — *Sepino.* Statuette di bronzo rinvenute nel giardino Merola, in vicinanza dell' abitato. — *Cuma.* Prosecuzione delle indagini nella necropoli presso il lago di Licola. — *Pompei.* Scoperte avvenute nei primi due mesi dell'anno nell' isola 2ª, regione VIII. — *Pesto.* Corniola incisa ritrovata presso il tempio detto di Cerere. — *Scilla.* Tesoretto monetale di bassa epoca, ritrovato nei lavori per la strada ferrata Reggio di Calabria-Castrocucco. — *Siracusa.* Nuove esplorazioni nella necropoli del Fusco. — *Segesta.* Frammento epigrafico trovato fra le rovine dell'antica città ».

Archeologia. — *Di un vaso di Metaponto con alfabeto greco delle colonie achee dell' Italia meridionale.* Comunicazione del Socio corrisp. F. Barnabei.

« Il Socio corrispondente Barnabei esordisce col dichiarare, che sarebbe assai breve se dovesse parlare solo a quelli, che delle cose dell'archeologia unicamente o principalmente si occupano. Ma trattandosi di argomento che

rientra in un campo, dove pur troppo regna ancora molta oscurità, reputa non inutile il riassumere alcuni fatti, per far meglio notare il posto, che la nuova scoperta viene a prendere nel materiale scientifico.

« Dice che coloro i quali hanno scritto con maggiore autorità sull'origine dell'alfabeto in Italia, ci mostrano che scarsi sono gli elementi sui quali si può con sicurezza contare; e che risulta dal loro studio la necessità di procedere con somma cautela nel trattare il problema, circondato ancora da difficoltà gravissime. Accenna alle opere del Franz (*Elem. epigr. gr.*), del Mommsen (*Die unterit. dial.*), del Kirchhoff (*St. z. gesch. d. gr. alph.*); alle Memorie del Lenormant e del Bréal, per concludere come nello stato presente della questione tutto porti a credere, che la tesi sostenuta dai ch. Mommsen e Kirchhoff, sia destinata a ricevere la più potente conferma dagli ulteriori rinvenimenti.

« Secondo questa tesi gli alfabeti dei popoli italici non presero la loro origine direttamente dai Fenicii, ma dai Greci, che stabilirono le loro colonie nell' Italia meridionale.

« Tuttavolta, ad impedire che si ingenerino confusioni, occorre di determinare con chiarezza, di quali tra i Greci, che immigrarono in Italia si intende parlare; essendo noto a tutti che le immigrazioni o colonie greche in Italia furono varie, e di varia origine, e si succedettero in vario tempo.

« Se il largo frutto che si è raccolto nella ricerca così detta positiva, non ci obbligasse a tenerci saldi nella buona via, secondo la quale sempre maggiore utile si procurerà alla scienza, certo non dovremmo esitare un momento ad affermare, che gli alfabeti degli italici dovettero esser varî, secondo che vario era l' alfabeto usato dai Greci, coi quali gl' Italici vennero in contatto, data una condizione sufficientemente propizia nelle varie famiglie della penisola, per profittare di questo elemento di cultura, che i Greci arrecavano.

« Ma la mancanza di monumenti nelle varie regioni, alle quali il tema ci conduce, mostra che questa tesi non ha ancora il sostegno che le necessita; e quindi dobbiamo rassegnarci a coordinare quei fatti, che soli finora ci danno qualche sicuro lume.

« Passando in rassegna gli stabilimenti greci in Italia, troviamo che il più antico è quello dei Cumani, i quali venuti da Calcide di Eubea, in età remotissima, furono in rapporto con gli antichissimi abitatori della Campania, e quindi con altri popoli del centro della penisola.

« Le ultime discussioni intorno ad un' epigrafe arcaica di Cuma, scavata qualche mese fa presso il lago di Licola, e nella quale si riconobbero traccie di eolismo, che confermerebbero la tradizione secondo cui i Cumani avrebbero avuto la loro origine non solo dai Calcidesi di Eubea ma anche dai Cumani dell'Asia Minore (cfr. *Notizie degli Scavi* 1884 p. 352 sg.),

non possono attenuare la importanza del fatto, dimostrato già dal Mommsen e dal Kirchhoff, e confermato dalla nuova scoperta del vaso di Formello (*Bull. Inst.* 1882, p. 91 sg.), che cioè gli Etruschi, i Latini, i Falisci, gli Umbri, gli Osci avessero tratti i loro alfabeti dell'alfabeto calcidese che i coloni di Cuma portarono in Italia.

« Questa tesi viene corroborata da una serie di prove dirette, che scaturiscono principalmente da ragioni di confronto, e da una serie di prove indirette, sulle quali è opportuno di fermarsi.

« Sostenne il Lenormant che mentre vale l'argomento per la provenienza dell'alfabeto latino dal calcidese dei Cumani, non vale per l'alfabeto etrusco; il quale, se non venne direttamente dai Fenici ma dai Greci, si deve intendere, contro la sentenza di Tacito, che questi Greci non furono Demarato e gli altri di Corinto, che vennero in Tarquinii, nessun carattere spiccato corinzio dominando nella scrittura etrusca, ma furono i Tarantini che, esercitando le arti loro, e digrossando le rozze famiglie italiane, penetrarono in età antichissima nell' interno della penisola.

« Ora se è vera la tesi dottamente sostenuta dal ch. Helbig negli *Annali dell'Instituto* (anno 1876, p. 227), quando volle illustrare i *saecula* di Varrone, che cioè la scrittura fosse stata introdotta in Etruria tra il 750 ed il 644 av. Cr., anche la ragione cronologica infermerebbe l'assunto del Lenormant, tutti sapendo che i Greci che si stabilirono a Taranto, vennero dalla Laconia sotto la guida di Falanto nel 707 prima dell'êra volgare.

« Non è qui il luogo di riassumere quello che abbiamo imparato dalle scoperte recenti tarantine, che ci diedero materiali non spregevoli per trattare del periodo più antico di questa colonia di Laconi. Il fatto è che del loro alfabeto antichissimo non sappiamo nulla che sia veramente certo. Ci si è detto per tanto tempo che questo alfabeto arcaico tarantino lo conoscevamo per mezzo della copia che ne trasse Luigi Cepolla nel 1805 da un monumento che egli scoprì nelle vicinanze di Vaste nella penisola Iapigia o Tarantina (Kirchhoff. *St. z. gesch. d. gr. alph.* p. 148; Roehl *inscr. gr. ant.* n. 546); ma gli uomini autorevoli sono di accordo nel riconoscere quanto poco si possa calcolare sopra questa copia.

« La conclusione più naturale sarebbe questa, che i Tarantini avessero avuto un alfabeto non diverso da quello usato nelle iscrizioni arcaiche della Laconia. Ma se la cosa fu veramente così, avremmo una nuova prova per confermare lo assunto, che nessun rapporto direttissimo si possa stabilire tra la scrittura usata dai popoli del centro della penisola, e la più antica scrittura tarantina; perocchè vari segni che sono caratteristici degli alfabeti italici o mancano nell'alfabeto laconico, o vi si riconoscono con molta incertezza; mentre questi segni medesimi trovano riscontro nel calcidese dei Cumani. Per la qual cosa, se possiamo accennare alla probabilità che i Iapigi ed i Messapici avessero imparato dai Greci di Taranto a scrivere

la propria lingua con l'alfabeto che i Tarantini primieramente adoperarono, e che avessero poi accettata la scrittura ionica generalmente adottata, mista di elementi dorici in età posteriore, nell'età cioè a cui si riferiscono le iscrizioni messapiche; non possiamo, nello stato presente delle cose, in tanta mancanza di monumenti, accennare punto alla probabilità che, oltre i popoli coi quali i Tarantini furono subito in contatto, altri popoli italici avessero da essi appreso il loro alfabeto.

« Dall'altro lato, se non è inverosimile, che, ammessa una certa condizione favorevole per profittare di un elemento dirozzatore, avessero gl'indigeni italici, che abitarono la regione, che ebbe poscia il nome dai Lucani ed una parte di quella che si denominò dai Bruttii, imparato a scrivere con quell'alfabeto arcaico acheo, che gli achei stabiliti in Crotone, in Sibari ed in Metaponto primieramente usarono; certo possiamo con tutta sicurezza stabilire, che questo alfabeto acheo di Crotone, di Sibari e di Metaponto e delle colonie di questa città, cioè di Posidonia, di Scidrus, di Laus, di Terina e di Caulonia, nessun rapporto ebbe mai con la scrittura antichissima dei varî dialetti italici del centro della penisola; il che corrisponde ad una delle prove indirette, per confermare che gli alfabeti osco, latino, etrusco, falisco, umbro trassero la loro origine dall'alfabeto dei Calcidesi di Cuma.

« Di questa scrittura antica usata dagli achei dell'Italia inferiore avevamo fino a poco fa non scarsi esempî (cfr. Roehl. o. p. n. 541-45).

« Ora il loro numero è stato notevolmente accresciuto per lo zelo dell'egregio ispettore degli scavi e monumenti in Potenza sig. cav. Michele Lacava. Egli trovò nel sito corrispondente all'agora di Metaponto il cospicuo frammento epigrafico, ove è ricordato Apollo Licio; e salvò per le raccolte pubbliche del Regno la preziosissima piramidetta fittile scavata nel comune di s. Mauro Forte del territorio metapontino, nella quale è incisa una lunga iscrizione con alfabeto arcaico acheo, votiva ad Eracle (cfr. *Notizie degli scavi* 1882, p. 119).

« Tuttavolta con questi nuovi tesori non potevamo dire ancora di conoscere in modo completo e sicuro la serie delle lettere, che formarono questo alfabeto acheo antichissimo. Alcuni segni, ad es. la I, non si erano per anco incontrati nelle iscrizioni.

« Ora anche a questo difetto si è potuto riparare, sempre mercè le cure del solerte ispettore cav. Lacava. Egli ci ha mandato un vaso scoperto recentemente nella necropoli metapontina, nel quale come in fascia ornamentale è dipinto l'alfabeto acheo usato in Metaponto. Questo vaso, alto con tutto il coperchio circa m. 0,19, conservatissimo, e della forma della lekane o dello stamno apulo (Jahn tav. II, n. 83) reca, superiormente in lettere, alte in media dai mm. 10 ai mm. 15:

A B I D E F I H Θ Ϛ K Γ Μ N O Π Ϙ P Μ T V ⊘ ↓ + +

« L'ultimo segno +, corrispondente al suono ξ, fu ripetuto, per riempiere un piccolo vuoto che rimaneva nella fascia.

« Da ciò non apprendiamo soltanto la serie completa dell'antico alfabeto acheo, ma togliamo argomenti per meglio decidere sulla questione cronologica di questa forma di scrittura. Il Kirchhoff, quando parlò dell'età fino alla quale questo alfabeto acheo restò in uso (p. 155), prendendo a base il segno del ϟ, che nelle monete di Sibari incontriamo anche nella forma posteriore e comune di I (il che ingenerava naturalmente la mutazione del γ), concluse che questo alfabeto dovè durare fino a poco tempo prima della distruzione di Sibari, o per lo meno dovè essere anteriore all'olimpiade 67, 2 (511 av. Cr.) allorchè Sibari fu distrutta dai Crotoniati. Ora, se l'esame dei monumenti scritti, considerati dal Kirchhoff doveva condurre all'opinione sopra accennata, l'esame del vaso testè scoperto ci fa concludere che questa forma di scrittura continuò ad essere in uso tra le colonie achee dell'Italia meridionale anche dopo la distruzione di Sibari.

« Il fittile fu trovato in una tomba della necropoli metapontina in contrada *Casa Ricotta*, a due chilometri dalla città, in direzione nord-ovest, alla profondità di circa m. 1,00. Se ci mancano tutti gli altri elementi necessari a decidere intorno al tempo a cui la tomba si riferisce, null'altro sapendosi se non che era formata, come molte altre tombe di quella vasta necropoli, con quattro lastre di pietra ai lati e con una lastra per coperchio, e che come rifiuto di precedente spoliazione vi era stato lasciato questo vaso soltanto, certo la forma e la tecnica del vaso, l'andamento della scrittura da sin. a dr., ed il carattere che si allontana dal rigore delle figure quadrate delle lettere antichissime, tutto insomma ci rimanda ad un' età che, se può risalire fino al 4° secolo, può discendere pure al 3° secolo avanti l'êra nostra.

« Maggiore pregio poi acquista l'iscrizione se si considera che nessuna epigrafe arcaica fu ritrovata finora nella regione della Grecia, donde queste colonie achee dell'Italia meridionale si partirono.

« Il Socio Barnabei termina dicendo che del vaso sarà riprodotto un fac-simile nelle *Notizie degli Scavi* ».

Astronomia. — *Sulla distribuzione in latitudine delle macchie, facole, protuberanze ed eruzioni solari, osservate nel 1884 nel R. Osservatorio del Collegio Romano.* Nota del Socio corr. P. Tacchini.

« A complemento delle mie Note inserite nei rendiconti del 18 gennaio e del 1° febbraio 1885, presento all'Accademia i risultati riguardanti le latitudini eliografiche dei gruppi di macchie e di facole, e quelle di tutte le protuberanze ed eruzioni metalliche osservate nel 1884. Dalle latitudini suddette, che calcolai in base agli angoli di posizione osservati, ottenni i

seguenti valori della frequenza di ciascun fenomeno per ogni zona di 10 in 10 gradi nei due emisferi del sole.

Latitudine	Macchie	Facole	Eruzioni	Protuberanze
90° + 80°	—	—	—	0,001
80 + 70	—	—	0,014	0,004
70 + 60	—	—	0,014	0,015
60 + 50	—	—	—	0,069
50 + 40	—	0,001	0,028	0,066
40 + 30	—	0,008	—	0,056
30 + 20	0,024	0,058	0,028	0,083
20 + 10	0,203	0,183	0,169	0,077
10 . 0	0,208	0,193	0,183	0,077
0 — 10	0,274	0,229	0,240	0,092
10 — 20	0,239	0,225	0,170	0,093
20 — 30	0,052	0,088	0,098	0,113
30 — 40	—	0,014	0,042	0,093
40 — 50	—	0,001	0,014	0,058
50 — 60	—	—	—	0,032
60 — 70	—	—	—	0,025
70 — 80	—	—	—	0,029
80 — 90	—	—	—	0,017

« Da queste serie di cifre risulta evidente un primo fatto, che cioè la maggiore frequenza di tutti i fenomeni avvenne nell'emisfero australe del sole, per il quale le protuberanze furono numerose anche in vicinanza del polo. Inoltre devesi rimarcare, che la frequenza delle macchie delle facole e delle eruzioni solari è grande su di una larga fascia estesa a nord e sud dell' equatore solare, mentre negli anni precedenti intorno all' equatore vi corrisponde una forte depressione nella curva della frequenza dei detti fenomeni e specialmente nel 1880 e 1881.

« Riflessioni analoghe si possono fare per le protuberanze, le quali nel 1884 si presentarono sempre molto frequenti a partire dall' equatore fino alle latitudini di + 60° e — 50°: circostanza questa, che si verificò anche all' epoca del massimo precedente, mentre negli anni 1880, 1881 e 1882 le protuberanze presentarono un minimo marcato all' equatore o in grande vicinanza di esso, e così nel 1883 sebbene meno sentito. Qualche eruzione fu osservata ad alte latitudini nell' emisfero boreale, come vedesi nel quadro della frequenza. Tutte queste circostanze accordano colle nostre

prime osservazioni e deduzioni, e possiamo dunque aggiungere, che anche riguardo alla distribuzione dei fenomeni solari in latitudine si trovano confermate per il massimo del 1884 le condizioni avvertite nel massimo precedente.

« Approfitto poi di questa occasione per aggiungere alcune considerazioni, sugli argomenti del prof. Respighi contenuti nella sua Nota pubblicata negli ultimi rendiconti, coi quali crede di poter meglio sostenere che nel fissare l'epoca del maximum delle protuberanze solari ha ragione lui e torto io ed il prof. Riccò. Il prof. Respighi si accontenta della differenza di 0,1 nelle medie annue ricavate dalle mie osservazioni per gli anni 1881 e 1884 per far credere così, che anche le osservazioni del Collegio Romano danno il massimo nello stesso anno da lui fissato nell'ultima sua Nota, mentre continua a dichiarare, che la differenza dei risultati dipende dall'usare lui un metodo più razionale nello spoglio delle osservazioni. Qui mi basta il ricordare, che quando io ho parlato all'Accademia dell'epoca del massimo non mi basai sulle medie annue, per la stessa ragione che non mi servirei mai delle medie annue termometriche per fissare in quale anno avvennero i massimi calori in una data stazione. E infatti nella mia Nota del 1° febbraio 1885 si trovano le seguenti parole: « una frequenza così continua delle protuberanze non la si riscontra negli anni precedenti che nel solo 1881, sebbene la media di *quel periodo* risulti un poco inferiore a quella del *periodo di maggiore attività* del 1884 ». Per vedere se io dicessi il vero nessuno ha bisogno di venire a consultare i miei registri, perche le osservazioni sono state pubblicate per disteso d'anno in anno: ora queste medie sono 12,17 per il 1884 ed 11,81 per il 1881, ciò che giustifica quanto asserii nella predetta Nota.

« Poi nella Nota stessa io aggiungeva, che per meglio formarsi un'idea dell'andamento del fenomeno, trattandosi appunto di un fenomeno discontinuo come quello delle macchie, per far sparire certe anomalie inevitabili e dipendenti anche dal vario numero dei giorni di osservazione, aveva compensato la serie del quinquennio, limitandomi a medie di 3 mesi. Ora in questa serie compensata, che ognuno può verificare, perchè ripeto si tratta di osservazioni tutte pubblicate, anche la media annua del 1884 riesce superiore a quella del 1881. Ma come dissi lasciando da parte le medie annue, dalla curva descritta, e di cui parlai nella Nota, ricavai le epoche dei principali massimi, indicando quello del marzo del 1884, come il massimo assoluto. In conseguenza nessuna contradizione e nulla da cambiare su quanto dissi e fu pubblicato, in quanto che i miei risultati derivano nel modo il più naturale dalle serie delle osservazioni, senza riguardo cioè ad idee preconcette o teorie. All'incontro il prof. Respighi per giustificare il suo modo particolare di fare le statistiche delle protuberanze ha bisogno di far precedere una sua teoria sulla fisica solare, colla quale le osservazioni dovrebbero

concordare, e perciò stabilisce di considerare protuberanze ciò che gli altri non considerano per tali, abbassandone il livello fino a 15″, cioè a dire chè talune fiamme ed anzi moltissime fiamme della cromosfera devono figurare per protuberanze, oltre che egli considera come tante protuberanze le diverse parti di uno stesso sollevamento nella cromosfera, ciò che dà chiaramente la spiegazione dell'esorbitante numero di protuberanze in confronto degli altri osservatori e dimostra anche come erroneo ed anche arbitrario possa riescire in molti casi un tale metodo di spoglio, e quale influenza possano esercitare sui risultati le condizioni dell'aria ed il disegnatore nel momento dell'osservazione. Non di rado la cromosfera colle sue protuberanze può paragonarsi nella questione presente ad un prato con piante o alberi; ora se detti alberi si sollevassero sul prato con molte delle loro radici, col metodo del prof. Respighi si dovrebbero mettere in conto tanti alberi quante sono le radici visibili, così che se l'operazione si dovesse ripetere in epoche diverse ed in circostanze diverse rispetto alle radici, il numero degli alberi dalla statistica così compilata potrebbe risultare variabilissimo, restando invece costante il vero numero delle piante. E chi ha pratica delle osservazioni solari, sa anche in quale arbitrio si potrebbe incorrere, qualora si dovessero numerare le parti, che costituiscono non poche protuberanze dal disegno, che se ne può fare durante l'osservazione. I quali disegni riesciranno sicuramente meno manierati e più rispondenti al carattere delle protuberanze quando chi osserva non abbia da preoccuparsi del metodo di spoglio. Invece col metodo adottato da me e dal Riccò è tolto ogni equivoco ed arbitrio, fissando la minima altezza a 30″, cromosfera compresa, e considerando le cose più basse come fiamme o alterazioni puramente cromosferiche. In questo modo non può esservi dubbio alcuno sul modo di contare, e le serie diverse saranno sempre paragonabili fra loro, e sicure le conclusioni rispetto alle epoche di maggiore frequenza.

« Per parte nostra continueremo sempre collo stesso sistema, cioè osservare senza alcuna idea preconcetta e pubblicare per disteso ogni cosa il più sollecitamente possibile, affinchè tutti possano approfittare del materiale da noi raccolto, e si sta già lavorando per la pubblicazione dei bordi intieri di questi ultimi anni, come si fece prima, a cominciare dal 1871.

« In quanto alle cose dette dal prof. Respighi per togliere importanza alle osservazioni di Palermo, mi limiterò a far notare che nel 1881 a Palermo si fecero osservazioni in 158 giorni, e che egli parla delle osservazioni del 1884 mentre il 2° semestre di esse è ancora da pubblicare: e quando lo sarà si vedrà che il loro numero è tutt'altro che ristretto come asserisce l'illustre collega, che ringrazio perchè colla Nota da lui pubblicata ultimamente e con questa mia, ognuno, per quanto poco pratico sia di queste materie, dovrà riconoscere giusti i miei ragionamenti ».

Astronomia. — *Osservazioni del nuovo pianetino fra Marte e Giove* (45) *fatte al R. Osservatorio del Collegio Romano.* Nota del prof. E. MILLOSEVICH, presentata dal Socio P. TACCHINI.

« Il 6 marzo il signor Borelly, astronomo dell'Osservatorio di Marsiglia, scopriva un pianetino di 11ª grandezza, che devesi ritenere, almeno fino ad oggi, nuovo; e che porterà quindi il numero (245).

« Esso venne osservato al Collegio Romano il giorno 8 e il giorno 14.

8 marzo 1885 $11^h 22^m 49^s$ t. m di Roma

α apparente (245) $11^h 4^m 38^s.63$ (8.828n) }
δ apparente (245) $7° 31' 56''.7$ (0.700) } Grandezza 11.2

⁎ di confronto: Struve 1278 C. G. pag. 262.

1885.0

$11^h 0^m 9^s.36$ }
$7° 39' 25''.9$ } Grandezza 8.7

14 marzo 1885 $9^h 45^m 59^s$ t. m di Roma

α apparente (245) $11^h 0^m 10^s.53$ (9.286n) }
δ apparente (245) $8° 36' 42''.5$ (0.695) } Grandezza 11.2

⁎ di confronto: A. N. Vol. 46, pag. 253.

1885.0

$11^h 0^m 53^s.15$ }
$8° 43' 49''.1$ } Grandezza 9.0 ».

Astronomia. — *Riassunto delle osservazioni dei crepuscoli rossi.* Nota II. del prof. A. RICCÒ, presentata dal Socio P. TACCHINI.

« Nello spettro della luce degli ordinarî crepuscoli è assorbito il rosso, il giallo, il violetto, e questi assorbimenti si fanno tanto più intensi ed estesi quanto piò basso è il sole sotto l'orizzonte, talchè *in fine resta il solo verde.*

« Nello spettro della luce rosea 1ª e 2ª ed anche in quello dell'arcone grigio-rossastro *il rosso è vivo*, il giallo ed il violetto sono completamente assorbiti, il verde ed il bleu sono deboli. Quest'identico spettro d'assorbimento atmosferico io osservai a Modena nel crepuscolo rosso del 27 febbraio 1877.

« Nello spettro della luce rosea non si sono viste altre righe oscure che le ordinarie prodotte dall'assorbimento atmosferico, ma però assai forti. Sul sole, prima o dopo il crepuscolo roseo, sulla luna immersa nella luce rosea col telespettroscopio non ho osservato altri assorbimenti, o righe, diversi da quelli ordinari dell'atmosfera, e ciò anche quando la luna appa-

riva verdognola: sicura prova che quel colore era fenomeno puramente fisiologico.

« Dunque i così detti crepuscoli rosei differiscono dai comuni crepuscoli rossi solo per l'intensità maggiore dei primi.

« Però coi crepuscoli rosei si presentò il fenomeno nuovo della grande corona attorno al sole, tuttora persistente, e l'altra forma del fenomeno stesso, ossia l'arcone, sovrastante al sole sotto l'orizzonte, più debole dal marzo 1884 in poi, ora debolissimo, e spesso invisibile.

« Questo fenomeno essendo prodotto da diffrazione induce ad ammettere la presenza nell'atmosfera, a grande altezza, di una polvere tenuissima.

« Tale polvere, aumentando la quantità di luce riflessa dell'atmosfera, spiegherebbe anche l'insolita intensità dei crepuscoli.

« Da 30 osservazioni dei crepuscoli ho potuto ricavare i dati per calcolare la distanza del sole dall'orizzonte al momento dell'apparizione o della scomparsa delle luci rosee 1ª e 2ª dietro ai monti, e la distanza del sole dall'orizzonte al nascere ed al tramontare di quelle luci *all'orizzonte*, tenuto conto della rifrazione atmosferica; inoltre ho calcolato l'altezza od altitudine delle luci stesse, sempre tenendo conto completo della rifrazione atmosferica. Riunendo assieme le osservazioni che presentano dati pressochè eguali, ho formato 16 gruppi che mi hanno dato 14 determinazioni dell'altezza della 1ª luce rosea e 6 della 2ª.

« L'altezza trovata (per il momento della scomparsa dietro i monti) fu in media, tenendo conto del peso delle singole determinazioni, per la 1ª luce rosea di chilometri 18,2 per la 2ª luce rosea di chilometri 85,2.

« Per 1ª luce rosea al mattino da una sola osservazione si ebbe al suo nascere la depressione del sole di 10°,8 e l'altezza di chilometri 23,6.

« Calcolate l'altezze delle luci rosee 1ª e 2ª corrispondentemente alle loro altezze angolari trovate ad istanti diversi dal nascere o dal tramontare, in 15 casi, meno 3, risultarono valori sensibilmente tanto più grandi quanto più il sole era sotto l'orizzonte: certamente in grazia della maggior oscurità che rende visibili le più deboli e più alte parti dei segmenti rosei.

« Osservando il nascere della luce rosea a mare, non vedesi a spuntar proprio dall'orizzonte marino, ma bensì ad un'altezza di alcuni gradi, al disopra dello strato di aria più densa e vapori che occupano l'infimo orizzonte. Dunque nemmeno in questo caso si può ottenere la massima altezza della luce rosea.

« Insomma colle osservazioni del nascere e del tramontare della luce rosea non si ottiene l'altezza del limite superiore dello strato di materia riflettente: questo essendo di certo estremamente diffuso, si ottiene l'altezza dello strato che ha tale densità da poter riflettere tanto della luce solare, che, dopo attraversata l'atmosfera con grande obliquità e lungo cammino nelle regioni più basse e meno trasparenti, sia ancora capace di superare

sensibilmente per l' occhio dell'osservatore la luce crepuscolare generale, o meglio del fondo di cielo su cui proiettasi la detta luce rosea.

« Pertanto la media trovata di chilometri 23,6 per la 1ª luce rosea è certamente inferiore alla altezza media del limite superiore dello strato riflettente.

« Quanto all' altezza trovata per la 2ª luce rosea, non avrebbe alcun significato se, come pare dimostrato specialmente dall'essere per il suo tramontare all'orizzonte la depressione del sole doppia della corrispondente per la 1ª luce rosea, la 2ª luce rosea non è che un riflesso della 1ª.

« L'altezza trovata per la 1ª luce rosea andò in generale decrescendo dal 3 dicembre in poi: nel crepuscolo vespertino di quel giorno risultò di chilom. 27, scese a 12 al 5 e 6 febbraio e 13 al 13 aprile. Ciò indicherebbe che lo strato riflettente andò abbassandosi di mano in mano.

« Per vedere se si potesse accertare col fatto la caduta di una polvere particolare durante e dopo il periodo dei grandi crepuscoli rosei, ho istituita una serie di osservazioni microscopiche dei seguenti oggetti:

(*a*) Deposito grossolano dell' acqua di un evaporimetro Gasparin, esposto all'aria libera sul terrazzo dell' Osservatorio all'altezza di 76,6 m. dal mare e di 46 m. sul suolo circostante: quest'acqua non era stata rinnovata dal 9 novembre 1883 al 3 gennaio 1884, giorno in cui fu levata.

(*b*) Deposito più fino dell'acqua stessa dopo tre mesi di riposo.

(*c*) Polvere raccolta nelle grondaie dell' Osservatorio al 20 dicembre 1884.

(*d*) Deposito dell' acqua della pioggia del 19-20 febbraio 1884, raccolta nel pluviometro sul terrazzo dell' Osservatorio, lasciata per 3 mesi in riposo.

« Questi oggetti furono confrontati con:

(*e*) Polvere di spato calcare.

(*f*) Polvere di quarzo.

(*g*) Polvere di feldspato.

(*h*) Polvere di selce.

(*i*) Polvere delle strade portata dal vento sui terrazzi.

(*l*) Polvere sciroccale.

(*m*) Ceneri del Krakatoa, favoritemi dal direttore dell' Ufficio centrale di meteorologia, prof. Tacchini.

« Si fecero anche osservazioni polariscopiche di tutti i saggi.

« I saggi dei depositi (*a*), (*b*), (*c*), (*d*) furono trattati coll' acido cloridrico e quindi esaminati di nuovo.

« La conclusione di queste osservazioni fu che nei depositi atmosferici (*a*), (*b*), (*c*), (*d*), non vi è traccia sensibile di alcuna polvere nuova e particolarmente che non vi sono traccie riconoscibili di cenere vulcanica.

« Ho avuto l'onore che questa mia conclusione fu confermata da quella

dell' insigne geologo e vulcanologo comm. prof. Gemmellaro per il deposito (*a*); da quella del chm̃o direttore della stazione agraria di Palermo dott. Danesi per i depositi (*a*), (*b*), (*c*), (*d*); da quella del chm̃o dott. Bonizzi, prof. di storia naturale nell' istituto tecnico di Modena, per il deposito (*c*) ».

Matematica. — *Sopra una classe d'equazioni differenziali lineari del quart'ordine, e sull'equazione del quinto grado.* Nota II. del prof. D. Besso, presentata dal Socio Tacchini a nome del Socio Blaserna.

II

4. « In un precedente scritto sull' equazione del quinto grado [1] ho rammentato che il Brioschi ha risolto, mediante serie ipergeometriche, l' equazione:

$$y^6+10y^3-12\chi y+5=0 \qquad (a)$$

e che, per mezzo delle radici di questa si possono esprimere, razionalmente, i quadrati delle radici d'un' equazione del quinto grado, alla quale può essere ridotta, per via di radicali, l' equazione generale. Propriamente, indicate con y, y_0, y_1, y_2, y_3, y_4 le radici della (a) e posto:

$$t_r=\frac{1}{\sqrt[4]{5}}\left[(y-y_r)(y_{r+2}-y_{r+3})(y_{r+4}-y_{r+1})\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (r=0,1,2,3,4,\ y_{5+r}=y_r)$$

il Brioschi ha dimostrato che le t sono le radici della:

$$t^5+10t^3+45t-x=0 \qquad (\mathrm{I})$$

in cui la variabile x è legata alla χ dalla:

$$x^2+1728=1728\chi^3 \ [2].$$

5. « Derivando la (I) si ottiene:

$$t'=\frac{1}{5}u^2 \qquad (1)$$

quando si ponga:

$$u=\frac{1}{t^2+3} \qquad (2)$$

« L' equazione che ha per radici le u è:

$$\xi u^5-40u^2-5u-1=0 \qquad (\mathrm{II})$$

in cui:

$$\xi=x^2+1728,$$

(1) Memorie della R. Accademia dei Lincei, Vol. XIX.

(2) Sulla riduzione dell' equazione generale del quinto grado alla forma (I) si può vedere la Memoria del Gordan: *Ueber die Auflösung der Gleichungen vom fünften Grade* (Mathematische Annalen, 13) e quella del sig. Kiepert: *Auflösung der Gleichungen fünften Grades* (Borchardt, 87).

e si ha:

$$t=\frac{xu^2}{24u^2+4u+1}=\frac{1}{x}\xi(-8u^4-4u^3+u^2)+\frac{320}{x}u+\frac{128}{x}. \qquad (3)$$

« Ora dalle (1) (2) si ricavano le:

$$\left.\begin{aligned}\frac{5}{2}u' &= -u^4 t\\ \frac{25}{2}u'' &= 7u^6-24u^7\\ \frac{125}{168}u''' &= (-u^9+4u^{10})t\\ \frac{625}{168}u^{IV} &= 17u^{11}-130u^{12}+240u^{13}\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

i secondi membri delle quali si possono trasformare in funzioni intere di u, del quarto grado, per mezzo delle (II) (3), e così si ottiene:

$$\frac{5}{2}xu'=72u^4-12u^3-u^2-u\,,$$

$$\frac{25}{2}\xi u''=-960u^4+160u^3+11u^2+7u\,,$$

$$\frac{125}{168}x\xi^2u'''=(200\xi-460\,800)u^4+(76800-33\xi)u^3+$$
$$+(4960-2\xi)u^2+(3320-\xi)u-8\,,$$

$$\frac{625}{168}\xi^3u^{IV}=(15360000-4450\xi)u^4+(-2560000+725\xi)u^3+$$
$$+(40\xi-160000)u^2+(17\xi-110000)u+400.$$

« L'eliminazione delle u^2, u^3, u^4 da queste quattro equazioni, conduce all'equazione differenziale lineare del quart' ordine:

$$\left.\begin{aligned}(x^2+1728)^2u^{IV}+10x(x^2+1728)u'''+\frac{1}{10}(246x^2+156288)u''+\\ +\frac{69}{5}xu'+\frac{384}{625}u=0\end{aligned}\right\} \quad (III)$$

la quale è soddisfatta dalle radici della (II).

6. « L'equazione differenziale ora ottenuta coincide con quella considerata al n. 2, per:

$$A=1,\quad B=0,\quad C=1728,\quad b=\frac{41}{20},\quad h=\frac{16}{625},\quad g=\frac{14592}{10},$$

coi quali valori si trova:

$$x^2=-1728z,\qquad \mu=\begin{cases}\frac{1}{3}\\ \frac{2}{3}\end{cases}.$$

« Prendendo $\mu=\frac{1}{3}$ le due equazioni ipergeometriche divengono:

$$z(1-z)\frac{d^2y}{dz^2}+\left(\frac{1}{2}-\frac{7}{6}z\right)\frac{dy}{dz}+\frac{11}{3600}y=0$$

$$z(1-z)\frac{d^2\eta}{dz^2}+\left(\frac{1}{2}-\frac{7}{6}z\right)\frac{d\eta}{dz}+\frac{119}{3600}\eta=0$$

per la prima delle quali è:

$$\alpha=\frac{11}{60},\quad \beta=-\frac{1}{60},\quad \gamma=\frac{1}{2},$$

e, per la seconda:

$$\alpha=\frac{17}{60},\quad \beta=-\frac{7}{60},\quad \gamma=\frac{1}{2}.$$

« Perciò, posto:

$$\left.\begin{aligned} f_1&=\mathrm{F}\left(\frac{11}{60},-\frac{1}{60},\ \frac{1}{2},z\right)\\ f_2&=\mathrm{F}\left(\frac{41}{60},\ \frac{29}{60},\ \frac{3}{2},z\right)\\ \varphi_1&=\mathrm{F}\left(\frac{17}{60},-\frac{7}{60},\ \frac{1}{2},z\right)\\ \varphi_2&=\mathrm{F}\left(\frac{47}{60},\ \frac{23}{60},\ \frac{3}{2},z\right)\end{aligned}\right\}(6)\qquad \left.\begin{aligned} \mathrm{F}_1&=\mathrm{F}\left(\frac{11}{60},\frac{41}{60},\frac{6}{5},\frac{1}{z}\right)\\ \mathrm{F}_2&=\mathrm{F}\left(-\frac{1}{60},\frac{29}{60},\frac{4}{5},\frac{1}{z}\right)\\ \Phi_1&=\mathrm{F}\left(\frac{17}{60},\frac{47}{60},\frac{7}{5},\frac{1}{z}\right)\\ \Phi_2&=\mathrm{F}\left(-\frac{7}{60},\frac{23}{60},\frac{3}{5},\frac{1}{z}\right)\end{aligned}\right\}(6')$$

si avrà, per $\mathrm{mod}\, z<1$:

$$y_1=f_1\,,\qquad y_2=z^{\frac{1}{2}}f_2\,,$$

$$\eta_1=\varphi_1\,,\qquad \eta_2=z^{\frac{1}{2}}\varphi_2\,,$$

e, per $\mathrm{mod}\, z>1$:

$$y_1=z^{-\frac{11}{60}}\mathrm{F}_1\,,\qquad y_2=z^{\frac{1}{60}}\mathrm{F}_2\,,$$

$$\eta_1=z^{-\frac{17}{60}}\Phi_1\,,\qquad \eta_2=z^{\frac{7}{60}}\Phi_2\,.$$

« In conseguenza l'equazione del quart' ordine (III) avrà i quattro integrali fondamentali:

$$(1-z)^{-\frac{1}{3}}f_1\varphi_1\,,\quad (1-z)^{-\frac{1}{3}}z^{\frac{1}{2}}f_2\varphi_1\,,\quad (1-z)^{-\frac{1}{3}}z^{\frac{1}{2}}f_1\varphi_2\,,\quad (1-z)^{-\frac{1}{3}}z f_2\varphi_2\,,$$

per $\mathrm{mod}\, z<1$; e:

$$\left(1-\frac{1}{z}\right)^{-\frac{1}{3}}z^{-\frac{4}{5}}\mathrm{F}_1\Phi_1,\left(1-\frac{1}{z}\right)^{-\frac{1}{3}}z^{-\frac{3}{5}}\mathrm{F}_2\Phi_1,\left(1-\frac{1}{z}\right)^{-\frac{1}{3}}z^{-\frac{2}{5}}\mathrm{F}_1\Phi_2,\left(1-\frac{1}{z}\right)^{-\frac{1}{3}}z^{-\frac{1}{5}}\mathrm{F}_2\Phi_2,$$

per $\mathrm{mod}\, z>1$.

7. « Risulta da quanto precede che, per $\mathrm{mod}\, z\leq 1$ (escluso $z=1$), le radici della:

$$1728\,(1-z)\,u^5-40\,u^2-5u-1=0$$

hanno la forma:

$$u_r=(1-z)^{-\frac{1}{3}}\left(a_r f_1\varphi_1+z^{\frac{1}{2}}b_r f_2\varphi_1+z^{\frac{1}{2}}c_r f_1\varphi_2+z d_r f_2\varphi_2\right)$$

in cui le $f_1, f_2, \varphi_1, \varphi_2$ sono date dalle (6) e le a, b, c, d significano costanti.

« Queste espressioni delle u si possono mettere nella forma:

$$u_r=a_r+e_r z^{\frac{1}{2}}+g_r z+h_r z^{\frac{3}{2}}+\ldots.$$

nella quale:

$$\left.\begin{array}{l} e_r = b_r + c_r\,, \qquad g_r = \frac{47}{180} a_r + d_r \\ h_r = \frac{1}{675} (329 b_r + 356 c_r \end{array}\right\} \quad (7)$$

epperciò si ha:

$$a_r = (u_r)_0\,, \quad e_r = -\,i\,(1728)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{du_r}{dx}\right)_0\,,$$

$$g_r = -\frac{1}{2}\,.\,1728 \left(\frac{d^2 u_r}{dx^2}\right)_0\,, \quad h_r = \frac{1}{6}\,i\,(1728)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{d^3 u_r}{dx^3}\right)_0\,.$$

« Ora, mediante le (4) e i valori delle u per $x=0$, i quali sono:

$$(u_0)_0 = \frac{1}{3}\,, \quad (u_1)_0 = (u_2)_0 = \frac{-1+i\sqrt{5}}{12}\,, \quad (u_3)_0 = (u_4)_0 = \frac{-1-i\sqrt{5}}{12}\,,$$

si otterranno i valori delle e, g, h, per mezzo dei quali si calcoleranno colle (7) le b, c, d; e ponendo:

$$\frac{-1+i\sqrt{5}}{12} = \lambda'\,, \qquad \frac{1}{648}\,i\sqrt{\frac{35+22\,i\sqrt{5}}{75}} = \mu'\,,$$

$$\frac{-1-i\sqrt{5}}{12} = \lambda''\,, \qquad \frac{1}{648}\,i\sqrt{\frac{35-22\,i\sqrt{5}}{75}} = \mu''\,,$$

si troverà:

$$u_0 = (1-z)^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3} f_1 \varphi_1 + \frac{7}{900}\, z f_2 \varphi_2\right),$$

$$u_1 = (1-z)^{-\frac{1}{3}} \left\{ \lambda' f_1\varphi_1 + \mu' \left[(5-7i\sqrt{5}) f_2\varphi_1 + (49+7i\sqrt{5}) f_1 \varphi_2 \right] z^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{300} \lambda'' z f_2 \varphi_2 \right\}$$

$$u_2 = (1-z)^{-\frac{1}{3}} \left\{ \lambda' f_1\varphi_1 - \mu' \left[(5-7i\sqrt{5}) f_2\varphi_1 + (49+7i\sqrt{5}) f_1 \varphi_2 \right] z^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{300} \lambda'' z f_2 \varphi_2 \right\}$$

$$u_3 = (1-z)^{-\frac{1}{3}} \left\{ \lambda'' f_1\varphi_1 - \mu'' \left[(5+7i\sqrt{5}) f_2\varphi_1 + (49-7i\sqrt{5}) f_1 \varphi_2 \right] z^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{300} \lambda' z f_2 \varphi_2 \right\}$$

$$u_4 = (1-z)^{-\frac{1}{3}} \left\{ \lambda'' f_1\varphi_1 + \mu'' \left[(5+7i\sqrt{5}) f_2\varphi_1 + (49-7i\sqrt{5}) f_1 \varphi_2 \right] z^{\frac{1}{2}} + \frac{7}{300} \lambda' z f_2 \varphi_2 \right\}.$$

« 8. Per $\mathrm{mod}\, z \geq 1$, escluso $z=1$, le radici della (II) hanno la forma:

$$u_r = \left(1 - \frac{1}{z}\right)^{-\frac{1}{3}} \left(\mathrm{A}_r z^{-\frac{4}{5}} \mathrm{F}_1 \Phi_1 + \mathrm{B}_r z^{-\frac{3}{5}} \mathrm{F}_2 \Phi_1 + \mathrm{C}_r z^{-\frac{2}{5}} \mathrm{F}_1 \Phi_2 + \mathrm{D}_r z^{-\frac{1}{5}} \mathrm{F}_2 \Phi_2 \right)$$

in cui le F_1, F_2, Φ_1, Φ_2 sono date dalle (6′) e le A, B, C, D significano costanti.

« È chiaro quindi che, posto:

$$z = \tau^{-5},$$

si ha, per $\mathrm{mod}\, \tau \leq 1$:

$$u_r = \mathrm{D}_r \tau + \mathrm{C}_r \tau^2 + \mathrm{B}_r \tau^3 + \mathrm{A}_r \tau^4 + \ldots\ldots$$

« Perciò, fatti gli sviluppi, ed eguagliati i coefficienti delle eguali potenze di τ nei due membri della:

$$1728\,(1-\tau^{-5})\,u^5 = 40u^2 - 5u - 1$$

si troverà:

$$-1728 D_r^5 = 1\,, \qquad -5\,.\,1728 D_r^4 C_r = 5 D_r$$

$$-1728\,(5D_r^4 B_r + 10 D_r^3 C_r^2) = 40 D_r^2 + 5 C_r\,,$$

$$-1728\,(5D_r^4 A_r + 20 D_r^3 C_r B_r + 10 D_r^2 C_r^3) = 80 D_r C_r + 5 B_r\,,$$

e in conseguenza:

$$A_r = -7K^4 \varepsilon_r^4\,, \qquad B_r = 7K^3 \varepsilon_r^3\,, \qquad C_r = K^2 \varepsilon_r^2\,, \qquad D_r = K\varepsilon_r\,,$$

nelle quali ε_r significa una radice quinta dell'unità negativa e:

$$K = \frac{1}{\sqrt[5]{1728}}\,.$$

Matematica. — *Sulle equazioni trinomie e, in particolare, su quelle del settimo grado.* Nota del prof. D. Besso, presentata dal Socio Tacchini a nome del Socio Blaserna.

I

1. « Rammento che i sig.ri Rawson e Harley hanno dato il seguente metodo per la ricerca dell'equazione differenziale lineare soddisfatta dalle potenze r^{me}. delle radici della:

$$y^n + y^m - x = 0 \qquad (\alpha) \qquad (^1)$$

nella quale suppongo n ed m primi fra loro ed $n > m$.

« Dalla (α) si ricavano due equazioni: l'una, colla derivazione e la moltiplicazione per y^r, l'altra moltiplicando la stessa (α) per $y^{r-1}y'$; e da queste due equazioni, ponendo:

$$u_h = \frac{1}{h} y^h,$$

risulta:

$$u'_{r+m} = \frac{n}{n-m} x u'_r - \frac{r}{n-m} u_r,$$

$$u'_{r+n} = -\frac{m}{n-m} x u'_r + \frac{r}{n-m} u_r.$$

« Ora, colla derivazione, si ottengono le:

$$u_{r+m}^{(h)} = \frac{n}{n-m} x u_r^{(h)} + \frac{(h-1)n - r}{n-m} u_r^{(h-1)} \qquad \text{I}$$

$$u_{r+n}^{(h)} = -\frac{m}{n-m} x u_r^{(h)} + \frac{r-(h-1)m}{n-m} u_r^{(h-1)} \qquad \text{II}$$

(1) *On a New Method of Determining the Differential Resolvents of Algebraical Equations*, by Robert Rawson; *Addendum*, by the Rev. Robert Harley (Proceedings of the London Mathematical Society, Vol. IX).

la prima delle quali permette di esprimere la $u^{(n)}_{r+nm}$ in funzione lineare delle $u_r^{(n)}, u_r^{(n-1)}, \dots u_r', u_r$; mentre, colla seconda, si può esprimere la stessa $u^{(n)}_{r+mn}$ in funzione lineare delle $u_r^{(n)}, u_r^{(n-1)}, \dots u_r^{(n-m)}$. Eguagliando le due espressioni di $u^{(n)}_{r+mn}$ si ottiene un' equazione differenziale lineare omogenea dell' ordine n^{mo}. soddisfatta dalle potenze r^{ne}. delle radici della (α).

2. « Ma, modificando un poco questo processo, si può ottenere direttamente, per alcuni valori di r, un'equazione dell' ordine $(n-1)^{mo}$. Infatti dalla (I) si ricava, per la $u^{(n-1)}_{r+nm}$, un'espressione della forma:

$$D_{n-1}\, x^n u_r^{(n-1)} + D_{n-2}\, x^{n-1} u_r^{n-2} + \dots + D_1 x^2 u_r' + D_0 x u_r + E u_{r+2},$$

nella quale le D e la E significano costanti; e si ha in particolare:

$$D_{n-1} = \left(\frac{n}{n-m}\right)^n, \qquad D_{n-2} = \frac{n^{n-1}}{(n-m)^n}\left(n^2(n-2) - rn - m\,\frac{n(n-1)}{2}\right),$$

$$E = -\frac{1}{(n-m)^{n-1}}(m+r)(n-2m-r)(2n-3m-r)\dots\Big(n(n-2)-m(n-1)-r\Big).$$

« Similmente si ricava dalla (II):

$$u^{(n-1)}_{r+nm} = G_{n-1} x^m u_r^{(n-1)} + G_{n-2} x^{m-1} u^{(n-2)} + \dots + G_{n-m} x u_r^{(n-m)} + G_{n-m-1} u_r^{(n-m-1)},$$

in cui le G significano costanti, e, in particolare:

$$G_{n-1} = \left(\frac{m}{n-m}\right)^m (-1)^m,$$

$$G_{n-2} = \frac{m^{m-1}}{(n-m)^m}(-1)^{m-1}\left(mr + n\,\frac{m(m-1)}{2} - m^2(n-2)\right),$$

$$G_{n-m-1} = \frac{1}{(n-m)^m}(r-n+2m)(r-2n+3m)\dots\Big(r-mn+(m+1)m\Big).$$

« Perciò, eguagliando le due espressioni di $u^{(n-1)}_{r+nm}$ si otterrà un' equazione differenziale lineare omogenea dell' ordine $(n-1)^{mo}$. per tutti quei valori di r i quali annullano la E. Osservando inoltre che, pei valori di r della serie:

$$n-2m, \quad 2n-3m, \quad \dots \quad (m-1)n-m^2, \quad mn-(m+1)m,$$

si annullano insieme la E e la G_{n-m-1}, è chiaro che, per questi valori, l'equazione differenziale ha la forma:

$$\left.\begin{aligned} &\left(D_{n-1} x^{n-1} - G_{n-1} x^{m-1}\right)u_r^{(n-1)} + \left(D_{n-2} x^{n-2} - G_{n-2} x^{m-2}\right)u_r^{(n-2)} + \dots \\ &+ \left(D_{n-m} x^{n-m} - G_{n-m}\right)u_r^{(n-m)} + D_{n-m-1} x^{n-m-1} u_r^{(n-m-1)} + \dots \\ &+ D_1 x u_r' + D_0 u_r = 0 \end{aligned}\right\} \quad A$$

3. « Le equazioni di questa forma si possono, in generale, integrare mediante serie ipergeometriche dell' ordine $(n-2)^o$. come si riconosce facilmente colla sostituzione

$$\xi = \frac{D_{n-1}}{G_{n-1}}\, x^{n-m}.$$

« Ma non è necessario di effettuare la trasformazione per determinare le a e le b che entrano rispettivamente nel numeratore e nel denominatore di ciascun termine della serie ipergeometrica fondamentale. Si trova infatti, direttamente, che le a sono date dalla:

$$(n-m)^{n-1}\,D_{n-1}\,(s+a_1)\,(s+a_2)\ldots(s+a_{n-1})=D_0+$$
$$+\sum_{h=0}^{h=n-2}(n-m)s\Big((n-m)\,s-1\Big)\ldots\Big((n-m)\,s-h\Big)\,D_{h+1}$$

e le b dalla:

$$(n-m)^{n-2}\,G_{n-1}\,(s+b_1)\,(s+b_2)\ldots(s+b_{n-2})=$$
$$=\sum_{h=n-m-1}^{h=n-2}\Big((n-m)s+n-m-1\Big)\Big((n-m)s+n-m-2\Big)\ldots\Big((n-m)s+n-m-h\Big)G_{h+1}$$

(B)

« Ora, per ciascun valore particolare di m, si possono facilmente calcolare le G, e si può quindi assicurarsi se le b, ricavate dalla precedente equazione, soddisfacciano alle due condizioni: che nessuna di esse sia un intero negativo o nullo, e che nessuna delle: $b_\lambda+1-b_\mu$, $2-b_\mu$ sia un intero negativo o nullo, soddisfatte le quali l'equazione differenziale ammette, per $\mathrm{mod}\,\xi<1$, l'integrale

$$F\begin{pmatrix}a_1, & a_2, & \ldots a_{n-1}, & \xi\\ b_1, & b_2, & \ldots b_{n-2}, & \end{pmatrix},$$

e gli altri $n-2$ integrali dati dalla formola:

$$\xi^{1-b_\mu}F\begin{pmatrix}a_{1,\mu}, & a_{2,\mu}, & \ldots\, a_{n-1,\mu}, & \xi\\ b_{1,\mu}, & b_{2,\mu}, & \ldots\, b_{n-2,\mu}, & \end{pmatrix}$$

nella quale:

$$a_{\lambda,\mu}=a_\lambda+1-b_\mu\,,\qquad b_{\lambda,\mu}=\begin{cases}b_\lambda+1-b_\mu\\ 2-b_\mu\end{cases}\ (^1).$$

« Così p. e. si trova:

m	r	$b_1,\ b_2,\ \ldots\ b_{n-2}$
2	$n-4$	$\frac{1}{n-2},\frac{2}{n-2},\ldots\frac{n-3}{n-2},\frac{n}{2(n-2)}$
3	$n-6$	$\frac{1}{n-3},\frac{2}{n-3},\ldots\frac{n-4}{n-3},\frac{n}{3(n-3)},\frac{2n-3}{3(n-3)}$
4	$n-8$	$\frac{1}{n-4},\frac{2}{n-4},\ldots\frac{n-5}{n-4},\frac{n}{4(n-4)},\frac{2n-4}{4(n-4)},\frac{3n-8}{4(n-4)}$.

II

4. « Le equazioni trinomie del settimo grado si possono ridurre alle tre forme che sono comprese nella (α) per $m=1$, $m=2$, ed $m=3$, la prima delle quali appartiene a quella classe d'equazioni trinomie che, nella Memoria ora citata, è stata risolta per serie ipergeometriche.

(1) Cf. la Memoria: *Sopra una classe d'equazioni trinomie* (Memorie della R. Accademia dei Lincei, Vol. XIX).

« Col metodo esposto al n° 1 si trova che le radici della:

$$y^7 + y^2 - x = 0 \tag{1}$$

soddisfanno ad un' equazione differenziale lineare del settimo ordine, la quale può essere messa nella forma:

$$(x\mathrm{W})' + \mathrm{W} = 0$$

quando si ponga:

$$\mathrm{W} = \left(\alpha^7 x^6 - \frac{4}{25}x\right) y^{\mathrm{VI}} + \left(27\alpha^7 x^5 - \frac{18}{25}\right) y^{\mathrm{V}} + 333\alpha^6 x^4 y^{\mathrm{IV}} + 1134\alpha^6 x^3 y''' + \\ + \frac{47574}{25}\alpha^5 x^2 y'' + \frac{18144}{25}\alpha^4 x y' - \frac{1}{5^7} . 3332448 y$$

nella quale α sta al posto di $\frac{7}{5}$.

« Ora quest' equazione differenziale equivale alla $\mathrm{W} = \mathrm{C}x^{-2}$, nella quale C significa una costante, che dev' essere eguale a zero; perciò le radici della (1) soddisfanno all' equazione differenziale lineare omogenea del sest' ordine:

$$\mathrm{W} = 0 .$$

« Osservando che quest'equazione è della forma (A) e ponendo

$$\xi = \frac{7^7}{4 . 5^5} x^5,$$

si troverà, mediante le (B), ch'essa è soddisfatta, per mod $\xi < 1$, dalla:

$$\mathrm{F}\left(\begin{matrix} -\frac{1}{35}, \frac{4}{35}, \frac{9}{35}, \frac{19}{35}, \frac{24}{35}, \frac{29}{35}, \\ \frac{2}{10}, \frac{4}{10}, \frac{6}{10}, \frac{8}{10}, \frac{9}{10}, \end{matrix} \;\xi\right).$$

« Si troverà poi che, posto:

$$f_1 = \mathrm{F}\left(\begin{matrix} -\frac{1}{35}, \frac{4}{35}, \frac{9}{35}, \frac{19}{35}, \frac{24}{35}, \frac{29}{35}, \\ \frac{2}{10}, \frac{4}{10}, \frac{6}{10}, \frac{8}{10}, \frac{9}{10}, \end{matrix} \;\xi\right) \qquad \mathrm{F}_1 = \mathrm{F}\left(\begin{matrix} -\frac{2}{70}, \frac{5}{70}, \frac{12}{70}, \frac{26}{70}, \frac{40}{70}, \frac{54}{70}, \\ \frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \end{matrix} \;\frac{1}{\xi}\right)$$

$$f_2 = \mathrm{F}\left(\begin{matrix} \frac{5}{70}, \frac{15}{70}, \frac{25}{70}, \frac{45}{70}, \frac{55}{70}, \frac{65}{70}, \\ \frac{3}{10}, \frac{5}{10}, \frac{7}{18}, \frac{9}{10}, \frac{11}{10}, \end{matrix} \;\xi\right) \qquad \mathrm{F}_2 = \mathrm{F}\left(\begin{matrix} \frac{8}{70}, \frac{15}{70}, \frac{22}{70}, \frac{36}{70}, \frac{50}{70}, \frac{64}{70}, \\ \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{6}{7}, \frac{8}{7}, \end{matrix} \;\frac{1}{\xi}\right)$$

$$f_3 = \mathrm{F}\left(\begin{matrix} \frac{12}{70}, \frac{22}{70}, \frac{32}{79}, \frac{52}{70}, \frac{62}{70}, \frac{72}{70}, \\ \frac{4}{10}, \frac{6}{10}, \frac{8}{10}, \frac{11}{10}, \frac{12}{10}, \end{matrix} \;\xi\right) \qquad \mathrm{F}_3 = \mathrm{F}\left(\begin{matrix} \frac{18}{70}, \frac{25}{70}, \frac{32}{70}, \frac{46}{70}, \frac{60}{70}, \frac{74}{70}, \\ \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{8}{7}, \frac{9}{7}, \end{matrix} \;\frac{1}{\xi}\right)$$

$$f_4 = \mathrm{F}\left(\begin{matrix} \frac{26}{70}, \frac{36}{70}, \frac{46}{70}, \frac{66}{70}, \frac{76}{70}, \frac{86}{70}, \\ \frac{6}{10}, \frac{8}{10}, \frac{12}{10}, \frac{13}{10}, \frac{14}{10}, \end{matrix} \;\xi\right) \qquad \mathrm{F}_4 = \mathrm{F}\left(\begin{matrix} \frac{38}{70}, \frac{45}{70}, \frac{52}{70}, \frac{66}{70}, \frac{80}{70}, \frac{94}{70}, \\ \frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{9}{7}, \frac{10}{7}, \frac{11}{7}, \end{matrix} \;\frac{1}{\xi}\right)$$

$$f_5=F\left(\begin{matrix}\frac{40}{70},\frac{50}{70},\frac{60}{70},\frac{80}{70},\frac{90}{70},\frac{100}{70},\\ \frac{8}{10},\frac{12}{10},\frac{14}{10},\frac{15}{10},\frac{16}{10},\end{matrix}\ \xi\right) \qquad F_5=F\left(\begin{matrix}\frac{48}{70},\frac{55}{70},\frac{62}{70},\frac{76}{70},\frac{90}{70},\frac{104}{70},\\ \frac{6}{7},\frac{8}{7},\frac{10}{7},\frac{11}{7},\frac{12}{7},\end{matrix}\ \frac{1}{\xi}\right)$$

$$f_6=F\left(\begin{matrix}\frac{54}{70},\frac{64}{70},\frac{74}{70},\frac{94}{70},\frac{104}{70},\frac{114}{70},\\ \frac{12}{10},\frac{14}{10},\frac{16}{10},\frac{17}{10},\frac{18}{10},\end{matrix}\ \xi\right) \qquad F_6=F\left(\begin{matrix}\frac{58}{70},\frac{65}{70},\frac{72}{70},\frac{86}{70},\frac{100}{70},\frac{114}{70},\\ \frac{8}{7},\frac{9}{7},\frac{11}{7},\frac{12}{7},\frac{13}{7},\end{matrix}\ \frac{1}{\xi}\right)$$

le radici della (1) sono funzioni lineari a coefficienti costanti delle:

$$f_1,\ x^{\frac{1}{2}}f_2,\ xf_3,\ x^2f_4,\ x^3f_5,\ x^4f_6,$$

per $\mathrm{mod}\,\xi \leq 1$; e delle:

$$x^{\frac{1}{7}}F_1,\ x^{-\frac{4}{7}}F_2,\ x^{-\frac{9}{7}}F_3,\ x^{-\frac{19}{7}}F_4,\ x^{-\frac{24}{7}}F_5,\ x^{-\frac{29}{7}}F_6,$$

per $\mathrm{mod}\,\xi \geq 1$.

E, determinate le costanti, si troveranno nel primo caso le espressioni:

$$\left.\begin{aligned} y_{0,1}&=x^{\frac{1}{2}}f_2-\frac{1}{2}x^3f_5\\ y_{0,2}&=-x^{\frac{1}{2}}f_2-\frac{1}{2}x^3f_5\\ y_r&=\varepsilon_r f_1+\frac{1}{5}\varepsilon_r^4 xf_3+\frac{4}{25}\varepsilon_r^2x^2f_4+\frac{1}{5}x^3f_5-\frac{187}{625}\varepsilon_r^3x^4f_6,\end{aligned}\right\}$$

nelle quali ε_r significa una radice quinta dell'unità negativa; e, nel secondo, le:

$$y_r=\delta_r x^{\frac{1}{7}}F_1-\frac{1}{7}\delta_r^3x^{-\frac{4}{7}}F_2-\frac{1}{7^2}\delta_r^5x^{-\frac{9}{7}}F_3+\frac{5}{7^4}\delta_r^2x^{-\frac{19}{7}}F_4+\frac{17}{7^5}\delta_r^4x^{-\frac{24}{7}}F_5+$$
$$+\frac{22}{7^6}\delta_r^6x^{-\frac{29}{7}}F_6,$$

nelle quali le δ significano le radici settime dell'unità.

5. « Applicando il metodo del n° 2 si trova che le radici dell'equazione:

$$y^7+y^3-x=0 \qquad (2)$$

soddisfanno alla:

$$\left.\begin{aligned}&\left(\beta^7x^6+\frac{27}{64}x^2\right)y^{\mathrm{VI}}+\left(\frac{1}{4}\cdot\beta^6.175x^5+\frac{189}{64}x\right)y^{\mathrm{V}}+\left(\frac{1}{4^2}\beta^5.9912x^4+\frac{231}{64}\right)y^{\mathrm{IV}}+\\ &\qquad+\frac{1}{4^3}\beta^4.214830x^3y'''+\frac{1}{4^4}\cdot\beta^3.1615845x^2y''+\\ &\qquad+\frac{1}{4^5}\cdot\beta^2.2678445xy'-\frac{1}{4^6}\cdot\beta.216315\,y=0\end{aligned}\right\}$$

nella quale β sta al posto di $\frac{7}{4}$.

« Per quest' equazione si ha:

$$a_1 = -\frac{1}{28},\quad a_2 = \frac{3}{28},\quad a_3 = \frac{11}{28},\quad a_4 = \frac{15}{28},\quad a_5 = \frac{19}{28},\quad \alpha_6 = \frac{23}{28},$$

$$b_1 = \frac{3}{12},\quad b_2 = \frac{6}{12},\quad b_3 = \frac{7}{12},\quad b_4 = \frac{9}{12},\quad b_5 = \frac{11}{12},$$

$$\xi = -\frac{7^7}{3^3 . 4^4} x^4 .$$

« In conseguenza, posto:

$$\varphi_1 = F\left(\begin{matrix} -\frac{1}{28}, \frac{3}{28}, \frac{11}{28}, \frac{15}{28}, \frac{19}{28}, \frac{23}{28}, \\ \frac{3}{12}, \frac{6}{12}, \frac{7}{12}, \frac{9}{12}, \frac{11}{12}, \end{matrix}\ \xi\right) \qquad \Phi_1 = F\left(\begin{matrix} -\frac{3}{84}, \frac{4}{84}, \frac{18}{84}, \frac{32}{84}, \frac{39}{84}, \frac{60}{84}, 1 \\ \frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{6}{7}, \end{matrix}\ \xi\right)$$

$$\varphi_2 = F\left(\begin{matrix} \frac{4}{84}, \frac{16}{84}, \frac{40}{84}, \frac{52}{84}, \frac{64}{84}, \frac{76}{84}, \\ \frac{4}{12}, \frac{7}{12}, \frac{8}{12}, \frac{10}{12}, \frac{13}{12}, \end{matrix}\ \xi\right) \qquad \Phi_2 = F\left(\begin{matrix} \frac{9}{84}, \frac{16}{84}, \frac{30}{84}, \frac{44}{84}, \frac{51}{84}, \frac{72}{84}, 1 \\ \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{8}{7}, \end{matrix}\ \xi\right)$$

$$\varphi_3 = F\left(\begin{matrix} \frac{18}{84}, \frac{30}{84}, \frac{54}{84}, \frac{66}{84}, \frac{78}{84}, \frac{90}{84}, \\ \frac{6}{12}, \frac{9}{12}, \frac{10}{12}, \frac{14}{12}, \frac{15}{12}, \end{matrix}\ \xi\right) \qquad \Phi_3 = F\left(\begin{matrix} \frac{33}{84}, \frac{40}{84}, \frac{54}{84}, \frac{68}{84}, \frac{75}{84}, \frac{96}{84}, 1 \\ \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{9}{7}, \frac{10}{7}, \end{matrix}\ \xi\right)$$

$$\varphi_4 = F\left(\begin{matrix} \frac{32}{84}, \frac{44}{84}, \frac{68}{84}, \frac{80}{84}, \frac{92}{84}, \frac{104}{84}, \\ \frac{8}{12}, \frac{11}{12}, \frac{14}{12}, \frac{16}{12}, \frac{17}{12}, \end{matrix}\ \xi\right) \qquad \Phi_4 = F\left(\begin{matrix} \frac{45}{84}, \frac{52}{84}, \frac{66}{84}, \frac{80}{84}, \frac{87}{84}, \frac{108}{84}, 1 \\ \frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{8}{7}, \frac{10}{7}, \frac{11}{7}, \end{matrix}\ \xi\right)$$

$$\varphi_5 = F\left(\begin{matrix} \frac{39}{84}, \frac{51}{84}, \frac{75}{84}, \frac{87}{84}, \frac{99}{84}, \frac{111}{84}, \\ \frac{9}{12}, \frac{13}{12}, \frac{15}{12}, \frac{17}{12}, \frac{18}{12}, \end{matrix}\ \xi\right) \qquad \Phi_5 = F\left(\begin{matrix} \frac{57}{84}, \frac{64}{84}, \frac{78}{84}, \frac{92}{84}, \frac{99}{84}, \frac{120}{84}, 1 \\ \frac{6}{7}, \frac{8}{7}, \frac{9}{7}, \frac{11}{7}, \frac{12}{7}, \end{matrix}\ \xi\right)$$

$$\varphi_6 = F\left(\begin{matrix} \frac{60}{84}, \frac{72}{84}, \frac{96}{84}, \frac{108}{84}, \frac{120}{84}, \frac{132}{84}, \\ \frac{15}{12}, \frac{16}{12}, \frac{18}{12}, \frac{20}{12}, \frac{21}{12}, \end{matrix}\ \xi\right) \qquad \Phi_6 = F\left(\begin{matrix} \frac{69}{84}, \frac{76}{84}, \frac{90}{84}, \frac{104}{84}, \frac{111}{84}, \frac{132}{84}, 1 \\ \frac{8}{7}, \frac{9}{7}, \frac{10}{7}, \frac{12}{7}, \frac{13}{7}, \end{matrix}\ \xi\right)$$

e determinate le costanti, si troverà che le radici della (2) sono date, per $\bmod \xi \leq 1$, dalle formole:

$$\left.\begin{aligned} y_{0,1} &= x^{\frac{1}{3}} \varphi_2 - \frac{1}{3} x^{\frac{5}{3}} \varphi_4 + \frac{2}{3} x^3 \varphi_6 \\ y_{0,2} &= k x^{\frac{1}{3}} \varphi_2 - \frac{1}{3} k^2 x^{\frac{5}{3}} \varphi_4 + \frac{2}{3} x^3 \varphi_6 \\ y_{0,3} &= k^2 x^{\frac{1}{3}} \varphi_2 - \frac{1}{3} k x^{\frac{5}{3}} \varphi_4 + \frac{2}{3} x^3 \varphi_6 \\ y_r &= \lambda_r \varphi_1 + \frac{1}{4} \lambda_r^2 x \varphi_3 - \frac{9}{32} \lambda_r^3 x^2 \varphi_5 - \frac{1}{2} x^3 \varphi_6 \end{aligned}\right\}$$

nelle quali k significa una radice cubica complessa dell'unità e le λ sono le radici quarte dell'unità negativa; e, per mod$\xi \geq 1$, dalle:

$$y_r = \delta_r x^{\frac{1}{7}} \Phi_1 - \frac{1}{7} \delta_r^4 x^{-\frac{3}{7}} \Phi_2 + \frac{2}{7^3} \delta_r^3 x^{-\frac{11}{7}} \Phi_3 + \frac{2}{7^4} \delta_r^6 x^{-\frac{15}{7}} \Phi_4 -$$

$$- \frac{9}{7^5} \delta_r^2 x^{-\frac{19}{7}} \Phi_5 - \frac{24}{7^6} \delta_r^5 x^{-\frac{23}{7}} \Phi_6 .$$

Matematica. *Sopra i sistemi tripli ortogonali di Weingarten.* Nota del dott. L. Bianchi, presentata dal Socio Fiorelli a nome del Socio Betti.

1. « Dal teorema enunciato al n. 3 della mia Nota precedente [1] segue che se per ciascuna superficie pseudosferica (a curvatura costante negativa) di un sistema triplo ortogonale di Weingarten, si costruisce la superficie *complementare* rispetto ad un conveniente sistema di geodetiche parallele, si ottiene un sistema ∞^1 di superficie pseudosferiche, che fanno parte di un nuovo sistema di Weingarten. La trasformazione, a cui si assoggetta così ogni superficie pseudosferica del sistema, la indicherò col nome di *trasformazione complementare.*

« Questo risultato può notevolmente generalizzarsi, facendo uso di una interessante trasformazione stabilita dal sig. Bäcklund nella Memoria: *Om ytor med konstant negativ krökning* [2], e che include come caso particolare la trasformazione complementare. Per caratterizzare la trasformazione di Bäcklund, servono formole analoghe a quelle stabilite dal sig. Darboux nei Comptes-rendus de l'Académie 1883 per la trasformazione complementare, e qui sarà utile brevemente accennarle.

« Sia S una superficie pseudosferica di raggio $=1$ e:

$$(a) \qquad ds^2 = \cos^2\theta \, du^2 + \operatorname{sen}^2\theta \, dv^2$$

il quadrato del suo elemento lineare riferito alle linee di curvatura $u = \text{cost}^{\text{te}}$, $v = \text{cost}^{\text{te}}$, dove θ è una funzione di u, v che soddisfa, come è noto, all'equazione:

$$(b) \qquad \frac{\partial^2\theta}{\partial u^2} - \frac{\partial^2\theta}{\partial v^2} = \operatorname{sen}\theta \cos\theta .$$

« Indicando con σ una costante arbitraria si può determinare una funzione $\varphi(u,v)$ contenente, oltre σ, una costante arbitraria C, e che soddisfi

[1] V. Rendiconti, fasc. 6°. 1885.
[2] Annali della Università di Lund. T. XIX, 1883.

alle due equazioni simultanee:

$$(c)\qquad \begin{aligned} \frac{\partial\varphi}{\partial u}+\frac{\partial\theta}{\partial v} &= \frac{\operatorname{sen}\varphi\cos\theta+\operatorname{sen}\sigma\cos\varphi\operatorname{sen}\theta}{\cos\sigma} \\ \frac{\partial\varphi}{\partial v}+\frac{\partial\theta}{\partial u} &= -\frac{\cos\varphi\operatorname{sen}\theta+\operatorname{sen}\sigma\operatorname{sen}\varphi\cos\theta}{\cos\sigma}, \end{aligned}$$

poichè la condizione d'integrabilità è soddisfatta a causa della (b). D'altra parte, per le (c) stesse, anche φ soddisfa all'equazione (b), cioè:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial u^2}-\frac{\partial^2\varphi}{\partial v^2}=\operatorname{sen}\varphi\cos\varphi$$

e definisce quindi una superficie pseudosferica S' di raggio $=1$, della quale il quadrato dell'elemento lineare assume la forma:

$$ds'^2=\cos^2\varphi\,du^2+\operatorname{sen}^2\varphi\,dv^2,$$

le $u=\text{cost}^{\text{te}}$, $v=\text{cost}^{\text{te}}$ essendo anche sopra S' le linee di curvatura. Data S, per costruire la sua trasformata di Bäcklund S', basta condurre per ogni punto P di S e nel piano tangente un segmento costante $PP'=\cos\sigma$, inclinato sopra la linea $v=\text{cost}^{\text{te}}$ dell'angolo φ, che soddisfa le (b); il luogo degli estremi P' è la superficie S'.

« Per $\sigma=0$ le (b) diventano le formole citate di Darboux e la trasformazione di Bäcklund si riduce alla trasformazione complementare.

2. « Ciò posto, supponiamo dato un sistema triplo ortogonale di Weingarten, definito dalla forma (1) (Vedi Nota prec.) dell'elemento lineare dello spazio, dove la funzione θ di u, v, w soddisfa le equazioni (2) (ibid.) Se sarà possibile determinare una funzione φ di u, v, w, che, oltre alle (c), soddisfi anche all'altra:

$$(c')\qquad \frac{\partial\varphi}{\partial w}=-\frac{1}{\operatorname{sen}\sigma}\left\{\frac{\partial\theta}{\partial w}+\frac{\cos\sigma\cos\varphi}{\cos\theta}\frac{\partial^2\theta}{\partial u\partial w}+\frac{\cos\sigma\operatorname{sen}\varphi}{\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial^2\theta}{\partial v\partial w}\right\},$$

o, ciò che è lo stesso, all'equazione a differenziali totali:

$$(d)\qquad \begin{aligned} d\varphi&+\left(\frac{\partial\theta}{\partial v}-\frac{\operatorname{sen}\varphi\cos\theta+\operatorname{sen}\sigma\cos\varphi\operatorname{sen}\theta}{\cos\sigma}\right)du+ \\ &+\left(\frac{\partial\theta}{\partial u}+\frac{\cos\varphi\operatorname{sen}\theta+\operatorname{sen}\sigma\operatorname{sen}\varphi\cos\theta}{\cos\sigma}\right)dv+ \\ &+\frac{1}{\operatorname{sen}\sigma}\left(\frac{\partial\theta}{\partial w}+\frac{\cos\sigma\cos\varphi}{\cos\theta}\frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial w}+\frac{\cos\sigma\operatorname{sen}\varphi}{\operatorname{sen}\theta}\frac{\partial^2\theta}{\partial v\partial w}\right)dw=0, \end{aligned}$$

essa soddisferà altresì alle equazioni (2) citate e definirà quindi un nuovo sistema di Weingarten, che assunto a sistema di coordinate curvilinee dello spazio darà al quadrato dell'elemento lineare la forma:

$$ds^2=\cos^2\varphi\,du^2+\operatorname{sen}^2\varphi\,dv^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial w}\right)^2dw^2.$$

Ora, osservando che θ soddisfa alle (2), si trova effettivamente che le tre condizioni d'integrabilità delle (c),(c'), ossia della (d), sono soddisfatte e si

ha quindi il risultato: *Applicando a ciascuna superficie pseudosferica di un sistema di Weingarten una conveniente trasformazione di Bäcklund, si ottiene una serie* ∞^1 *di nuove superficie pseudosferiche, che fanno parte di un secondo sistema di Weingarten.*

« Così da ogni sistema noto di Weingarten, integrando le (c) (c'), si avrà un nuovo sistema della medesima specie contenente due costanti arbitrarie (σ, C).

« Rispetto a ciascuna delle equazioni (c) (c') è da notarsi che, ponendo $tang \frac{1}{2} \varphi = \Lambda$, esse riduconsi ad altrettante equazioni del tipo di Riccati e si integrano con quadrature, quando ne sia noto un integrale particolare [1].

3. « Quei sistemi tripli speciali, che ho indicato al n. 1 della Nota precedente col nome di sistemi di Weingarten a flessione costante, si comportano in modo particolare rispetto alla trasformazione di Bäcklund, cioè: *Ogni sistema di Weingarten a flessione costante si cangia per una trasformazione di Bäcklund in un nuovo sistema della stessa specie.*

« In altre parole il loro complesso forma un *gruppo*, che si cangia in sè medesimo per trasformazioni di Bäcklund. Fra questi poi i sistemi tripli ciclici di Ribaucour formano un *sottogruppo*, che si riproduce per le dette trasformazioni.

« Esaminando ora il modo, come le curve a flessione costante del sistema si trasformano in curve della medesima specie, si ha il teorema:

« *Se* C *è una curva a flessione costante* $=1$, *di cui S sia l'arco e* $\frac{1}{T}$ *la torsione, e per ogni punto* P *di* C *si conduce nel piano normale un segmento costante* $\overline{PP'} = cos\,\sigma < 1$, *inclinato sulla normale principale di un angolo* φ, *che soddisfi l'equazione differenziale*

$$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{1}{T} - \frac{1 + \cos\sigma \cos\varphi}{\operatorname{sen}\sigma},$$

la curva C′ *luogo degli estremi* P′ *ha pure la flessione costante* $=1$.

« Nel caso limite $\sigma = 0$ si deve prendere $\varphi = 0$ e, la C′ diventando il luogo dei centri di curvatura della C, si ricade in un teorema ben noto.

4. « Un sistema di Weingarten a flessione costante $= \frac{1}{R}$ è costituito da un sistema di superficie pseudosferiche di raggio R e da due sistemi di superficie, che hanno le linee di curvatura di un sistema a flessione costante $= \frac{1}{R}$. Se si chiamano *cicliche* quelle superficie, che hanno per linee di curvatura di un sistema circoli di raggio eguale, si potrà dare il nome di *superficie ipercicliche di raggio R* a quelle più generali, che qui si presentano e in cui la flessione delle linee di curvatura di un sistema è costante $= \frac{1}{R}$.

[1] Cf. Bäcklund, l. c.

« Ciò posto si ha il teorema:

« *Ogni superficie iperciclica di raggio* R *fa parte di un sistema di Weingarten a flessione costante* $\frac{1}{R}$.

« Applicando il risultato in fine al n. 3 della Nota precedente, troviamo inoltre il teorema:

« *Se per ciascuna linea di curvatura* C *a flessione costante di una superficie iperciclica si costruisce la linea* C′ *luogo dei suoi centri di curvatura, il luogo delle* C′ *è una nuova superficie iperciclica* S′, *di cui le* C′ *sono linee di curvatura.*

« Diremo la S′ *la coniugata* di S. Nel caso particolare di una superficie ciclica S, la sua coniugata si riduce ad una linea, cioè al luogo dei centri dei circoli di curvatura.

5. « Il quadrato dell'elemento lineare di ogni superficie iperciclica S di raggio $=1$, riferita alle sue linee di curvatura u, v, prende la forma:

$$ds^2 = \left(\frac{\partial \theta}{\partial u}\right)^2 du^2 + \cos^2\theta\, dv^2,$$

le $v = \text{cost.}^{\text{te}}$ essendo le linee a flessione costante $=1$. I raggi principali di curvatura r_1, r_2 della S sono dati dalle formole

$$\frac{1}{r_2} = \operatorname{sen}\omega, \qquad \frac{1}{r_1} = \operatorname{sen}\omega + \frac{1}{\cos\theta}\frac{\partial \omega}{\partial v},$$

dove θ, ω soddisfano le due equazioni a derivate parziali simultanee:

$$(e) \qquad \frac{\partial^2 \theta}{\partial u \partial v} - \cos\omega\cos\theta\frac{\partial \omega}{\partial u} = 0, \qquad \frac{\partial^2 \omega}{\partial u \partial v} + \cos\omega\cos\theta\frac{\partial \theta}{\partial u} = 0.$$

« La superficie iperciclica coniugata S′ ha per quadrato dell'elemento lineare

$$ds'^2 = \left(\frac{\partial \omega}{\partial u}\right)^2 du^2 + \cos^2\omega\, dv^2,$$

dove anche sulla S′ le $u = \text{cost}^{\text{te}}, v = \text{cost}^{\text{te}}$ sono le linee di curvatura.

« Se applichiamo i risultati ora ottenuti (n. 3) alle superficie ipercicliche troviamo il teorema:

« *Da ogni superficie iperciclica nota* S *si può dedurre una doppia infinità di nuove superficie ipercicliche, integrando l'equazione a differenziali totali:*

$$(f) \qquad d\varphi - \frac{1}{\operatorname{sen}\sigma}\frac{\partial \theta}{\partial u}\left\{1 + \cos\sigma\cos(\varphi - \omega)\right\} du -$$

$$- \left\{\frac{\operatorname{sen}\varphi\cos\theta - \operatorname{sen}\sigma\cos\varphi\operatorname{sen}\theta}{\cos\sigma} + \cos\theta\operatorname{sen}\omega + \frac{\partial \omega}{\partial v}\right\} dv.$$

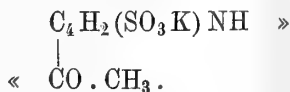
« Geometricamente queste superficie ipercicliche derivate S_1 si ottengono dalla S conducendo per ogni punto P di S un segmento $\overline{PP_1} = \cos\sigma$ normale alla linea $v = \text{cost}^{\text{te}}$ e inclinato dell'angolo φ definito dalla (f) sopra l'altra linea $u = \text{cost}^{\text{te}}$; il luogo degli estremi P_1 è la superficie iperciclica S_1 derivata ».

Chimica. — *Sopra un solfoacido del pirrilmetilchetone.* Nota dei dott. G. Ciamician e P. Silber, presentata dal Socio Tacchini a nome del Socio Blaserna.

« In una Nota presentata a questa Accademia il 4 gennaio 1885, noi abbiamo descritto un mononitropirrilmetilchetone, che si ottiene dal pseudoacetilpirrolo per azione dell'acido nitrico fumante.

« Noi avevamo studiato quasi contemporaneamente anche l'azione dell'acido solforico su questa sostanza, però senza ottenere dei risultati soddisfacenti. Il pseudoacetilpirrolo si scioglie a freddo nell'acido solforico concentrato senza subire una notevole alterazione, anche se si lascia la soluzione abbandonata a se stessa per lungo tempo; riscaldando il liquido il pseudoacetilpirrolo si decompone completamente.

« Si ottiene invece facilmente un solfoacido del pseudoacetilpirrolo, trattando questo a freddo con acido solforico fumante. La reazione si compie immediatamente con lieve sviluppo di calore e senza notevole decomposizione della sostanza impiegata. 5 gr. di pseudoacetilpirrolo vennero introdotti a poco a poco in un palloncino contenente 50 gr. di acido solforico fumante ($d = 1{,}88$) immerso nell'acqua fredda. Si versa subito la soluzione colorata leggermente in giallo-bruno nell'acqua e si satura con carbonato di barite. Si filtra e si lava ripetutamente il solfato baritico con acqua bollente. La soluzione viene concentrata e trattata con la quantità necessaria di carbonato potassico per precipitare tutto il bario in forma di carbonato ed ottenere il sale potassico del nuovo acido. Il liquido filtrato dà per svaporamento a b. m. un residuo cristallino poco colorato, che venne fatto cristallizzare, prima dall'acqua, nella quale è molto solubile, e poi dall'alcool diluito bollente. Da questo solvente lo si ottiene per raffreddamento in forma di bellissimi aghi incolori, che all'analisi diedero numeri corrispondenti alla formola:

$$C_4H_2(SO_3K)NH$$
$$|$$
$$CO\,.\,CH_3\,.$$

« L'acido libero, ottenuto per mezzo del sale piombico, è probabilmente molto instabile e si decompone già per svaporamento della sua soluzione acquosa a b. m. ed anche nel vuoto.

« La presente sostanza ci sembra essere importante per l'ulteriore sviluppo della serie dei composti del pirrolo. Essa è finora il solo solfoacido di questa serie, ma la sua facile formazione e la sua stabilità, in forma dei sali, fanno sperare che si potrà ottenere degli altri solfoacidi partendo forse dall'acetilpirrolo o dal pirrolo stesso. Alcune esperienze che abbiamo fatto in proposito ci hanno mostrato che il pirrolo o l'acetilpirrolo non vengono completamente resinificati dall'acido solforico fumante, come accade con gli acidi ordinarî, e noi ci riserbiamo di pubblicare estesamente

i risultati dei nostri studî quando questi saranno terminati. Per ora vogliamo ancora aggiungere che fondendo il pseudoacetilpirrolo con potassa, si ottiene un acido carbopirrolico, per cui è probabile che anche il solfonato potassico del pirrilmetilchetone non venga distrutto dall'azione della potassa fondente, e sia perciò in grado di dare quei derivati che si possono ordinariamente ottenere dai solfoacidi delle altre serie.

« Tutto questo serve a mettere maggiormente in rilievo la analogia che ha il pirrolo con la piridina ed il benzolo, analogia che fu fatta notare da uno di noi alcuni anni fa (1881) ([1]), ed ultimamente anche da V. Meyer in occasione delle sue belle ed importantissime ricerche sul tiofene ».

Chimica. *Sull'acetilpirrolo.* Nota dei dott. G. Ciamician e P. Silber, presentata dal Socio Tacchini a nome del Socio Blaserna.

« L'acetilpirrolo si forma sempre assieme al suo isomero, il pirrilmetilchetone, anche se per prepararlo si fa agire il cloruro d'acetile sul composto potassico del pirrolo ([2]); però mentre è molto facile di ottenere il secondo allo stato di perfetta purezza non è stato finora possibile di eliminare dall'acetilpirrolo le ultime tracce dell'altro composto che lo accompagna. Abbenchè la differenza tra i punti di ebollizione di queste due sostanze sia di circa 40° non si riesce a separarle completamente mediante la distillazione frazionata.

« Noi abbiamo raggiunto lo scopo mediante una serie di distillazioni con vapor acqueo, perchè l'acetilpirrolo oltre ad essere più volatile del pirrilmetilchetone è quasi insolubile nell'acqua bollente, mentre quest'ultimo vi si scioglie molto facilmente.

« L'acetilpirrolo greggio che si ottiene nella preparazione del pirrilmetilchetone per mezzo dell'anidride acetica, venne distillato molte volte di seguito con vapor acqueo, sottoponendo sempre il liquido distillato, senza separare l'olio dall'acqua, nuovamente alla distillazione con vapor acqueo. Quando il liquido che resta indietro nella distillazione non contiene più tracce di pseudoacetilpirrolo, l'operazione è terminata. L'acetilpirrolo così ottenuto viene separato dall'acqua, seccato con cloruro di calcio e distillato. Passa fra 175° e 190°, ma quasi tutto il liquido bolle fra 178°-182°. Il suo punto d'ebollizione è 181°-182°, con tutta la colonna del termometro immersa nel vapore. 5 gr. di questo prodotto decomposti con la potassa non diedero neppur tracce di pirrilmetilchetone.

([1]) Vedi G. Ciamician e M. Dennstedt, *Sull'azione del cloroformio sul composto potassico del pirrolo.*

([2]) Vedi G. Ciamician e M. Dennstedt, *Studi sui composti della serie del pirrolo.* Parte VI. *L'acetilpirrolo ed il pseudoacetilpirrolo*, 1883.

« Sul composto così ottenuto abbiam fatto agire l'anidride acetica a temperatura elevata in tubi chiusi, perchè ci è sembrato interessante di completare lo studio dell'azione dell'anidride acetica sul pirrolo. È noto che il pirrilmetilchetone si trasforma nelle condizioni anzidette in pirrilendimetilchetone [1]; dall'acetilpirrolo si sarebbe potuto ottenere un acetilpirrilmetilchetone.

$$\begin{array}{c} C_4H_3NH \\ | \\ COCH_3 \end{array} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \begin{array}{c} COCH_3 \\ | \\ C_4H_2NH \\ | \\ COCH_3 \end{array}$$

$$C_4H_4NCOCH_3 \quad \ldots\ldots\ldots \quad \begin{array}{c} C_4H_2NCOCH_3 \\ | \\ COCH_3 \end{array}$$

« Le nostre esperienze dimostrano invece che l'acetilpirrolo si trasforma per l'azione dell'anidride acetica in pirrilendimetildichetone.

« Si riscaldano 3 gr. di acetilpirrolo con 15 gr. d'anidride acetica in un tubo a 290°-300° per alcune ore. Riscaldando soltanto sino a 250° la maggior parte della sostanza rimane inalterata. Nell'aprire i tubi si svolge una sensibile quantità di anidride carbonica; il contenuto dei medesimi che è formato da una massa nera ed in parte carbonizzata, viene bollito con acqua. Si satura la soluzione ottenuta con carbonato sodico, si filtra e si estrae con etere. Il residuo dello estratto etereo è formato da piccole pagliette gialle, che vennero fatte cristallizzare alcune volte dall'acqua bollente, scolorando la soluzione con carbone animale. Si ottengono degli aghi incolori appiattiti che fondono a 161°-162°.

« La sostanza così ottenuta ha tutte le proprietà del dipseudoacetilpirrolo o pirrilendimetildichetone. Trattando la sua soluzione acquosa con una soluzione di nitrato d'argento e con alcune gocce d'ammoniaca si ottiene il composto argentico $[C_4H_2NAg(COCH_3)_2]$ che diede all'analisi i seguenti risultati:

I 0,2150 gr. di materia dettero 0,0892 gr. d'argento.

II 0,2586 gr. di materia dettero 0,1078 gr. d'argento.

« In 100 parti:

	Trovato I	Trovato II	Calcolato per $C_8H_8NO_2Ag$
Ag	41,49	41,69	41,86

« La formazione del pirrilendimetildichetone dell'acetilpirrolo si può spiegare in due modi; si può ammettere che avvenga prima una trasposizione dell'acetile, e che il pirrilmetilchetone si trasformi poi in pirrilendimetil-

[1] Vedi Ciamician e Dennstedt, *Studî sui composti della serie del pirrolo*. Parte VIII. *Sull'azione di alcune anidridi organiche del pirrolo.*

dichetone, oppure che il gruppo acetilico dell'acetilpirrolo venga distrutto, e che si formi direttamente il dipseudoacetilpirrolo.

« In ogni modo colla presente esperienza resta dimostrato che quando l'acetile sostituisce nel pirrolo l'idrogeno iminico può essere facilmente eliminato per azione dell'anidride acetica a temperatura elevata.

« Per decidere se la temperatura soltanto basti a spostare o eliminare l'acetile nell'acetilpirrolo è necessario di fare delle altre esperienze che speriamo di pubblicare fra breve, e che avranno per soggetto anche l'azione di altre anidridi organiche sull'acetilpirrolo ».

PERSONALE ACCADEMICO

Il Segretario Carutti ricorda come il 14 marzo sia stato l'anniversario della morte del Presidente Quintino Sella, e comunica alla Classe che il Presidente si è fatto debito di mandare alla signora Sella un telegramma, pregandola di accogliere benevolmente i sentimenti di condoglianza dell'Accademia.

Lo stesso Segretario legge poscia il seguente Cenno necrologico del defunto Socio corrispondente Emilio Morpurgo.

« La nostra classe lamenta la perdita di Emilio Morpurgo, ingegno sodo ed elegante, i cui scritti ebbero sempre per fine il bene. Nato in Padova il 23 ottobre 1836, morì nella sua città il 15 dello scorso marzo, non compiuti i quarantanove anni. Fu in più legislature Deputato al Parlamento, e Segretario generale del Ministero di agricoltura, industria e commercio dal settembre 1873 al marzo 1876; quindi Professore di statistica in Padova e Rettore della Università pel triennio 1880-81-82. Appartenne come Socio effettivo al r. Istituto Veneto, e il 6 maggio 1876 la nostra Accademia lo nominò Socio corrispondente nazionale per le scienze sociali. Ebbe le insegne di grande uffiziale della Corona d'Italia e di commendatore de' ss. Maurizio e Lazzaro. Quanti il conobbero, non poterono non amarlo, tanta era la bontà dell'animo suo e la gentilezza dei modi; coloro che ne lessero o leggeranno gli scritti, terranno in alto pregio la sua mente. Lo scomparire di uomini a lui pari torna doloroso sempre, ma più ancora quando la morte miete vite ancora floride, e tronca il corso di lodevoli opere. L' usato ufficio mio si restringe a queste parole, alle quali pongo fine col presentare l'elenco dei principali scritti del compianto collega ».

Opere di Emilio Morpurgo

1. *Saggi statistici ed economici sul Veneto* (Soc. d'incoragg. Padova) (1867).
2. *La statistica e le scienze sociali* (Succ. Le Monnier) (1872).

3. *L'istruzione tecnica in Italia* (Barbèra) (1875).
4. *La finanza* (Le Monnier) (1876).
5. *Marco Foscarini e la repubblica di Venezia nel secolo XVIII* (Le Monnier) (1880).
6. *La Democrazia e la Scuola* (Bocca) (1885).
7. *Lo stato dei contadini nel Veneto,* prima parte della relazione sull'inchiesta agraria.
8. *L'assunto civile della statistica* ecc. prolusione al corso di statistica nell'università di Padova (1877).
9. *Le inchieste della repubblica di Venezia* (1878).
10. *La scienza demografica ed il congresso internazionale di Parigi.*
11. *Roma e la Sapienza,* monografia dell'Università Romana.
12. *Degli istituti superiori di scienze applicate.*
13. *Dell'odierno indirizzo legislativo rispetto ad alcune forme di previdenza popolare.*
14. *Delle leggi attualmente in vigore in Europa circa al mutuo soccorso.*
15. *Ricerche sulle rappresentanze delle popolazioni Venete e di Terraferma presso il governo della Dominante.*
16. *Nuovi documenti di demografia Veneta.*
17. *Appunti critici sulla riforma civile di Pietro Ellero.*
18. *Nuovi dati di fisica sociale nella vita italiana contemporanea.*
19. *Studi e proposte recenti sull'ordinamento del credito agrario.*
20. *Il dazio del macinato.*
21. *Della legislazione rurale.*

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Carutti presenta le opere giunte in dono, segnalando fra esse quelle dei seguenti Socî:

F. Gregorovius. *Die Münzen Alberichs des Fürsten und Senators der Römer* (*A.* 932-954).

E. de Laveleye. *Lettres inédites de Stuart Mill.*

Presenta ancora il T. XXXVI, Serie 2ª, delle Memorie della R. Accademia delle scienze di Torino, il Vol. II, fasc. II, del Vocabolario degli Accademici della Crusca, ed un volume pubblicato dalla Università di Edimburgo, a ricordo della recente celebrazione del 3° centenario della sua fondazione.

Il Segretario Ferri presenta una pubblicazione del Socio Le Blant, intitolata: *De quelques types des temps païens, reproduits par les premiers fidèles*, e un lavoro del sig. F. von Bezold dal titolo: *Rudolf Agricola; ein deutscher Vertreter der italienischen Renaissance.*

Presenta poi a nome dell'autore sig. Pasquale D'Ercole professore di Filosofia teoretica nella Università di Torino il primo volume di un'opera intitolata: *Il Teismo filosofico cristiano teoricamente e storicamente considerato con ispeciale riguardo a S. Tommaso e al Teismo italiano del secolo XIX* e accompagna la presentazione col seguente cenno:

« L'autore ci avverte che sono state prese in esame separatamente varie parti del Teismo, ma che non si ha ancora un lavoro critico sul tutt'insieme. Questa lacuna egli si propone di riempirla con l'opera di cui offre in dono la prima parte, la quale, esposti, in una prima sezione, i principî fondamentali del Teismo e la loro applicazione alla costruzione di questo sistema presso i padri e i dottori, li sottopone, nella seconda sezione, alla discussione.

« L'autore comincia dalla distinzione fra Deismo e Teismo attribuendo al primo di questi vocaboli il significato di una dottrina razionale che dimostra l'esistenza di un primo principio senza indagarne e determinarne la natura e le relazioni, e intendendo per l'altro un sistema determinato sulla esistenza di Dio, i suoi attributi e le sue attinenze coll'universo.

« Peraltro il prof. D'Ercole facendo del Teismo l'oggetto del suo studio non si propone di abbracciarne tutte le forme, ma soltanto quella che ha assunta nei tempi cristiani, e, considerandolo nel cristianesimo, egli vuole lasciare in disparte la forma propriamente religiosa e attenersi a quella che ha un carattere propriamente filosofico; cosicchè il Teismo filosofico cristiano è la materia del suo libro. Ma ammettendosi generalmente in questa dottrina la verità della rivelazione ed essendo la patristica e la scolastica connesse con la Teologia propriamente detta, ne segue che una parte delle questioni che vi sono trattate siano anche d'ordine teologico, come per es. quelle della Incarnazione, della Trinità e della Risurrezione dei corpi. Inoltre il sistema, nel quale si ammette l'esistenza di Dio come distinto dal mondo, essendo generalmente connesso col concetto dell'essere spirituale e colla distinzione dell'anima dal corpo, ne segue pure che il Teismo filosofico abbracci nello studio dell'autore i problemi inerenti allo spiritualismo e l'esame critico delle rispettive soluzioni; di guisa che non sono soltanto le questioni metafisiche relative alla creazione, alla sua necessità o contingenza, alla eternità o al cominciamento del mondo, alla intelligenza e libertà divina che sono successivamente poste e discusse dall'autore, ma anche quelle della esistenza e sostanzialità dell'anima, delle sue relazioni col corpo, della immaterialità e materialità sua secondo le opposte soluzioni del materialismo e dello spiritualismo. In una parola, l'autore sotto il titolo di Teismo filosofico cristiano, e al modo che intende il suo soggetto, percorre e definisce molto risolutamente anche le questioni più importanti della Psicologia, non escluse quelle che riguardano la natura e il valore della Conoscenza e della Logica, fondamenti di tutte le altre.

« Il punto di vista che fornisce all'autore i criterî dei suoi giudizî e dal quale è diretto nella sua discussione è quello del sistema hegeliano, il quale come è noto, è il sistema dell'identità dialettica o dell'identità dei contrarî nella unità evolutiva dell'essere. Questo sistema nega la trascendenza divina e ammette la immanenza di Dio nel mondo. Attorno a questo punto capitale si aggruppano le negazioni delle tesi teistiche che il sistema

hegeliano deriva dal suo concetto dei primi principî dell'essere e del conoscere. Un'altra parte della critica applicata dall'autore consiste nel ricercare le contraddizioni e le insufficienze nelle quali cadono, per suo avviso, i ragionamenti delle varie dottrine teistiche movendo dai loro stessi principî.

« Con questo semplice cenno adempio l'incarico di fare omaggio di questo libro alla Classe non senza avvertire che non intendo esprimere su di esso un giudizio. Le questioni che tratta sono troppo gravi, numerose e difficili per poterlo fare senza un esame molto ponderato e sufficientemente esteso, e forse sarebbe anche inopportuno prima della pubblicazione del secondo volume che ne deve essere il compimento ».

« A questo omaggio il chiaro professore aggiunge quello del suo libro intitolato: *La pena di morte e la sua abolizione dichiarata teoricamente e storicamente secondo la filosofia hegeliana*, nel quale, non ostante ciò che ha di speciale e circoscritto il soggetto trattato, i principî della dottrina speculativa professata dall'autore sono esposti in sintesi compendiosa e perspicua, segnatamente riguardo al concetto hegeliano dello spirito. Contrariamente al parere di altri seguaci dell'hegelianismo, il prof. D'Ercole è abolizionista e sostiene che la sua opinione è conciliabile coi principî di questo sistema ».

Lo stesso Segretario segnala poi fra i doni ricevuti dall'Accademia un libro intitolato: *Considerazioni sul sistema generale dello Spirito e circa il sistema della Natura entro i limiti della riflessione.* È un'opera postuma del sig. Pietro Ceretti stampata con lusso, nella quale, in forma chiara e con impronta letteraria, sono espressi, dal punto di vista hegeliano, i pensieri dell'autore intorno alle principali materie della filosofia.

Il Socio Mariotti fa omaggio all'Accademia in nome dell'on. conte Marco Miniscalchi Erizzo, dell'opera: *Evangelarium Hierosolymitanum* pubblicata dal fu conte Francesco Miniscalchi Erizzo, padre del donatore.

Il Socio Monaci, presenta a nome dell'autore sig. J. Kalindéro, l'opera: *Droit prétorien et réponses des prudents.*

CORRISPONDENZA

Il Segretario Carutti comunica il carteggio relativo al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute.

La r. Accademia Petrarca di Arezzo; l'Accademia Leopoldina Carolina di Halle; il r. Istituto Lombardo di scienze e lettere e la Società

storica lombarda, di Milano; la Società filosofica e la Società degli antiquari, di Filadelfia; la Società fisica di Berlino; la Società di scienze naturali di Ekatherineburg; la Società delle scienze di Harlem; il Museo di zoologia comparata di Cambridge Mass.; l' Istituto Egiziano del Cairo; la r. Biblioteca di Parma: la r. Biblioteca nazionale di Brera, Milano; i Comitati geologici di Washington e di Pietroburgo; il r. Istituto geologico di Budapest; l' Istituto geodetico di Berlino; la r. Soprintendenza degli Archivi Toscani; la r. Deputazione di Storia patria, di Bologna; la r. Scuola d'applicazione per gl' ingegneri, di Torino.

Annunciano l' invio delle loro pubblicazioni.

Le Università di Edimburgo e di Tubinga.

D. C.

RENDICONTI
DELLE SEDUTE
DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 12 aprile 1885.

Presidenza del Socio anziano presente, C. MAGGIORANI.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Morfologia. — *Morfologia delle terminazioni nervose motrici periferiche dei vertebrati.* Comunicazione preliminare del Socio S. TRINCHESE.

Questa Nota sarà pubblicata in uno dei prossimi Rendiconti.

Idrometria. *Effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell'Aniene, e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1884.* Memoria del prof. A. BETOCCHI.

Questa Memoria verrà pubblicata nei Volumi accademici.

Storia. — Il Socio GOVI comunica all'Accademia un documento inedito, che vale a illustrare una lettera di Galileo relativa alla espulsione dei Gesuiti da Venezia il 10 di maggio del 1606, aggiungendo alcuni schiarimenti relativi ai fatti esposti nel documento stesso. Si tratta della *Relazione* che il padre Castorio, Preposito della Casa dei Gesuiti in Venezia, mandò al Generale della Compagnia il 13 maggio, appena giunto in Ferrara; relazione molto particolareggiata, e che può servire a compiere quanto ne raccontano gli storici.

Questo documento e le illustrazioni saranno pubblicati nei Volumi delle Memorie accademiche.

Bibliografia. — Il Socio Govi accompagna colla seguente relazione il dono di un'opera dei signori H. Cros e Charles Henry:

« Presento all'Accademia, da parte dei signori Henri Cros e Charles Henry (il quale ultimo l'Accademia già conosce per molte e importanti ricerche relative alle matematiche, alla storia delle scienze, e per altri lavori letterarii) un volume da essi pubblicato recentemente e intitolato: *L'Encaustique et les autres procédés de peinture chez les Anciens*; *Histoire et Technique* (Paris 1884 in 8°).

« In questo libro i signori Cros e Henry si sono studiati di raccogliere tutti quei passi degli autori greci e latini che ci sono rimasti, e che trattano dell'Encausto, e forse, per tale rispetto, esso è l'opera più compiuta finora data alle stampe. La loro erudizione però non è pedantesca e indigesta come quella di molti fra gli scrittori che li precedettero, poichè anzi il loro libro procede piacevole e spigliato tanto, che si fà leggere d'un fiato, senza alcuna fatica.

« Essi incominciano dal trattare dell' Encausto pei quadri, e stimano d'averne indovinato e imitato l'artifizio così descrivendolo (pag. 33):

« Une fois formés en bâtons de cires-résines colorées, fondues au feu « dans des godets séparés, ou mieux sur une palette métallique à godets, « les tons sont appliqués sur le panneau au moyen d'un pinceau. Jusque-là « le travail est rude et sans liaison. C'est alors que les fers chauffés, rougis « parfois, viennent lier les tons entre eux. Sur la palette refroidie ou sur « une autre composée à cet effet de cires-couleurs, des fers toujours chauffés « peuvent prendre les tons intermédiaires pour opérer cette liaison de la « forme et du modelé ».

« Passano quindi a quelle che essi chiamano: *Les dérivations de l'Encaustique* e che comprendono la soluzione a freddo della cera nei liscivii caustici, negli olii grassi e negli olii essenziali (ammettendo che gli antichi li conoscessero) e l'uso delle vernici, derivandone tre nuovi modi di pittura che così descrivono (pag. 40-41):

1. « Peinture à chaud avec des bâtons de cire et de résine colorées, « amollis par l'addition d'une huile comme dans la préparation du tombeau « de la peintresse de Saint-Médard, transportés de la palette chaude par « le pinceau sur le panneau, puis fondus et modelés au *cestrum*. L'addition « d'huile en facilitant le travail permet de le rendre plus fini, et nous ne « serions pas éloignés de voir (dicono i signori Cros et Henry) dans cette « manière la technique de la peinture de Cortone.

2. « Peinture à froid avec des bâtons de cire et de résine colorées, « amollis par l'addition d'une huile, transportés directement sur le panneau « comme les crayons de pastel, puis travaillés au *cestrum*, comme la cire « à modeler est travaillée à l'ébauchoir.

3. « Peinture à froid et au pinceau avec des bâtons de cire et de

« résine colorées dissous dans une huile essentielle et volatile: la peinture à « l'huile n'est qu'un cas particulier de cette manière ».

« Sotto il titolo di: *Encaustiques secondaires*, essi trattano quindi dell'Encausto sull'avorio, di quello col quale si colorivano grossolanamente le navi, dell'Encausto murale e di quello applicato sulle statue.

« *L'Histoire de la Peinture à l'Encaustique* occupa varie pagine dell'opera; ma più ne riempie il capitolo intitolato: *Les Restitutions antérieures.* Esso contiene una rapida e accurata rivista dei tentativi fatti in diversi tempi per ricostituire *l'Encausto*, principiando dalle congetture di Louis de Montjosieu nel 1585, sino alle idee esposte dal Donner nella introduzione all'opera del nostro collega Helbig sui *Dipinti murali delle città Campane sepolte* (1868). Gli studî del conte di Caylus, quelli dell'abate Requeno (spagnuolo diventato italiano), quelli del Fabroni, del Paillot de Montabert ecc. vi sono indicati e brevemente discussi.

« Nel capitolo successivo: *Notre pratique personnelle de l'Encaustique proprement dite*, gli autori espongono i processi adoperati nei loro tentativi di riproduzione dell'antico Encausto. Però essi non vi parlano d'altro metodo, se non del loro prediletto, cioè della pittura con cere colorate e fuse, stese col pennello e con ferri riscaldati su tavolette d'abete o d'altro legno appropriato, su tele mesticate, su pietre, su cartone, lasciando da parte gli altri procedimenti da essi giudicati secondari. Chiude il capitolo una enumerazione dei vantaggi del dipingere a cera piuttostochè ad olio, o altrimenti, ricordando un motto di Eméric David il quale diceva: « Comment dire « sans regrets que si Michel-Ange et Raphael eussent exécuté les peintures « du Vatican à l'Encaustique, ces chefs-d'oeuvre conserveraient encore toute « leur fraicheur! ».

« *La Fresque et la Détrempe* è un capitolo nel quale gli autori espongono sommariamente i processi della pittura da noi chiamata *a buon fresco*, e che è stata a parer loro molto adoperata dagli antichi. Accogliendo e confermando i giudizî del Donner essi reputano dipinte a fresco la maggior parte delle pareti Pompeiane, Ercolanensi, Romane ecc. Credono però che il dipingere sui muri in questo modo fosse soltanto usato per le pitture decorative, da farsi alla brava senza spolveri e senza cartoni. Quanto alla tempera, la ritengono molto in uso fra gli Egizii e ne citano parecchi esempî. Gli antichi v'impiegavano la gomma, la colla, l'ovo, il latte, e stendevano i colori per mezzo di pennelli fatti colla coda di bue, colle setole del porco, con certe spugne.... ma i signori Cros e Henry non credono a tempera le antiche pitture murali che noi conosciamo.

« Un curioso capitolo è quello che s'intitola: *Applications*, e nel quale i signori Henry e Cros si studiano di spiegare alcuni testi di Plinio, di Niceta invocato da Seneca, di Plutarco e di Ateneo, e diverse antiche rappresentazioni di scene pittoriche, ricorrendo al metodo di pittura o

plasticatura a cera con ferri caldi, da essi ritenuto il vero e principalissimo metodo degli antichi.

« Nel capitolo finale, intitolato: *Les couleurs*, gli autori parlano dei colori come sensazioni e come sostanze coloranti. Essi respingono la teorica della evoluzione, per la quale, secondo alcuni scrittori modernissimi, il senso del colorito si sarebbe andato sviluppando a poco a poco così che gli antichi avrebbero confuso tra loro quei colori che, alcuni secoli dopo, si sapevano distinguere; e, ammettendo pei tempi storici la perfetta sensazione cromatica, essi enumerano le sostanze adoperate dagli antichi pittori, seguendo la scorta del Merimée, del Girardin, del Rosellini, dell'Haaxmann, del Davy, del Geiger e di alcuni altri chimici od archeologi. Questo capitolo col quale si chiude il libro riassume quanto di meglio si conosce intorno a tale argomento e termina dicendo che la natura o la composizione di tutti i colori antichi ci sono perfettamente note, all'infuori di quella della loro *Lacca rosea*, della quale non si sa qual fosse il principio colorante, e di quella del color *Violetto della Porpora* che essi ritengono non ancora analizzato.

« Il libro elegantemente stampato è sparso di figure che valgono ad illustrare il testo, sia ritraendo certi dipinti antichi, sia figurando gli utensili che si riferiscono secondo gli autori all' esercizio della pittura all' Encausto.

« L'opera dei signori Cros e Henry, attesta il grande studio e l'amore da essi posto nella ricerca di tutti quei documenti che potevano condurli alla restituzione dell'antichissima pittura all'Encausto; ma che il loro metodo sia proprio quello dei pittori greci e romani, a me non sembra ancora pienamente dimostrato, e ne dirò le ragioni in una delle prossime tornate ».

Astronomia. — *Sull' ultimo minimo e sull' ultimo massimo delle macchie solari e sugli attuali grandi gruppi di macchie.* Nota del Socio corr. P. Tacchini.

1. « Dalla curva descritta coi valori mensili della frequenza delle macchie e fori, compensati nel modo indicato nelle precedenti Note, a partire dal 1877 a tutto il 1884, risulta che il minimo del fenomeno ebbe luogo nel marzo del 1879, nel qual mese il numero delle macchie e fori si riduce a zero. Da quell'epoca la curva risale continuamente fino al settembre del 1880 e così si ha un primo massimo rappresentato da 25,5. Scende poi rapidamente la curva fino al dicembre dello stesso anno. Dal marzo al luglio del 1881 ha luogo un periodo di speciale frequenza, ma inferiore a quella corrispondente al massimo dell'anno precedente, oscillando i valori mensili in detto periodo da 20,3 a 21,9. Diminuisce di nuovo la frequenza delle macchie fino al dicembre 1881. Nel 1882 si hanno due massimi ben marcati, nel marzo di 29,0 e nell'ottobre di 27,7. Poi cala la frequenza fino al gennaio del 1883

e si mantiene bassa la curva fino a tutto agosto di detto anno: poi sale e nel novembre arriva la frequenza a 31,4 massimo assoluto della serie degli otto anni. Però le variazioni dal novembre 1883 al marzo 1884 sono così piccole, che non si può a meno di prendere in considerazione quell'intiero periodo di grande attività per fissare l'epoca media dell'attività massima rispetto alle macchie alla metà del gennaio 1884. Dal marzo 1884 la curva scende fino alla fine dell'anno con leggiere fluttuazioni nei mesi di aprile e settembre. Riepilogando dunque si hanno da questa curva tracciata coi valori di M + F i seguenti dati:

Minimo assoluto nel marzo 1879
Massimo secondario nel settembre 1880
» » nel marzo 1881
» » nel luglio 1881
» » nel marzo 1882
» » nell'ottobre 1882
Massimo assoluto nel novembre 1883
Periodo di massima frequenza novembre 1883 — marzo 1884.

2. « Dalla curva descritta coi valori mensili compensati del numero delle sole macchie per la stessa serie 1877-1884, si deduce, che il minimo assoluto ha luogo nel marzo 1879: poi la curva s'innalza con leggiere fluttuazioni, indicate dai massimi secondari del settembre 1880 di 5,7 e marzo 1881 di 9,5, fino al luglio del 1881, poi abbassa fino al dicembre di detto anno, per salire poi ad un massimo abbastanza importante nel marzo del 1882 di 14,0; diminuisce poi la frequenza delle macchie fino a settembre 1882, ed un periodo di maggior frequenza è manifesto dall'ottobre a tutto dicembre 1882: da questo mese la curva si mantiene bassa fino all'agosto del 1883 per salire poi rapidamente presentando un periodo di massima frequenza dal novembre 1883 al marzo 1884, in cui i valori mensili variano pochissimo, cioè da 15,6 a 16,2; il quale ultimo valore è il massimo assoluto della serie e corrisponde al febbraio del 1884, mentre in novembre 1883 era già di 16,0. Questa piccola differenza porta a fissare l'epoca del massimo al mezzo di quel periodo. Dal marzo 1884 la curva discende fino al dicembre con leggiera fluttuazione indicata dall'aumento di frequenza nell'agosto. Riassumendo si ha per le sole macchie:

Minimo assoluto nel marzo 1879
Massimo secondario nel settembre 1880
» » nel marzo 1881
» » nel luglio 1881
» » nel marzo 1882
Periodo di maggior frequenza dall'ottobre al dicembre 1882.
Massimo assoluto nel febbraio 1884.
Periodo di massima frequenza nella serie dal novembre 1883 al marzo 1884.

« Le due curve vanno dunque assai bene di accordo e dimostrano così, che anche senza tener conto dei fori, la numerazione delle sole macchie porta alle stesse conclusioni riguardo ai massimi e minimi assoluti e massimi secondarî del fenomeno delle macchie solari. E siccome con un cannocchiale di modeste proporzioni si possono vedere le macchie del sole e non i fori, o almeno non tutti i fori visibili con un grande istrumento, così se si crederà di riunire diverse serie di osservazioni, fatte cioè con cannocchiali grandi e piccoli, si incorrerà in errori, se non si escludono dalla statistica i fori, mentre dette osservazioni si potranno impiegare benissimo tenendo conto delle sole macchie. A questa sola condizione le osservazioni fatte con piccoli cannocchiali potranno servire a colmare lacune in serie di osservazioni fatte con grandi istrumenti.

3. « Un'altra curva ho tracciato colle medie compensate relative al solo numero dei gruppi delle macchie, e da questa risulta, che il minimo assoluto ebbe luogo nel marzo 1879. Da quel mese la curva sale gradatamente fino al massimo secondario nel mese di settembre 1880 di 4,1; cala poi la curva fino a novembre, ed un altro massimo secondario si ha nel marzo 1881 di 4,6 ed un periodo con 4,9 da giugno all'agosto compreso. Diminuisce la frequenza dei gruppi fino al dicembre 1881, e nel marzo del 1882 si ha un nuovo massimo secondario di 5,9; cala poi la frequenza fino al luglio ed un periodo di aumentata frequenza, sebbene debole, si ha dall'ottobre al dicembre 1882. Diminuisce la frequenza nel gennaio 1883 e si mantiene bassa la curva fino all'agosto di detto anno, poi si ha un periodo di massima frequenza dei gruppi di macchie dal novembre 1883 al marzo 1884, in cui i valori mensili furono 7,0 6,9 7,1 7,3 7,0; in conseguenza anche in questo caso, sebbene il massimo per mese sia quello del febbraio 1884, pure sembra più conveniente il fissare l'epoca media della massima frequenza dei gruppi al mezzo del periodo suddetto. Riepilogando si ha per la curva della frequenza dei gruppi di macchie:

Minimo assoluto nel marzo 1879
Massimo secondario nel settembre 1880
» » nel marzo 1881
Periodo di maggior frequenza giugno-agosto 1881.
Massimo secondario nel marzo 1882.
Periodo di maggior frequenza ottobre-dicembre 1882.
Massimo assoluto nel febbraio 1884.
Periodo di massima frequenza assoluta nella serie dal novembre 1883 al marzo 1884.

« Anche in questa serie di osservazioni, o diremo meglio anche dalla sola statistica dei gruppi di macchie si possono ricavare risultati concordi con quelli dedotti dalle serie precedentemente considerate. La conclusione finale è dunque, che per la nostra serie di osservazioni per il periodo di otto anni (1877-1884), si arriva alle stesse conseguenze rispetto all'andamento

del fenomeno delle macchie solari, tanto se si prendano in considerazione le macchie coi fori che lo accompagnano, come le sole macchie od anche il solo numero dei gruppi delle macchie stesse. Si conclude inoltre, che volendo riunire in unica serie molte osservazioni fatte in epoche diverse e con mezzi assai differenti e da molti osservatori, il risultato che più si accosterà al vero sarà quello basato sulla sola numerazione dei gruppi delle macchie: meno sicuro sarà quello ricavato dalla numerazione delle macchie, ed infine il più incerto, ed anche erroneo, quello ricavato dalla fusione di serie, in alcune delle quali si mettano in conto anche i fori. E siccome l'osservazione dei gruppi è la più facile, così volendo utilizzare in miglior modo le osservazioni vecchie colle moderne, sarebbe importantissimo il potere avere il numero dei gruppi osservati, anzichè il numero delle macchie.

« Farò da ultimo considerare, che le due curve descritte colle medie mensili relative al numero delle macchie ed a quello dei gruppi, danno ognuna il massimo assoluto nello stesso mese cioè nel febbraio del 1884, mentre il massimo assoluto mensile tenendo conto anche dei fori corrisponderebbe al mese di novembre 1883. In conseguenza dalla nostra serie sembrerebbe più conveniente l'escludere il numero dei fori quando si tratti di fissare il massimo assoluto per mese. È poi certo che a ben definire le cose, sarà sempre utile l'avere a disposizione i dati tutti di cui abbiamo parlato nella presente Nota ».

« Intanto il fenomeno delle macchie solari va ora soggetto ad oscillazioni assai curiose, ed anche presentemente vi sono nel sole gruppi di macchie ben grandi.

« Il tempo cattivo di questi ultimi giorni ha impedito le regolari osservazioni del sole: solo nel mattino del 10 aprile corrente fu possibile il fare la solita proiezione solare, sulla quale vedesi un grande gruppo di macchie sviluppatosi quasi parallelamente all'equatore nell'emisfero nord del sole: esso abbraccia un angolo di $6'$, estendendosi in larghezza per $1'$ fra $+12^\circ$ e $+19^\circ$ di latitudine.

« Un secondo gruppo segue nello stesso emisfero nord fra i paralleli di $+17^\circ$ e $+10^\circ$ ed abbraccia un angolo di $5',2$ ed era largo un po più di un minuto: così che questi due gruppi nella stessa zona solare arrivano in lunghezza a due terzi del raggio del sole.

« Dopo il massimo delle macchie solari avvenuto dal novembre 1883 al marzo 1884, e la successiva diminuzione del fenomeno, sorprende davvero la formazione di gruppi così grandi nell'aprile del 1885, benchè le macchie anche durante tutto il primo trimestre dell'anno corrente non siano state così scarse come si aspettava, come avrò occasione di dimostrare con nota apposita ».

Astronomia. — *Osservazioni del nuovo pianeta fra Marte e Giove* (247) *fatte all'equatoriale di 25 cm. di apertura del R. Osservatorio del Collegio Romano.* Nota del prof. E. Millosevich, presentata dal Socio Tacchini.

« Nella mia Nota precedente diceva che il pianetino scoperto da Borelly a Marsiglia il 6 marzo doveva essere numerato (245); ma tale numero spetta invece ad un pianetino scoperto in antecedenza a Madras da Pogson, per cui quel pianetino prende il numero (246).

« Il 14 marzo poi Luther scopriva il (247); un'orbita approssimata, di già calcolata a Berlino, ci accerta essere esso nuovo.

« Di quest' astro feci osservazioni il 16, 17, 20, 25 marzo; 5 e 10 aprile.

			α apparente (247)	δ apparente (247)
	h m s		h m s	° ′ ″
16 marzo	1885 9 10 13	t m Roma (C. R.);	11 46 37.95 (9.493n);	5 12 22.5 (0.737)
17 »	» 9 6 25	»	11 45 30.39 (9.491n);	5 12 4.1 (0.737)
20 »	» 11 9 27	»	11 42 2.00 (8.866n);	5 10 32.6 (0.724)
25 »	» 11 51 27	»	11 36 32.20 (8.749);	5 7 16.2 (0.723)
5 aprile	» 8 51 37	»	11 25 47.62 (9.247n);	4 53 57.1 (0.728)
10 »	» 8 33 56	»	11 21 35.77 (9.227n);	4 44 46.5 (0.728)

	Stelle di riferimento	Equinozio medio 1885.0	
		h m s	° ′ ″
16 marzo	. . . . A. N. 53.353 (δ)	11 47 24.98;	5 20 12.4
	» 56.113 (α; δ)		
17 marzo	. . . . »	»	»
20 marzo	$\frac{1}{3}\left[2 \text{ Weisse (1) H XI. } 595 + \text{Lamont } 664 \begin{matrix} +3^\circ \\ +9^\circ \end{matrix}\right]$	11 35 43.83;	5 13 41.0
25 marzo	»	»	»
5 aprile	Schjellerup 41 $\frac{78}{79}$	11 27 29.90;	4 46 10.2
10 aprile	80 Leone (Yarnall e Glasgow Cat)	11 19 55.55;	4 29 36.1
	Monaco 598	11 20 5.63;	4 34 51.9

« L' astro, che era di 11^{ma} grandezza, quando fu scoperto, ora è di 11^{ma} a 12^{ma} ».

Matematica. — *Un teorema intorno alle serie di funzioni.* Nota del prof. C. Arzelà, presentata dal Socio Dini.

1. « Sia $G \equiv (y_1, y_2, y_3 \ldots)$ un gruppo di infiniti numeri aventi per numero limite il numero y_0. Assumendo le variabili reali x e y come coordinate ortogonali di un punto in un piano, si consideri il gruppo di rette $y = y_1$, $y = y_2$, ...; si taglino tutte queste rette mediante le perpendicolari condotte pei punti $x = a$, $x = b$ dell'asse x, (a e b numeri qualunque), e

nell'intervallo $b-a$ così determinato sopra ciascuna, si segnino dei tratticelli separati gli uni dagli altri, in numero finito, che può variare da retta a retta, e anche, senza divenir mai infinito, crescere però indefinitamente via via che le rette $y=y_s$ si fanno più prossime alla retta limite $y=y_0$. La somma dei tratticelli $\delta_{1s}, \delta_{2s}, \ldots \delta_{ns}$ segnati sulla $y=y_s$ sia d_s.

« Si vuol mostrare che se per ogni valore $s=1,2,3,\ldots$ si ha sempre $d_s \geq d$, essendo d un numero determinato diverso da zero, necessariamente esiste tra a e b almeno un punto x_0 tale che la retta $x=x_0$ incontra un numero infinito di tratti δ.

2. « Pongasi primieramente che sopra tutte le rette, o almeno sopra infinite di esse, $y=y_{s_1}$, $y=y_{s_2}$, $y=y_{s_3}, \ldots$; $s_1, s_2, s_3, \ldots$ essendo numeri del gruppo $1, 2, 3, \ldots$, ci sia uno dei tratti δ di lunghezza maggiore o eguale a un numero determinato g diverso da zero. Del tratto δ maggiore o eguale a g esistente sulla retta $y=y_s$ si prenda una porzione eguale a g: negli estremi di essa si elevino le perpendicolari. Entro la striscia di piano da esse racchiusa, o cadono sempre, per quanto si proceda innanzi nella serie delle rette $y=y_{s_1}, y_{s_2}, y_{s_3}, \ldots$, interamente o in parte, sia pure, piccolissima quei tratti $\delta \geq g$, i quali esistono su tali rette, ovvero si perviene a trovare una di esse $y=y_{s_p}$ tale che i tratti $\delta \geq g$ esistenti sopra le rette seguenti $y=y_{s_{p+1}}, y_{s_{p+2}}, \ldots$ cadono completamente al di fuori della striscia considerata.

« Nel primo caso poichè i tratti che si considerano, sono tutti maggiori o eguali a g, ampiezza della striscia, comunque siano essi disposti, si vede manifestamente che una almeno delle due perpendicolari che limitano lateralmente la striscia, incontrerà un numero infinito di tali tratti. — Nel secondo caso, muovendo dalla retta $y=y_{s_{p+1}}$ si operi, come dianzi s'è fatto, colla $y=y_{s_1}$: cioè, negli estremi di una porzione g del tratto $\delta \geq g$, che esiste sulla $y=y_{s_{p+1}}$, si elevino le perpendicolari; sulla striscia così determinata si può ragionare come su quella di prima: se nessuna delle due perpendicolari che la limitano, incontra infiniti tratti δ, ci sarà una retta $y=y_{s_q}$ tale che i tratti $\delta \geq g$ esistenti sulle rette seguenti $y=y_{s_{q+1}}, y_{s_{q+2}}, \ldots$ cadranno interamente al di fuori delle due striscie, ciascuna di ampiezza g, sin qui considerate.

« Poichè sarà

$$mg \leq b-a < (m+1)g,$$

m intero, si vede che se, nella costruzione successiva delle striscie, come quelle sopra descritte, non si trovasse una delle perpendicolari che le limitano, la quale incontri infiniti tratti $\delta \geq g$, si perverrebbe, dopo aver costruite al più m striscie, a trovare una retta $y=y_{s_t}$ tale che sulle seguenti $y=y_{s_{t+1}}, y_{s_{t+2}}, \ldots$, i tratti δ maggiori o eguali a g non potrebbero esistere: il che è contro l'ipotesi.

3. « Pongasi ora che il tratto Δ_s massimo tra quelli segnati sulla retta $y=y_s$, tenda a zero, col crescere indefinito di s.

« Si proiettino sull' asse x tutti i tratti δ segnati su tutte le rette $y=y_1, y_2, y_3, \ldots$; tutte queste proiezioni occuperanno l'intero intervallo $b-a$, ovvero, alcune porzioni determinate di esso. Tra queste porzioni vi sarà certamente la massima eguale almeno al massimo dei tratti δ segnati sulle rette $y=y_s$; questa massima porzione sia P_{y_1}.

« Parimente si proiettino sull'asse x tutti i tratti δ segnati su tutte le rette $y=y_2, y_3, \ldots$: la porzione massima dell' asse x, coperta da tali proiezioni, sia P_{y_2}. Così si continui. Sarà evidentemente

$$P_{y_1} \geq P_{y_2} \geq P_{y_3} \geq \ldots\ldots$$

« Questi tratti $P_{y_1}, P_{y_2}, P_{y_3}, \ldots$ hanno dunque un limite determinato.

« Or qui si distinguono due casi: che questo limite g sia diverso da zero, o sia eguale a zero.

« Sia g diverso da zero:

« Si consideri il gruppo di rette $y=y_1, y_2, y_3, \ldots y_s$ e si proiettino t u t t i i tratti segnati su t u t t e queste rette sull'asse x. La massima porzione di esso coperta da tali proiezioni sia $\Delta_{(y_1 y_s)}$: manifestamente sarà $\Delta_{(y_1 y_s)}$ almeno eguale al massimo dei tratti segnati sulle rette $y=y_1 y_2, y_3, \ldots y_s$, e crescerà, o almeno non decrescerà, al crescere di s: sarà però sempre minore o al più eguale a P_{y_1} e appunto sarà

$$\lim_{s=\infty} \Delta_{(y_1 y_s)} = P_{y_1}.$$

Per conseguenza si troverà una retta $y=y_{s_1}$ tale che sarà

$$\Delta_{(y_1 y_{s_1})} > g_1$$

g_1 essendo un numero determinato, minore di g per una quantità ε piccola a piacere.

« Si consideri ora il gruppo di rette $y=y_{s_1+1}, y_{s_1+2}, \ldots y_{s_2}$ e si proiettino t u t t i i tratti segnati su di esse sull'asse x; sia $\Delta_{(y_{s_1+1} y_{s_2})}$ la massima porzione di questo, coperta da tali proiezioni. $\Delta_{(y_{s_1+1} y_2)}$ crescerà, o almeno non decrescerà, al crescere di s_2 e avrà per limite $P_{y_{s_1+1}}$ al tendere di y_{s_2} verso y_0; perciò si troverà una retta $y=y_{s_2}$ tale che sarà:

$$\Delta_{(y_{s_1+1} y_{s_2})} > g_1.$$

« Si vede che, continuando così, si possono costruire quanti gruppi si vogliono $y=y_1, y_2, \ldots y_{s_1}$; $y=y_{s_1+1}, y_{s_1+2}, \ldots y_{s_2}$, ciascuno di un numero finito di rette, tali che la massima porzione dell'asse x coperta dalle proiezioni dei tratti δ esistenti sulle rette di ciascuno di essi, sia maggiore di g_s.

« Or si può qui ripetere un ragionamento perfettamente analogo a quello fatto nel caso già esaminato, sostituendo alla considerazione delle rette sulle quali esiste almeno un tratto δ maggiore o eguale a g, la considerazione dei gruppi di rette ora costruiti, ciascuno dei quali ha sull'asse x,

un tratto di proiezione maggiore di g_1, numero determinato e diverso da zero.

« Veniamo ora a supporre

$$g = \lim_{s=\infty} P_{y_s} = 0 .$$

Negli estremi di ciascun tratto δ esistente sulla retta $y = y_1$ si elevino le perpendicolari: o vi sarà una di queste che incontra un numero infinito dei tratti δ esistenti sulle rette $y = y_1, y_2, y_3, \ldots$; e allora si ha appunto ciò che si vuol trovare: ovvero ciò non è. In questo caso si troverà una retta tale che nessuno dei tratti δ esistenti sulle rette seguenti abbia più alcun punto comune colle perpendicolari anzidette. Allora, o fra le striscie determinate da queste perpendicolari e aventi per basi i tratti δ della retta $y = y_1$, ve ne sarà una almeno, dentro la quale, sopra infinite rette, cadono sempre tratti δ, la cui somma è maggiore o eguale a un numero assegnabile g_1, ovvero, non vi sarà una tale striscia: e quando ciò accada, preso un numero ε piccolo a piacere, si troverà, poichè le striscie sono in numero finito, una retta $y = y_{s_1}$ tale che i tratti δ esistenti sulle rette $y = y_{s_1+1}, y_{s_1+2}, \ldots$ giaceranno su di esse così che la somma di quelli di questi tratti, che cadono dentro le striscie menzionate, sarà, sopra ognuna di quelle rette, sempre minore di ε. — Se dall' intervallo $b - a$ si immaginano tolte le ampiezze delle striscie dette, la somma delle porzioni rimanenti sarà $b - a - d_1$, e in esse sopra ogni retta $y = y_{s_1+1}, y_{s_1+2}, \ldots$ cadranno dei tratti δ, la cui somma sarà $d_{s_1+1} - \theta_{s_1+1}\,\varepsilon,\ d_{s_1+2} - \theta_{s_1+2}\,\varepsilon, \ldots$ rispettivamente: $\theta_{s_1+1}, \theta_{s_1+2}, \ldots$ essendo numeri compresi tra 0 e 1.

« Si considerino ora i tratti δ esistenti in queste porzioni sopra la retta $y = y_{s_1+1}$ e si elevino le perpendicolari negli estremi di tali tratti. O ci sarà una di queste perpendicolari che incontra infiniti tratti δ e allora si ha ciò che si vuole; ovvero, si trova una retta tale che i tratti esistenti sulle rette seguenti non hanno più alcun punto comune colle perpendicolari ora dette. Allora, o tra le striscie limitate da queste perpendicolari e aventi per basi rispettive i tratti δ dianzi considerati sulla $y = y_{s_1+1}$ ve ne è una almeno, dentro la quale, sopra infinite rette, cadono tratti δ, la cui somma è, per ognuna, maggiore di un numero determinato, diverso da zero, ovvero, ciò non è: in tal caso si troverà una retta $y = y_{s_2}$ tale che dei tratti δ esistenti su ciascuna delle rette $y = y_{s_2+1}, y_{s_2+2}, \ldots$, entro tutte le striscie sin qui considerate, ne cadrà una somma minore di ε: tantochè nelle porzioni rimanenti sopra ognuna di queste rette, dopo tolte le ampiezze di tutte le striscie, e la cui somma è $b - a - d_1 - d_{s_1+1} + \theta_{s_1+1}\,\varepsilon$, cadranno dei tratti δ, la cui somma è $d_{s_2+1} - \theta_{s_2+1}\,\varepsilon,\ d_{s_2+2} - \theta_{s_2+2}\,\varepsilon, \ldots$ rispettivamente: le θ essendo qui pure comprese tra 0 e 1.

« Si vede che, continuando per questa via, se non si trova nè una perpendicolare che incontri infiniti tratti δ, nè una delle striscie che via via si

costruiscono prendendo a basi dei tratti δ, la quale contenga entro di sè, sopra infinite rette, sempre una determinata somma di tratti δ, avendosi

$$(p-1)d \leq b-a < pd\,,$$

p intero, si perverrà necessariamente a trovare una retta $y=y_{s_p}$ tale che sulle rette seguenti, dentro porzioni dell' intervallo $b-a$, la cui somma è

$$\alpha)\quad b-a-d_1-d_{s_1+1}+\theta_{s_1+1}\varepsilon-d_{s_2+1}+\theta_{s_2+1}\varepsilon \ldots -d_{s_{p-1}+1}+\theta_{s_{p-1}+1}\varepsilon \leq \leq b-a-pd+(p-1)\varepsilon$$

cadranno dei tratti δ la cui somma è $d_{s_p+1}-\theta_{s_p+1}\varepsilon$, $d_{s_p+2}-\theta_{s_p+2}\varepsilon$ rispettivamente. Ma se è stato preso ε minore della minore delle due quantità $\frac{d}{p-1}$ e $\frac{pd-(b-a)}{p-1}$, sarà allora:

$$b-a-pd+(p-1)\varepsilon < b-a-(p-1)d,$$

e

$$d-\varepsilon > b-a-(p-1)d\,.$$

Dei tratti δ, la cui somma è maggiore o eguale a $d-\varepsilon$ dovrebbero dunque giacere, separati l'uno dall'altro, dentro porzioni dell'intervallo $b-a$, minori in somma di $d-\varepsilon$: e ciò è assurdo.

« Per conseguenza, nel seguito dell'operazione che dianzi abbiamo descritta, o si deve trovare una perpendicolare che incontra infiniti tratti δ, ovvero una striscia avente a base un tratto δ, e limitata lateralmente dalle perpendicolari agli estremi di questo, dentro la quale, sopra infinite rette, giace sempre una somma di tratti δ maggiore o eguale a un determinato numero d'.

« Si ragioni su questa striscia, come si è ragionato sull'intero intervallo $b-a$: o si troverà, dentro questa striscia una perpendicolare alle rette che si considerano, la quale incontra infiniti tratti δ, o se no, una striscia, avente a base un tratto δ, dentro la quale, sopra infinite rette, vi è sempre una somma di tratti δ, maggiore o eguale a un determinato numero d'' diverso da zero. Così procedendo, se non si trova mai una delle perpendicolari che si conducono negli estremi dei tratti δ, la quale incontri infiniti di questi, si costruiranno però quante striscie si vogliono, interne le une alle altre e aventi ciascuna a base uno dei tratti δ. Se $x_1, x_2, x_3, \ldots$ sono gli estremi inferiori di queste basi: $x'_1, x'_2, x'_3 \ldots$ gli estremi superiori, si avrà

$$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \ldots.$$

e

$$x'_1 \geq x'_2 \geq x'_3 \geq \ldots.$$

e poichè siamo nel caso che i tratti δ, coll'avvicinarsi di y_s a y_0, tendono a zero, così le differenze x'_1-x_1, $x'_2-x_2, \ldots$ tenderanno pure a zero. Se si segnano dunque i punti $x_1, x_2, x_3 \ldots$ e $x'_1 x'_2 x'_3 \ldots$ sull' asse x, vi sarà per essi un punto limite x_0; la retta $x=x_0$ sarà la retta domandata, poichè essa incontra certamente tutti i tratti δ, che sono le basi delle striscie ora menzionate.

4. « Dalla proposizione stabilita si trae subito una notevole conseguenza.

« Sia $F(xy)$ una funzione delle due variabili reali definita nell'intervallo $b-a$ preso su tutte le rette $y=y_1, y_2, y_3, \ldots$ In ogni punto x esista determinato e finito:

$$F(x y_0) = \lim_{y_s=y_0} F(x y_s).$$

« Se sopra ciascuna retta $y=y_s$ esistono dei tratti determinati $\delta_{1,s}, \delta_{2,s}, \ldots \delta_{n_s,s}$, in un numero finito, che può variare con y_s e anche crescere indefinitamente, in ogni punto dei quali è

$$(^1)\ |F(x y_0) - F(x y_s)| > \sigma$$

σ essendo un determinato numero positivo, piccolo a piacere, la somma d_s di questi tratti, coll'avvicinarsi di y_s a y_0 deve avere per limite zero, perchè, altrimenti, per la proposizione precedente, esisterebbe tra a e b almeno un punto x_0 in cui non sarebbe

$$F(x y_0) = \lim_{y_s=y_0} F(x y_s).$$

5. « Si prenda in particolare:

$$F(x y) = F_n(x) = u_1(x) + u_2(x) + \ldots + u_n(x)$$

dove $u_1(x), u_2(x), \ldots u_n(x)$ sono funzioni della variabile reale x tra a e b e l'u figura per y. Sarà:

$$F(x y_0) - F(x y_s) = R_n(x),$$

$R_n(x)$ resto della serie.

« Si può enunciare: Se $\sum_1^\infty u_n(x)$ è una serie di funzioni convergente in ogni punto dell' intervallo $b-a$, la somma dei tratti determinati, in ogni punto dei quali, per uno stesso valore di n, è:

$$|R_n(x)| > \sigma$$

deve impiccolire indefinitamente, al crescere indefinito di n.

« Questa proposizione serve utilmente, come mostreremo in altra nota, a trovare la condizione necessaria e sufficiente, affinchè una somma di infinite funzioni integrabili, sia integrabile ».

Matematica. — *Sopra una formola del sig. Hermite.* Nota del prof. S. Pincherle, presentata dal Socio Dini.

« Nella importante Memoria, *Zur Functionenlehre* [2], il sig. Weierstrass insegna a costruire un'espressione in forma di serie di funzioni razionali, la quale serie, pur essendo funzione di variabile complessa nel

[1] Col segno $|a|$ s'indica il valore assoluto di a.

[2] *Monatsberichte der Berlin. Akad.* 1880.

senso ordinario, rappresenta rispettivamente in varie regioni del piano, varie funzioni (o rami di funzioni) arbitrariamente prefissate. Il sig. Hermite, nella sua lettera al sig. Mittag-Leffler, pubblicata (1) sotto il titolo *Sur quelques points de la théorie des fonctions* costruisce una nuova espressione colle stesse proprietà, ma in forma di integrale definito; e le regioni del piano sono separate da rette parallele all' asse immaginario.

« Un' espressione analoga si può ottenere come applicazione immediata del teorema di Cauchy, sostituendo alle striscie parallele all' asse immaginario, corone circolari col centro nell' origine. Siano dati infatti nel piano della variabile complessa z dei cerchi col centro nell' origine e con raggi crescenti $r_1, r_2, \dots r_n$; e si voglia costruire un' espressione che entro il cerchio r_h, abbia un valore C_o, nella corona fra r_h ed r_{h+1}, il valore C_h, e fuori di r_n il valore C_n, essendo $C_0, C_1, \dots C_n$ costanti date arbitrariamente. Si prenda un punto a_h sulla circonferenza r_h, e si consideri l' integrale esteso ad una circonferenza di centro O e di raggio ρ:

$$I(\rho) = \frac{1}{2\pi i}\int_{(\rho)}\left(\frac{C_0}{y} + \frac{C_1 - C_0}{y - a_1} + \dots + \frac{C_n - C_{n-1}}{y - a_n}\right) dy$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{C_0}{\rho e^{i\theta}} + \frac{C_1 - C_0}{\rho e^{i\theta} - a_1} + \dots + \frac{C_n - C_{n-1}}{\rho e^{i\theta} - a_n}\right)\rho e^{i\theta}\, d\theta \,.$$

« Se è

$$|a_h| < \rho < |a_{h+1}|,$$

si avrà per il teorema di Cauchy:

$$I(\rho) = C_h \,,$$

onde la $I(\rho)$, riguardata come funzione della variabile reale ρ, gode della proprietà richiesta. Ma si può facilmente sostituire a questa una funzione della variabile complessa z, ponendo $z = \rho e^{i\theta}$; e non si muta il valore dell' integrale scrivendo:

$$I(z) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{C_0}{ze^{i\theta}} + \frac{C_1 - C_0}{ze^{i\theta} - a_1} + \dots + \frac{C_n - C_{n-1}}{ze^{i\theta} - a_n}\right) ze^{i\theta}\, d\theta \,;$$

e questa è l' espressione domandata.

« Sarà facile ora sostituire a quest' espressione un' altra che nelle varie regioni abbia valori non più costanti, ma funzioni assegnate di z, come pure con trasformazione di variabile sostituire alle corone circolari altri campi di diversa natura ».

(1) *Acta Societatis Scientiarum Fennicae*, t. XII, e *Giornale di Crelle*, t. XCI, 1881.

Matematica. — *Ricerche sull'equilibrio delle superficie flessibili ed inestensibili.* Nota I. del prof. PADOVA, presentata dal Socio BELTRAMI.

« Infiniti sono i sistemi di forze che si possono fare equilibrio, quando siano applicati ad una data superficie flessibile ed inestendibile, senza che questa subisca deformazione [1], ma ad ogni sistema di forze corrispondono determinate tensioni, e viceversa, prese ad arbitrio le espressioni delle tensioni (purchè siano continue ed ammettano le derivate prime) che si vogliono far nascere sulla superficie, resta determinato il sistema di forze in equilibrio, che, applicato alla superficie, è capace di generarle. Qualunque poi sia il sistema di forze in equilibrio, che agisce sopra una superficie, esistono sempre due sistemi di linee tracciate sulla superficie stessa, che sono ortogonali fra loro e soggetti a sole tensioni normali [2], potremo quindi sempre prendere per linee coordinate sulla superficie due sistemi dotati di queste proprietà. In tale ipotesi le equazioni di equilibrio divengono:

$$(1)\qquad U\sqrt{EG}=\frac{d\lambda\sqrt{E}}{du}-\frac{\nu}{2\sqrt{E}}\frac{dG}{du}\,,\quad V\sqrt{EG}=\frac{d\nu\sqrt{G}}{dv}-\frac{\lambda}{2\sqrt{G}}\frac{dE}{dv}\,,$$
$$W\sqrt{EG}=A\lambda+C\nu$$

pei punti dell'area considerata ed:

$$(2)\qquad U_s=\lambda\sqrt{\frac{E}{G}}\cos(nu)\;,\quad V_s=\nu\sqrt{\frac{G}{E}}\cos(nv)\;,\quad W_s=0$$

pei punti del contorno, come facilmente si ricava dalla citata Memoria del prof. Beltrami.

« Alle funzioni λ, ν sostituiamo le altre λ_1, ν_1 definite dalle equazioni

$$\lambda_1=\lambda\sqrt{\frac{E}{G}}\;,\quad \nu_1=\nu\sqrt{\frac{G}{E}}\;;$$

λ_1 e ν_1 rappresentano (salvo il segno) le tensioni che si esercitano sulle linee v ed u rispettivamente.

« Le (1) e (2) si cangiano allora nelle altre:

$$(1')\qquad \begin{cases} U\sqrt{E}=\dfrac{d\lambda_1}{du}+(\lambda_1-\nu_1)\dfrac{d\log\sqrt{G}}{du}\,, & V\sqrt{G}=\dfrac{d\nu_1}{dv}-(\lambda_1-\nu_1)\dfrac{d\log\sqrt{E}}{dv}\,, \\ W=-\dfrac{\lambda_1}{r_u}-\dfrac{\nu_1}{r_v}\,, & \end{cases}$$

$$(2')\qquad U_s=\lambda_1\cos(nu)\;,\quad V_s=\nu_1\cos(nv)\;,\quad W_s=0\,,$$

[1] Vedasi L. Lecornu, *Sur l'équilibre des surfaces flexibles et inextensibles.* Journal de l'Ecole Polytechnique Cahier XLVIII.

[2] Vedasi la Memoria, che serve di base a queste ricerche, del prof. E. Beltrami, *Sull' equilibrio delle superficie flessibili ed inestendibili.* Memorie dell' Istituto delle Scienze di Bologna, serie IV, tomo III.

ove r_u, r_v sono i raggi di curvatura delle sezioni normali tangenti alle linee u, v rispettivamente.

« Ricordando che si ha:

$$\frac{d\sqrt{E}}{\sqrt{G}\,dv}=\frac{\sqrt{E}}{\rho_u}\,,\quad \frac{d\sqrt{G}}{\sqrt{E}\,du}=\frac{\sqrt{G}}{\rho_v}\,,$$

ove $\frac{1}{\rho_u}, \frac{1}{\rho_v}$ sono le curvature tangenziali delle linee u e v, e che la curvatura totale $\frac{1}{R}$ di una linea qualunque tracciata sulla superficie è la risultante della curvatura tangenziale e della curvatura della sezione normale tangente alla linea, si vede che, posto:

$$U_1=\frac{1}{\sqrt{E}}\left(\frac{d\lambda_1}{du}+\lambda_1\frac{d\log\sqrt{G}}{du}\right)\,,\quad V_1=-\lambda_1\frac{d\log\sqrt{E}}{\sqrt{G}\,dv}\,,\quad W_1=-\frac{\lambda_1}{r_u}\,,$$

$$U_2=-\nu_1\frac{d\log\sqrt{G}}{\sqrt{E}\,du}\,,\quad V_2=\frac{1}{\sqrt{G}}\left(\frac{d\nu_1}{dv}+\nu_1\frac{d\log\sqrt{E}}{dv}\right)\,,\quad W_2=-\frac{\nu_1}{r_v}\,,$$

e quindi:

$$U_1+U_2=U\,,\quad V_1+V_2=V\,,\quad W_1+W_2=W\,,$$

le forze U_1, V_1, W_1 tengono in equilibrio la linea u considerata come un filo a sezione variabile e le forze U_2, V_2, W_2 tengono in equilibrio la linea v; la tensione lungo la linea u è rappresentata da $\lambda_1\sqrt{G}$, quella lungo la linea v da $\nu_1\sqrt{E}$ (¹).

« Ciò posto, se prendiamo $\lambda_1=\nu_1=cost$, abbiamo il primo caso notevole d'equilibrio osservato dal prof. Beltrami (§ 8 della citata Memoria); se le linee u, v sono le linee di curvatura e si fa $\lambda_1=-\frac{a}{r_v}$, $\nu_1=-\frac{a}{r_u}$, ove a è una costante, si ha il caso considerato nel § 9 della citata Memoria, e finalmente si ha il caso studiato nel § 10 se si ammette soltanto che sia $\lambda_1=\nu_1$.

« Se prendiamo:

$$\lambda_1=-\frac{a}{\sqrt{G}}\,,\quad \nu_1=-\frac{a}{\sqrt{E}}\,,$$

le espressioni delle forze corrispondenti saranno:

$$U=\frac{a}{E}\frac{d\log\sqrt{G}}{du}\,,\quad V=\frac{a}{G}\frac{d\log\sqrt{E}}{dv}\,,\quad W=\frac{a}{\sqrt{G}.r_u}+\frac{a}{\sqrt{E}.r_v}\,,$$

$$U_s=-\frac{a}{\sqrt{G}}\cos(nu)\,,\quad V_s=-\frac{a}{\sqrt{E}}\cos(nv)\,,\quad W_s=0\,.$$

Le linee u, v sono in questo caso funicolari a tensione costante, quando la

(¹) Vedasi la comunicazione fatta dal dott. G. Morera, *Sull' equilibrio delle superficie flessibili ed inestendibili*. R. Accademia dei Lincei. Transunti (seduta del 3 giugno 1883).

forza applicata ad un punto qualunque si scomponga nelle due $\left(0, V, \frac{a}{\sqrt{G}\, r_u}\right)$, $\left(U, 0, \frac{a}{\sqrt{E}\, r_v}\right)$.

« Quando sulla sfera di Gauss si prendono come linee coordinate le linee corrispondenti alle linee di curvatura della superficie, fra i coefficienti E′, G′ dell'elemento lineare della sfera ed i raggi di curvatura principale della superficie hanno luogo le relazioni (¹):

$$(r_u - r_v)\frac{d \log \sqrt{G'}}{du} - \frac{d r_v}{du} = 0 \ , \ (r_u - r_v)\frac{d \log \sqrt{E'}}{dv} + \frac{d r_u}{dv} = 0 \ ,$$

$$r_v = \sqrt{\frac{G}{G'}} \ , \ r_u = \sqrt{\frac{E}{E'}} \ ,$$

talchè le tensioni:

$$\lambda_1 = a\, r_v \ , \ \nu_1 = a\, r_u$$

corrisponderanno alle forze:

$$U = a(r_u - r_v)\frac{d \log \frac{1}{r_v}}{\sqrt{E}\, du} \ , \ V = a(r_v - r_u)\frac{d \log \frac{1}{r_u}}{\sqrt{G'}\, dv} \ , \ W = -a\left(\frac{r_v}{r_u} + \frac{r_u}{r_v}\right),$$

$$U_s = a\, r_v \cos(n\, u) \ , \ V_s = a\, r_u \cos(n\, v) \ , \ W_s = 0 \, .$$

« Nella ipotesi che le tensioni abbiano ugual valore per tutti gli elementi che escono da un punto, le (1) divengono:

$$(1'') \qquad U = \frac{1}{\sqrt{E}}\frac{d\lambda_1}{du} \ , \ V = \frac{1}{\sqrt{G}}\frac{d\lambda_1}{dv} \ , \ W = -h\lambda_1 \ ,$$

se per brevità si indica con h la curvatura media della superficie nel punto (u, v); inoltre la forza applicata in un punto qualunque del contorno deve essere uguale al valore di λ_1 in quel punto e normale al contorno stesso. Ciò posto consideriamo un sistema di rette che partano dai punti della data superficie e siano normali ad una stessa superficie, se con x, y, z si indicano i coseni degli angoli che una qualunque di queste rette fa con degli assi coordinati fissi, posto:

$$U_1 = X\frac{dx}{du} + Y\frac{dy}{du} + Z\frac{dz}{du} \ , \ V_1 = X\frac{dx}{dv} + Y\frac{dy}{dv} + Z\frac{dz}{dv},$$

si dovrà avere:

$$\frac{d\, U_1}{dv} = \frac{d\, V_1}{du},$$

ossia:

$$U_1\, du + V_1\, dv = d\varphi \, .$$

(¹) Dini U., *Sopra alcuni punti delle teoria della superficie.* Memorie della Società italiana delle Scienze, detta dei XL, serie III, vol. I.

« Applichiamo ai punti della superficie e nella direzione di queste rette delle forze che siano funzioni della sola φ; chiamandole F, avremo:

$$\frac{d\,U_1 F}{dv}=\frac{d\,V_1 F}{du};$$

e, se α, β, γ, sono gli angoli che la retta condotta per (u, v) fa colle linee u, v e colla normale alla superficie corrispondenti al punto di partenza, questa equazione diverrà:

$$\frac{d F \sqrt{E}.\cos\alpha}{dv}=\frac{d F\sqrt{G}.\cos\beta}{du};$$

talchè le prime due equazioni (1″) saranno soddisfatte se si prende:

$$\lambda_1=\int F\, d\varphi+\text{cost},$$

ed affinchè anche la terza lo sia dovrà essere $\frac{1}{h}\cos\gamma$ funzione della sola φ; prese cioè sulle normali alla superficie data delle lunghezze inversamente uguali alle curvature medie, le proiezioni di questi segmenti sulle rette del nostro sistema dovranno essere costanti lungo le linee $\varphi=cost.$ Se le linee $\varphi=cost$ sono fra loro parallele geodeticamente, l'angolo γ dipende soltanto da φ (¹) e quindi per l'equilibrio è necessario che la h pure sia funzione soltanto di φ.

« Possiamo dunque enunciare questo

« *Teorema*: Se sopra una superficie le linee $h=$cost sono fra loro parallele geodeticamente e pei punti della superficie stessa conduciamo delle rette normali ad una superficie ed alle linee $h=$cost, la superficie data starà in equilibrio sotto l'azione di forze che abbiano quelle rette per linee d'azione e la cui intensità F sia definita dalla equazione:

$$F\cos\gamma=-h\left(\int F\,d\varphi+a\right)$$

ovverosia:

$$F=\frac{h}{\cos\gamma}e^{b-\int\frac{h}{\cos\gamma}d\varphi},$$

ove b è una costante arbitraria.

« La tensione è allora uguale su tutti gli elementi che partono da un punto ed è misurata dal segmento della retta del sistema derivato col modulo $F(\varphi)$ dal sistema di rette dato, intercetto fra la superficie data ed una di quelle cui le rette del sistema derivato sono normali.

« Supponiamo adesso $\lambda_1=-\frac{\rho}{r_v}$, $\nu_1=-\frac{\rho}{r_u}$, ove ρ è una funzione di u, v; avremo dalle (1′):

$$U=-\frac{1}{r_v}\frac{d\rho}{\sqrt{E}\,du},\quad V=-\frac{1}{r_u}\frac{d\rho}{\sqrt{G}\,dv},\quad W=\frac{\rho}{r_u r_v}. \tag{3}$$

(¹) E. Beltrami, *Ricerche di Analisi applicata alla Geometria.* Giornale di Matematiche, vol. II.

« Le linee u, v siano le linee di curvatura della superficie e, fatta la solita rappresentazione sulla sfera, sia:

$$ds'^2 = E'du^2 + G'dv^2$$

il quadrato dell'elemento lineare della sfera, le (3) diverranno:

$$(3')\quad U = -\sqrt{\frac{E'G'}{EG}}\frac{d\rho}{\sqrt{E'}du}, \quad V = -\sqrt{\frac{E'G'}{EG}}\frac{d\rho}{\sqrt{G'}dv}, \quad W = \sqrt{\frac{E'G'}{EG}}\cdot\rho.$$

« Con R, α, β, γ indichiamo la risultante delle forze U, V, W e gli angoli ch'essa fa colle linee u, v e colla normale alla superficie; posto:

$$\psi = R\sqrt{\frac{EG}{E'G'}},$$

le (3') assumono la forma seguente:

$$\psi\cos\alpha = -\frac{d\rho}{\sqrt{E'}du}, \quad \psi\cos\beta = -\frac{d\rho}{\sqrt{G'}dv}, \quad \psi\cos\gamma = \rho.$$

« Se le parallele alle linee d'azione delle forze condotte pei punti corrispondenti della sfera indicatrice sono normali ad una stessa superficie, si avrà:

$$\frac{d\sqrt{E'}.\cos\alpha}{dv} = \frac{d\sqrt{G'}.\cos\beta}{du}$$

quindi

$$\sqrt{E'}.\cos\alpha\, du + \sqrt{G'}.\cos\beta\, dv = d\varphi;$$

ψ dovrà essere funzione di φ e sarà

$$\rho = \text{cost} - \int\psi\, d\varphi,$$

inoltre, perchè queste forze si facciano equilibrio dovremo avere *cos* γ funzione della sola φ, cioe le linee $\varphi = cost$ tracciate sulla sfera dovranno essere fra loro parallele geodeticamente. Se dunque pei punti della sfera indicatrice si conducono rette parallele alle linee d'azione delle forze applicate ai punti della superficie e queste rette risultano normali ad una superficie e tali che il sistema delle linee $\varphi = $ cost. tracciate sulla sfera e perpendicolari alle rette stesse siano parallele fra loro geodeticamente, le forze si faranno equilibrio quando la loro intensità sia definita dalla equazione:

$$R = \frac{a}{r_u r_v \cos\gamma}.e^{-\int\frac{d\varphi}{\cos\gamma}}.$$

« Questo teorema dà il modo di costruire infiniti sistemi di forze in equilibrio sulla superficie; le tensioni sulle linee di curvatura sono normali ad esse, e misurate da

$$\frac{1}{r_v}(\text{cost} - \int\psi\, d\varphi), \quad \frac{1}{r_u}(\text{cost} - \int\psi\, d\varphi)$$

e la quantità: $\text{cost} - \int\psi\, d\varphi$ rappresenta il segmento della retta del sistema derivato compreso fra la sfera ed una delle superficie cui quelle rette sono normali.

« Quanto alle forze da applicarsi al contorno esse son date dalle (2'), ove per λ_1, ν_1 si debbono porre i loro valori.

« Se le linee u sono geodetiche le (1') divengono:

$$(1''') \quad U = \frac{d\lambda_1}{du} + (\lambda_1 - \nu_1)\frac{d \log \sqrt{G}}{du}, \quad V = \frac{d\nu_1}{\sqrt{G}\, dv}, \quad W = -\frac{\lambda_1}{r_u} - \frac{\nu_1}{r_v}.$$

« Quando la superficie è di rivoluzione e le linee d'azione delle forze oltre all'essere normali ad una stessa superficie sono perpendicolari ai paralleli, si ha $V = 0$, e le quantità r_u, r_v, ν_1 dipenderanno soltanto da u. Le (1''') saranno soddisfatte se le forze dipenderanno soltanto da u e se λ_1, ν_1 verificheranno le due equazioni:

$$U = \frac{d\lambda_1}{du} + (\lambda_1 - \nu_1)\frac{d \log \sqrt{G}}{du}, \quad W = -\frac{\lambda_1}{r_u} - \frac{\nu_1}{r_v},$$

la prima delle quali va considerata come equazione a derivate ordinarie. In questo caso rientrano i problemi studiati dal Mossotti nelle sue *Lezioni di meccanica razionale*, relativi a superficie di rivoluzione ad asse verticale sollecitate da pesi.

« Se invece la superficie data è sviluppabile e le forze, oltre all'essere normali ad una superficie, sono perpendicolari alle generatrici rettilinee, ossia alle linee u, dovrà per l'equilibrio essere λ_1 funzione della sola v, e poichè $\frac{1}{r_u} = 0$ le (1''') daranno:

$$F \operatorname{sen} \gamma = \frac{d\nu_1}{dv}, \quad F \cos \gamma = \frac{\nu_1}{r_v};$$

è chiaro che il problema della velaria è caso particolare di questo ».

Matematica. — *Sulla deformazione delle superficie flessibili ed inestendibili*. Nota del prof. Vito Volterra, presentata dal Socio Betti.

« In due Note che ebbi l'onore di presentare l'anno scorso a cotesta illustre Accademia, ho accennato come il problema della ricerca degli spostamenti infinitesimi di una superficie flessibile e inestendibile (la cui equazione era $z = z(x, y)$) consisteva nell' integrare il sistema di equazioni differenziali a derivate parziali:

$$(1) \qquad \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial \varpi}{\partial q}, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial \varpi}{\partial p} \qquad \left(p = \frac{\partial z}{\partial x},\ q = \frac{\partial z}{\partial y}\right)$$

in cui w e ϖ (che ho chiamate funzioni coniugate) erano respettivamente funzioni di x e y, p e q. Ho anche indicato come, trovata una soluzione particolare w_1, ϖ_1 del sistema (1), onde avere la w bastava integrare l'equazione a derivate parziali:

$$(2) \quad \frac{\partial^2 w}{\partial w_1^2} + \frac{\partial\left[(rt - s^2)\frac{\partial w}{\partial \varpi_1}\right]}{\partial \varpi_1} = 0, \quad \left(r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \quad s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \quad t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right).$$

« Per ottenere le componenti δx, δy, δz dello spostamento più generale infinitesimo della superficie bastava prima calcolare la funzione coniugata ϖ della w e quindi si aveva:

$$\delta x = \int (w dp + \varpi dy)\,, \quad \delta y = \int w dq - \varpi dx\,, \quad \delta z = w\,.$$

« Ho fatto osservare nella seconda delle Note anzidette, come il problema dell' equilibrio conduce a equazioni differenziali analoghe a quelle che si hanno nel problema della deformazione e ho notato le relazioni che passano fra i due problemi.

« Per varie classi di superficie la integrazione della equazione (2), dopo avere determinata una conveniente soluzione particolare del sistema (1), si eseguisce con grande facilità. Mi propongo di indicare alcuni dei casi in cui ho eseguita la integrazione.

1. « *Superficie del secondo grado.* Supponiamo che la superficie possieda un centro, e poniamo la sua equazione sotto la forma:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1\,; \tag{3}$$

si avrà:

$$rt - s^2 = \frac{c^6}{a^2 b^2} \frac{1}{z^4}\,,$$

ed esprimendo z in funzione di x e di q:

$$rt - s^2 = \frac{c^2}{a^2 b^2} \left[\frac{\left(1 + \frac{b^2}{c^2} q^2\right)}{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)} \right]^2.$$

« Prendiamo come soluzione particolare del sistema (1) $w_1 = x$, $\varpi_1 = -q$; la equazione (2) da integrare diviene:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial \left\{ \frac{c^2}{a^2 b^2} \left(\frac{1 + \frac{b^2}{c^2} q^2}{1 - \frac{x^2}{a^2}} \right)^2 \frac{\partial w}{\partial q} \right\}}{\partial q} = 0,$$

o anche, ponendo $x = a x_1$, $q = \frac{c}{b} q_1$:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \frac{\partial \left(\frac{1 + q_1^2}{1 - x_1^2} \frac{\partial w}{\partial q_1} \right)}{\partial q_1} = 0.$$

« Si trova dunque la stessa equazione differenziale per tutte le superficie aventi per equazione la (3). Basterà dunque conoscere tutte le deformazioni che può prendere una speciale superficie di questa classe perchè il problema sia risoluto per tutte. Determiniamole quindi per tutte le

superficie sferiche di raggio 1. In questo caso prendiamo come soluzione particolare del sistema (1) $w_1 = y - ix$ $\varpi_1 = p + iq$, avremo:

$$rt - s^2 = \frac{\varpi_1^4}{w_1^4},$$

onde la equazione (2) prenderà la forma:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial w_1^2} + \frac{\partial \left(\frac{\varpi_1^4}{w_1^4} \frac{\partial w}{\partial \varpi_1} \right)}{\partial \varpi_1} = 0.$$

« Se poniamo:

$$\xi = \log \left(-\frac{1}{w_1} - \frac{i}{\varpi_1} \right), \quad \eta = \log \left(-\frac{1}{w_1} + \frac{i}{\varpi_1} \right),$$

la equazione precedente diviene:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{1}{\operatorname{sen} h (\xi - \eta)} \left(\frac{\partial w}{\partial \xi} - \frac{\partial w}{\partial \eta} \right) = 0.$$

« Questa equazione si integra immediatamente col noto metodo Eulero-Laplace e in tal modo si ottiene:

$$w = \psi(\xi) + \varphi(\eta) - [\psi'(\xi) - \varphi'(\eta)] \frac{\cos h (\xi - \eta) - 1}{\operatorname{sen} h (\xi - \eta)},$$

in cui φ e ψ sono funzioni arbitrarie.

« Si ottiene dunque w espresso mediante x e y:

$$w = \psi \left(\frac{x + iy}{z - 1} \right) + \varphi \left(\frac{x - iy}{z - 1} \right) - [(x + iy) \psi' + (x - iy) \varphi'] \frac{z}{z - 1}$$

e mediante semplici quadrature:

$$\varpi = i \left\{ \psi \left(\frac{x + iy}{z - 1} \right) + \varphi \left(\frac{x - iy}{z - 1} \right) + [(x + iy) \psi' + (x - iy) \varphi'] \frac{1}{z(z - 1)} \right\}.$$

« La determinazione delle tre componenti $\delta x, \delta y, \delta z$ dello spostamento di ciascun punto è quindi ridotta a semplici quadrature.

« Nel caso in cui la superficie non possieda centro e possa porsi la sua equazione sotto la forma:

$$z = Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + C$$

abbiamo $r = 2A$, $s = 0$, $t = 2B$, onde $rt - s^2 = 4AB$ e quindi l'equazione da integrarsi si riduce immediatamente a $\Delta^2 w = 0$.

« È inutile considerare il caso in cui la superficie è un cono o un cilindro.

« *Possiamo dunque considerare come risoluto il problema generale della deformazione infinitesima di una superficie qualunque del secondo grado.*

2. « *Pseudosfera.* Poste le equazioni della pseudosfera sotto la forma:

$$\frac{dz}{du} = \sqrt{1 - e^{2u}}, \quad x = e^u \cos v, \quad y = e^u \operatorname{sen} v,$$

si trova:

$$rt - s^2 = -e^{-4u}.$$

« Ora una soluzione particolare del sistema (1) è:

$$w_1 = -\sqrt{1-x^2-y^2} \qquad \varpi_1 = \text{arco tang} \frac{p}{q},$$

quindi basta integrare l' equazione differenziale:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial w_1^2} - \frac{\partial \left(\frac{1}{(w_1^2-1)^2} \frac{\partial w}{\partial \varpi_1} \right)}{\partial \varpi_1} = 0.$$

« Ponendo:

$$w_2 = \frac{1}{2} \left(\varpi_1 + \frac{1}{2} \log \frac{w_1-1}{w_1+1} \right), \quad \varpi_2 = \frac{1}{2} \left(-\varpi_1 + \frac{1}{2} \log \frac{w_1-1}{w_1+1} \right)$$

si trova:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial w_2 \partial \varpi_2} + \cot h (w_2 + \varpi_2) \left(\frac{\partial w}{\partial w_2} + \frac{\partial w}{\partial \varpi_2} \right) = 0;$$

e facendo:

$$\text{sen} h (w_2 + \varpi_2) w = \mathrm{F},$$

si ottiene:

$$\frac{\partial^2 \mathrm{F}}{\partial w_2 \partial \varpi_2} = \mathrm{F},$$

o anche se $\qquad w_3 = w_2 + \varpi_2 \qquad \varpi_3 = w - \varpi_2,$

$$\Delta^2 \mathrm{F} = \mathrm{F}$$

che è una equazione molto nota nell' analisi:

3. « *Elicoidi del Dini a curvatura costante.* Presa per equazione di questa superficie:

$$z = \int \sqrt{\frac{1}{\rho^2} - 1}\, d\rho + m \text{ arco tang} \frac{y}{x}, \quad \rho = \sqrt{x^2+y^2},$$

si trova:

$$rt - s^2 = \frac{1+m^2}{\rho^4}.$$

« La soluzione particolare del sistema (1) da prendersi in questo caso è:

$$w_1 = \sqrt{1-\rho^2}, \quad \varpi_1 = -m(m^2+1) \int \frac{d\rho}{\rho \sqrt{1-\rho^2}(1+m^2-\rho^2)} - \text{arco tang} \frac{p}{q},$$

onde la (2) diviene:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial w_1^2} - \frac{\partial \left[\frac{1+m^2}{(1-w_1^2)^2} \frac{\partial w}{\partial \varpi_1} \right]}{\partial \varpi_1} = 0,$$

ossia ponendo:

$$\frac{\varpi_1}{\sqrt{1+m^2}} = \varpi_2,$$

si ha:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial w_1^2} - \frac{\partial \left[\frac{1}{(1-w_1^2)^2} \frac{\partial w}{\partial \varpi_2} \right]}{\partial \varpi_2} = 0,$$

che è la stessa equazione differenziale che abbiamo trovata nel caso della pseudosfera.

4. « *Superficie conoidi.* La equazione di queste superficie è:

$$z=f\left(\frac{x}{y}\right)$$

onde:

$$rt-s^2=-f'^2\frac{1}{y^4}.$$

« Prendiamo $w_1=y$, $\varpi_1=p=f'\frac{1}{y}$; si trova:

$$rt-s^2=-\frac{\varpi_1^2}{w_1^2},$$

onde la (2) diviene:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial w_1^2}-\frac{\partial\left(\frac{\varpi_1^2}{w_1^2}\frac{\partial w}{\partial \varpi_1}\right)}{\partial \varpi_1}=0.$$

« Posto:

$$w_2=\log(w_1\varpi_1), \qquad \varpi_2=\log\frac{w_1}{\varpi_1},$$

si ottiene:

$$\frac{\partial w}{\partial w_2}-2\frac{\partial^2 w}{\partial w_2\,\partial \varpi_2}=0,$$

e quindi:

$$w=\sqrt{\frac{y}{p}}\,\theta(py)+\psi\left(\frac{y}{p}\right),$$

in cui θ e ψ sono funzioni arbitrarie.

« Si ottengono quindi le due funzioni coniugate sotto la forma:

$$w=\sqrt{\frac{y}{p}}\,\theta(py)-\frac{y}{p}\,\varphi'\left(\frac{y}{p}\right)+\varphi\left(\frac{y}{p}\right)$$

$$\varpi=\sqrt{\frac{p}{y}}\,\theta(py)+\varphi'\left(\frac{y}{p}\right)$$

in cui θ e φ sono funzioni arbitrarie, ovvero:

$$w=\frac{y}{\sqrt{f'}}\,\theta(f')-\frac{y^2}{f'}\,\varphi'\left(\frac{y^2}{f'}\right)+\varphi\left(\frac{y^2}{f'}\right)$$

$$\varpi=\frac{\sqrt{f'}}{y}\,\theta(f')+\varphi'\left(\frac{y^2}{f'}\right),$$

da cui risultano immediatamente i valori delle componenti dello spostamento, mediante semplici quadrature ».

Matematica. — *Sur l'intégrale $\int e^{\omega x} f(x)\,dx$.* Nota del prof. F. Gomes-Teixeira, presentata dal Socio Battaglini.

« On sait que, si $f(x)$ représente une fonction rationnelle de x, l'intégrale $\int e^{\omega x} f(x)\,dx$ a la forme suivante:

$$\int e^{\omega x} f(x)\,dx=e^{\omega x}.\,\Theta(x)+\Sigma\,\mathrm{A}\int\frac{e^{\omega x}}{x-a}\,dx,$$

où la première partie contient une fonction $\Theta(x)$ rationnelle, et la deuxième partie contient une transcendante qui a la dénomination de *logarithme intégrale*. La méthode qu'on emploie pour obtenir cette intégrale exige la décomposition de $f(x)$ en des fractions simples, et par conséquent la recherche des racines de son dénominateur. Nous allons faire voir que, si on veut seulement la première partie $e^{\omega x}\Theta(x)$ de l'intégrale, il ne faut pas résoudre cette équation. Nous emploierons dans ce bût la même methode que nous avons emploié pour résoudre une question analogue relative à l'intégration des fonctions rationnelles dans notre note insérée à page 187 de ce volume des *Rendiconti*.

« En effet, soit:

$$f(x) = \varphi(x) + \frac{F_1(x)}{F(x)} = \varphi(x) + \frac{F_1(x)}{M^\alpha . N^\beta . P^\gamma ......}$$

la fonction proposée, et

$$\begin{aligned} M &= (x-a_1)(x-a_2)...,(x-a_n) = x^n + h_1 x^{n-1} + h_2 x^{n-2} + ... \\ N &= (x-a'_1)(x-a'_2)...(x-a'_p) = x^p + h'_1 x^{p-1} + h'_2 x^{p-2} + ... \end{aligned}$$

etc.

« M, N, P, etc. étant obtenus au moyen de la théorie des racines égales. Nous avons

$$\begin{aligned} f(x) = \varphi(x) &+ \sum_1^\alpha \left[\frac{A_i}{(x-a_1)^i} + \frac{B_i}{(x-a_2)^i} + ... + \frac{L_i}{(x-a_n)^i}\right] \\ &+ \sum_1^\beta \left[\frac{A'_k}{(x-a'_1)^k} + \frac{B'_k}{(x-a'_2)^k} + ... + \frac{L_k}{(x-a'_p)^k}\right] \\ &+ \text{etc.}, \end{aligned}$$

et par conséquent

$$\begin{aligned} (1) \qquad & \int e^{\omega x} f(x)\,dx = \int e^{\omega x} \varphi(x)\,dx + \\ &+ \sum_1^\alpha \left[A_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a_1)^i} + B_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a_2)^i} + ... + L_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a_n)^i}\right] \\ &+ \sum_1^\beta \left[A'_k \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a'_1)^k} + B'_k \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a'_2)^k} + ... + L_k \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a'_p)^k}\right] \\ &+ \text{etc.} \end{aligned}$$

« Comme $\varphi(x)$ est une fonction entière, on trouve facilement la première intégrale.

« Les autres intégrales sont de la forme suivante:

$$\int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a)^m} = -\frac{e^{\omega x}}{(m-1)(x-a)^{m-1}} + \frac{\omega}{m-1} \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a)^{m-1}},$$

et on a par conséquent

$$(2)\quad \sum_1^\alpha \left[A_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a_1)^i} + B_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a_2)^i} + \dots + L_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a_n)^i} \right]$$

$$= \sum_1^\alpha - \frac{e^{\omega x}}{i-1} \left[\frac{A_i}{(x-a_1)^{i-1}} + \frac{B_i}{(x-a_2)^{i-1}} + \dots + \frac{L_i}{(x-a_n)^{i-1}} \right]$$

$$+ \sum_1^\alpha \frac{\omega}{i-1} \left[A_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a_1)^{i-1}} + B_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a_2)^{i-1}} + \dots + L_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a_n)^{i-1}} \right].$$

« On trouve $A_i, B_i, \dots L_i$ au moyen des formules de décomposition des fractions rationnelles, et comme ces numérateurs sont des fonctions rationnelles de $a_1, a_2, \dots a_n$ et des fonctions symétriques de $a'_1, a'_2, \dots a'_p$, etc., et on passe de A_i pour $B_i, C_i, \dots L_i$ échangeant a_1 par $a_2, a_3, \dots a_n$, on conclue que

$$\frac{A_i}{(x-a_1)^{i-1}} + \frac{B_i}{(x-a_2)^{i-1}} + \dots + \frac{L_i}{(x-a_n)^{i-1}}$$

est une fonction symetrique rationnelle séparément de $a_1, a_2, \dots a_n$ de $a'_1, a'_2, \dots a'_p$, etc. On peut donc obtenir cette somme au moyen des théorèmes de la théorie des fonctions symétriques en fonction de h_1, h_2, h_3, etc. sans connaitre les racines a_1, a_2, etc. De la même manière, on trouve

$$\sum_1^\alpha \frac{\omega}{i-1} \left[A_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a_1)^{i-1}} + B_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a_2)^{i-1}} + \dots + L_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a_n)^{i-1}} \right]$$

$$= \sum_1^\alpha - \frac{\omega e^{\omega x}}{(i-1)(i-2)} \left[\frac{A_i}{(x-a_1)^{i-2}} + \frac{B_i}{(x-a_2)^{i-2}} + \dots + \frac{L_i}{(x-a_n)^{i-2}} \right]$$

$$+ \sum_1^\alpha \frac{\omega^2}{(i-1)(i-2)} \left[A_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a_1)^{i-2}} + B_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a_2)^{i-2}} + \dots + L_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{(x-a_n)^{i-2}} \right],$$

dont la première partie peut être calculée au moyen de la théorie des fonctions symétriques.

« En continuant de la même manière, on arrive au résultat

$$e^{\omega x}.\,\Psi(x) + \Sigma \frac{\omega^{i-1}}{1.2\dots(i-1)} \left[A_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{x-a_1} + B_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{x-a_2} + \dots + L_i \int \frac{e^{\omega x}\,dx}{x-a_n} \right],$$

où $\Psi(x)$ représente la partie qu'on a calculé au moyen des théorèmes de la théorie des fonctions symétriques, et l'autre partie dépend du *logarithme intégrale*. On voit donc que la connaissance des racines du dénominateur $F(x)$ est seulement necéssaire pour obtenir la partie de l'intégrale (2) ne dépend de cette nouvelle transcendante.

« Ce qu'on vient de dire de la partie de la formule (1) relative à $a_1, a_2, \dots a_n$ s'applique à la partie relative à $a'_1, a'_2 \dots a'_p, a''_1, a''_2, \dots a''_q$, etc. On conclue donc le théorème énoncé ».

Matematica. — *Intorno alla generazione dei gruppi di operazioni.* Nota del dott. G. Frattini, presentata dal Socio Battaglini.

« Dato un gruppo G di sostituzioni e in generale di operazioni in numero finito, diremo, come è naturale, che un sistema (g) di sostituzioni di G è un sistema di sostituzioni generatrici fra loro indipendenti, allorchè ogni sostituzione di G o sia in (g) o si possa ottenere come prodotto di sostituzioni contenute in (g), e qualsivoglia sostituzione di (g) non si possa ottenere come prodotto di sostituzioni scelte fra le rimanenti del sistema. Mancando questa seconda condizione diremo che il sistema è semplicemente un sistema di generatrici. Immaginando ora di avere formato e di avere sott'occhio tutti i possibili sistemi $(g)'$, $(g)''$.... di generatrici fra loro indipendenti, dovrà qualche sostituzione di G (almeno l'unità) mancare in tutti i sistemi.

« Se il gruppo G fosse ad es. quello delle potenze della sostituzione: $S = (a, b, c, d)$, le potenze di grado pari di questa, non potrebbero far parte di alcun sistema di generatrici di G fra loro indipendenti, perchè, come facilmente si vede, alla generazione di G dovrebbe pur concorrere una potenza di grado dispari della S dalla quale quelle di grado pari sarebbero generate.

« E così: L e s o s t i t u z i o n i d i u n g r u p p o q u a l s i v o g l i a s i p o s s o n o d i s t i n g u e r e i n d u e c l a s s i : n e l l a c l a s s e c i o è d i q u e l l e c h e p o s s o n o e f f i c a c e m e n t e c o n c o r r e r e a l l a g e n e r a z i o n e d e l g r u p p o p o t e n d o e s s e f a r p a r t e d i u n s i s t e m a g e n e r a t o r e s e n z a c h e s i a n o g e n e r a t e d a l l e r i m a n e n t i d e l s i s t e m a , e n e l l a c l a s s e d i q u e l l e l e q u a l i n o n p o s s o n o e f f i c a c e m e n t e c o n c o r r e r e a l l a g e n e r a z i o n e s o p r a d e t t a .

« Oggetto di questa Nota è quello di porre in rilievo che:

1. « L e s o s t i t u z i o n i d e l g r u p p o l e q u a l i n o n p o s s o n o e f f i c a c e m e n t e c o n c o r r e r e a l l a s u a g e n e r a z i o n e , n e c o s t i t u i s c o n o u n s o t t o g r u p p o e c c e z i o n a l e (il s o t t o g r u p p o Φ).

2. « I l g r u p p o Φ c o i n c i d e c o l g r u p p o d i q u e l l e s o s t i t u z i o n i l e q u a l i s o n o m o d u l i r i s p e t t o a i s i s t e m i g e n e r a t o r i d e l g r u p p o f o n d a m e n t a l e , s o n o c i o è t a l i , c h e q u a l u n q u e s i s t e m a g e n e r a t o r e s i t r a s f o r m i i n u n n u o v o s i s t e m a g e n e r a t o r e q u a n d o l e s o s t i t u z i o n i d e l p r i m o s i s t e m a s i c o n s i d e r i n o a s t r a z i o n f a t t a d a f a t t o r i u g u a l i a q u e i m o d u l i .

3. « I l g r u p p o Φ c o i n c i d e a n c o r a c o l g r u p p o c o m u n e a i s o t t o g r u p p i m a s s i m i [1] d e l g r u p p o f o n d a m e n t a l e .

4. « A f f i n c h è i l g r u p p o f o n d a m e n t a l e p o s s a e s s e r e g e n e r a t o d a u n c e r t o s u o s o t t o g r u p p o c o m b i n a t o c o n t a l u n o

[1] Massimo diremo un sottogruppo di G allorquando non esisterà in G altro sottogruppo che lo contenga.

degli altri, è necessario e sufficiente che il primo sottogruppo non sia esclusivamente formato con sostituzioni di Φ.

« E finalmente:

5. « Il gruppo Φ è un gruppo Ω_0 di Capelli [1].

« Che le sostituzioni g di G le quali non possono efficacemente concorrere alla generazione dell'istesso G costituiscano un gruppo, si può dimostrare nel seguente modo: Supponiamo che $g^{(\alpha)}$, $g^{(\beta)}$ non possano far parte di alcun sistema di generatrici fra loro indipendenti. Neppure potrà farne parte il prodotto $g^{(\alpha)}.\, g^{(\beta)}$. Chè, se fosse altrimenti, surrogando nel sistema $(g)^{(\omega)}$ di generatrici fra loro indipendenti il prodotto $g^{(\alpha)}.\, g^{(\beta)}$ con i suoi fattori, si avrebbe ancora nel sistema così modificato un nuovo sistema generatore. E riducendo comunque questo nuovo sistema a tale che fosse composto di sole generatrici fra loro indipendenti col sopprimere talune sostituzioni superflue, le sostituzioni $g^{(\alpha)}$, $g^{(\beta)}$ dovrebbero sparire necessariamente. Ma si perverrebbe così ad un sistema generatore composto di sostituzioni contenute in $(g)^{(\omega)}$, e privo del prodotto $g^{(\alpha)}.\, g^{(\beta)}$ il quale per ciò sarebbe superfluo in $(g)^{(\omega)}$.

« Trasformando ora le sostituzioni di un sistema (g) con qualsivoglia sostituzione $g^{(\mu)}$ di G, si otterrà certamente un nuovo sistema (g). Infatti se le sostituzioni del primo sistema generano G, le sostituzioni del sistema trasformato genereranno il gruppo G trasformato mediante $g^{(\mu)}$ ossia G medesimo. E nessuna delle trasformate sarà superflua nel secondo dei due sistemi. Infatti, se ciò fosse, superflua sarebbe altresì la sostituzione corrispondente nel primo dei due sistemi nel quale il secondo si trasforma mediante la inversa di $g^{(\mu)}$. Da ciò segue che se una g esiste in taluno o manca in tutti i sistemi (g), tutte le trasformate di g soggiaceranno alla identica condizione. Il gruppo delle sostituzioni le quali non possono efficacemente concorrere alla generazione di G conterrà adunque tutte le trasformate di qualsivoglia sua sostituzione con sostituzioni di G, e sarà per ciò eccezionale in G.

« Ed ora, sia K un sottogruppo di G non contenuto per intiero in Φ, e sia $(g)^{(\omega)}$ uno di quelli fra i sistemi (g) che presentano sostituzioni comuni

[1] Gruppi Ω_0 di Capelli dico quei gruppi i quali essendo di ordine: $p^\alpha . q^\beta . r^\gamma \ldots$ non contengono che un solo gruppo degli ordini: $p^\alpha, q^\beta, r^\gamma, \ldots$ rispettivamente, avendo il Capelli nella sua Memoria: *Sopra la composizione dei gruppi di sostituzioni* (R. Accademia dei Lincei, vol. XIX) dimostrato varie proprietà relative a questi gruppi, e fra le altre le due seguenti: I fattori di composizione dei gruppi Ω_0 sono numeri primi: Ogni sottogruppo di un gruppo Ω_0 è anch'esso un gruppo Ω_0. Combinando questa seconda proprietà con la nostra proposizione 4ª, si concluderà facilmente che: Quando non sia possibile generare il gruppo fondamentale combinando un certo suo sottogruppo con taluno degli altri, il primo sottogruppo apparterrà alla specie dei gruppi Ω_0 di Capelli.

con K. Soppresse in $(g)^{(\omega)}$ le sostituzioni che esso ha comuni con K, le restanti genereranno un gruppo K′ minore di G, perchè se esse generassero l'intiero G, le sostituzioni soppresse sarebbero state superflue in $(g)^{(\omega)}$. Ciò posto, il gruppo K e il gruppo K′ genereranno evidentemente l'intiero G perchè G era generato dalle sostituzioni di $(g)^{(\omega)}$. Esiste adunque un gruppo K′ di G che con K genera G.

« Ma ciò non accadrebbe se K fosse per intero contenuto in Φ. Chè se il gruppo K con un gruppo K′ minore di G generasse quest'ultimo gruppo, qualche sostituzione di K potrebbe efficacemente concorrere alla generazione di G, e ciò è contrario alla natura delle sostituzioni di Φ le quali comporrebbero K.

« Esiste il seguente teorema: Un sottogruppo Γ eccezionale in G può sempre efficacemente concorrere alla generazione di G allorquando esistano in Γ almeno due gruppi distinti fra quelli che hanno per ordine la massima potenza di taluno dei fattori primi che compongono l'ordine di Γ.

« Prima di dimostrare questo teorema, avvertirò che esso è nella sua sostanza dovuto al Capelli il quale dimostra (1) che esistono nella sopra detta ipotesi sottogruppi di G i quali partecipano con le loro sostituzioni a tutti i periodi di Γ. Per dimostrare la coincidenza delle due proposizioni osserveremo infatti che, se Γ è eccezionale in G, ogni sottogruppo L di G è permutabile con Γ (2), così che riunendo insieme i periodi d Γ aventi sostituzioni comuni con i singoli periodi di L, avrà luogo una nuova distribuzione delle sostituzioni di G in periodi e precisamente la distribuzione relativa al gruppo generato da Γ e da L come nella mia Memoria: *Intorno ad alcune proposizioni della teoria delle sostituzioni* (3), ho dimostrato. E da ciò apparisce evidentemente che: condizione necessaria e sufficiente affinchè esistano sottogruppi L di G che partecipino con le loro sostituzioni a tutti i periodi di Γ è, che Γ con qualche sottogruppo di G e minore di G generi G che cioè Γ concorra efficacemente alla generazione di G con qualche sistema di sostituzioni estranee a Γ.

« Ciò premesso, veniamo alla dimostrazione dell'enunciato teorema. Sia P uno dei sottogruppi d'ordine p^α (α massimo) contenuti in Γ, ed S una sostituzione di G. Dicasi P′ il gruppo d'ordine p^α (contenuto in Γ) nel quale S trasforma P.

« Sappiamo esistere in Γ sostituzioni le quali trasformano P in P′. Sia γ una di queste. La sostituzione $S\gamma^{-1}=\sigma$ apparterrà al gruppo delle sostituzioni di G le quali trasformano P in se medesimo, e si avrà: $S=\sigma\gamma$.

« Essendo la S una qualsivoglia sostituzione di G, si conclude che, il

(1) l. c.
(2) Ha luogo cioè, quali si sieno α e β, una relazione della forma: $l_\alpha \cdot \gamma_\beta = \gamma_\beta' \cdot l_\alpha'$.
(3) Mem. della R. Accademia dei Lincei, Vol. XVIII, 1883-84.

gruppo Γ e quello delle sostituzioni che trasformano P in se medesimo generano G. Ora il gruppo Γ concorre efficacemente a questa generazione purchè le sostituzioni di G le quali trasformano P in se medesimo non formino l'intiero G. Ma in questo caso P' coinciderebbe con P e non esisterebbero in Γ due gruppi distinti d'ordine p^α.

« Ed ora, poichè il gruppo Φ eccezionale in G non può, stante la sua definizione, efficacemente concorrere alla generazione di G, non esisteranno in Φ due gruppi distinti degli ordini p^α, q^β, ... rispettivamente. Il gruppo Φ sarà perciò un gruppo Ω_0.

« Il gruppo Φ è poi composto di quelle sostituzioni le quali sono moduli rispetto alla generazione di G. Sia infatti: $P\varphi_1\, Q\varphi_2\, R\varphi_3 \dots$ una sostituzione di un sistema generatore considerata come prodotto nel quale i fattori $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$ indicano sostituzioni di Φ. Siccome è: $P\varphi_1 = \varphi'_1 P$, $PQ\varphi_2 = \varphi'_2 PQ, \dots$ per essere Φ eccezionale in G, avremo: $P\varphi_1\, Q\varphi_2\, R\varphi_3 \dots = (\varphi'_1 \varphi'_2 \varphi'_3 \dots)(PQR\dots) = \varphi PQR \dots$

« Avverrà così che, mentre sostituendo nel sistema generatore la φ e il prodotto PQR... in luogo della sostituzione considerata, si otterrà evidentemente un nuovo sistema generatore, sopprimendo la φ che è superflua, si riuscirà ad introdurre la PQR... in luogo della primitiva sostituzione, come precisamente sarebbe avvenuto facendo in quella: $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 \dots = 1$. Viceversa se la sostituzione $g^{(h)}$ è un modulo, essa esisterà in Φ necessariamente. Infatti la $g^{(h)}$ non potrebbe far parte di alcun sistema di generatrici fra loro indipendenti, chè altrimenti si potrebbe far quivi $g^{(h)} = 1$ e sopprimere la $g^{(h)}$ come superflua.

« Così, se il gruppo G fosse il gruppo ciclico delle potenze di una sostituzione S d'ordine m, le potenze: S^{p_1}, $S^{p_2} \dots$ quando p_1, $p_2 \dots$ si intendano primi con m, rappresenteranno sistemi generatori del gruppo, anzi i soli sistemi di un'unica generatrice. Se adunque S^a apparterrà al gruppo Φ, le sostituzioni S^{a+p_1}, $S^{a+p_2}, \dots$ riprodurranno la soprascritta serie di potenze. La serie dei numeri primi con m e inferiori ad m rientrerà adunque in se stessa (mod. m) per l'aggiunta della a a tutti i suoi elementi. Viceversa, se ciò avvenga, S^a apparterrà al gruppo Φ. Infatti se $S^u, \dots S^a$ potesse essere un sistema di generatrici indipendenti, il prodotto $S^{u'u} \dots S^{a'a}$ per convenienti valori di $u', \dots a'$ si ridurrebbe alla S affetta da esponente $u'u + \dots + a'a$ primo con m, e primo con m sarebbe perciò $u'u + \dots$ Basterebbero adunque le $S^u \dots$ a generare il gruppo.

« Ciò posto, sia: $m = p^\alpha . q^\beta . r^\gamma \dots$ La serie dei numeri primi con m ed inferiori ad m rientra evidentemente in se stessa per a multiplo del prodotto $p.q.r\dots$ e non rientra in se stessa se non in questo caso. Se infatti a non sarà divisibile per qualcuno dei fattori primi di m ad es. per p, la serie $\omega + a$, $\omega + 2a \dots$ nella quale ω rappresenti un numero primo con m, conterrà qualche termine divisibile per p per essere a primo con p, e perciò la serie

dei numeri primi con m e inferiori ad m non rientrerà in se stessa per l'aggiunta di ϱ a tutti i suoi elementi. Concludiamo da ciò che nel caso semplice che consideriamo il gruppo Φ è il gruppo costituito dalle potenze della sostituzione $S^{p.q.r\dots}$. Sopra i sistemi generatori del gruppo ciclico si potrà adunque operare con l'eguaglianza ipotetica: $S^{p.q.r\dots}=1$.

« Sia finalmente H' un sottogruppo massimo di G. Se Φ non esistesse in H', il gruppo generato da H' e da Φ coinciderebbe con G perchè H' è massimo, e Φ potrebbe così concorrere alla generazione di G, la qual cosa è inammissibile. Ma se qualche sostituzione $g^{(\alpha)}$ estranea a Φ potesse esser comune a tutti i gruppi H, siccome $g^{(\alpha)}$ combinata con qualche sottogruppo K genererebbe G, essa lo genererebbe altresì combinata con un sottogruppo $H^{(i)}$ che, o sarebbe lo stesso K se K fosse massimo in G, o altrimenti conterrebbe K come sottogruppo. Ma ciò è impossibile perchè si è supposto che $H^{(i)}$ contenga $g^{(\alpha)}$. Noteremo pertanto il teorema: Il gruppo comune a tutti i sottogruppi massimi di qualsivoglia gruppo, è eccezionale nel gruppo ed è un gruppo Ω_0. Similmente si dimostra che il gruppo Φ è comune a tutti i sottogruppi eccezionali massimi di G. Ma esso può anch'essere un sottogruppo del gruppo totale a questi comune.

« Accenneremo finalmente che, siccome un gruppo Ω_0 di ordine $p^{\alpha}.q\;.r^{\gamma}\dots$ contiene in sè sottogruppi di qualsivoglia ordine minore $p^{\alpha'}.q.\,'r^{\gamma'}\dots$, generati da sottogruppi degli ordini rispettivi $p^{\alpha'}, q^{\beta'}, r^{\gamma'},\dots$ le sostituzioni singole di ciascun gruppo generatore essendo permutabili con le singole di tutti gli altri, facile è dimostrare che, il sottogruppo Φ di un gruppo Ω_0 coincide con quello che è generato dai gruppi rispettivamente comuni a tutti i gruppi degli ordini $p^{\alpha-1}$, $q^{\beta-1}\dots$ che in Ω_0 sono contenuti ».

Biologia. — *Del fuso direzionale e della formazione di un globulo polare nell' ovulo ovarico di alcuni mammiferi.* Nota del prof. G. Belloxci, presentata dal Socio Blaserna.

Processo di preparazione: Induramento dell'ovario nel liquido di Flemming (miscela concentrata); compenetrazione di paraffina; sezioni microtomiche appiccicate colla miscela di albumina e glicerina; colorazione colla saffranina di Pfitzner o colla fucsina acida.

« Negli ovuli ovarici maturi di topo casalingo e di cavia si forma un fuso direzionale, il quale è completamente simile al fuso direzionale di alcuni invertebrati. Esso deriva dalla vescicola germinativa, migrata al polo animale, ed è perpendicolare alla superficie del vitello. Gli ovuli in cui si forma il fuso sono contenuti in follicoli le cui cellule epiteliali presentano una particolare trasformazione: si sciolgono le une dalle altre, per diventare ameboidi; e si riempiono di granuli (goccioline ?) che fra le altre proprietà han quella (notata da Flemming) di colorarsi come la cromatina nucleare.

« Il fuso è formato da fili acromatici spiccatissimi e affatto distinti dal protoplasma polare, e da una corona equatoriale di elementi cromatici. Solo poche volte ho veduto nel protoplasma polare pallide traccie di astri.

« Gli elementi cromatici, nella cavia, osservati coll'obiettivo $^1/_{18}$ Zeiss e illuminatore Abbe, appariscono come palline o granuli rotondeggianti.

« Nel topo, alcuni di essi mostrano, nel lato che guarda l'asse del fuso, due brevi prolungamenti polari, ed assomigliano perciò agli elementi cromatici veduti da Strasburger in alcune cellule vegetali (cellule madri del polline della Fritillaria persica).

« La corona equatoriale si sdoppia; le due corone figlie vanno ai poli del fuso, si separa infine dal vitello un po' di protoplasma polare, entro il quale resta inclusa la metà periferica del fuso sdoppiato. Si forma così un globulo polare, che è costituito da una sostanza protoplasmatica, derivante dal protoplasma ovulare, la quale è affatto priva di granulazione e si colora più di quest'ultimo, e dal residuo periferico del fuso, il quale non forma però mai un vero nucleo morfologicamente determinato.

« Il globulo polare sta sotto la tunica avventizia. Esso ha, come il vitello, uno strato periferico membraniforme (membrana perivitellina di van Beneden).

« Il residuo ovulare del fuso riforma immediatamente una nuova cariomitosi, che ha figura di fuso (topo) o di barile o di cilindro (cavia) e si dispone obliquamente.

« Negli ovuli ovarici maturi di coniglio si trova spesso un corpuscolo polare; e, accanto a questo, nel vitello, un piccolo fuso obliquo, e vicino a quest'ultimo, più verso il centro, una vescichetta che pare un nucleo.

« Pel modo come si forma e per la sua struttura, è molto probabile che il globulo polare di cotesti mammiferi abbia natura di cellula: le differenze dalla ordinaria cariocinesi non sono essenziali; e biologicamente esso ha forse un vero nucleo. Cotesta probabilità si fa maggiore se lo si confronta coi globuli polari degli eolididei, i quali, come ha mostrato Trinchese, sono vere cellule ameboidi.

« Nel topo e nella cavia si ritrovano, entro follicoli degeneranti, ovuli maturi che presentano un principio di vera segmentazione. Questa sembra precedere la completa degenerazione dell'ovulo ».

Morfologia. — *Sulla struttura raggiata del segmento esterno dei bastoncelli retinici.* Nota di G. CUCCATI, presentata dal Socio TRINCHESE.

« Max Schultze [1] ha osservato che nel tritone i singoli dischi che compongono il segmento esterno dei bastoncelli mostrano delle incisure marginali da cui partono simmetricamente dei raggi i quali non arrivano fino

[1] M. Schultze, *Retina*, in Stricker's Handbuch der Lehre voseden Gewebe.

al centro e che, se sono molti e regolari, danno alla zona periferica un aspetto regolarmente raggiato. Schultze dà a questa apparenza il significato di *un cenno di fenditure radiali che partono dalle scanalature della superficie* (¹).

« Le mie osservazioni mi hanno dimostrato una vera struttura raggiata dei segmenti esterni dei bastoncelli, la quale può darci, come si vedrà in appresso, una giusta interpretazione di coteste apparenze già descritte da Schultze.

« È noto che i segmenti esterni dei bastoncelli appartengono agli elementi più facilmente alterabili. Conviene dunque dapprima studiarli in una condizione che maggiormente si avvicini a quella in cui trovansi nella retina vivente, e seguirne passo passo le alterazioni. A questo fine ho fatte molte osservazioni di retine di tritone rapidamente dissociate nell'umore spremuto dall'occhio di rane e di tritoni ed ho veduto che molti bastoncelli restano interi e riuniti in masse compatte; ed alcuni sporgono da queste nel liquido che le circonda. Salvo una leggera curva di alcuni sul proprio asse, del resto nessun'altra apparenza può essere sospettata come segno di alterazione. Il segmento esterno di questi bastoncelli si presenta liscio, jalino e finamente striato per lo lungo con tracce di striatura trasversa. La sostanza di questi segmenti freschissimi ed integri è molliccia e infatti si deformano al più lieve contatto. Veduti rivolti in su coll'obbiettivo 1/18 di Zeiss e lo illuminatore di Abbe, mostrano la loro sezione trasversa perfettamente circolare, uniforme e rifrangentissima. Si noti che la più diligente disamina non mi ha fatto vedere alcuna traccia di scanalature. Le strie longitudinali che pure vedonsi in questi segmenti debbono considerarsi come ispessimento periferico della sostanza jalina, cioè come il principio di tanti raggi.

« Essi mostrano altresì, specie quelli che sporgono liberi nel liquido, una tendenza a dividersi in segmenti perfettamente trasversi. Alcuni poi sono tronchi, e questi, se volti in su, si addimostrano quali cilindri perfettamente lisci e divisi, *per mezzo di raggi di diversa rifrangenza in un certo numero di settori* i quali appariscono chiaramente quando il fuoco delle lenti è nella base tronca o nei piani a questa vicini.

« La nettezza de' raggi diminuisce dalla periferia al centro.

« Accade poi di vedere sparsi nel liquido del preparato dei tronchi di segmenti di bastoncelli, alcuni dei quali bassi molto ma con tutta l'apparenza della perfetta conservazione, che rifrangono la luce come quelli interi e stipati ed hanno la superficie perfettamente cilindrica. Se questi tronchi sono veduti da una base, presentano evidentissimi i settori. La loro circonferenza poi è così marcata, che dà a pensare, indipendentemente dai giuochi di luce, a una maggiore rifrangenza dello strato periferico.

« Alcuni bastoncelli poi, benchè tronchi solo verso l'apice, non erano,

(¹) « eine Andeutung radiärer Zerklüftung, ausgehend von den Rinnen der Oberfläche ».

almeno presso la base tronca, perfettamente cilindrici, ma la superficie loro, verso l'apice, era un poco scanalata: apparenza già veduta da molto tempo (Henzen, Schultze). Questo però, vista la forma cilindrica della grande maggioranza dei bastoncelli che secondo tutte le probabilità sono perfettamente integri, mi sembra doversi attribuire ad un principio di regolare alterazione. Non voglio escludere però che la scanalatura possa preesistere e possa esser data dall' impronta dei fili delle cellule epiteliali pigmentate. In fine di quando in quando alcuni bastoncelli presentavano verso l'apice loro una specie d'esfogliazione che li divideva nelle pile di dischetti ed il margine loro appariva fortemente dentellato. Molti di questi presentavano le fenditure radiali descritte da Schultze e da altri; anzi alcune volte queste, arrivando fino al centro, dividevano il dischetto in molti settori separati che gli davano l'aspetto di una stella. Questa apparenza per le cose suddette parmi doversi ritenere dovuta a un principio di alterazione, e la forma sua speciale è spiegata dalla disposizione raggiata che aveva già la sostanza del bastoncello normale.

« Altri dischi infine sono assai irregolarmente dentellati o sformati, e non può esservi dubbio che ciò non derivi da una profonda alterazione; anzi, facendo una diligente osservazione, se ne possono seguire tutte le fasi. Fra i segmenti esterni di bastoncelli retinici di tritoni stati nell'ombra e di altri esposti alla luce del sole non ho notato differenze apprezzabili,

« Oltre che nell'umore acqueo ho fatto parecchie dissociazioni di bastoncelli retinici di tritone nella soluzione sodo-metilica, perchè è noto come essa conserva elementi oltremodo alterabili come sono le piastrine del sangue (Bizzozero) (¹) e questa era debole tanto che appena se ne riconosceva il colore. E perchè la retina non venisse in diretto contatto dell'aria, aprivo gli occhi tolti da tritoni ancora vivi in detta soluzione ed ho dissociate le retine in una grande quantità di liquido.

« Fatta rapidamente l'osservazione ho potuto rilevare:

1°. « Gruppi di bastoncelli perfettamente conservati, alcuni dei quali, piegati un poco in su, davano a divedere contorno circolare regolarissimo e spiccato: accenno di raggi che partivano dal medesimo e andavano verso il centro.

2°. « Bastoncelli separati ed interi che oscillanti verticalmente nello spazio compreso fra il coproggetti ed il portoggetti, di tratto in tratto mostravano le medesime particolarità.

3°. « Piccoli gruppetti dei medesimi, e, direi quasi, dischetti che medesimamente oltre all'offrire il contorno molto regolare, essi pure mostravano striature raggiate.

« Noto che quantunque la soluzione sodo-metilica fosse tanto debole,

(¹) Bizzozero, *Di un nuovo elemento morfologico del sangue* etc. Milano, 1883.

pure la colorazione dei bastoncelli era istantanea e sufficientemente intensa, come ho potuto vedere facendo penetrare qualche goccia di detta soluzione sotto il coproggetti in una retina dissociata nell'umor acqueo.

« Collo stesso metodo ho ripetute queste osservazioni sulla retina della rana esculenta ed alcuni gruppetti di dischi costituenti i tronchi dei bastoncelli offrivano, come si vedrà in appresso, una certa analogia coi dischetti della retina del bue e del cavallo; si presentavano cioè costituiti da tre settori massimi, riuniti da un contorno circolare nettissimo e punto interrotto. Talvolta ne mostravano più di tre e più di quattro; alcuni erano in vero divisi in tanti raggi fitti e regolarissimi. Oltre che in liquidi fisiologici o quasi fisiologici, ho fatto delle dissociazioni in liquidi che da tutti sono tenuti in grande pregio per le loro ottime qualità come fissatori degli elementi nella loro struttura fisiologica. E prima ho adoperato l'acido osmico in soluzione 1 $^0/_0$ lasciato in contatto immediato colla retina dieci minuti circa e dissociata nell'acqua distillata; oppure, tolta dall'acido osmico la ho lasciata per un'ora nell'alcool allungato e dissociata nella glicerina. Qualche sottile pila di dischi osservai libera come pure vidi bastoncelli disposti secondo l'asse ottico del microscopio ed in ambidue i casi ho notato: contorno perfettamente circolare e striature radiali evidentissime. Ho usato altresì il cloralio idrato in soluzione 10 $^0/_0$, perchè è indicato da Krause [1] come un liquido eccellente conservatore degli elementi retinici; e la retina vi rimase immersa per ventiquattro ore. Dissociato, ho potuto osservare il medesimo fatto. Lo stesso ho veduto servendomi, in luogo dell'acido osmico puro, del liquido di Flemming così modificato:

Soluzione Acido Osmico 1 $^0/_0$ p. 14
» Acido Cromico 1 $^0/_0$ p. 25
Acido Acetico goccie *una* o *meno*.

« Oltre che nel tritone e nella rana, ho fatto queste esperienze ancora sulla retina di axolotl [2]. Dal metodo delle dissociazioni sono passato alle sezioni eseguite col microtomo Thoma medio modello. Ho posto a tal fine, (previa asportazione della cornea e lussazione della lente) diversi occhi di axolotl dell'età di anni due lunghi 10 cent. circa, nel liquido di Flemming sopra menzionato ove stettero immersi per due giorni interi. Tolti da questo liquido e lavati poi per molte ore in una corrente di acqua distillata, indi gradatamente passati pei diversi alcoli, poscia nell'alcool assoluto per un'ora, indi nel cloroformio per breve tempo, li misi a compenetrare di paraffina. Le singole sezioni, sottilissime, perpendicolari all'asse dei bastoncelli, ho fissate sul portoggetti col metodo Mayer e colorate colla fuscina acida in soluzione acquosa fortissima. Detto reattivo fu a contatto cogli elementi in discorso per due o tre ore circa.

(1) W. Krause, *Untersuchungsmethoden.* Internationale Monatsschrift Bd. 1 H. 2 1884.
(2) *Siredon pisciformis* Baird.

« Levato poi l'eccesso di colore immergendo il portaoggetti nell'acqua per mezz'ora e rischiarate con l'olio di garofani, le ho montate al balsamo del Canadà.

« Osservate ad un mediocre ingrandimento ($^1/_D$ Zeiss) i bastoncelli, tagliati in sezioni trasverse mostravano doppio contorno circolare, liscio, marcatissimo; molti raggi e settori regolarissimi che andavano fino al centro, distinti per diversità di colorazione e di potere rifrangente. Questa struttura era resa molto bene manifesta dalla colorazione intensa della fuscina acida. Le osservai elegantissime col 1/18 ad Imm. Omogenea di Zeiss e l'illuminatore Abbe.

« Ho usato lo stesso metodo per le retine di alcuni tritoni, ed ho potuto riscontrare gli stessi particolari. Non sempre però i raggi vanno fino al centro; talora questo è occupato da una sostanza diversa da quella che forma i settori la quale si protende talvolta fra i settori istessi in due o tre direzioni diverse ed opposte. In alcuni dischetti la periferia è punteggiata, e dai punti partono i raggi di diversa rifrangenza; ecco l'indizio delle strie longitudinali.

« Ma qui non ho fatto sosta nelle mie ricerche. Trattai con metodo identico diverse retine di rane esculente per farne delle sezioni e, servendomi della stessa colorazione ho potuto constatare lo stesso fatto, sebbene lo confesso, vi riuscissi dopo lunghe e replicate riprove.

« Proseguii le mie investigazioni sopra vertebrati superiori. Provai replicatamente sopra la retina di un tacchino e qualche cosa intravidi. Scelte però le retini di alcune galline, colle dissociazioni non riuscii a vedere nulla, quantunque usassi sempre degli stessi trattamenti. Nelle sezioni e colla solita colorazione osservai la medesima striatura raggiata notata negli animali sopra menzionati [1]. I segmenti esterni dei bastoncelli sempre perfettamente cilindrici e a struttura raggiata potei osservare nelle sottili sezioni trasverse o nei tronchi dei medesimi che non di rado occorrevano isolati. Per la colorazione, oltre che colla fuscina, ottenni eccellenti risultati servendomi del violetto di genziana in soluzione acquosa 1 $^0/_0$; del bleu d'anilina in soluzione acquosa 2 $^0/_0$ e della saffranina di Pfitzner.

« In fine procuratami una retina di bue ed una di cavallo cavate dall'animale appena sgozzato, usando sempre dello stesso trattamento, nelle più sottili sezioni tangenziali ho veduto che i più bassi cilindri derivati dalla divisione trasversa dei segmenti, che non di rado si osservavano e

[1] Chi volesse fare osservazioni di questo genere deve ben guardarsi dalle facilissime alterazioni che accadono nei delicati bastoncelli di questi animali, i quali bastoncelli si rigonfiano specie alla estremità o si ripiegano sopra se stessi o in altro modo si deformano, producendo figure raggiate marcatissime, le quali però hanno niente a che fare colla struttura dei segmenti integri.

che avevano il contorno perfettamente circolare e netto, apparivano divisi precipuamente in tre settori massimi, e che alcuni davano a divedere una lievissima striatura raggiata. Il centro del disco era formato d'una sostanza un po' meno colorata dalla quale partivano anche qui dei raggi in diverse direzioni ed opposte limitanti i settori massimi.

« L'aver veduto questi fatti dissociando la retina in umori fisiologici e in così diversi liquidi ottimi fissatori degli elementi nella loro forma, ci offre grande probabilità che i fatti sovraccennati non sieno dovuti ad alterazione alcuna.

« Potrebbe tuttavia restare il dubbio che i raggi si formino per un principio di coagulazione della sostanza molliccia che costituisce il segmento nella retina vivente. Però, come ho già notato, la striatura longitudinale si vede sempre in tutti i segmenti i più freschi e che non fanno intravedere alcuna alterazione: e mi sembra che questa striatura sia una proprietà che essi hanno anche durante la vita. Siccome poi non dipende da scanalature, e la periferia di questi segmenti così conservati è perfettamente uniforme, così le strie, per loro stesse, sono già l'indizio di ispessimenti periferici radiali: resterebbe sol dubbio se i raggi durante la vita siano limitati ad una stretta zona periferica, ovvero si spingano fino al centro. Ad ogni modo resterebbe stabilita la grandissima facilità con cui si manifestano i settori che arrivano fino all'asse del segmento: e questa proprietà indicherebbe una disposizione molecolare che può avere un grande interesse fisiologico.

« Si può dunque con molta probabilità asserire che in alcuni vertebrati e forse in tutti, i segmenti esterni dei bastoncelli hanno struttura raggiata e forse sono fatti di due sostanze di diversa intensità: una delle quali, la più densa, forma tanti stretti settori che per lo più arrivano fino al centro: mentre l'altra può considerarsi come una sostanza fondamentale e che l'anello periferico dei dischi sia pure formato da una sostanza molto densa. L'anello corrisponde alla guaina ammessa da alcuni istologi (Kuhnt e Kühne) e la sostanza onde è formata alla cheratina dei bastoncelli di Kühne.

« È quasi certo che le scanalature e le incisure di Schultze sono dovute a un principio di ineguale retrazione o dilatazione delle sostanze che formano i dischetti, e i settori fanno sì che l'anello periferico diventi dentellato.

« Le fenditure raggiate poi che talvolta vedonsi partire dalle incisure marginali, sarebbero un effetto dell'alterazione sulla struttura raggiata preesistente.

« Noto in fine che i dischi di giovanissime larve di axolotl (fissate coll'acido osmico, colorate col carminio borico di Grenacher, e tagliate al microtomo) sono bucati nel centro sì che possono dirsi piuttosto anellini. Ciò indica probabilmente che la sostanza jalina che li forma cresce dalla

periferia al centro, e forse potrà darci la spiegazione istogenetica della loro struttura raggiata.

« Non so quale potrà essere l'importanza dei fatti notati. Mi sia permesso però accennare fin d'ora alla corrispondenza di struttura raggiata fra il segmento esterno dei bastoncelli dei vertebrati e il così detto rabdoma delle retinule degli occhi faccettati ».

Meteorologia. — *Intorno ai corpuscoli ferruginosi e magnetici dell'atmosfera.* Nota del prof. P. Bonizzi, presentata dal Socio Tacchini.

« Nell'intraprendere lo studio microscopico di diverse polveri atmosferiche inviatemi dal comm. prof. Pietro Tacchini, la mia attenzione fu vivamente richiamata sopra i corpuscoli che vengono attratti dalla calamita e il cui esame microscopico destò in me il più grande interesse di studiarli. Lasciate in disparte per un momento le peculiari indagini che mi propongo di fare intorno alle polveri speditemi dall'ufficio centrale di Meteorologia, volli occuparmi del solo argomento riguardante i corpuscoli ferruginosi e magnetici. Raccolsi e pregai molti amici di raccogliere polveri in molte parti d'Italia tanto sui luoghi allo aperto, cioè sul tetto delle case, sui monumenti, sulle torri di molte città e località diverse, come pure nell'interno delle case cioè nelle stanze abitate, nelle scuole, nei teatri, nei sotterranei ecc.

« Dopo lungo ed accurato esame ho potuto concludere:

1° « che in tutte le polveri cadute sia nei luoghi aperti che chiusi vi sono sempre dei corpuscoli magnetici siano pure pochi e piccolissimi fino a raggiungere talora una esterna esiguità.

2° « che i corpuscoli magnetici non sono tutti di una stessa sostanza ma constano invece di particelle di diversa natura mineralogica.

3° « che le loro forme sono svariatissime e che fra esse vi è la forma di sferetta, forma tanto distinta che richiama subito l'attenzione dell'osservatore.

4° « Le sferette si trovano sempre e quasi sempre nei corpuscoli magnetici delle polveri che si sono depositate nei luoghi esposti all'aria libera, anzi alcune volte vi sono abbondantissime, mentre sono scarse o mancano affatto nelle polveri depositate nei luoghi interni o chiusi e quindi non esposti direttamente all'azione dell'aria libera esterna.

« Per istudiare al microscopio i corpuscoli magnetici meglio è osservarli colla luce incidente, anzichè colla luce per trasparenza e siccome debbono essere bene illuminati bisogna dirigervi sopra con uno specchio un raggio di sole, mitigando e togliendo le forti difrazioni con una carta pellucida. Se si vuole ottenere una luce diffusa intensa, si può concentrare sulla carta pellucida la luce solare mediante una grande lente. Per queste osservazioni basta anche un ingrandimento di 200 diametri. Io sono così

riuscito a descrivere in un modo più completo che non abbia fatto Tissandier nel suo lavoro: *Les poussières de l'air*, le sferette e gli altri corpuscoli magnetici. Nella Memoria che va inserita negli Annali della Metereologia italiana, le descrizioni sono accompagnate da tavole che rappresentano con molta verità i corpuscoli stessi quali veggonsi così nettamente al microscopio nel modo sopra indicato.

« Le sferette sono variabili per grandezza, se ne incontrano di quelle il cui diametro arriva a $0^{mm},15$ e si discende fino a misurarne delle piccolissime di $0^{mm},005$, passando per tutte le misure intermedie; però quelle che arrivano al decimo di millimetro o lo sorpassano sono poche, le più frequenti raggiungono solo qualche centesimo di millimetro. Si nota in alcune uno splendore vivissimo ferreo talora con riflesso azzurrognolo proprio del ferro ossidulato; in molte la lucentezza somiglia quella del ferro metallico o dell'acciaio, talora però appannata, scura e qualche volta passa quasi al nero; non mancano esempi di sferette di un color rosso ciliegia scura; finalmente ve ne sono di color bronzino e di quelle con lucentezza metallica gialla da richiamare alla mente lo splendore della pirite. La superficie delle sferette non è liscia: quelle dotate di viva lucentezza di ferro l'hanno reticolata, altre a lucentezza d'acciaio scuro l'hanno scabrosa o tubercolata e sembrano compatte e masiccie, e le sferette di color bronzino hanno una superficie leggermente granulosa. Spesso anzichè vere sferette con splendore giallo metallico si hanno dei corpi rotondeggianti o sferoidali, ai quali sembra più proprio applicare il nome di granuli; osservati alla luce per trasparenza possono confondersi colle vere sferette se non si ha l'avvertenza di esaminarli bene girando la vite micrometrica per convincersi che non sono perfettamente sferici.

« Nei corpuscoli ferruginosi e magnetici si possono facilmente riconoscere delle particelle foggiate a modo di piastrine, di piccoli granuli irregolari paragonabili a quelli della limatura di ferro, spesso hanno lo splendore ferreo metallico distintissimo; altre volte questo splendore sembra un po' spento o ricoperto come da leggiera velatura nera. Frequentissime sono anche le particelle coll'aspetto di corpi che abbiano subito una incipiente fusione, quindi veggonsi talune colla superficie mammillonare, coi contorni frastagliati con rilievi rotondeggianti emisferici. Vi sono anche molte particelle che hanno tutta l'apparenza di scorie.

« Fra le molte ricerche fatte per conoscere le maggiori varietà dei corpuscoli magnetici hanno una speciale importanza quelle dei luoghi assai elevati dalla superficie del suolo.

« Nella polvere raccolta sulla torre della Ghirlandina alta metri 84,32 vi trovai una piastrina di ferro metallico di $0^{mm},04$; quattro sferette a superficie reticolata colla lucentezza del ferro ossidulato, due del diametro di $0^{mm},02$ e due di $0^{mm},015$; un granulo colla lucentezza dell'acciaio e a superficie

scabrosa, lungo $0^{mm},04$. Nella polvere raccolta sulla torre Asinelli che è alta metri 97,90 trovai delle particelle di ferro a foggia di piastrine, di granellini, dei corpicciuoli coll'apparenza di aver subíto una fusione; una sferetta del diametro di $0^{mm},02$, molti corpuscoli semitrasparenti rossi di ossido di ferro o magnetici o contenenti particelle magnetiche.

« Sono anche interessanti le osservazioni sulla polvere raccolta ogni giorno sopra una superficie di un metro quadrato all'altezza di 29 metri dal suolo di Modena. Separai i corpuscoli ferruginosi e magnetici in tutte le polveri cadute nel mese di agosto 1884 e pesati alla bilancia di precisione erano 2 milligrammi circa.

« L'esame microscopico mi lasciò scorgere delle particelle ferrose a superficie convessa e tuberosa da richiamare alla mente i frammenti di una crosta appartenente ad un corpo sferico; vidi delle piastrine colla lucentezza caratteristica del ferro, dei frammenti di ferro che hanno subíta una incipiente fusione e con superficie emisferica, finalmente alcune sferette, la maggiore di $0^{mm},07$ tutte con lucentezza ferrea e riflesso azzurrognolo e a superficie reticolata.

« Sono ben lungi dal credere con queste poche osservazioni di avere dati sufficienti per dedurre dal peso dei corpuscoli magnetici caduti in una superficie di un metro quadrato il peso dei corpuscoli di ferro o allo stato metallico o nei suoi composti magnetici che circolano nell'atmosfera, ma tuttavia si può avere una idea della loro grande quantità. Col dato di 2 millig. caduti in un mese sopra una superficie di un metro quadrato all'altezza di 29 metri dal suolo, poste le stesse condizioni nello strato d'aria che sovrasta all'Italia alla stessa altezza, vi si troverebbero quintali 5926 circa.

« Le sferette e gli altri corpuscoli magnetici descritti da Tissandier hanno qualità e proprietà identiche a quelle da me descritte e quindi le ritengo affatto simili; ma le sferette descritte dai signori I. Murray e A. Renard nel giornale inglese - *Nature* - nell'aprile 1884, sono alquanto diverse. I detti autori trattano però delle particelle magnetiche cadute lentamente nei depositi del fondo del mare e precisamente nelle rosse argille delle parti centrali del Pacifico. Le sferette descritte da questi autori sono di due sorta, le une sono perfettamente sferiche, generalmente misurano quasi $0^{mm},2$, sono intieramente coperte da un involucro collo splendore del ferro ossidulato magnetico e rotte in un mortaio d'agata facilmente si stacca la corteccia lasciando scorgere un nucleo centrale di ferro nativo; le altre, non sono perfettamente sferiche, della grandezza generalmente di circa mezzo millimetro le paragonarono per le loro proprietà mineralogiche ai *chondres* e le chiamarono sferule silicate.

« Per quanta attenzione io abbia posto per rintracciare nei numerosi sedimenti aerei finora esaminati almeno le sferette col nucleo di ferro nativo non vi riuscì

« Rispetto alla formazione delle sferette sono convinto, come lo è Tissandier, che derivino dall'azione del fuoco. Le esperienze che ho fatto bruciando del ferro nell'ossigeno ed esaminando al microscopio i prodotti minutissimi ottenuti mi hanno convinto del modo di loro formazione, poichè sono riuscito anche a riprodurre artificialmente le aeroliti microscopiche studiate da Ehremberg e cadute nel 1859 nelle Indie.

« Ma non sono poi convinto che le sferette che in numero grandissimo e costante continuamente circolano nel pulviscolo atmosferico abbiano una origine cosmica.

« Nella filiggine proveniente dalla combustione del carbon fossile trovai le sferette di ogni sorta in grande abbondanza, come eziandio nelle polveri delle officine dei lavoratori del ferro. Io ritengo che queste siano cospicue sorgenti di sferette che si espandono incessantemente nell'aria, atteso l'immenso consumo di carbon fossile e la estesissima lavorazione del ferro in tutta Europa. Non nego fra i materiali del pulviscolo l'esistenza del ferro e fors'anche di sferette d'origine cosmica, non essendo possibile negare le cadute di ferro dal cielo nè respingere l'ipotesi che le stelle filanti possano produrre un fatto analogo a quello delle particelle di ferro che bruciano attraversando l'ossigeno, potendosi anche ammettere che qualche volta cadano delle aereoliti simili a quelle sopramenzionate di Ehremberg. Io affermo soltanto che nello stato attuale delle nostre cognizioni non abbiamo un carattere per distinguere le sferette che vengono dal cielo da quelle che provengono dalla terra, non sappiamo dire quali e quante sono quelle e queste, in breve non possediamo alcun fatto positivo che ci rassicuri per fare questa distinzione e per potere stabilire che è certa l'origine cosmica delle sferette che rinvengonsi nel pulviscolo atmosferico.

« Il Tissandier ha fatto l'analisi chimica dei corpuscoli magnetici caduti direttamente dall'aria, ma non ha tenute distinte le sferette dagli altri corpuscoli, quindi il nikel che ha trovato esistente nella massa dei corpuscoli esaminati non sappiamo se sia associato alle sferette ovvero alle altre particelle magnetiche del pulviscolo.

« Del resto la presenza del nikel e del cobalto nel ferro meteorico ha perduto gran parte del suo significato una volta che questi corpi sono già stati trovati anche nel ferro di origine terrestre. Vi è maggiore probabilità di ritenere che le sferette con nucleo metallico descritte da Murray e Renard siano d'origine cosmica, poichè si discostano assai pei loro caratteri da quelle che sono indubbiamente d'origine terrestre; oltrechè le sferule silicate di questi stessi autori essendo paragonabili per la loro natura ai *chondres*, è anche più facile ritenerle d'origine cosmica.

« Vi è però un altr'ordine di fatti i quali concorrono a rendere più complicato lo studio delle sferette. Già è noto che i signori Munier e Tissandier annunciarono all'Accademia di Parigi nel 1878 di aver trovato delle

sferette magnetiche analoghe a quelle del pulviscolo atmosferico in diverse roccie. Io ho trovato le sferette in una roccia argilloso-calcarea dei dintorni di Modena, nella sabbia gialla pliocenica di Castelvetro, e nello strato sabbioso dei pozzi trivellati od artesiani della città di Modena alla profondità di 18 a 23 metri dal suolo; in questo strato sabbioso oltre le sferette del diametro di $0^{mm},01$ fino a $0^{mm},04$ rinvenni piastrine, granuli, corpuscoli magnetici di diversa foggia colla lucentezza propria del ferro.

« Lo scopo precipuo di questa Nota è di dare un saggio di descrizione dei materiali magnetici del pulviscolo atmosferico. È questa la prima parte de' miei studi e delle mie osservazioni microscopiche sulle polveri dell'aria che debbo continuare per corrispondere, benchè debolmente, all'onorifico incarico affidatomi dalla Direzione dell'Ufficio centrale di Meteorologia di Roma »

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Beltrami, a nome anche del Socio Cremona, relatore, legge la relazione sulla Memoria del sig. A. Mannheim, intitolata: *Mémoire d'Optique géométrique*, proponendone l'inserzione negli Atti accademici.

Il Socio Todaro, relatore, a nome anche del Socio Trinchese, legge la relazione sulla Memoria del prof. B. Grassi, intitolata: *Morfologia delle Scolopendrelle*, concludendo per l'inserzione di essa negli Atti accademici.

Le conclusioni delle Commissioni, messe ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando fra esse le opere seguenti inviate da Socî e da estranei.

R. De Paolis. *Elementi di Geometria.*

A. De Zigno. *Flora fossilis formationis oolithicae.* Vol. II. Punt. IV e V.

A. Le Jolis. *Fleurs anormales de Cytisus laburnum et Digitalis purpurea.*

A. Kanitz. *Magyar Növénytani Lapok.* P. VIII.

J. vom Rath. *Vorträge und Mittheilungen.*

A. Prampero. *Saggio di tavole dei logaritmi quadratici.*

J. Weyrauch. *Aufgaben zur Theorie elastischer Körper. — Das Princip von der Erhaltung der Energie seit Robert Mayer — Zur Orientirung.*

Lo stesso Segretario presenta anche varie opere dei Socî A. Pacinotti e L. Kronecker, delle quali verrà pubblicato l'elenco nel Bullettino bibliografico. Presenta inoltre il vol. XI della *Relazione*, sui risultati scientifici della spedizione del « Challenger ».

Il Socio Betocchi, presenta una pubblicazione dell' ing. B. Colbertaldo sulla *Questione lagunare*, e fa omaggio in nome dell'autore sig. G. C. Melisurgo Melissenos, di varie opere relative all' igiene ed al bonificamento della città di Napoli.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna comunica la corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia della Crusca, di Firenze; la R. Accademia di scienze, lettere ed arti di Lucca; la R. Accademia di scienze, lettere e belle arti di Bruxelles; la R. Società zoologica di Amsterdam; la Società geologica di Edimburgo; le Società filosofiche di Birmingham e di Filadelfia; la Società di filosofia sperimentale di Rotterdam; la R. Biblioteca di Parma; la Biblioteca nazionale di Brera, Milano; la civica Biblioteca di Vercelli; la Biblioteca comunale di Alessandria; la civica Biblioteca di Reykjavik; la R. Università e la Scuola navale di Genova; la R. Università di Roma; gli Osservatorî di s. Francisco, di s. Fernando e di Praga; il Comitato geologico di Pietroburgo.

Annunciano l' invio delle loro pubblicazioni:

Il Ministero della Guerra; il R. Istituto geologico ungherese di Budapest; il Comitato geologico degli Stati Uniti, di Washington.

Ringraziano ed annunciano l' invio delle loro pubblicazioni:

La Società di fisica e storia naturale di Ginevra; la Società storica ed archeologica di Jena; l' Istituto geologico di Berlino; la Scuola politecnica di Delft.

Il Segretario Blaserna fa le seguenti comunicazioni:

« I Ministri della pubblica Istruzione, di Agricoltura e Commercio, e dei Lavori pubblici, su proposta fatta dal Presidente della R. Accademia dei Lincei, hanno stabilito d' inviare i prof. Taramelli e Mercalli in Ispagna, per istudiare, col patrocinio dell'Accademia, gli ultimi terremoti che funestarono il mezzogiorno della Spagna.

« D'accordo col Socio G. Stoppani è stato formulato il seguente programma per i loro studî:

1. « Rilevare, coll'aiuto delle opere e carte geologiche risguardanti la regione commossa dal terremoto, la struttura geologica con particolare riguardo alla tectonica delle formazioni ed alle relazioni che ponno esistere tra quella regione, le Baleari, le isole e penisola italiana. Si desidera che i risultati di questo studio possano giovare anche alla conoscenza della stratigrafia di quel tratto del bacino mediterraneo occidentale, in vista degli studî talassografici, affidati ad apposita Commissione della R. Accademia dei Lincei.

2. « Esporre la storia del terremoto, considerato nei suoi vari elementi: fenomeni precursori, ora, direzione, natura ed intensità delle scosse, repliche, rombi ed altri fenomeni fisici, che sogliono accompagnare le scosse.

3. « Rilevare gli effetti meccanici del terremoto sugli edifici, esaminare la distribuzione delle rovine in rapporto colla natura, colla disposizione e colla conformazione del suolo. Ciò anche in vista di ulteriori consigli che potrebbero darsi per la collocazione, natura e forma degli edifici in quelle nostre provincie, le quali pur essendo soggette a frequenti e ruinosi terremoti, hanno condizioni di suolo diverse dalle assai speciali dell' isola d'Ischia.

4. « Rilevare gli effetti dinamici e fisici sul suolo e le modificazioni portate dalle scosse nella circolazione interna ed esterna delle acque.

5. « Determinare l'area del terremoto, la posizione e la forma dell'epicentro e possibilmente la profondità e la natura geologica del centro o dei centri di scossa.

6. « Esaminare il modo di propagazione del movimento sismico, specialmente in rapporto colla natura delle rocce e colle fratture stratigrafiche.

7. « Rapporto dei recenti terremoti andalusi coi terremoti iberici delle epoche passate e coi fonomeni sismo-vulcanici di altre parti del globo e specialmente dell' Italia.

« L'elaborato dei due inviati, corredato dalle carte e dai disegni necessari, verrà presentato alla R. Accademia dei Lincei ».

Il Segretario Blaserna dà comunicazione di una lettera del senatore Devicenzi, Presidente della Società generale dei viticoltori italiani, nella quale ringrazia l'Accademia per l'aiuto che i Socî di essa, Cannizzaro, Blaserna e Briosi, prestarono alla Società facendo parte della Commissione giudicatrice del concorso che essa bandiva al posto di suo Segretario generale.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 19 aprile 1885.

G. Fiorelli Vice-Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Filosofia. — *Analisi della idea di Sostanza e sue relazioni con le idee di essenza, di causa e di forza, come contributo al Dinamismo filosofico.* Memoria del Socio Luigi Ferri (Sunto).

« Detto quanto importi di precisare il significato del concetto di sostanza che è fondamentale in metafisica, questo studio ne espone il contenuto e cerca la parte che in esso è dovuta alla esperienza e quella che dipende dalle leggi proprie della funzione conoscitiva. Quindi, indicate le sue condizioni psicologiche e logiche, risolve nei suoi elementi il rapporto di inerenza fra modo e soggetto, e, accennata la illusione contenuta nella rappresentazione della sostanza come sostrato astratto e indeterminato, ne ricerca le attinenze con le determinazioni inseparabili in cui consiste la essenza e si apre la via a dichiararne la obbiettività; la quale, premessa la soluzione realistica del problema generale della conoscenza, dipende sopratutto dai caratteri di unità, priorità e durata che si ricavano dai modi costitutivi della fenomenalità degli enti e si collegano col processo che la mente attribuisce ai medesimi obbedendo al principio di causa e ricostruendone l'ordine sugli indizî dell'esperienza. Così l'essenza è non solo congiunta ma immedesimata con la sostanza, e mentre la separazione loro è l'origine di insolubili antinomie nel pensiero speculativo che pretende ritrovare la realtà nei risultati dell'astrazione, la unione loro conduce a scorgere nel concreto

sostanziale degli enti un altro rapporto importante, e cioè il rapporto di connessione causale, il quale alla sua volta, confortato dalla osservazione dei fenomeni di moto nel mondo inorganico e dal processo di individuazione nell' organico, ci rivela l'aspetto dinamico degli esseri e ci scopre nella sostanza e nell'essenza loro reale, non solo la legge, ma il principio attivo delle energie fisiche e psichiche, ossia finalmente la forza.

« Si insiste principalmente sulla distinzione fra la forma ideale e la forma reale dell'essenza, generale ed astratta l'una, sintesi l'altra o piuttosto unità concreta del generale e dell'individuale. Si combatte la tesi che risolve la sostanza e causa prima nella moltitudine degli atomi ».

Storia. — *Documenti storici relativi al taglio dell'istmo di Suez ed alla conquista dell'Egitto ideata da Sisto V.* Nota del Socio corr. Enrico Narducci.

« Il Ranke, nella sua storia del papato [1], fa menzione di un dispaccio del veneto ambasciatore a Roma, Giovanni Gritti, in data dei 23 agosto 1587, ch' egli dice contenere un progetto, che avrebbe avuto il pontefice Sisto V, di far eseguire il taglio dell' istmo di Suez: progetto senza dubbio assai più vasto e difficile dell'altro, anch' esso importantissimo pel commercio di Roma, che da una relazione inedita del De Castro conservata nell'archivio Boncompagni apparisce avere avuto in animo il predecessore di lui, Gregorio XIII, di aprire un grande canale marittimo da Roma a Civitavecchia. Le più diligenti ricerche per altro praticate presso la direzione del R. Archivio generale di Venezia produssero l'assicurazione che questo dispaccio non esiste in quell'archivio.

« Tali ricerche tuttavia non furono totalmente infruttuose. Da esse infatti si potè rilevare la esistenza di tre altri documenti, esistenti nel medesimo archivio, riferentisi allo stesso progetto, rimasto poi inattuato, a motivo forse della spesa, e senza dubbio anche di pregiudizî, tanto più scusabili, se, come tra poco vedremo, invalsero fino al nostro tempo, quando l'energia, l'attività ed il grande animo del signor di Lesseps riuscirono con mirabili sforzi a superarli.

« Il primo dei precitati tre documenti è un dispaccio di Lorenzo Bernardo, bailo a Costantinopoli, indirizzato al veneto Senato, e per esso al doge Pasquale Cicogna, dato « Dalle Vigne di Pera a'xxiij di luglio MDlxxxvj ».

« Dicesi in esso: « Per questo effetto, oltre tanti altri apprestamenti et « bisogni per una Armata grossa, de' quali in quelli paesi vi è estrema

[1] *Histoire de la Papauté*. Tome III. Paris, 1838, pag. 246. — Sulle sue vestigia citarono lo stesso documento: *Il Campidoglio*, Strenna 1869, pag. 124-125, e l'*Unità Cattolica*, circa la fine del 1869. Parecchie altre fonti possono vedersi citate nella *Strenna veneziana* del 1869.

« necessità, però sono entrati in opinione che non li sia altro rimedio, che « ricavar quell'Alveo, che altre volte alli Re dell'Egitto era stato fatto, il « qual incominciando dal porto di Damiata, sopra il nostro Mar mediter- « raneo, traversando per 150 miglià in circa di paese, passava nel Mar « rosso al porto di Sues, per il quale comodamente si possa condur galere « da questo in quel mar, et con facilità. Altri raccordano, che stradda più « breve, et più facile sarria, che si cavi questo alveo, dal fiume del Nilo « verso il Sues; ma anco in questo li sariano molte difficoltà, perchè oltra « le ragioni che da scritture sono discorse delli molti pericoli, che per questo « sariano causati, et altre impossibilità, il tempo a far tal opera sarà « molto longo ».

« E poco più oltre, nello stesso dispaccio, enumerando tre comandamenti avuti dal « Bei del Gemen » soggiungesi: « Nel 3° le dice che intentione « sua è, che quell'alveo antico, che passa da questo in quel mar sia rica- « vato, che poi prenda informatione buona da pratici del paese, et comandi « tre huomini per villa a questo effetto, esentandoli da ogni fattione ».

« Altro dispaccio dello stesso Lorenzo Bernardo al Senato veneto, dato « dalle Vigne di Pera, a' xvij settembre MDlxxxvj », ha in proposito il passo seguente: « Il capitano del mare havendo presa particolar informatione circa « il far quel taglio, per il qual si possa traghellar armata da quegli nostri « mari, nel mar rosso al Sues, trova che li sono infiniti pericoli, et diffi- « cultà in poterlo eseguir; perchè, oltra il danno, che apporterà al Cairo, et « a tutto quel paese, che dal Nilo è inondato, dicono anco che per li venti, « la sabbia facilmente atterrerà il cavamento che fusse fatto, dal che del « tutto ha lassato da parte questo pensiero ».

« Notevole tra i due menzionati dispacci è un altro di Giovanni Gritti, ambasciatore veneto a Roma, dato « di Roma li 30 agosto 1586 », nel quale egli rende conto al mentovato doge di un colloquio avuto la vigilia con papa Sisto V, ove dice (¹): « Soggionse poi S. S^tà^ che della fossa che conducesse « del Mar mediterraneo nel Mar rosso i Re d'Egitto ne havevano voluto « far la prova, che non era riuscito per due cause; l'una perchè il Mar « rosso, che è più alto dell'Egitto, con questo adito haveria potuto sommerger « l'Egitto, l'altra perchè l'aqua del Mar rosso haverà fatta salsa l'acqua del « Nilo, che sola acqua dolce serve all'uso di tutto l'Egitto ».

« Qualunque possa essere il valore retrospettivo degli accennati documenti, non mi parve prudente il darne comunicazione, senza prima ricorrere alla fonte la più autorevole in materia, cioè allo stesso signor di Lesseps, richiedendolo s' egli sapesse che i documenti di che feci menzione fossero mai stati divulgati. Egli, colla squisita cortesia che è propria degli uomini

(¹) Archivio cit. vol. 289, che contiene i dispacci originali dei veneti ambasciatori in Roma durante l'a. 1586, *more Veneto,* cioè dal 1° marzo 1586 a tutto il 28 febbraio 1587 dell'èra comune.

di vasta mente e di profonda dottrina, si compiacque rispondermi il 17 dello scorso mese di marzo: « Il n'est pas à ma connaissance que les trois do-« cuments dont vous me parlez dans votre lettre du 4 mars, aient été déjà « publiés. — Il est vrai que la crainte de la différence du niveau des deux « mers a fait reculer tous ceux qui se sont occupés de la question du Canal, « jusqu'au moment où M[r] Talabot, l'ingénieur français, a victorieusement « refuté cette grave erreur, par ses savants travaux; et le fait s'est trouvé « confirmé par les expériences des ingénieurs que j'ai chargés moi même de « cette étude ».

« Non sarà discaro nè inutile per la storia il chiudere questa comunicazione, riferendo un altro brano del citato dispaccio del Gritti, che molto da vicino riguarda le imprese italiane in Africa, e che fornisce altra prova degli elevati ed animosi concetti di Sisto V: il quale intendeva da solo, noleggiando e non implorando soccorsi, impadronirsi di Alessandria, e fortificatala, conquistare l'Egitto. Se si ponga mente alla gravità del soggetto ed alla responsabilità dell'ambasciatore, non farà meraviglia l'avere egli testualmente riportate le medesime parole del pontefice, senza neppure limarle dalla scoria di un linguaggio famigliare. Riferisce per tanto il Gritti avergli quel pontefice detto: « Un poco de quattrini, un poco de quattrini, S[r] Amb[r]: « oh, se facemo un poco de soldi, havemo grand' animo a questo Egitto; « li denari non li desideramo nè per donarli ad altri, nè per darli a' i no-« stri, ma uorressimo far un' Armata noi, et mandarla in Egitto; et uorres-« simo farla soli, non uorressimo leghe, perchè *unus Princeps*, altrimenti « mai si finisse di esser all' ordine, l'havete provato uoi; uolemo pagar « tutti, che ne seruirà colle sue galee quelle di Spagna, Genova, Savoia, « Fiorenza, Malta, et quelle di Sicilia. 70, ò 80 galee ben armate ci ba-« sterano à tempo che non ui sia armata de' Turchi fuora; et con queste « dissegnamo andar in Alessandria, impatronirsene, far una fortezza, et met-« tersi nella signorìa di quel paese, ma bisognano denari. — Diss'io: Beat.[mo] Pa-« dre, la impresa saria grande et bella, ma bisognaria fauor de populi et « di capo principal della natione, et hauer poi modo di soccorerla. — I « populi, disse il Papa, donando loro 2$\overset{m}{\overline{00}}$ Δ[i], li acquistaressimo, et li faressimo « christiani, haueressimo l'aiuto de'Arabi, che sono nemici de' Turchi ».

« A tali documenti accresce pregio il non trovarsene alcuno nella importante monografia del barone di Hübner intorno a Sisto V. L' ultimo brano testè recato conferma l'avversione che questi aveva di far lega con altri principi cristiani, dei quali soleva dire, che a soddisfare la propria ambizione, non si curavano di perdere un occhio, pur di cavarli tutti e due ad un altro, lasciando così che il comune nemico si avvantaggiasse delle loro discordie » (¹).

(¹) De Hübner, *Sixte Quint.* Tome premier. Paris, 1870, pag. 412.

Matematica. — *Integrazione di alcune equazioni differenziali del secondo ordine.* Nota del prof. VITO VOLTERRA, presentata dal Socio DINI.

« Abbiasi una equazione differenziale della forma:

$$(\alpha)\qquad rt - s^2 = f(p, q)$$

in cui:

$$p = \frac{\partial z}{\partial x},\quad q = \frac{\partial z}{\partial y},\quad r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2},\quad s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y},\quad t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.$$

« Cerchiamo se fra le superficie infinitamente prossime alla superficie $z = z\,(xy)$ ed applicabili sopra essa, ve ne sono di quelle per cui la funzione coniugata ϖ dello spostamento $w = \delta z$ parallelamente all'asse z, può rappresentarsi mediante una funzione $\varpi\,(x, y, p, q)$ (¹). La ϖ dovrà soddisfare l' equazione:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \varpi}{\partial p}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \varpi}{\partial q}\right) = 0$$

in cui nell'eseguire le derivate $\frac{\partial \varpi}{d\,p}$ e $\frac{\partial \varpi}{d\,q}$, ϖ va considerata come funzione di p e di q: e nell'eseguire poi le derivate rispetto a x e a y le $\frac{\partial \varpi}{d\,p}$ e $\frac{\partial \varpi}{d\,q}$ vanno considerate come funzioni di x e y.

« Se $\varpi = \varpi\,(x, y, p, q)$, avremo, eseguendo convenientemente le derivazioni:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \varpi}{\partial p}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \varpi}{\partial q}\right) = 2\left(\frac{\partial^2 \varpi}{\partial p \partial x} + \frac{\partial^2 \varpi}{\partial q \partial y}\right) - \frac{\partial \varpi}{\partial x}\frac{\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)}{f} - \frac{\partial \varpi}{\partial y}\frac{\left(\frac{\partial f}{\partial q}\right)}{f} +$$

$$+ \left(\frac{\partial^2 \varpi}{\partial p^2} + \frac{1}{f}\frac{\partial^2 \varpi}{\partial y^2}\right) r + \left(\frac{\partial^2 \varpi}{\partial q^2} + \frac{1}{f}\frac{\partial^2 \varpi}{\partial x^2}\right) t + \left(\frac{\partial^2 \varpi}{\partial p \partial q} - \frac{1}{f}\frac{\partial^2 \varpi}{\partial x \partial y}\right) 2s.$$

« Onde porremo:

$$(1)\qquad 2\left(\frac{\partial^2 \varpi}{\partial p \partial x} + \frac{\partial^2 \varpi}{\partial q \partial y}\right) - \frac{\partial \varpi}{\partial x}\frac{\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)}{f} - \frac{\partial \varpi}{\partial y}\frac{\left(\frac{\partial f}{\partial q}\right)}{f} = 0$$

$$(2)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial^2 \varpi}{\partial p^2} + \dfrac{1}{f}\dfrac{\partial^2 \varpi}{\partial y^2} = 0 \\ \dfrac{\partial^2 \varpi}{\partial q^2} + \dfrac{1}{f}\dfrac{\partial^2 \varpi}{\partial x^2} = 0 \end{cases}$$

$$(3)\qquad \frac{\partial^2 \varpi}{\partial p \partial q} - \frac{1}{f}\frac{\partial^2 \varpi}{\partial x \partial y} = 0.$$

« È facile trasformare queste condizioni a cui deve soddisfare ϖ nelle seguenti altre.

(¹) Vedi una mia Nota: *Sulle superficie flessibili ed inestendibili* pubblicata nel vol. VIII, serie 3ª. Transunti (Reale Accademia dei Lincei).

« Pongasi:

$$\frac{\partial f}{\partial q}x - \frac{\partial f}{\partial p}y = \Omega$$

$$\varpi = \varphi(\Omega, p, q) + \frac{af}{\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)}x + \frac{bf}{\left(\frac{\partial f}{\partial q}\right)}y, \tag{4}$$

in cui a e b sonò due costanti; φ dovrà soddisfare alle condizioni (2), (3) e alla seguente:

$$\frac{\partial^2\varpi}{\partial x\partial p} + \frac{\partial^2\varpi}{\partial y\partial q} = \frac{a+b}{2}. \tag{5}$$

« Supponiamo che sia possibile determinare la ϖ in modo che siano soddisfatte le condizioni volute; osserviamo che essa rappresenta la funzione coniugata dello spostamento della superficie z parallelamente all'asse z per una deformazione infinitesima che la conserva applicabile sopra sè stessa, e rappresenta un tale spostamento per le superficie che soddisfanno la equazione (α) o una più generale di quella.

« Ciò premesso fra gli spostamenti possibili di tutte le superficie, vi sono quelli ai quali corrisponde per la w il valore $Ay - Bx$ C ove A, B, C sono costanti (cioè uno spostamento senza deformazione) e per cui si ha $\varpi = Ap + Bq + C$; quindi ponendo:

$$\varpi = Ap + Bq + C,$$

ed integrando questa equazione a derivate parziali del primo ordine, troveremo degli integrali particolari della equazione (α) ϖ di una più generale di essa.

« Supponiamo che si abbia $a+b=0$, avremo:

$$\frac{\partial^2\varpi}{\partial p\partial x} + \frac{\partial^2\varpi}{\partial q\partial y} = 0 \qquad \frac{\partial\varpi}{\partial x}\frac{\partial f}{\partial p} + \frac{\partial\varpi}{\partial y}\frac{\partial f}{\partial q} = 0$$

$$\frac{\partial^2\varpi}{\partial p^2} + \frac{1}{f}\frac{\partial^2\varpi}{\partial y^2} = 0 \qquad \frac{\partial^2\varpi}{\partial q^2} + \frac{1}{f}\frac{\partial^2\varpi}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2\varpi}{\partial p\partial q} - \frac{1}{f}\frac{\partial^2\varpi}{\partial x\partial y} = 0,$$

quindi sono verificate le condizioni affinchè esista una funzione $w(xypq)$ tale chè:

$$\frac{\partial\varpi}{\partial p} = \frac{\partial w}{\partial y}, \qquad \frac{\partial\varpi}{\partial q} = -\frac{\partial w}{\partial x} \tag{β}$$

$$\frac{\partial\varpi}{\partial x} = f\frac{\partial w}{\partial q}, \qquad \frac{\partial\varpi}{\partial y} = -f\frac{\partial w}{\partial p}, \tag{γ}$$

da cui si deduce, considerando ϖ come funzione di p e q e w di x e y:

$$\left(\frac{\partial\varpi}{\partial p}\right) = \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right), \qquad \left(\frac{\partial\varpi}{\partial q}\right) = -\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right),$$

cioè w e ϖ sono funzioni coniugate. In questo caso gli integrali richiesti saranno integrali comuni delle due equazioni differenziali:

$$\varpi = Ap + Bq + C\,, \qquad w = Ay - Bx + C_1\,,$$

i quali soddisfanno, a cagione delle (β) e (γ), alla equazione alternata di Poisson:

$$[\varpi w] = 0\,.$$

« Dunque la determinazione dell'integrale richiesto è ridotta a semplici quadrature. Come esempio, applicheremo questo resultato per dimostrare che l'equazione differenziale:

$$rt - s^2 = f(gp^2 + hq^2 + kpq + mp + nq),$$

in cui g, h, k, m, n sono costanti, ammette sempre una classe di integrali particolari con 4 costanti arbitrarie i quali si possono determinare, qualunque sia f, mediante sole quadrature. Osserviamo che in questo caso si può prendere:

$$\Omega = (2hq + kp + n)\,x - (2gp + kq + m)\,y$$

e dalla (4) in questo caso si deduce:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \Omega^2} = 0\,,$$

onde:

$$\varpi = \lambda(p, q)\left\{(2hq + kp + n)\,x - (2gp + kq + m)\,y\right\} +$$

$$+ \frac{af}{f'(2gp + kq + m)}\,x + \frac{bf}{f'(2hq + kp + n)}\,y$$

e quindi:

$$\frac{\partial^2 \varpi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \varpi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \varpi}{\partial x \partial y} = 0\,.$$

« A cagione delle relazioni (2) e (3) abbiamo dunque:

$$\frac{\partial^2 \varpi}{\partial p^2} = \frac{\partial^2 \varpi}{\partial q^2} = \frac{\partial^2 \varpi}{\partial p \partial q} = 0\,,$$

ossia ϖ è di primo grado in p e q, cioè:

$$\varpi + (Ap + Bq + C) + (A_1 p + B_1 q + C_1)\,y + A_2 p + B_2 q + C_2\,.$$

« Applicando la (4) si deduce:

$$a + b = 0$$

$$\varpi = M\left\{(kp + 2hq + n)\,x - (kq + 2gp + m)\,y\right\}$$

trascurando la parte indipendente da x e y ed indicando con M una costante. Essendo $a + b = 0$, potremo determinare w.

« Posto:

$$F(\alpha) = \int \frac{d\alpha}{f(\alpha)}$$

avremo:

$$w = M \left\{ - hx^2 - gy^2 + kxy + F(gp^2 + hq^2 + kpq + mp + nq) \right\}.$$

« Esiste dunque una classe di integrali particolari della equazione data, la quale è un integrale comune delle due equazioni differenziali simultanee:

$$(kp + 2hq + n)x - (kq + 2gp + m)y = Ap + Bq + C$$

$$F(gp^2 + hq^2 + kpq + mp + nq) - hx^2 - gy^2 + kxy = Ay - Bx + C$$

i quali formano un sistema Jacobiano.

« Risolvendo queste equazioni rispetto a p e a q, si avrà:

$$p = \theta(xy) \qquad q = \theta_1(xy)$$

e quindi:

$$z = \int (\theta dx + \theta_1 dy).$$

Matematica. — *Ricerche sull'equilibrio delle superficie flessibili ed inestendibili.* Nota II [1], del prof. Ernesto Padova, presentata dal Socio Blaserna.

« Sulle normali ad una superficie S ed a partire da questa si stacchino delle lunghezze l che si succedano con continuità per modo che il luogo degli estremi dei segmenti così ottenuti sia una nuova superficie S'. Prese per linee coordinate u, v sulla superficie S le sue linee di curvatura ed indicate con ξ, η, ζ le coordinate cartesiane, rispetto ad un determinato sistema di assi, di un punto di S, quelle del corrispondente punto di S_1 saranno:

$$x = \xi + l\alpha \;,\; y = \eta + l\beta \;,\; z = \zeta + l\gamma \,,$$

ove α, β, γ sono i coseni degli angoli che la normale alla superficie S nel punto ξ, η, ζ fa cogli assi coordinati. Ma poichè:

$$\frac{d\alpha}{du} = \frac{1}{r_u}\frac{d\xi}{du} \,,\quad \frac{d\alpha}{dv} = \frac{1}{r_v}\frac{d\xi}{dv}$$

$$\frac{d\beta}{du} = \frac{1}{r_u}\frac{d\eta}{du} \,,\quad \frac{d\beta}{dv} = \frac{1}{r_v}\frac{d\eta}{dv}$$

$$\frac{d\gamma}{du} = \frac{1}{r_u}\frac{d\zeta}{du} \,,\quad \frac{d\gamma}{dv} = \frac{1}{r_v}\frac{d\zeta}{dv} \,,$$

se r_u, r_v sono i raggi principali di curvatura della superficie S, avremo:

$$(4) \qquad \frac{dx}{du} = \frac{d\xi}{du}\left(1 + \frac{l}{r_u}\right) + \alpha\frac{dl}{du} \,,\quad \frac{dx}{dv} = \frac{d\xi}{dv}\left(1 + \frac{l}{r_v}\right) + \alpha\frac{dl}{dv}$$

[1] V. pag. 269 di questo volume.

ed altre analoghe: quindi i coefficienti E', F', G' del quadrato dell'elemento lineare della superficie S' saranno legati ai coefficienti del quadrato dell'elemento lineare di S dalla relazione:

$$E' = \left(1 + \frac{l}{r_u}\right)^2 E + \left(\frac{dl}{du}\right)^2$$
$$F' = \frac{dl}{du}\frac{dl}{dv}$$
$$G' = \left(1 + \frac{l}{r_v}\right)^2 G + \left(\frac{dl}{dv}\right)^2 .$$

« Se si pone $H' = \sqrt{E'G' - F'^2}$ e si chiamano X', Y', Z' le componenti secondo gli assi della forza applicata in un punto qualunque di S' riferita all'unità di superficie, le tre equazioni indefinite dell'equilibrio saranno:

$$H'X' = \frac{d}{du}\left[\lambda\frac{dx}{du} + \mu\frac{dx}{dv}\right] + \frac{d}{dv}\left[\mu\frac{dx}{du} + \nu\frac{dx}{dv}\right]$$

e due analoghe e quindi avremo:

$$H'X' = \frac{d}{du}\left[\lambda\left(1+\frac{l}{r_u}\right)\frac{d\xi}{du} + \mu\frac{d\xi}{dv} + \left(\lambda\frac{dl}{du} + \mu\frac{dl}{dv}\right)\alpha + \mu\frac{l}{r_v}\frac{d\xi}{dv}\right] +$$
$$+ \frac{d}{dv}\left[\mu\frac{d\xi}{du} + \nu\left(1+\frac{l}{r_v}\right)\frac{d\xi}{dv} + \left(\mu\frac{dl}{du} + \nu\frac{dl}{dv}\right)\alpha + \mu\frac{l}{r_u}\frac{d\xi}{du}\right] =$$
$$= \frac{d\xi}{du}\left\{\frac{d\lambda\left(1+\frac{l}{r_u}\right)}{du} + \frac{d\mu}{dv} + E_1\lambda\left(1+\frac{l}{r_u}\right) + 2F_1\mu + G_1\nu\left(1+\frac{l}{r_v}\right) +\right.$$
$$\left. + \frac{1}{r_u}\left(\lambda\frac{dl}{du} + \mu\frac{dl}{dv}\right) + \frac{d}{dv}\left(\mu\frac{l}{r_u}\right) + \mu\left(\frac{l}{r_u} + \frac{l}{r_v}\right)F_1\right\} +$$
$$+ \frac{d\xi}{dv}\left\{\frac{d\mu}{du} + \frac{d\nu\left(1+\frac{l}{r_v}\right)}{dv} + E_2\lambda\left(1+\frac{l}{r_u}\right) + 2F_2\mu + G_2\nu\left(1+\frac{l}{r_v}\right) +\right.$$
$$\left. + \frac{1}{r_v}\left(\mu\frac{dl}{du} + \nu\frac{dl}{dv}\right) + \frac{d}{du}\left(\mu\frac{l}{r_v}\right) + \mu\left(\frac{l}{r_u} + \frac{l}{r_v}\right)F_2\right\} +$$
$$+ \alpha\left\{A\lambda\left(1+\frac{l}{r_u}\right) + C\nu\left(1+\frac{l}{r_v}\right) + \frac{d}{du}\left(\lambda\frac{dl}{du} + \mu\frac{dl}{dv}\right) + \frac{d}{dv}\left(\mu\frac{dl}{du} + \nu\frac{dl}{dv}\right)\right\}$$

con due analoghe. Le linee u, v sulla superficie S sono ortogonali, quindi:

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{E}}\frac{d\sqrt{E}}{du}, \quad F_1 = \frac{1}{\sqrt{E}}\frac{d\sqrt{E}}{dv}, \quad G_1 = -\frac{\sqrt{G}}{E}\frac{d\sqrt{G}}{du},$$
$$E_2 = -\frac{\sqrt{E}}{G}\frac{d\sqrt{E}}{dv}, \quad F_2 = \frac{1}{\sqrt{G}}\frac{d\sqrt{G}}{du}, \quad G_2 = \frac{1}{\sqrt{G}}\frac{d\sqrt{G}}{dv},$$

e, scomponendo la forza nelle direzioni delle linee di curvatura di S e della normale a questa superficie, le equazioni di equilibrio saranno:

$$(5)\begin{cases} H'U = \dfrac{d\lambda\sqrt{E}\left(1+\dfrac{l}{r_u}\right)}{du} + \dfrac{d\mu\sqrt{E}\left(1+\dfrac{l}{r_u}\right)}{dv} + \dfrac{\lambda}{r_u}\dfrac{dl}{du}\sqrt{E} + \\ \quad + \dfrac{\mu\sqrt{E}}{r_u}\dfrac{dl}{dv} + \mu\left(1+\dfrac{l}{r_v}\right)\dfrac{d\sqrt{E}}{dv} - \sqrt{\dfrac{G}{E}}\nu\left(1+\dfrac{l}{r_v}\right)\dfrac{d\sqrt{G}}{du} \\ H'V = \dfrac{d\mu\sqrt{G}\left(1+\dfrac{l}{r_v}\right)}{du} + \dfrac{d\nu\sqrt{G}\left(1+\dfrac{l}{r_v}\right)}{dv} - \sqrt{\dfrac{E}{G}}\lambda\left(1+\dfrac{l}{r_u}\right)\dfrac{d\sqrt{E}}{du} + \\ \quad + \dfrac{\mu\sqrt{G}}{r_v}\dfrac{dl}{du} + \mu\left(1+\dfrac{l}{r_u}\right)\dfrac{d\sqrt{G}}{du} + \dfrac{\nu}{r_v}\dfrac{dl}{dv}\sqrt{G} \\ H'W = \dfrac{E\lambda}{r_u}\left(1+\dfrac{l}{r_u}\right) - \dfrac{G\nu}{r_v}\left(1+\dfrac{l}{r_v}\right) + \dfrac{d}{du}\left(\lambda\dfrac{dl}{du}+\mu\dfrac{dl}{dv}\right) + \\ \quad + \dfrac{d}{dv}\left(\mu\dfrac{dl}{du}+\nu\dfrac{dv}{dl}\right): \end{cases}$$

le quali, se si fa $E=G=1$, $\dfrac{1}{r_u}=\dfrac{1}{r_v}=0$, coincidono con quelle di Jellett, e se si fa $l=0$ coincidono con quelle di Beltrami.

« Le equazioni al contorno divengono:

$$\begin{aligned} H'X'_s = &\frac{d\xi}{du}\left\{\lambda\left(E'\frac{du}{dn}+F'\frac{dv}{dn}\right)+\mu\left(F'\frac{du}{dn}+G'\frac{dv}{dn}\right)\right\}\left(1+\frac{l}{r_u}\right)+ \\ &+\frac{d\xi}{dv}\left\{\mu\left(E'\frac{du}{dn}+F'\frac{dv}{dn}\right)+\nu\left(F'\frac{du}{dn}+G'\frac{dv}{dn}\right)\right\}\left(1+\frac{l}{r_v}\right)+ \\ &+\alpha\left\{\left(\lambda\frac{dl}{du}+\mu\frac{dl}{dv}\right)\left(E'\frac{du}{dn}+F'\frac{dv}{dn}\right)+\left(\mu\frac{dl}{du}+\nu\frac{dl}{dv}\right)\left(F'\frac{du}{dn}+G'\frac{dv}{dn}\right)\right\}: \end{aligned}$$

quindi:

$$(6)\begin{cases} H'U_s = \sqrt{E}\left(1+\dfrac{l}{r_u}\right)\left\{\lambda\left(E'\dfrac{du}{dn}+F'\dfrac{dv}{dn}\right)+\mu\left(F'\dfrac{du}{dn}+G'\dfrac{dv}{dn}\right)\right\} \\ H'V_s = \sqrt{G}\left(1+\dfrac{l}{r_v}\right)\left\{\mu\left(E'\dfrac{du}{dn}+F'\dfrac{dv}{dn}\right)+\nu\left(F'\dfrac{du}{dn}+G'\dfrac{dv}{dn}\right)\right\} \\ H'W_s = \left(\lambda\dfrac{dl}{du}+\mu\dfrac{dl}{dv}\right)\left(E'\dfrac{du}{dn}+F'\dfrac{dv}{dn}\right)+\left(\mu\dfrac{dl}{du}+\nu\dfrac{dl}{dv}\right)\left(F'\dfrac{du}{dn}+G'\dfrac{dv}{dn}\right). \end{cases}$$

« Quando la superficie direttrice S sia una sfera di raggio R, le (5) sono soddisfatte col prendere:

$$\lambda = \sqrt{\frac{G}{E}}\frac{a}{\left(1+\dfrac{l}{R}\right)^2},\quad \nu = \sqrt{\frac{E}{G}}\frac{a}{\left(1+\dfrac{l}{R}\right)^2},\quad \mu = 0,$$

(ove a è una costante) ed

$$U=0\ ,\ V=0\ ,\ W=-a\frac{\sqrt{EG}}{H'}R\left(\frac{2}{1+\dfrac{l}{R}}+\Delta_2\frac{1}{1+\dfrac{l}{R}}\right),$$

Δ_2 rappresenta il parametro differenziale del secondo ordine preso sulla sfera. Le componenti delle forze da applicarsi sul contorno si dedurranno dalle (6) col porre nei secondi membri per λ, μ, ν le espressioni sovraindicate ».

Archeologia. — Il Socio Fiorelli presenta le *Notizie* delle scoperte di antichità delle quali fu informato il Ministero durante lo scorso mese di marzo, e che si riferiscono ai seguenti luoghi:

« *Torino.* Sepolcro romano scoperto fuori della barriera di Nizza, presso la città, ed iscrizione latina quivi rinvenuta. — *Milano.* Frammenti epigrafici latini ricuperati tra i materiali di fabbrica nella demolizione della torre di s. Giovanni in Conca. — *Lamòn.* Oggetti antichi di varia età scavati presso il paese. — *Este.* Nuove scoperte epigrafiche del territorio atestino avvenute in Morlungo e nella tenuta Serraglio. — *Lozzo Atestino.* Avanzi di alta antichità, scavati in cima al monte di Lozzo. — *Bologna.* Nuove scoperte di sepolcri nel fondo Arnoaldi-Veli. — *Forlì.* Nuovi scavi nel fondo della signora Sostegni in villa s. Varano, ed in Collina, altra villa del forlivese. — *Orvieto.* Prosecuzione delle ricerche nella necropoli volsiniese in contrada Cannicella. — *Bolsena.* Tomba a camera scavata nel fondo Vietana, ed iscrizione etrusca quivi rinvenuta. — *Sovana.* Bronzi antichi scoperti nel fondo Foschetti ed aquistati pel museo fiorentino. — *Viterbo.* Sepolcri scavati in contrada Casa del Vento, nei lavori per la stazione della strada ferrata fuori della porta di s. Lucia. — *Roma.* Scavi e scoperte nelle regioni urbane II, IV, VI, VII, VIII, IX e XIV, e nelle vie Appia, Flaminia, Labicana, Portuense, Salaria, Ostiense. — *Marino.* Iscrizioni recuperate in una vigna presso l'oliveto Porcacchia sulla via che mena a Frascati. Pavimento in musaico policromo appartenente ad una villa romana, riconosciuto in contrada Casalbianca, ed oggetti antichi ivi raccolti. — *Albano Laziale.* Frammenti epigrafici scavati presso la porta romana di Albano nel fondo de Gasperis. — *Palestrina.* Avanzi di antiche costruzioni riconosciuti nella cattedrale di s. Agapito, e frammenti epigrafici arcaici trovati in via del Borgo. — *Literno* (comune di Giuliano in Terra di Lavoro). Epigrafi latine ritrovate nell'area dell'antica Literno, presso Torre di Patria. — *Napoli.* Vaso caleno con iscrizione nuova acquistato sul mercato antiquario della città per il museo nazionale; e memorie intorno a sepolcri scoperti tra la via Costantinopoli e quella del Museo Nazionale. — *Ripatransone.* Oggetti antichi ricuperati nel fondo Fedeli in contrada Tesino. — *Larino.* Epigrafe latina scoperta presso la stazione della strada ferrata. — *Canosa di Puglia.* Vaso dipinto proveniente dal territorio canosino, posseduto dal sig. Filomeno Fatelli, colla rappresentanza d' una lotta con le Amazzoni. — *Brindisi.* Nuove scoperte epigrafiche avvenute fuori di porta Lecce, presso le mura della città. — *Reggio di Calabria.* Altre cisterne antiche riconosciute

presso l'educandato di s. Gaetano. — *Forza d'Agrò*. Iscrizioni greche esistenti nel monastero dei ss. Pietro e Paolo. — *Siracusa*. Capitelli di marmo scavati durante i lavori per la ripulitura del porto grande. — *Pula e Domus de Maria*. Iscrizioni stradali trovate nelle regioni *Cala di Ostia* e *Nuraccheddus* ».

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Blaserna, relatore, a nome anche del Socio Cantoni, legge una Relazione sulla Memoria del prof. Augusto Righi, intitolata: *Ricerche sperimentali e teoriche intorno alla riflessione della luce polarizzata sul polo di una calamita*, concludendo per la pubblicazione di essa negli Atti accademici.

Messe ai voti dal Presidente le conclusioni della Commissione, sono approvate salvo le consuete riserve.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Carutti presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando fra esse le seguenti di Socî e di estranei:

F. Fiorentino. *Il Risorgimento filosofico nel quattrocento*. Opera postuma.

E. Le Blant. *Notes sur quelques actes des martyrs*.

E. Cadorna. *L' espansione coloniale dell'Italia*.

R. Federici. *Le leggi di progresso*.

Presenta anche un' opera, oggi divenuta assai rara, e della quale il Ministero volle far dono all'Accademia, intitolata: *Sigilli de' principi di Savoia, raccolti ed illustrati da L. Cibrario e D. C. Promis*.

Il Socio Ferri presenta la versione francese, del libro del Socio Barone Carutti, sul conte Umberto I Biancamano e sulla origine della dinastia di Savoia. Essa ha per titolo: *Le comte Humbert Ier (Aux Blanches Mains)*. Recherches et documents par M. le Baron Carutti de Cantogno. Chambéry 1885.

Questa traduzione è del conte Amedeo di Foras.

Il dotto traduttore, noto per i suoi studi e le sue ricerche intorno alle famiglie della Savoia, scrive nella prefazione: « *Mon seul désir est, pour les personnes qui connaissent la langue italienne, de donner l'envie de lire l'original avec ses digressions intéressantes: pour les personnes qui ne la connaissent pas, de donner un memento de la question. Je ne crains pas d'affirmer que dans l'état actuel de la science, il n'est*

pas possible de donner mieux que ne l'a fait M. le baron Carutti, une juste connaissance de cette thèse généalogique ». Il conte di Foras in questo suo lavoro, che compendia in qualche parte il testo, tratta anche in nota alcune questioni con indipendenza di critica, come per esempio rispetto alla professione della legge romana della dinastia di Savoia. Questa pubblicazione, mentre prova l'interessamento persistente dei cultori delle scienze storiche per la materia controversa delle origini della nostra illustre dinastia, attesta pure l' importanza delle ricerche originali che il nostro Socio vi ha consacrate e il pregio in cui sono tenute presso gli stranieri.

Presenta pure un opuscolo del prof. Carlo Cantoni contenente uno studio della vita e delle opere di Baldassare Poli già professore di Filosofia in Milano e autore di libri, molti dei quali sono dedicati alle scienze filosofiche. Il Cantoni narra la lunga e laboriosa carriera del Poli compresa fra il 1795 e il 1883 collegandone le parti colle vicende storiche della scienza del pensiero. Contemporaneo e amico del Gioia, del Romagnosi e del Manzoni, il Poli è stato pure coetaneo del Galluppi, del Rosmini, del Gioberti e del Mamiani, ed ha seguito e sottoposto alle sue meditazioni le loro dottrine. Egli non ha dato all' Italia un sistema, ma ha trattato i problemi filosofici con un indirizzo ecclettico, che evitando le conclusioni dello Scetticismo critico e quelle dell' Idealismo ontologico, riesce, nella questione della conoscenza, al realismo, e, in quella della natura dell' uomo, alla distinzione della vita spirituale dalla corporea e alla spiritualità dell' anima.

Il Cantoni rende conto delle pubblicazioni più importanti del Poli, compreso quelle che sono contenute negli Atti dell' Istituto Lombardo, e insiste particolarmente e meritamente sui Supplementi che il dotto professore aggiunse alla versione italiana del Manuale di Storia della Filosofia del Tennemann, i quali completano la parte italiana antica e moderna di questa Storia, togliendo specialmente dall'obblio, con copiose e originali ricerche, molti nomi di filosofi che illustrarono le scienze filosofiche nel nostro paese durante l'età di mezzo e i tempi posteriori fino a noi.

La narrazione, per se stessa importante, di questa vita laboriosissima, divisa fra gli studi filosofici, le scienze sociali ed economiche e l' insegnamento, acquista maggior pregio per le riflessioni personali del narratore e per le considerazioni critiche che vi ha aggiunte sul metodo scientifico e sulla dottrina del Poli.

Il Socio straniero Adolfo Franck, fa omaggio all' Accademia, del volume « *Essais de Critique philosophique* » raccolta di scritti critici che trattano di Storia della Filosofia a proposito di opere recenti, o che vi si collegano, per la loro origine e la loro importanza generale, come è appunto

quello che ha per titolo: *la Storia degli animali nell'antichità*, a cui ha dato occasione la versione del celebre trattato di Aristotele fatta da un altro nostro illustre Socio, Barthèlemy Saint-Hilaire. Gli scritti, che vengono dopo di questo, sono tutti relativi alla Storia dei sistemi filosofici e formano un complesso in cui figurano, nella misura dei libri esaminati, la Patristica con *Origene e la filosofia cristiana nel terzo secolo* — *La filosofia nel medio evo* con la Scolastica considerata nei suoi maggiori rappresentanti e nelle sue dottrine più ragguardevoli, la filosofia politica e religiosa nel 14° secolo con *Marsilio da Padova*, il Rinascimento col *Misticismo e l'Alchimia nel sedicesimo secolo*, e finalmente le dottrine contemporanee con *De Maistre e Bonald, apostoli della Teocrazia e del Diritto divino* e la *Morale Inglese*, per non parlare di altri studî di minore estensione, quantunque particolarmente interessanti per le loro attinenze con le questioni che si agitano nella filosofia del nostro tempo.

Tutte queste rassegne critiche sono condotte in modo da guidare il lettore, per così dire, nel centro delle materie trattate dalle opere che ne sono il soggetto; ma alcune specialmente assumono l'aspetto e le proporzioni di lavori originali per le ricerche personali, le vedute proprie dell'autore e lo svolgimento della materia.

Avvezzo a congiungere la Storia della Filosofia con quella della Civiltà il nostro Socio collega le dottrine esaminate con la vita dei loro autori, col carattere dei tempi e col movimento generale del sapere, e la sua singolare perizia ed erudizione lo pone più di una volta in grado sia di completare, sia di rettificare le asserzioni e i giudizi degli scrittori più accurati e competenti nelle parti meno note e accessibili della Storia dei Sistemi. Così egli in più d'un punto si scosta dal Denis nel render conto della sua recente e importante opera sulla filosofia di Origene, e dall'Hauréau nel seguire le intricate spire del pensiero filosofico della Scolastica, mal giudicata generalmente e oggi rialzata nella considerazione dei cultori diligenti degli studî storici, segnatamente dopo le opere dell'Hauréau medesimo e del Ritter. Intesa, come lo è in questi Saggi, la revisione delle opere altrui adempie un ufficio importante nello sviluppo degli studî storici contribuendo al perfezionamento dei loro risultati.

Nel lungo e coscienzioso esame consacrato al libro del Guyau sulla *Morale inglese contemporanea*, il Franck sottopone a una critica approfondata i principî dell'Utilitarismo e dell'Evoluzionismo in ordine alla scienza dei costumi e ne toglie occasione per riconfermare quelli della Morale del Dovere e i fondamenti immutabili del Bene professati dalla scuola spiritualista. Nè meno estesa e concludente è la critica diretta dall'autore contro i paradossi della scuola teocratica, nè meno fondata l'argomentazione colla quale difende contro di essa le conquiste della libertà e del progresso civile e scientifico.

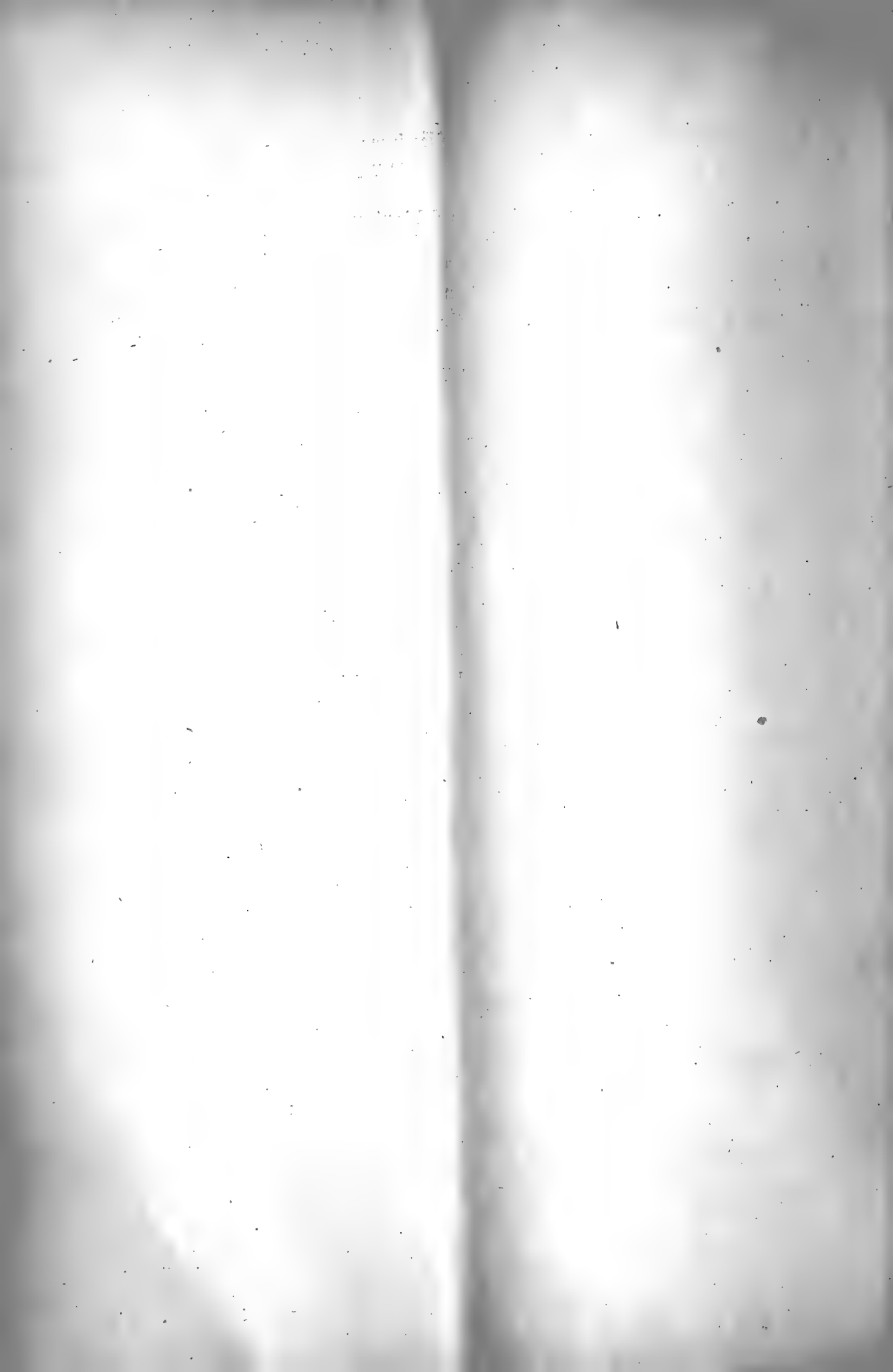
Il Presidente presenta la recente pubblicazione: *Le Rane di Aristofane*, tradotte in versi italiani dal sig. C. Castellani.

Il Socio Betocchi fa omaggio, in nome dell'autore prof. Ragona, di una seconda Nota: *Sul clima di Assab.*

L'accademico Mommsen presenta all'Accademia gli undici fogli stampati dei *Supplementa Italica* alla Raccolta Berlinese delle iscrizioni latine, appartenenti cioè al V volume della Raccolta spettante all' Italia superiore, e distesi dal sig. Ettore Pais di Cagliari. Aggiunge che il volume sarà finito nel corso della state, i lavori essendo quasi interamente terminati. Fa voto pure che un simile altro Supplemento sia, in un termine non troppo distante, intrapreso pure per l' Italia inferiore, i cui monumenti giornalmente aumentandosi, faranno tale Supplemento necessario assai più presto che non era il caso per le provincie italiane di civiltà più sviluppata.

Il Segretario Carutti, ringraziando il Socio Mommsen delle cure che egli pose nel dirigere la pubblicazione dei *Supplementa*, osserva che l'Accademia deliberò già di proseguire il lavoro anche per l' Italia inferiore, e che perciò il desiderio del Socio Mommsen sarà a suo tempo appagato.

Il Presidente comunica all'Accademia la triste notizia che il Presidente onorario conte Terenzio Mamiani è gravemente ammalato, e fa voti per la guarigione dell' illustre infermo.

D. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 maggio 1885.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulla trasformazione delle funzioni iperellittiche del primo ordine.* Nota del Socio F. Brioschi.

1.° « Sieno x, y, z, w quattro funzioni thèta a due argomenti v_1, v_2. Supponiamo dapprima che esse sieno pari e precisamente le;

$$x = \vartheta(v_1, v_2), \quad y = \vartheta_0(v_1, v_2), \quad z = \vartheta_{23}(v_1, v_2), \quad w = \vartheta_{14}(v_1, v_2).$$

« Indichiamo con l, m, n, s i quattro determinanti seguenti:

$$l = \Sigma\left(\pm y \frac{dz}{dv_1} \frac{dw}{dv_2}\right), \quad m = \Sigma\left(\pm x \frac{dw}{dv_1} \frac{dz}{dv_2}\right)$$

$$n = \Sigma\left(\pm x \frac{dy}{dv_1} \frac{dw}{dv_2}\right), \quad s = \Sigma\left(\pm x \frac{dz}{dv_1} \frac{dy}{dv_2}\right)$$

si vede tosto che i medesimi sono legati alle x, y, z, w dalla relazione:

$$xl + ym + zn + ws = 0. \tag{1}$$

« Ora i quattro determinanti l, m, n, s, si ponno esprimere in funzione di x, y, z, w nel modo che segue:

$$\begin{aligned} rl &= x^3 + x(ay^2 + bz^2 + cw^2) + dyzw \\ rm &= y^3 + y(ax^2 + bw^2 + cz^2) + dxwz \\ rn &= z^3 + z(aw^2 + bx^2 + cy^2) + dwxy \\ rs &= w^3 + w(az^2 + by^2 + cx^2) + dzyx \end{aligned} \tag{2}$$

nelle quali a, b, c, d, r sono costanti rispetto a v_1, v_2. Per la determinazione delle prime quattro di esse, si osservi che posto $v_1 = v_2 = 0$ le l, m, n, s si annullano, perciò indicando con x_0, y_0, z_0, w_0 i valori delle quattro funzioni ϑ superiori, corrispondenti a $v_1 = v_2 = 0$, si ottengono tosto le:

$$a = -\frac{1}{2}\frac{x_0^4 + y_0^4 - z_0^4 - w_0^4}{x_0^2 y_0^2 - z_0^2 w_0^2}, \qquad b = -\frac{1}{2}\frac{x_0^4 + z_0^4 - w_0^4 - y_0^4}{x_0^2 z_0^2 - w_0^2 y_0^2}$$

$$c = -\frac{1}{2}\frac{x_0^4 + w_0^4 - y_0^4 - z_0^4}{x_0^2 w_0^2 - y_0^2 z_0^2}, \qquad d = \frac{1}{2} x_0 y_0 z_0 w_0 \frac{N}{\Delta}$$

essendo:

$$N = (x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 + w_0^2)(x_0^2 - y_0^2 + z_0^2 - w_0^2)(x_0^2 + y_0^2 - z_0^2 - w_0^2)(x_0^2 - y_0^2 - z_0^2 + w_0^2)$$

$$\Delta = (x_0^2 y_0^2 - z_0^2 w_0^2)(x_0^2 z_0^2 - w_0^2 y_0^2)(x_0^2 w_0^2 - y_0^2 z_0^2).$$

Infine per determinare il valore di r si aumenti uno degli argomenti v_1, v_2 di un mezzo periodo, e si pongano dopo nuovamente $v_1 = v_2 = 0$; si otterrà per alcune note relazioni essere:

$$r^2 = -\frac{1}{4}\frac{N}{\Delta}.$$

« Le quattro relazioni (2) che sono così completamente definite, possono tener luogo, nella trasformazione delle funzioni ϑ, della equazione biquadratica di Göpel, essendo questa una conseguenza delle medesime. Infatti l'equazione di Göpel non è altro che la relazione identica (1).

« In altri termini se si indicano con p, q, t, u, quattro funzioni ϑ trasformate, per le quali si possono assumere le:

$$p = \vartheta(u_1, u_2)\ , \quad q = \vartheta_0(u_1, u_2)\ , \quad t = \vartheta_{23}(u_1, u_2)\ , \quad u = \vartheta_{14}(u_1, u_2)$$

si avrà che le quattro funzioni omogenee di grado k (per una trasformazione d'ordine k) in x, y, z, w, dovranno soddisfare a quattro relazioni.

2.° « Si rappresentino con λ, μ, ν, σ quattro determinanti formati colle p, q, t, u e le loro derivate rispetto ad u_1, u_2, come gli l, m, n, s lo sono colle x, y, z, w e loro derivate per v_1, v_2; si avranno le:

$$p\lambda + q\mu + t\nu + u\sigma = 0$$

e:

$$(3) \qquad \begin{aligned} \rho\lambda &= p^3 + p(\alpha q^2 + \beta t^2 + \gamma u^2) + \delta q t u \\ \rho\mu &= q^3 + q(\alpha p^2 + \beta u^2 + \gamma t^2) + \delta t p u \\ \rho\nu &= t^3 + t(\alpha u^2 + \beta p^2 + \gamma q^2) + \delta u p q \\ \rho\sigma &= u^3 + u(\alpha t^2 + \beta q^2 + \gamma p^2) + \delta t q p \end{aligned}$$

nelle quali i coefficienti α, β, γ, δ, ρ saranno funzioni di p_0, q_0, t_0, u_0 affatto analoghe a quelle trovate sopra per le funzioni ϑ originarie.

« Come è noto, le p, q, t, u, per una trasformazione d'ordine k, si possono esprimere per mezzo di funzioni omogenee del grado k delle x, y, z, w aventi ciascuna un numero $\dfrac{k^2+1}{2}$ di coefficienti indeterminati [1].

[1] Hermite, *Sur la théorie de la transformation des fonctions Abéliennes.* Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. T. XL. 1855. — Krause, *Sur la transformation des fonctions hyperelliptiques de premier ordre.* Acta Mathematica. An. 1884.

« Si indichi con D il determinante funzionale delle p, q, t, u, ossia:

$$D = \Sigma\left(\pm \frac{dp}{dx}\frac{dq}{dy}\frac{dt}{dz}\frac{du}{dw}\right)$$

e si moltiplichi questo determinante, che sarà una funzione omogenea delle x, y, z, w del grado $4(k-1)$, per ciascuno dei determinanti l, m, n, s. Ponendo:

$$U = \frac{du_1}{dv_1}\frac{du_2}{dv_2} - \frac{du_1}{dv_2}\frac{du_2}{dv_1}$$

si ottengono le quattro relazioni:

$$D\,l = kU\left(\lambda\frac{dp}{dx} + \mu\frac{dq}{dx} + \nu\frac{dt}{dx} + \sigma\frac{du}{dx}\right)$$

$$D\,m = kU\left(\lambda\frac{dp}{dy} + \mu\frac{dq}{dy} + \nu\frac{dt}{dy} + \sigma\frac{du}{dy}\right)$$

$$D\,n = kU\left(\lambda\frac{dp}{dz} + \mu\frac{dq}{dz} + \nu\frac{dt}{dz} + \sigma\frac{du}{dz}\right)$$

$$D\,s = kU\left(\lambda\frac{dp}{dw} + \mu\frac{dq}{dw} + \nu\frac{dt}{dw} + \sigma\frac{du}{dw}\right).$$

alle quali devono soddisfare le funzioni p, q, t, u. Evidentemente in ciascuna di queste equazioni, tanto i primi che i secondi membri, sono funzioni omogenee in x, y, z, w del grado $4k-1$; ma ricavando da esse le λ, μ, ν, σ si giunge infine alle relazioni di grado $3k$ seguenti:

$$(4)\qquad \begin{aligned} kU\lambda - \Sigma\left(\pm\, l\,\frac{dq}{dy}\frac{dt}{dz}\frac{du}{dw}\right) &= 0 \\ kU\mu - \Sigma\left(\pm \frac{dp}{dx}\,m\,\frac{dt}{dz}\frac{du}{dw}\right) &= 0 \\ kU\nu - \Sigma\left(\pm \frac{dp}{dx}\frac{dq}{dy}\,n\,\frac{du}{dw}\right) &= 0 \\ kU\sigma - \Sigma\left(\pm \frac{dp}{dx}\frac{dq}{dy}\frac{dt}{dz}\,s\right) &= 0\,. \end{aligned}$$

3.° « Posto:

$$p = F(x, y, z, w)$$

risulta facilmente da queste relazioni dover essere:

$$q = F(y, x, w, z)\,, \qquad t = F(z, w, x, y)\,, \qquad u = F(w, z, y, x)$$

si avranno cioè per la trasformazione del 3° ordine:

$$\begin{aligned} p &= gx^3 + x(Ay^2 + Bz^2 + Cw^2) + D\,yzw \\ q &= gy^3 + y(Ax^2 + Bw^2 + Cz^2) + D\,xwz \\ t &= gz^3 + z(Aw^2 + Bx^2 + Cy^2) + D\,wxy \\ u &= gw^3 + w(Az^2 + By^2 + Cx^2) + D\,zyx \end{aligned}$$

A, B, C, D, g essendo i cinque coefficienti indeterminati. Sostituendo questi valori di p, q, t, u nelle equazioni (3) si otterranno i valori delle λ, μ, ν, σ espressi in funzione di x, y, z, w; e quindi da una qualsivoglia delle (4)

si dedurrà una serie di relazioni fra i suddetti cinque coefficienti e gli a, b, c, d, r; α, β, γ, δ, ρ. Supponendo $U=1$, si ottengono dapprima le:

$$\frac{3}{\rho} g^3 = \frac{1}{r} \mathrm{A\,B\,C}$$

$$\alpha \mathrm{A}^2 = g(3ga - 2\mathrm{A}) \ , \quad \beta \mathrm{B}^2 = g(3gb - 2\mathrm{B}) \ , \quad \gamma \mathrm{C}^2 = g(3gc - 2\mathrm{C})$$

per le quali ultime, posto:

$$f = \pm\sqrt{1+3a\alpha} \ , \quad h = \pm\sqrt{1+3b\beta} \ , \quad k = \pm\sqrt{1+3c\gamma}$$

si hanno le:

$$\alpha \mathrm{A} = g(f-1) \ , \quad \beta \mathrm{B} = g(h-1) \ , \quad \gamma \mathrm{C} = g(k-1)$$

e quindi, per la prima, si giungerà alla equazione modulare:

$$3\frac{\alpha\beta\gamma}{\rho} = \frac{1}{r}(f-1)(h-1)(k-1)$$

che può anche scriversi:

$$9\frac{abc}{r} = \frac{1}{\rho}(f+1)(h+1)(k+1) \ .$$

Così trovasi:

$$\mathrm{D}\,[f+h+k-2] = 3\frac{g}{\rho}(d\rho - \delta r)$$

cioè le A, B, C, D sono determinate quando lo sia g.

Pel caso di $k=5$, posto:

$$p = gx^5 + x^3(\mathrm{A}y^2 + \mathrm{B}z^2 + \mathrm{C}w^2) + x(\mathrm{L}y^4 + \mathrm{M}z^4 + \mathrm{N}w^4 + \mathrm{P}z^2w^2 + \mathrm{Q}w^2y^2 + \mathrm{R}y^2z^2) + \\ + yzw(\mathrm{F}y^2 + \mathrm{G}z^2 + \mathrm{H}w^2)$$

e deducendo q, t, u colle permutazioni sopra indicate, si hanno analogamente le:

$$\frac{5}{\rho} g^3 = \frac{1}{r} \mathrm{L\,M\,N}$$

$$\alpha \mathrm{L}^2 = g(5ga - 2\mathrm{A}) \ , \quad \beta \mathrm{M}^2 = g(5gb - 2\mathrm{B}) \ , \quad \gamma \mathrm{N}^2 = g(5gc - 2\mathrm{C}) \ .$$

Così per la determinazione delle L, M, N si ottengono le tre equazioni del quarto grado:

$$(\alpha^2 - 2)\mathrm{L}^4 + 4g\alpha^2\mathrm{L}^3 + 10g^2a\alpha\mathrm{L}^2 - 4g^3(5a\alpha + 2)\mathrm{L} + 5g^4(2 - 3a^2) = 0$$

e le altre due che si deducono da questa sostituendo alle a, α; le b, β; c, γ. I valori di L, M, N conducono tosto alla equazione modulare, ed a quelli di A, B, C; e procedendo nello stesso modo si otterranno i valori degli altri coefficienti ».

Chimica inorganica. — *Sugli isomeri del sale verde di Magnus.* Comunicazioni preventive del Socio Alfonso Cossa.

« Lo studio della Memoria di Quintino Sella, *Sulle forme cristalline di alcuni sali di platino*, pubblicata nel tomo XVII, Serie 2ª (1857), delle Memorie della R. Acc. delle Scienze di Torino, che io ho dovuto intraprendere per compiere l'incarico di preparare una commemorazione della

vita e dei lavori scientifici del compianto nostro presidente, m'invogliò ad eseguire nuove ricerche sopra alcuni dei derivati ammoniacali del platino.

« Riservandomi di pubblicare i risultati delle mie indagini rivolte specialmente agli isomeri del sale verde di Magnus, mi preme di fare fin d'ora conoscere che riscaldando il sale verde di Magnus a temperature comprese tra 190° e 210° gradi, questo sale si trasmuta in un isomero avente proprietà eguali a quello che si ottiene per l'azione del calore sul cloruro di platoso di ammonio, e per l'azione dell'ebollizione *prolungata* per parecchie ore in contatto di una soluzione concentrata di nitrato ammonico. Quando si riscalda il sale del Magnus in presenza di una soluzione concentrata di un sale ammoniacale, appena per il tempo necessario perchè il sale vi si disciolga, per il raffreddamento della soluzione bollente si ottiene cristallizzato il sale del Magnus in prismi ben distinti e rimarchevoli per il loro dicroismo ».

« Ristudiando la composizione delle efflorescenze che si formano in diversi punti del cratere dell'Isola Vulcano (Isole Eolie) vi ho riscontrato la presenza del tellurio, che ho potuto isolare e separare dal selenio. Il tellurio, per quanto è a mia cognizione finora, non venne ancora trovato in minerali italiani ».

Geologia. — *Conglomerato del Tavolato; trivellazione del fortino sulla via Appia presso la tomba di Cecilia Metella. Storia dei vulcani laziali, accresciuta e corretta.* Memoria del Socio G. Ponzi (Sunto).

« Nella prima parte di questa Memoria, dopo d'aver rimarcato che fin dallo scorso secolo (1758) Girolamo Lapi aveva emesso la idea che i due laghi, Albano e Nemorense, erano due antichi crateri; e che il primo abbozzo di una carta geologica del Lazio devesi a L. Gmelin, inserita nel suo lavoro: *Observationes oryctognosticae de haüyna*, si ricordano i lavori del Brocchi e gli studî petrografici dello Strüver sui leucitofiri haüyniferi, che, erratici, in grossi blocchi si rinvengono sparsi sul suolo e nello strato d'indole alluvionale sul quale è costruita l'osteria del Tavolato presso il 5° km. della via Appia nuova.

« La poca frequenza del Sanidino nei prodotti e nelle lave laziali; l'averlo invece rinvenuto come componente essenziale nello studio microscopico di quelle rocce; il non ritrovare queste ultime in posto nel Lazio, ma solo in pezzi erratici, fan supporre che allorquando l'attività vulcanica si estinse nei crateri Sabatini per trasferirsi nel Lazio, le prime eruzioni laviche Laziali furono feldspatiche ed in quelle prime eruzioni vennero emessi i leucitofiri haüyniferi. Però le loro correnti non compariscono

all'esterno, perchè coperte dalle deiezioni vulcaniche posteriori e solo ritrovansi queste rocce, così importanti per la storia dei vulcani Laziali, in massi erratici che furono trascinati da una impetuosa corrente ed accumulati presso la località del Tavolato insieme a pezzi e blocchi di altre rocce Laziali di diversa specie, per alcune delle quali è possibile di indicarne la provenienza essendo state riscontrate in posto. Tenuto conto di queste indicazioni e delle altre località ove si rinvenne sparsa sul suolo la suddetta roccia leucito-haüynifera, accennanti il cammino seguito dalla fiumana, può attribuirsi tale accumulazione di rocce erratiche al debordamento del Lago Albano, il quale generò una vasta corrente discendente dalle pendenze Albane e gettantesi nel Tevere nella direzione dell'Almone. A tale debordamento sembra volersi accennare anche da Dionisio d'Alicarnasso.

« La 2ª parte della Memoria si riferisce alla sezione geologica rilevata nella trivellazione eseguita per ricerche acquifere attraverso la corrente di lava detta di Capo di Bove, nel fortino sulla Appia antica presso la tomba di Cecilia Metella. Viene esebita la sezione geologica fino alla profondità di circa 90ᵐ sotto il piano di campagna e vengono esaminate le varie rocce incontrate nel perforamento, facendo rimarcare come quella località fu tre volte visitata dalle lave, senza però che possano indicarsi con precisione le bocche eruttive dalle quali si versarono.

« Rispetto la corrente di Capo di Bove, sulla quale è tracciata l'antica via Appia, essa si incontra prima nella sezione considerata e perciò è molto recente; ma, poichè non se ne trova fatta menzione alcuna negli antichi scrittori, non deve essere emessa sotto la dominazione latina.

« Assai interessanti sono le argille bigie con fossili lacustri, di ragguardevole potenza, rinvenute alla profondità di 79ᵐ20 sotto il suolo. Questa roccia ci indica un bacino occupato dalle acque dolci, formatosi nel quaternario in una depressione del suolo dopo la sedimentazione pliocenica. Queste argille sono le stesse che vennero riscontrate in più punti entro Roma e nei dintorni, sottostanti ai tufi vulcanici. Colla loro forte potenza, tali rocce ci accusano un lungo tempo trascorso nelle loro deposizioni.

« Nell'ultima parte della Memoria si ripete la storia dei vulcani Laziali: vi sono indicati i varî periodi d'attività nel sistema Laziale ed i corrispondenti crateri, notando l'analogia del recinto esterno del grande cratere Laziale, della valle della Molara e del sistema centrale (Monte Cavo, Campi d'Annibale, crateri secondari del Monte delle Tartarughe, ecc.) colla Somma, l'Atrio del Cavallo ed il Vesuvio. Sono poi esaminate le rocce versate nei varî periodi eruttivi. Tra queste sono studiati particolarmente i peperini. Dalle sezioni osservate sul bordo del lago Albano si traggono parecchie deduzioni sulla loro genesi.

« In fine è fatto appello all'Archeologia storica per dimostrare che l'uomo assistette alle ultime eruzioni Laziali ».

Matematica. — *Sulla integrabilità di una serie di funzioni.* Nota del prof. C. Arzelà, presentata dal Socio Dini.

1. « Sia $f(x, y)$ una funzione delle due variabili reali x e y definita nell'intervallo $b-a$ sopra ogni retta $y=y_1, y=y_2, ...$: $y_1, y_2, y_3, ...$ essendo un gruppo di numeri che hanno per numero-limite il numero y_0. Sia $f(x, y_s)$, per ogni valore y_s $(s=1, 2, 3, ...)$, finita e atta all'integrazione definita tra a e b, e in ogni punto x tra a e b sia determinato e finito

$$f(x, y_0) = \lim_{y_s=y_0} f(x, y_s).$$

« Vogliamo qui ricercare la condizione necessaria e sufficiente, perchè la $f(x, y_0)$ sia atta all'integrazione tra a e b.

« Pongasi primieramente che ciò sia. Siano segnati nell'intervallo $b-a$ dell'asse x un numero finito di tratticelli $\tau_1, \tau_2, ... \tau_r$ di somma piccola a piacere, i quali contengano tutti i punti nei quali la $f(x, y_0)$ fa un salto (¹) maggiore o eguale a $\frac{\sigma}{4}$: σ essendo un numero positivo piccolo ad arbitrio. Esisterà un numero determinato e maggiore di zero δ_0, tale che, per ogni punto x preso in una delle porzioni rimanenti, sia:

$$\left| f(x+\delta, y_0) - f(x, y_0) \right| < \frac{\sigma}{4},$$

se è $|\delta| < \delta_0$ e se il punto $x+\delta$ cade dentro la porzione, in cui è preso il punto x (²).

« Parimente, considerata una retta $y=y_s$, si segnino su di essa i tratti $\tau_1^{(s)}, \tau_2^{(s)}, ... \tau_q^{(s)}$ di somma piccola a piacere, che contengono i punti, nei quali la $f(x, y_s)$ fa salti maggiori o eguali a $\frac{\sigma}{4}$. Esisterà un numero δ_s determinato e maggiore di zero, tale che, per ogni punto x preso in una delle porzioni rimanenti si abbia:

$$\left| f(x+\delta, y_s) - f(x, y_s) \right| < \frac{\sigma}{4},$$

per ogni $|\delta| < \delta_s$ e sinchè il punto $x+\delta$ cade nella porzione, in cui è preso il punto x.

« Per conseguenza, tolti dall'intervallo $b-a$ i tratti $\tau_1^{(0)}, \tau_2^{(0)}, ... \tau_r^{(0)}$ e gli altri $\tau_1^{(s)}, \tau_2^{(s)}, ... \tau_q^{(s)}$, in numero totale finito e di somma piccola a piacere, esisterà un numero $\delta_{0,s}$, il minore dei due δ_0 e δ_s, tale che per ogni punto x preso in una delle porzioni che rimangono, e per ogni $|\delta| < \delta_{0,s}$, siano verificate le due disuguaglianze

$$\left| f(x+\delta, y_0) - f(x, y_0) \right| < \frac{\sigma}{4},$$

(¹) Vedi Dini, *Fondamenti per la teorica delle funzioni* etc. pag. 41 e 42.
(²) Vedi Dini, l. c. pag. 245.

e

$$\left| f(x+\delta, y_s) - f(x, y_s) \right| < \frac{\sigma}{4},$$

dimodochè se in questo punto x sarà

$$\alpha) \qquad \left| f(x, y_0 - f(x, y_s) \right| > \sigma,$$

si avrà *un tratto determinato* da $x - \delta_{0,s}$, a $x + \delta_{0,s}$, o almeno da x a $x + \delta_{0,s}$, o da x a $x - \delta_{0,s}$, quando x fosse un estremo di una delle porzioni summenzionate, tale che per ogni punto x preso in questo tratto, sarà:

$$\beta) \qquad \left| f(x, y_0) - f(x, y_s) \right| > \frac{\sigma}{2}.$$

« Sopra ogni retta $y = y_s$ potranno dunque esistere dei tratti determinati, in ogni punto x dei quali è verificata la (β); e il numero di essi potrà evidentemente variare con y_s, tenuto fisso il σ, e anche crescere indefinitamente al tendere di y_s a y_0.

« Se si osserva che i punti x nei quali è verificata la (α), e le due $f(x, y_0), f(x, y_s)$ fanno salti minori di $\frac{\sigma}{4}$, cadono certamente dentro i tratti ora detti, in ogni punto dei quali sussiste la (β), e che, oltre a questi, altri punti x nei quali sia verificata la (α) possono solo esistere dentro i tratticelli τ dianzi esclusi: se si riflette che questi tratti τ possono, per ogni y_s, farsi piccoli in somma a piacere, e che ai tratti, in ogni punto dei quali sussiste la (β), è applicabile la prop. 2 della mia Nota: *Un teorema intorno alle serie di funzioni*, pubblicata nel fascicolo precedente di questi Rendiconti, si vede che, assegnato un numero positivo ε piccolo a piacere, si potrà sempre trovare un valore y_s tale che sopra ogni retta seguente $y = y_{s+1}$, $y_{s+2}, \ldots$ la somma dei tratti nei quali cadono i punti x, in cui è

$$| f(x, y_0) - f(x, y_s) | > \sigma.$$

risulta minore di ε.

« Ciò stabilito, indichi y_s uno qualunque dei numeri $y_1, y_2, y_3, \ldots$: si consideri il gruppo dei punti x, nei quali, per ogni valore $y_{s+1}, y_{s+2} \ldots$ la $f(x, y_s)$, o fa un salto maggiore o eguale a $\frac{\sigma}{4}$, ovvero, se ciò non è, si ha $| f(x, y_0) - f(x, y_{s+p}) | > \sigma$. Se per ogni punto x del gruppo si immagina elevata una perpendicolare alla $y = y_0$, o all'asse x, il che torna egualmente, i punti di intersezione di tutte queste perpendicolari colle rette $y = y_{s+1}, y_{s+2}, \ldots$ saranno dunque punti in cui $f(x, y_{s+p})$ o fa un salto maggiore o eguale a $\frac{\sigma}{4}$, o se ne fa uno minore si ha

$$\alpha) \qquad | f(x, y_0) - f(x, y_{s+p}) | > \sigma.$$

« Ora i punti x, in cui la $f(x, y_{s+p})$, per un y_{s+p} qualunque fisso, fa salti maggiori o eguali a $\frac{\sigma}{4}$, essendo essa integrabile per ipotesi, for-

mano un gruppo *discreto* [1], e se y_{s+p} è abbastanza prossimo a y_0, il gruppo dei punti x, nei quali è soddisfatta la (α), è pure, come si è veduto, rinchiudibile entro un numero finito di tratti di somma piccola a piacere: per conseguenza, preso un ε piccolo a piacere, vi è certamente una retta $y=y_{s+p}$ tale che il gruppo dei punti di incontro di essa con le perpendicolari dianzi menzionate, è rinchiudibile entro un numero finito di tratti di somma minore di ε; ma se ciò accade per una retta $y=y_{s+p}$, avviene pure evidentemente per tutte le altre. È dunque *discreto* il gruppo dei punti x nei quali abbiamo immaginato elevate le perpendicolari.

« Si ha così: il gruppo dei punti x, nei quali per ogni valore $y_{s+1}, y_{s+2}, \ldots$ la $f(x, y_{s+p})$ fa un salto maggiore o eguale a $\frac{\sigma}{4}$, ovvero, se ne fa uno minore, è $|f(x, y_0)-f(x, y_{s+p})|>\sigma$, è discreto; essendo σ un numero positivo preso piccolo a piacere, e y_s un numero scelto ad arbitrio tra i numeri $y_1, y_2, y_3, \ldots$

« Fissato dunque a piacere il numero σ e il valore y_s, si rinchiudano mediante un numero finito di tratticelli di somma piccola a piacere i punti in cui la $f(x, y_0)$ fa salti maggiori o eguali a $\frac{\sigma}{4}$, e i punti di cui si tratta nella prop. precedente Rimarrà un numero finito di porzioni a_1b_1, $a_2b_2, \ldots a_nb_n$. Sia x un punto preso in una di esse. Tra y_s e y_0 esisterà certamente uno o più valori y_{s+p}, per ciascuno dei quali è

$$|f(x, y_0)-f(x, y_{s+p})|<\sigma$$

e insieme, $f(x, y_{s+p})$ fa un salto minore di $\frac{\sigma}{4}$.

« Per ciascuno di siffatti valori y esisterà perciò un intorno assegnabile del punto x, da $x-\delta_{y_{s+p}}$ a $x+\delta_{y_{s+p}}$ (che potrà ridursi all' altro $(x, x+\delta_{y_{s+p}})$, ovvero $(x-\delta_{y_{s+p}}, x)$ quando il punto x sia un estremo della porzione che si considera), tale che in ogni punto x di esso sia:

$$|f(x, y_0)-f(x, y_{s+p})|<2\sigma.$$

« Questo intorno, o più precisamente l'ampiezza di esso, può riguardarsi, per un dato punto x, come una funzione di y che fra y_s e y_0 può essere zero per alcuni valori, ma, come ora si è detto, non lo è sicuramente per tutti: dimodochè questa funzione di y ha un limite superiore $\mathrm{L}(x)$ che, esistendo determinato per ogni punto x dentro le porzioni a_1b_1, $a_2b_2, \ldots a_nb_n$, potrà ivi riguardarsi come una funzione di x. $\mathrm{L}(x)$ ammette un limite inferiore l che si dimostra non potere essere lo zero. Vi sarà infatti almeno un punto x', in una delle porzioni, in ogni intorno del quale il limite inferiore di $\mathrm{L}(x)$

[1] Harnack ha introdotto questa denominazione per significare un gruppo richiudibile entro un numero finito di tratti di somma piccola a piacere. Mathematische Annalen XIX Band.

è l; ma anche per un tal punto x', per qualche valore y_{s+p} esiste un intorno $(x'-\delta_{y_{s+p'}}, x'+\delta_{y_{s+p'}})$ diverso da zero, tale che per ogni punto in esso sia $| f(x, y_0) - f(x, y_{s+p'}) | < 2\sigma$, e allora, se sulla retta $y = y_{s+p}$ si considera l' intervallo $\left(x' - \frac{\delta_{y_{s+p'}}}{2} x' + \frac{\delta_{y_{s+p'}}}{2}\right)$ si vede che, per ogni punto x'' di esso, l'intorno $\left(x'' - \frac{\delta_{y_{s+p'}}}{2} x'' + \frac{\delta_{y_{s+p'}}}{2}\right)$ è tale che in ogni punto x di questo si ha:

$$| f(x, y_0) - f(x, y_{s+p'}) | < 2\sigma ,$$

il che mostra che deve essere certamente $l \geq \frac{\delta_{y_{s+p'}}}{2}$.

« Pel punto $x = a_1$, esisterà dunque una retta $y = y_{s+p_1}$ tale che in ogni punto x del tratto da a_1 ad $a_1 + \delta_{a_1}$, preso su di essa, sia:

$$| f(x, y_0) - f(x, y_{s+p_1}) | < 2\sigma ,$$

e sarà: $\delta_{a_1} \geq l$.

« Pel punto $x = a_1 + \delta_{a_1} = a'_1$ parimente esisterà una retta $y = y_{s+p'_1}$ tale che in ogni punto x del tratto da a'_1 ad $a'_1 + \delta_{a'_1}$ su di essa, sia:

$$| f(x, y_0) - f(x, y_{s+p'_1}) | < 2\sigma ,$$

e sarà pure $\delta_{a'_1} \geq l$.

« Si vede, che, così continuando, mediante un numero finito di questi tratti, tutti di ampiezza maggiore o eguale a l, si percorrerebbe la porzione $a_1 b_1$: indi in modo simile la porzione $a_2 b_2$, etc. etc., ... I numeri y_{s+p_1} $y_{s+p'_1}$, ... y_{s+p_2} .... che occorre così di considerare sono in numero finito e tra essi ve ne è uno massimo.

« Si ha così una linea spezzata a lati di lunghezza maggiore o eguale a l, tale in ogni punto x in una delle porzioni $a_1 b_1$, $a_2 b_2 \ldots a_n b_n$ si ha:

$$| f(x, y_0) - f(x, y_{1_{(x)}}) | < 2\sigma,$$

$(x, y_{1_{(x)}})$ indicando un punto sulla spezzata.

2. » La condizione che abbiamo qui trovato come *necessaria* per l'integrabilità della $f(x, y_0)$, vogliamo ora dimostrare che, nelle ipotesi da noi poste, è anche sufficiente.

« Osserviamo anzitutto, che se si considera una linea spezzata, composta di un numero finito di tratti presi ciascuno sopra una delle rette $y = y_1, y_2, y_3, \ldots$ e così che a ogni punto x tra a e b corrisponda un solo punto sulla spezzata, i valori che la $f(x, y)$ ha nei punti di una tal linea costituiscono una funzione, che indicheremo con $f(x, y_{l(x)})$, atta all'integrazione fra a e b; cioè, esiste determinato e finito l' integrale curvilineo $\int_a^b f(x, y_{l(x)})\, dx$ preso lungo la spezzata.

« Ciò è manifesto, quando si pensi che ciascun lato della spezzata giace sopra una delle rette $y = y_s$, lungo la quale la $f(x, y)$ è, per dato, atta alla integrazione, e che in un punto di distacco di un lato dell'altro, giacente l'uno sulla $y = y_{s_1}$, l'altro sulla $y = y_{s_2}$, sia che ivi si prenda per

valore della $f(x, y_{l(x)})$ quello della $f(x, y_{s_1})$, sia che si prenda quello della $f(x, y_{s_2})$, la $f(x, y_{l(x)})$ avrà una discontinuità di seconda specie (¹) se questa esiste in quel punto per una delle due $f(x, y_{s_1})$ $f(x, y_{s_2})$; e se non esiste, potrà nel punto di distacco aversi per la $f(x, y_{l(x)})$ una discontinuità di prima specie, se una simile discontinuità esiste ivi per una, o per ambedue, le $f(x, y_{s_1})$, $f(x, y_{s_2})$, e anche se per queste si avesse la continuità.

« Premesso ciò, si prenda piccolo a piacere il solito numero positivo σ e un numero ε, e, tolti dei tratti in numero finito $\tau_1, \tau_2 \dots \tau_p$ di somma minore di ε, suppongasi verificata questa condizione: che, nella striscia di piano compresa tra le due rette $y = y_s$ e $y = y_0$, y_s essendo un valore scelto a piacere tra quelli del gruppo $y_1, y_2, y_3, \dots$. esista una linea $y = y_{l(x)}$ composta di un numero finito di tratti giacenti, ben inteso, su rette del gruppo, in ogni punto $(x, y_{l(x)})$ della quale, eccettuati al più i punti appartenenti ai tratti $\tau_1, \tau_2, \dots \tau_p$, si abbia:

$$\left| f(x, y_0) - f(x, y_{l(x)}) \right| < \frac{\sigma}{4}.$$

« Ora è, in ogni punto x tra a e b:

$$f(x, y_0) = f(x, y_{l(x)}) + f(x, y_0) - f(x, y_{l(x)});$$

i punti $(x, y_{l(x)})$ nei quali la $f(x, y_{l(x)})$ fa un salto maggiore di $\frac{\sigma}{2}$ formano un gruppo *discreto*. Siano i punti di questo gruppo rinchiusi entro gli intervallini $t_1, t_2, \dots t_q$ di somma piccola a piacere; in un punto x preso fuori dei tratti $\tau_1, \tau_2, \dots \tau_p$ a cagione della diseguaglianza precedente, la $f(x, y_0) - f(x, y_{l(x)})$ non può avere che un salto minore di $\frac{\sigma}{2}$; i punti x nei quali la $f(x, y_0)$ può avere un salto maggiore di σ sono dunque solamente quelli che cadono nei tratticelli $t_1, t_2, \dots t_q$, $\tau_1, \tau_2, \dots \tau_p$, e ciò prova la integrabilità della $f(x, y_0)$.

« Si può dunque enunciare: affinchè la

$$f(x, y_0) = \lim_{y_s = y_0} f(x, y_s)$$

funzione finita e determinata, sia tra a e b atta all'integrazione, nell'ipotesi che, per ogni valore y_s appartenente a un gruppo di numeri $y_1, y_2, y_3, \dots$ aventi per numero limite y_0, sia integrabile da a a b la $f(x, y_s)$, è necessario e sufficiente che, preso piccolo a piacere un numero positivo σ e un numero ε, dentro la striscia compresa tra la retta $y = y_0$ e la $y = y_s$, y_s scelto ad arbitrio tra i numeri y, e tolti tra a e b dei tratticelli $\tau_1, \tau_2, \dots \tau_p$ in numero finito e di somma

(¹) Dini, l. c. pag. 39.

minore di ε, sempre si possa, mediante un numero finito di tratti giacenti su rette del gruppo $y=y_{s+1}, y_{s+2}, \ldots$, formare una linea $y=y_{l(x)}$ in ogni punto della quale, eccettuati al più i punti compresi nei tratti τ si abbia:

$$| f(x, y_0) - (x, y_{l(x)}) | < \sigma .$$

« Questa condizione consiste, in sostanza, in una certa maniera di convergenza della $f(x, y)$ verso la $f(x, y_0)$ al convergere di y a y_0. Si potrà chiamarla *convergenza uniforme a tratti in generale*; mentre si potrà chiamare *convergenza uniforme a tratti* quella che si ha, come condizione per la continuità della $f(x, y_0)$, quando la $f(x, y_s)$ sia continua ([1]); e che differisce da questa che abbiamo qui per la integrabilità, solamente in ciò: che nelle linee spezzate che occorre di considerare, la diseguaglianza precedente si verifica per tutto senza eccezione di alcuno intervallino.

3. « Le considerazioni esposte sin quì sono in particolare applicabili alla serie $\sum_1^\infty u_n(x)$; $u_n(x)$ essendo una funzione della x tra a e b.

« Una serie $\sum_1^\infty u_n(x)$ convergente in ogni punto x tra a e b, si dirà che *converge in egual grado per tratti in generale* se, assegnati a piacere dei numeri positivi σ e ε comunque piccoli, e tolti tra a e b i tratticelli $\tau_1, \tau_2, \ldots \tau_p$ in numero finito e di somma minore di ε, per ogni numero intero m_1 si trova poi un intero $m_2 \geq m_1$ tale che per tutti i valori x tra a e b, eccettuati al più quelli contenuti nei tratti $\tau_1\ \tau_2 \ldots \tau_p$, si abbia per un numero m, che può variare con x, ma rimane sempre compreso tra m_1 e m_2,

$$| R_m(x) | < \sigma ,$$

$R_m(x)$ essendo il resto della serie.

« Suppongasi $u_n(x)$, oltrecchè finita, integrabile tra a e b: per ogni u finito. Sarà finita e integrabile la somma

$$S_u(x) = u_1(x) + u_2(x) + \ldots + u_n(x)$$

e si potrà asserire che: affinchè la serie $S(x) = \sum_1^\infty u_n(x)$ di infinite funzioni integrabili tra a e b, essendo in ogni punto x determinata e minore sempre di un numero L finito, sia tra a e b integrabile, è necessario e sufficiente che essa ivi converga in egual grado per tratti in generale ».

([1]) Vedi mia Nota: *Intorno alla continuità della somma di infinite funzioni continue.* Rendiconti — Accademia delle scienze. Bologna 1884.

Matematica. — *Intorno alla Nota del sig. Spottiswoode. « Sur les invariants et les covariants d'une fonction transformée par une substitution quadratique »* [1]. Nota I. del dott. GIULIO PITTARELLI, presentata dal Socio BATTAGLINI.

« L'illustre geometra inglese Spottiswoode, poco prima ch'ei mancasse alla scienza, comunicava alla R. Accademia de' Lincei alcune ricerche sull'argomento enunciato nel titolo di questo scritto, volgendo la sua attenzione alle *formazioni* di una biquadratica binaria, che nasce da una forma binaria di 2°. ordine, trasformata con una sostituzione quadratica.

« In quanto ai calcoli l'autore dice: « Les calculs sont quelque fois « un peu longs; je ne présenterai ici que les resultats; excepté dans le « cas du quadrinvariant, où je donnerai quelques détails, qui peuvent servir, pour indiquer la methode dont on doit faire usage pour verifier les « résultats dans les autres cas ».

« Se non che il compianto geometra indica una via che, pur battuta con giudizio, conduce a calcoli laboriosi e punto sistematici. *Nulla certha methodus, sed potius divinando,* come disse Euler; sebbene la quistione trattata da Spottiswoode non è certamente così interessante, come l'altra dell'addizione delle funzioni ellittiche. La via indicata è quella del calcolo non simbolico.

« La scorsa state io ripigliai l'argomento; ed applicandovi il calcolo simbolico, coll'uso delle note identità e del processo polare, giunsi con poca fatica ai risultati, e vidi poi che in tre punti quelli di Spottiswoode non sono esatti.

« Per brevità non trascrivo qui le formole dell'autore, ma le ricorderò in parte all'occasione, chiudendole tra parentesi di fianco alle mie.

1. « La forma quadratica di Spottiswoode è:

$$U = ax^2 + 2bxy + cy^2 = (a, b, c)(x, y)^2 \quad [2]$$

e la sostituzione è formata dall'equazione (trasformante)

$$\frac{x}{y} = \frac{(\alpha, \beta, \gamma)(\xi, \eta)^2}{(\alpha', \beta', \gamma')(\xi, \eta)^2} = \frac{V}{V'}. \tag{1}$$

« In virtù di questa equazione ad un elemento $x:y$ corrispondono due elementi $\xi:\eta$; e ad un elemento $\xi:\eta$ corrisponde un solo elemento $x:y$. Perciò la (1) definisce la *corrispondenza* (1, 2).

« Per introdurre le forme simboliche pongo:

$$x = y_1, \quad y = y_2, \quad \xi = x_1, \quad \eta = x_2;$$

cosicchè possiamo scrivere simbolicamente:

$$U = U_y^2 = U_y'^2 \dots,$$
$$(\alpha, \beta, \gamma)(\xi, \eta)^2 = v_x^2,$$
$$(\alpha', \beta', \gamma')(\xi, \eta)^2 = v_x'^2.$$

[1] Transunti della R. Accademia dei Lincei, vol. VII, fasc. 11, pag. 218.
[2] Questa è la notazione di Cayley.

« Con questi valori l'equazione (1) liberata da fratti diviene:

(2) $$y_1 v'^2_x - y_2 v_x^2 = 0 .$$

« Scrivendo per maggior simmetria

(3) $$v'^2_x = a_x^2 \alpha_1 , \qquad v_x^2 = - a_x^2 \alpha_2$$

dove i simboli (ombre) a, α hanno valore nelle combinazioni $a_i a_j \alpha_k$ $(i, j, k = 1, 2)$, la (2) diviene

(4) $$\alpha_y a_x^2 = \beta_y b_x^2 = \gamma_y c_x^2 = \delta_y d_x^2 = 0 :$$

ch'è l'espressione simbolica della corrispondenza (1, 2).

2. « Di alcuni invarianti e covarianti della forma (4) si occupò da tempo, e col calcolo non simbolico, il prof. Battaglini [1]. Ma, poichè il mio fine non è di studiar qui il soggetto (cosa che ho fatto in una Memoria che spero di pubblicare tra breve), dirò qui intorno ad esso le poche cose che seguono.

« *a*) La condizione che due elementi x coincidano è data dall' annullarsi del discriminante della (4) considerata come forma quadratica in x. Questo discriminante è

(5) $$\Theta = \Theta_y^2 = \Theta'^2_y = (ab)^2 \alpha_y \beta_y \qquad \text{(2U$'$ dell' autore) [2]}$$

e fornisce, eguagliato a zero, due elementi y ai quali corrispondono elementi x coincidenti. Tali elementi y si dicono di *diramazione*.

« *b*) Per trovare poi l'equazione che fornisce gli elementi x coincidenti (elementi *doppi*), bisogna eliminare y tra lè 4) e 5). Il risultante si trova subito scrivendo $\Theta_\lambda \Theta_\mu = 0$ in luogo di $\Theta_y^2 = 0$, e poi ponendo

$$\lambda_1 = \gamma_2 c_x^2 , \qquad \lambda_2 = -\gamma_1 c_x^2$$
$$\mu_1 = \delta_2 d_x^2 , \qquad \mu_2 = -\delta_1 d_x^2 .$$

« Così viene l'equazione biquadratica:

(6) $$0 = \mathrm{P} = \mathrm{P}_x^4 = (\Theta\gamma)(\Theta\delta) c_x^2 d_x^2 = (ab)^2 (\alpha\gamma)(\beta\delta) c_x^2 d_x^2 .$$

« Ma si prova facilmente che P è il quadrato di una forma binaria quadratica, che indicherò con $\Omega = \Omega_x^2$ (2 Ω dell'autore). Invero a cagione dell'identità

(I) $$(ab)^2 c_x^2 = (ac)^2 b_x^2 + (bc)^2 a_x^2 - 2 (ac)(bc) a_x b_x ,$$

si può scrivere

$$\mathrm{P} = (\alpha\gamma)(\beta\delta) d_x^2 \left\{ (ac)^2 b_x^2 + (bc)^2 a_x^2 - 2 (ac)(bc) a_x b_x \right\} .$$

« La prima parte, che si separa nelle due forme distinte $(\alpha\gamma)(ac)^2$, $(\beta\delta) b_x^2 d_x^2$, è identicamente nulla; poichè le due forme, permutando i simboli ac, $\alpha\gamma$; bd, $\beta\delta$ tra loro, mutano il segno. La seconda parte mutando a in c ed α in γ diviene $= -\mathrm{P}$; così che

$$\mathrm{P} = -(ac)(\alpha\gamma)(bc)(\beta\delta) a_x b_x d_x^2 .$$

(1) Rendiconto dell'Accademia di Napoli, dicembre 1864 « *Sulle forme binarie miste di 3° e 4° grado.*

(2) Sia avvertito, una volta per tutte, che alcuni coefficienti numerici sono introdotti dal calcolo simbolico stesso. Così, per es., della forma $u_x^2 = u'^2_x$...... il discriminante è $(uu')^2 = 2(u_0 u_2 - u_1^2)$, mentre l'autore scriverebbe $u_0 u_2 - u_1^2$, etc.

« Cangiando i simboli bd, $\beta\delta$, prendendo la semisomma delle espressioni risultanti ed osservando che poi

(II) $$(bc)\,d_x - (dc)\,b_x = (bd)\,c_x\,,$$

si ha

$$\mathrm{P} = -\frac{1}{2}(ac)(\alpha\gamma)\,a_x c_x\,.\,(bd)(\beta\delta)\,b_x d_x\,.$$

« Qui le due forme separate dal punto sono evidentemente identiche; perciò posto

(7) $$\Omega = \Omega_x^2 = \Omega'^2_x = (ac)(\alpha\gamma)\,a_x c_x\,,$$

si ha definitivamente

$$\mathrm{P} = -\frac{1}{2}\,\Omega_x^2\,.\,\Omega'^2_x\,,$$

mentre poi l'equazione che fornisce gli elementi doppi è $\Omega_x^2 = 0$.

« D'altra parte variando y, le coppie di elementi x formano un'involuzione quadratica, i cui elementi doppi sono forniti dall'eq. $\Omega_x^2 = 0$, che deve coincidere col jacobiano delle due coppie (3), cioè $v_x^2 = 0$, $v'^2_x = 0$. Tale jacobiano è infatti:

$$(vv')\,v_x v'_x = -(ab)\,a_x b_x\,\alpha_2\beta_1 = \frac{1}{2}(ab)\,a_x b_x(\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1) = \frac{1}{2}\Omega_x^2.$$

c) L'invariante della forma Θ_y^2 è

$$(\Theta\Theta'^2 = (ab)^2(\alpha\Theta')(\beta\Theta')\,.$$

« Facendo uso della polare

$$\Theta'_y\Theta'_z = \frac{1}{2}(cd)^2\gamma_y\delta_z + \frac{1}{2}(cd)^2\gamma_z\delta_y = (cd)^2\gamma_y\delta_z\,,$$

si trova subito

$$(\Theta\Theta')^2 = (ab)^2(cd)^2(\alpha\gamma)(\beta\delta)\,.$$

« Parimenti si trova

$$(\Omega\Omega')^2 = (ac)(\alpha\gamma)(a\Omega')(c\Omega') = (ac)(\alpha\gamma)(bd)(\beta\delta)(ab)(cd)\,.$$

« Di qui per le identità

(III) $$(ab)(ac)(db)(dc) = \frac{1}{2}(ab)^2(dc)^2 + \frac{1}{2}(ac)^2(db)^2 - \frac{1}{2}(ad)^2(bc)^2$$

$$(ac)^2(\alpha\gamma) \equiv 0\,, \qquad (bd)^2(\beta\delta) \equiv 0\,,$$

viene

$$(\Omega\Omega')^2 = +\frac{1}{2}(\alpha\gamma)(\beta\delta)(ab)^2(cd)^2 - \frac{1}{2}(\alpha\gamma)(\beta\delta)(ad)^2 bc)^2\,,$$

ovvero, mutando nella seconda parte b e β in d e δ,

$$(\Omega\Omega')^2 = (ab)^2(cd)^2(\alpha\gamma)(\beta\delta)\,.$$

« Onde l'importante relazione (specialmente dal punto di vista geometrico)

(8) $$(\Omega\Omega')^2 = (\Theta\Theta')^2 \qquad (2\square \text{ dell'autore}).$$

3. « La forma biquadratica che nasce da U_y^2 sostituendovi i valori di y_1 ed y_2 tratti dall'eq. 4), è conformemente a quello che fu detto nel n. 2, *b*) a proposito della forma P,

(9) $$\mathrm{F} = \mathrm{F}_x^4 = \mathrm{F}'^4_x = .. = (\mathrm{U}\alpha)(\mathrm{U}\beta)\,a_x^2 b_x^2.$$

« Dovendo nel calcolo degl'invarianti e dei covarianti di F adoperare le polari di forme biquadratiche che sono prodotti (effettivi o simbolici) di forme quadratiche, val meglio trovar tali polari una volta per tutte.

« Posto

$$\varphi_x^4 = m_x^2 n_x^2 ,$$

si ha la prima polare

$$\varphi_x^3 \varphi_y = \frac{1}{2} m_x^2 n_x n_y + \frac{1}{2} n_x^2 m_x m_y .$$

« La seconda polare è

$$\varphi_x^2 \varphi_y^2 = \frac{1}{6} m_x^2 n_y^2 + \frac{1}{6} m_y^2 n_x^2 + \frac{2}{3} m_x m_y n_x n_y ,$$

cui, per l'identità

$$\text{(IV)} \qquad 2 m_x m_y n_x n_y = m_x^2 n_y^2 + m_y^2 n_x^2 - (mn)^2 (xy)^2$$

si può dar la forma

$$\varphi_x^2 \varphi_y^2 = \frac{1}{2} m_x^2 n_y^2 + \frac{1}{2} m_y^2 n_x^2 - \frac{1}{3} (mn)^2 (xy)^2 .$$

« Se m ed n sono simboli equivalenti si ha

$$\varphi_x^3 \varphi_y = m_x^2 n_x n_y$$

$$\varphi_x^2 \varphi_y^2 = m_x^2 n_y^2 - \frac{1}{3} (mn)^2 (xy)^2 .$$

« Se $\varphi = \mathrm{F}$, bisogna porre simbolicamente

$$m_x^2 = (\mathrm{U}\alpha)\, a_x^2 , \qquad n_x^2 = (\mathrm{U}\beta)\, b_x^2 :$$

donde si vede che m ed n sono equivalenti.

« Perciò, essendo altresì per (5)

$$\text{(10)} \qquad (\mathrm{U}\alpha)(\mathrm{U}\beta)(ab)^2 = (\mathrm{U}\Theta)^2 \qquad (= 2\mathrm{K} \text{ autore})$$

si ottengono subito le polari prima e seconda di F:

$$\text{(11)} \qquad \mathrm{F}_x^3 \mathrm{F}_y = (\mathrm{U}\alpha)(\mathrm{U}\beta)\, a_x^2 b_x b_y$$

$$\text{(12)} \qquad \mathrm{F}_x^2 \mathrm{F}_y^2 = (\mathrm{U}\alpha)(\mathrm{U}\beta)\, a_x^2 b_y^2 - \frac{1}{3} (\mathrm{U}\Theta)^2 (xy)^2 .$$

4. « Ora siamo in grado di calcolare tutte le forme pertinenti al sistema completo di F, cioè

$$i = (\mathrm{FF}')^4 , \ \mathrm{H} = \mathrm{H}_x^4 = (\mathrm{FF}')^2 \mathrm{F}_x^2 \mathrm{F}'^2_x , \quad j = (\mathrm{FH})^4 , \ \mathrm{T} = \mathrm{T}_x^6 = (\mathrm{FH})\, \mathrm{F}_x^3 \mathrm{H}_x^3 .$$

a) Forma i ($= 2$ I autore)

« In prima si ha

$$i = (\mathrm{FF}')^4 = (\mathrm{U}\alpha)(\mathrm{U}\beta)(a\mathrm{F}')^2 (b\mathrm{F}')^2 .$$

« Ricavando poi il valore del simbolo $(a\mathrm{F}')^2 (b\mathrm{F}')^2$ dalla seconda polare (scritta coi simboli $c\gamma$, $d\delta$, U′ e Θ′) col porvi $x_1 = a_2$, $x_2 = -a_1$, $y_1 = b_2$, $y_2 = -b_1$, si ha

$$i = (\mathrm{U}\alpha)(\mathrm{U}\beta)(\mathrm{U}'\gamma)(\mathrm{U}'\delta)(ac)^2 (bd)^2 - \frac{1}{3} (\mathrm{U}\alpha)(\mathrm{U}\beta)(ab)^2 (\mathrm{U}'\Theta')^2 .$$

« La seconda parte è eguale (eq.^{e} 9) a $-\frac{1}{3} (\mathrm{U}\Theta)^2 (\mathrm{U}'\Theta')^2 = -\frac{1}{3} \overline{(\mathrm{U}\Theta)^2}^2 .$

« La prima parte, poichè per la prima polare dell'equazione (5),

$$(13)\qquad (ac)^2(U\alpha)(U'\gamma)=(U\Theta)(U'\Theta),\quad (bd)^2(U\beta)(U'\delta)=(U\Theta')(U'\Theta'),$$

diviene successivamente (identità III)

$$(U\Theta)(U'\Theta)(U\Theta')(U'\Theta')=(U\Theta)^2(U'\Theta')^2-\frac{1}{2}(UU')^2(\Theta\Theta')^2.$$

« Onde riducendo,

$$i=\frac{2}{3}\overline{(U\Theta)^2}^2-\frac{1}{2}(UU')^2(\Theta\Theta')^2$$

$$\Big((UU')^2=2D \text{ dell'autore}\Big)\text{ ».}$$

Fisica. — *Considerazioni sopra alcune relazioni tra le velocità di efflusso, i calori specifici e le velocità molecolari dei gas.* Nota II. del dott. De Franchis, presentata dal Socio Blaserna.

« Nella Nota precedente [1] ho dimostrato che per tutti quei corpi pei quali sussiste la legge di Dulong e Petit, i calori specifici in volume stanno fra essi come i numeri degli atomi contenuti nelle loro molecole, se le unità di volume di essi corpi contengono ugual numero di molecole.

« Poichè i calori specifici in volume dei gas diversi, presi a temperatura sufficientemente alta e sotto pressioni non molto grandi, soddisfano a tale condizione, bisogna ammettere che volumi uguali di gas presi alla stessa pressione e temperatura contengono egual numero di molecole.

« Questa legge è una legge limite, ed essa può ammettersi come legge generale, considerando che i gas perfetti occupando un volume grandissimo e le molecole essendo infinitamente piccole, una differenza nel numero di esse per la unità di volume è una quantità trascurabile.

« Si deduce da ciò che due gas perfetti sono alla stessa temperatura, quando le forze vive delle loro molecole sono le stesse. Ciò del resto si deduce anche dal considerare che la velocità di efflusso dei gas, che non varia per la pressione, rappresenta la velocità delle sue molecole in una sola direzione.

« Del resto se noi cerchiamo le pressioni per le quali l'unità di volume dei gas diversi, alla stessa temperatura, contengano una sola molecola, noi troviamo per tutti i gas la stessa pressione.

« Ciò che è la espressione della legge di Avogadro; la quale sorge anche come conseguenza necessaria dell' equilibrio di due o più gas mescolati; essendo allora necessario che tutte le particelle che passano per un medesimo sito del miscuglio, producano i medesimi effetti in tutti i sensi e le direzioni e sopra superficie eguali.

[1] Atti della r. Accademia dei Lincei, ser. 4ª, vol. I, pag. 203 a 210.

« Che anzi passando a considerare il caso generale dell'equilibrio dinamico di più particelle libere, di uno o più corpi, che si muovono in un dato spazio, sotto il punto di vista che qualunque aumento o diminuzione nella forza viva corrisponde ad una corrispondente variazione dell'ampiezza dei moti delle particelle cui è proporzionale la temperatura, e che in certi casi tale ampiezza può avere due valori assai diversi, uno molto grande e l' altro assai piccolo, e non si può passare dal primo di questi valori al secondo, o viceversa, senza una apparizione od una sparizione di calore o di lavoro esterno, pur restando costante la temperatura, si perviene ai due principî seguenti:

I. « Ad una stessa temperatura le molecole di un medesimo corpo, o di una mescolanza di corpi, debbono tutte possedere la stessa forza viva media, qualunque sia lo stato di aggregazione speciale di esse, cioè, anche se di massa diversa.

II. « Ogni qualvolta avviene una variazione brusca nel volume e per conseguenza nella densità di un corpo, senza che variino lo stato fisico e la temperatura, la forza viva dell' unità di volume resterà costante; essendovi apparizione di calore o di lavoro se la variazione del volume è negativa, ed invece sparizione se positiva. Questa legge in molti casi regge ancora, quando il corpo muti apparentemente o no di stato, purchè non varii la temperatura.

« Sino a poco tempo fa si è ammesso da tutti, come indiscutibilmente certo, che la massa e la forma delle molecole di uno stesso corpo fossero invariabilmente costanti, proprietà che noi ammettiamo solo per l'atomo. E non solo si ammise, ed ancora si ammette da molti, la immutabilità della massa e della forma della molecola per un medesimo stato fisico, ma ben anche, che la molecola fosse identica in tutti e tre gli stati fisici.

« In una lettera da me diretta il 10 luglio del 1876 all' illmo prof. Cannizzaro io aveva ammesso che, non solo i tre stati fisici dipendono dal diverso numero degli atomi contenuti nella molecola, ma ben anche da tale fatto dipendere il dimorfismo, l' allotropia, i punti singolari; ed avvicinava i fenomeni di polimeria, di associazione e dissociazione chimica ai mutamenti di stato, come avea anche pensato il Deville: ciò che mi condusse a trattare la teoria delle chimiche combinazioni con una teoria molto analoga a quella dei fenomeni complessi di adesione e coesione, rappresentando con funzioni continue le due manifestazioni della affinità, cioè, l'affinità propriamente detta e la valenza.

« E molto più mi confermai nelle mie idee, quando il Pictet, fondandosi solo sui moti e la coesione delle molecole, come io aveva fatto,

era pervenuto agli stessi risultati pei mutamenti di stato: tanto che ammise per la liquefazione ([1]): « se si passa ad una pressione P′ « che riduca la distanza AB fra due molecole gassose ad « AB′ = L, in questo istante la coesione assumendo il valore « K, la molecola B p. e. si precipiterà sulla molecola A e si « formerà una molecola liquida ».

« Se m è la massa d'una molecola, a quella di uno degli atomi che la costituiscono ed n il numero di questi atomi sarà:

$$m = n a \,.$$

« Essendo il valore di a per uno stesso corpo assolutamente costante, se varia il valore di m deve nel medesimo rapporto variare il valore di n. Noi ammettiamo che n possa variare da 1 ad ∞, e mai per valori frazionarî, ma solo per tutti i valori interi compresi fra l'unità e l'infinito. La quantità n non ha mai altri valori all'infuori di questi.

« Noi sappiamo dalla esperienza, che la densità di vapore del solfo a 500° è tripla di quella dello stesso corpo ad 860. Un fenomeno analogo ci presenta il selenio.

« La scintilla elettrica produce nell'ossigeno un aumento di densità. I raggi molto refrangibili dello spettro, quelli al di là del verde, fanno diminuire la densità del cloro e del bromo, come trovò il Budde ([2]). L'ipoazotide e molti altri corpi composti presentano fenomeni analoghi a quello del solfo e del selenio.

« I vapori in vicinanza al punto di liquefazione ci danno densità che non si accordono coi pesi molecolari chimici ottenuti con altri metodi ecc.

« Se P è la pressione che esercita un volume V di gas nel quale si contiene la massa M, se w^2 è il quadrato medio della velocità delle sue molecole, noi avremo sempre:

$$P\,V = \frac{1}{3} M\,w^2 \qquad (1^a)$$

« Sottoponendo questa massa gassosa alla pressione P′ e tenendo costante la temperatura, il gas per la legge di Boyle dovrebbe occupare il volume:

$$V' = V \frac{P}{P'}$$

Suppongasi $P > P'$, e che il gas sotto tale pressione, invece di occupare il volume V', occupi il volume $V_1 < V'$, e sia:

$$V' - V_1 = \beta \,.$$

Se δ' è la densità che il gas avrebbe dovuto assumere per la legge di

([1]) Raoul Pictet, *Sulla liquefazione dell'ossigeno, la liquefazione e la solidificazione dell'idrogeno e sulla teoria dei mutamenti dei corpi* (v. Gazzetta chim. italiana VIII, p. 141)

([2]) Journal für praktische Chemie, 1873, pag. 376-384.

Boyle e δ_1 è quella che abbiamo supposto assuma, avremo:

$$\delta_1 = \delta' \frac{V'}{V' - \beta}, \text{ che è maggiore di } \delta'.$$

In questo caso possono farsi due ipotesi:

1° « Che la legge di Avogadro non regga più, e che perciò il gas sotto tale pressione contenga in ogni unità di volume un maggior numero di molecole di quello che dovrebbe per la legge.

« In questo caso il valore di w^2, perchè sussista la relazione

$$P' V_1 = \frac{1}{3} M w_1^2, \text{ dovrà divenire } w_1^2 = w^2 \left(1 - \frac{\beta}{V'}\right).$$

2° « Che la legge di Avogadro sussista ancora in uno alla relazione (1ª).

« La prima ci conduce ad un assurdo; perchè si ammette che la velocità delle molecole varii colla pressione, senza che varii la temperatura e la massa delle molecole.

« La seconda ipotesi è conseguenza immediata dei due principî sopra stabiliti e più che una ipotesi è la conseguenza immediata dei principî di termodinamica.

« Per noi un corpo qualunque è costituito da tante particelle distinte e separate, ciascuna delle quali forma un solo a parte (molecola) ed opera sopra le altre attirandosele secondo la loro distanza. Questa azione si esercita da una distanza minima che è uguale a zero, ad una massima che è il *raggio della sfera d'azione*.

« Finchè non varia la complessità della molecola il raggio della sfera d'azione è invariabilmente costante.

« Queste particelle sono in preda a moti centrali, il cui centro o foco è un punto per cui passa la risultante delle azioni di un sistema di particelle, in maniera tale che ciascun punto del corpo rappresenta un centro; ciò che fa sì che le particelle più attratte sono quelle che costituiscono la superficie del corpo. Le traiettorie possono essere curve chiuse od aperte, ed in questo secondo caso possono essere di raggio infinito cioè rettilinee.

« Quando le particelle passano da un centro ad un altro, abbiamo i fenomeni che si dicono di diffusione e d'interdiffusione; quando esse più non sentono la influenza dei centri appaiono i fenomeni di espansione e di vaporizzazione.

« I moti delle particelle non possono essere in ogni punto del corpo tutti della stessa ampiezza, sia perchè le particelle vengono a distanze piccolissime, sia anche perchè avvengono delle collisioni e perchè le vibrazioni possono anche interferire.

« Ne consegue che la materia non è mai, a rigor di termini, uniformemente distribuita nei corpi, essendovi dei punti in cui, diminuendo le distanze, le velocità molecolari diminuiscono per l'aumento delle masse

delle molecole, e vi sarà condensazione, e viceversa in alcuni punti vi sarà rarefazione.

« Se non che tali variazioni in un medesimo punto si succedono con tale una rapidità, che la distribuzione della materia si può ritenere come costante per la interpretazione di alcuni fatti, cosa però che non può farsi per quei fenomeni che traggono appunto origine da tale disomogeneità.

« Ciò che ci mostra che pei gas, la legge di Avogadro è legge limite ».

Chimica. — *Sopra un nuovo bibromofurfurano.* Nota dei dottori F. Canzoneri e V. Oliveri, presentata dal Socio Cannizzaro (Sunto).

« Gli autori nella speranza di ottenere un monobromopirrolo hanno distillato il sale ammonico dell'acido monobromopiromucico in una corrente d'ammoniaca.

« Essi ottennero invece l'amide monobromopiromucica fusibile a 146°.

« Essi hanno ottenuto poi un bibromofurfurano distillando in stortine di vetro infusibile una parte di acido bibromopiromucico con due parti di idrato di calcio. La distillazione avviene regolarmente e si raccoglie un olio giallo più pesante dell' acqua, di odore grato particolare, che è un bibromofurfurano. La distillazione venne eseguita tenendo le stortine, contenenti ciascuna 10 gr. di acido, immerse in un bagno di lega di piombo e stagno, a parti eguali, fusibile a circa 200°. L'olio distillato mescolato ad acqua, dalla quale viene separato mediante un imbuto a chiavetta, viene trattato con una soluzione di carbonato sodico, lavato, disseccato con $Ca\,Cl_2$ e sottoposto alla distillazione. Passa quasi tutto fra 165°—167° senza notevole decomposizione. Subito dopo distillato, è un liquido un po' giallo, che all'aria però prende un colore bruno, e che non si solidifica neppure dopo qualche giorno. Ha un odore etereo, grato particolare, che ricorda quello dei composti bromurati della serie grassa.

« L'analisi diede i seguenti risultati:

I. 0,2897 gr. di sostanza dettero 0,4808 gr. di Ag Br.
II. 0,2836 gr. di sostanza dettero 0,46976 gr. di Ag Br.

« In 100 parti:

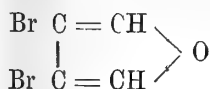
	I	II
Br	70,63	70,50

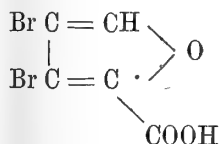
« La formula $C_4\,H_2\,Br_2\,O$ richiede

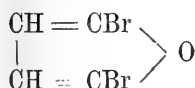
$$Br = 70,79.$$

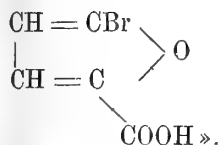
« Il composto ottenuto dagli autori è un isomero del bibromofurfurano descritto da Hill e Hartshorn (Berl. Ber. 1885 pag. 448) abbenchè il suo punto di ebollizione sia poco diverso da quello trovato da questi due chimici, cioè 164 — 165°.

« Gli autori attribuiscono al bibromofurfurano da loro ottenuto la formola

$$\begin{matrix} Br\ C = CH \diagdown \\ | \qquad\quad > O \\ Br\ C = CH \diagup \end{matrix}$$

perchè si prepara dall'acido bibromopiromucico fusibile a 194°, che secondo Hill e Langer [1] deve avere la costituzione:

$$\begin{matrix} Br\ C = CH \diagdown \\ | \qquad\quad > O \\ Br\ C = C \diagup \\ \qquad \diagdown COOH \end{matrix}$$

« Il bibromofurfurano di Hill e Hartshorn avrebbe invece la formola

$$\begin{matrix} CH = CBr \diagdown \\ | \qquad\quad > O \\ CH = CBr \diagup \end{matrix}$$

perchè deriva da un acido monobromopiromucico fusibile a 183-184° a cui si attribuisce la formola

$$\begin{matrix} CH = CBr \diagdown \\ | \qquad\quad > O \\ CH = C \diagup \\ \qquad \diagdown COOH \end{matrix}$$ ».

MEMORIE

DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

L. Bombicci. *Sulle cause della grandine e dei fenomeni concomitanti.* Presentata dal Socio Blaserna.

G. Ciamician e P. Silber. *Sull'azione dell'acido nitrico sul pirrilmetilchetone.* Presentata dal Socio Cannizzaro.

B. Grassi. *I progenitori degli insetti e dei miriapodi - Japyx e Campodea.* Presentata dal Socio Todaro.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Capellini, a nome anche del Socio Pigorini, legge la relazione sulla Memoria del prof. D. Lovisato, intitolata: *Contribuzione alla preistoria calabrese*, concludendo per la sua inserzione negli Atti.

Le conclusioni della Commissione, messe ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

(1) Berl. Ber XVII, pag. 1379.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Segretario Blaserna annuncia la morte del Socio Francesco Rossetti, e ne legge il seguente cenno necrologico.

« Do all'Accademia un doloroso annunzio: il nostro collega Francesco Rossetti non è più. Consunto da lunga e pertinace malattia, che non perdona, egli cessava di vivere il giorno 20 aprile in Padova, ove si era da poco tempo ritirato, dopo aver invano tentato le aure più miti di Pisa. La sua perdita, quantunque da molto tempo preveduta, non è perciò meno dolorosa; egli è rimpianto da quanti hanno apprezzato e stimato il mite e dolce suo carattere, la sua bella attività come insegnante e come scienziato.

« Francesco Rossetti, figlio di Giovanni Battista, nacque in Trento il 14 settembre 1833, ove fece i primi suoi studî. Studiò poscia la Fisica all'Università di Vienna, ove lo conobbi e strinsi con lui un'amicizia, che soltanto la morte potè spezzare. Nel 1857 egli divenne professore al Liceo di Santa Caterina in Venezia. Più tardi, volendo perfezionarsi negli studî, ottenne dal Governo austriaco d'allora il permesso di allontanarsi per un anno da Venezia; egli si recò a Parigi e lavorò assiduamente nel laboratorio di quel grande maestro, che fu il Regnault. Ritornato in Italia, fu trasferito all'Università di Padova, alla quale non cessò di appartenere fino alla sua morte.

« Il Rossetti ha spiegato una grande attività come insegnante e come scienziato. Egli lascia degli allievi di vero valore, i quali continueranno nell'indirizzo del loro maestro. Come scienziato egli ebbe a lottare colla deficienza dei mezzi. Noi non abbiamo, purtroppo, in Italia nessuna Università montata come dovrebbe esserlo, e l'Università di Padova non fa, davvero, eccezione da questa triste regola. Ma il grande suo amore alla scienza gli fece superare molte difficoltà e gli rese possibile molte e importanti ricerche, che hanno messo in rilievo il suo nome in Italia e fuori. Comunico all'Accademia la lista completa dei suoi lavori; ma mi sia permesso di richiamare la sua attenzione sopra alcuni fra i più importanti.

« Con una serie di Memorie sulla macchina di Holtz egli stabilisce nettamente la teoria di quell'interessante istrumento, studia il caso, in cui le correnti vi si possono invertire, e determina con ingegnose esperienze la quantità di lavoro utilizzato. Una di queste Memorie: *Nuovi studî sulle correnti delle macchine elettriche* fu premiata dall'Istituto Veneto.

« Un altro gruppo di Memorie riguarda la temperatura delle fiamme e della luce elettrica, che egli studiò con ingegnosa cura e con molta abilità ed esattezza. Queste Memorie non sono soltanto ricche di dati sperimentali, ma in esse si modifica la formula, che Dulong e Petit avevano, con classico lavoro, stabilito per il raffreddamento. Appartiene a questo gruppo

di studi anche la bella Memoria: *Indagini sperimentali sulla temperatura del sole,* che ottenne dalla nostra Accademia il premio Carpi per l'anno 1877, e nella quale egli conclude per la temperatura del sole con un valore intermedio fra i tanti, che oscillando entro enormi limiti erano stati indicati in tale punto.

« Oltre a questi lavori principali potrei citarvi molti altri: il Rossetti si occupò di oggetti svariatissimi, del radiometro di Crookes, del telefono di Graham Bell e di quello senza lamina; studiò con cura la densità dell'acqua pura e salsa, e dell'acqua mescolata con alcool; scrisse della vita e delle opere di Simone Stratico, compilò assieme al nostro collega Cantoni una utilissima *Bibliografia italiana di elettricità e magnetismo;* egli scrisse dotte relazioni per la nostra Accademia e per l'Istituto Veneto sopra molti lavori presentati.

« Francesco Rossetti appartenne alla nostra Accademia fin dal 21 aprile 1879 come Corrispondente e fu eletto Socio nazionale il 30 novembre 1882 ».

Elenco delle opere pubblicate dal Socio FRANCESCO ROSSETTI

1. *Intorno a due nuove teorie degli stromenti ottici dei professori Mossotti e Petzval.* Ateneo veneto; adunanza 7 marzo 1861.
2 *Sulla visione binoculare.* Ateneo veneto; adunanza 25 luglio 1861.
3. *Sulla pila Daniell modificata da G. Minotto.* Ateneo veneto; adunanza 28 agosto 1862.
4. *Sugli studî scientifici dell' Ateneo veneto durante il quadriennio* 1859-1862. Ateneo veneto; Adunanza 6 dicembre 1863.
5. *Relazione sugli studî scientifici dell'Ateneo veneto nel biennio* 1862-1864. Ateneo veneto; adunanza 14 maggio 1865.
6. *Parecchi rapporti fatti in qualità di Segretario per la classe delle scienze.*
7. *Sul maximum di densità dell'acqua distillata e sulla dilatazione di questo liquido.* Mem. I; Istituto veneto vol. XII; adunanza dicembre 1866; Ann. d. Ch. et Physique 1867, vol. X; Nuovo Cim. vol. I p. 243, 1869.
8. *Sull' uso delle coppie termo-elettriche nella misura delle temperature.* Accademia di Padova 1867.
9. *Sul maximum di densità dell' acqua dell'Adriatico, e di alcune soluzioni saline.* Mem. II; Istituto veneto vol. XIII, 1868; Ann. d. Ch. et Physique vol. XVII p. 370; Nuovo Cimento vol. II, 1869 p. 731.
10. *Sul disparire del gas tonante svolto nell'elettrolisi dell' acqua.* Società di scienze naturali. Congresso di Catania 1869. Atti Soc. veneto-trentina vol. I, 1875.
11. *Sul disparire del gas tonante nell'elettrolisi dell'acqua.* Atti Società veneto-trentina vol. I, 1875.
12. *Sul massimo di densità, e sulla temperatura di congelamento delle mescolanze alcooliche.* Istituto veneto vol. XV, seduta febbraio 1870.
13. *Sul magnetismo. Lezioni di fisica.* Padova, tipogr. Sacchetto, 1871.
14. *Sull' uso della macchina di Holtz in alcune ricerche elettrometriche sui condensatori.* Riv. dei lavori della R. Accad. di Padova 1872. Nuovo Cimento vol. V, VI 1872.
15. *Di una curiosa ed elegante esperienza elettrica (figure elettriche luminose).* Atti della Società veneto-trentina di Sc. Nat. vol. I 1872, Nuovo Cimento vol. VII, 1872. Repert. der Physik von Carl, München 1873. Journ. d. Phys. Paris vol. II novembre 1873 p. 401.
16. *Aggiunta alla Memoria « su una curiosa*

ed elegante esperienza elettrica». Atti Società ven. trent. vol. I, 1873. Nuovo Cim. ser. II tom. IX. Journ. d'Almeida tom. III, 1874 p. 228.

17. *In morte di Fr.° Zantedeschi emerito prof. di Fisica nella R. Università di Padova.* « Discorso » Padova, tipografia Sacchetto, 31 marzo 1873.
18. *Sul potere specifico induttivo dei coibenti.* Atti del R. Istituto veneto vol. II ser. IV, 1873. Nuovo Cim. ser. II. tom. X ott. e nov. 1873. Jour. d. Physique tom. III, 1874, Bibl. d. Géneve.
19. *Sulla inversione delle correnti negli elettromotori di Holtz della I e II specie e nel doppio di Poggendorff.* Atti Istituto veneto vol. III, 1873. Nuovo Cim. Jour. d'Almeida tom. IV, 1875, p. 95.
20. *Sulla quantità di lavoro utilizzato nell' elettromotore di Holtz.* Riv. Accad. di Padova 1874. Nuovo Cim. ser. II tom. XII, 1874 p. 202, Jour. d. Phys.
21. *Nuovi studi sulle correnti delle macchine elettriche* (Memoria premiata). Atti Ist. veneto vol. III ser. IV p. 1772, Ann. 1874. Nuovo Cim. ser. II tom. XII 1874 p. 892. Jour. d. Phys. tom. IV, 1875 p. 65 Bibliothèque de Génève 1875. Rivista scientifica Anno VII, 1875 p. 26.
22. *Confronto fra le macchine elettriche.* Ann. d. Chim. e Phys. tom. IV, 1875 p. 214. Atti Ist. veneto vol. I ser. V, 1875.
23. *A proposito del discorso del M. E. G. Bellavitis.* Atti Ist. veneto 1875.
24. *Il Radiometro di Crookes.* Accademia di Padova 1876.
25. *Ulteriori esperienze col Radiometro di Crookes.* Atti Ist. ven. vol. II ser. V, 1876.
26. *Pila Castelli. Rapporto sopra una modificazione alla pila Daniell.* Atti Ist. ven. vol. II ser. V, 1876 p. 631-639.
27. *Della vita e delle opere di Simone Stratico.* Memoria Ist. veneto vol. X, 1876.
28. *Della vita e delle opere di Simone Stratico* « Estratto ». Atti Ist. v. vol. II, ser. V, 1876.
29. *Sistema di trasmissione elettrica simultanea proposto dai signori Mattioli e Ferrucci.* Atti Ist. ven. tom. I ser. V, 1874.
30. *Sulla temperatura delle fiamme* « Memoria I ». Atti Ist. veneto vol. III ser. V, 1877. Nuovo Cimento. Giornale di Chimica, Journal de Physique, 1877.
31. *Di alcuni recenti progressi nelle scienze fisiche, ed in particolare di alcune indagini intorno alla temperatura del sole* « Prolusione ». Ann. della R. Università di Padova 1877-78, tip. Randi.
32. *Pendolo a compensazione di Zorzi* « Relazione ». Atti dell' Ist. veneto vol. III ser. V, 1877.
33. *Sul telefono Graham Bell.* Atti Ist. ven. vol. IV ser. V 1878.
34. *Relazione su alcune esperienze telefoniche.* Atti Ist. ven. p. 507, 1878. L' Elettricista di L. Cappanera 1878 p. 156.
35. *Telefoni senza lamine.* L' Elettricista di L. Cappanera 1878.
36. *Indagini sperimentali sulla temperatura del sole* (Memoria premiata). Atti Reale Accad. dei Lincei, ser. III vol. II, 1878. Nuovo Cimento. Mem. della Società degli Spettroscopisti vol. VII 1878. Ann. d. Ch. et d. Phys. tom. XVI giugno 1879. Philos. Magazine vol. VIII ser. V, 1879.
37. *Sulla temperatura delle fiamme.* Mem. II Atti Ist. ven. vol. IV ser. V 1878.
38. *Sull'interruttore Richter* « Relazione ». Atti Ist. ven. vol. V ser. V, 1879.
39. *Sulla temperatura della luce elettrica.* Atti Ist. ven. 1879. Nuovo Cim. ser. III vol. VI fasc. settembre ottobre 1879.
40. *Sul potere emissivo e sul potere assorbente delle fiamme e sulla temperatura dell'arco voltaico.* Mem. dell'Accademia dei Lincei ser. III vol. IV, 1879. Ann. d. Chim. et Phys. tom. XVIII, 1879 p. 457.
41. *Comparaison entre les indications données par les thermomètres à mercure et à boule noircie placée dans differerentes enceintes, et celles données par mon thermo-multiplicateur.* Ass. française p. l'avancement des Sciences, Congrès de Montpellier. Séance 1° sett. 1879 p. 404.
42. *Sullo stato presente della telegrafia e della telefonia*; Accademia di Padova 6 febbraio 1881.
43. *Bibliografia italiana di elettricità e magnetismo.* Saggio compilato dai professori Fr. Rossetti e Gio. Cantoni, Padova tip. Sacchetto, 1881.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando fra esse le seguenti inviate da Socî e di estranei.

G. Capellini. *Resti fossili di Dioplodon e Mesoplodon.*

A. De Zigno. *Due nuovi pesci fossili della famiglia dei Balistini.*

D. Turazza. *Memorie del Lorgna dello Stratico e del Boscovich relative alla sistemazione dell'Adige e piano d'avviso del Lorgna per la sistemazione del Brenta.*

N. Argentina. *Francesca Forleo-Braida.*

Ch. Debach. *Cahiers de calcul différentiel.* Presentata dal Segretario a nome del Socio Cremona.

Il Socio Betocchi presenta a nome dell'autore prof. D. Ragona, un opuscolo intitolato: *Il « Foehn » del 6 marzo* 1885.

Il Socio Correnti presenta la pubblicazione del prof. D. Padelletti, intitolata: *Le opere scientifiche di Leonardo da Vinci,* e l'altra pubblicazione del prof. A. Favaro: *Gli scritti inediti di Leonardo da Vinci secondo gli ultimi studi*, accompagnando la presentazione con le seguenti parole:

« Prendo per la prima volta a parlare in questa Sezione accademica delle Scienze esatte, alla quale in origine io venni ascritto come Presidente della Società Geografica, e da cui con felice relegazione fui rimandato nella sezione delle Scienze sociali e morali allorchè venne decretato il raddoppiamento dell'Accademia. E colgo questa occasione per protestare che se accettai volentieri di passare alla Sezione accademica, a cui più specialmente si attribuiscono le materie storiche e sociali, cioè a dire gli studî sulla natura umana, non potrei senza riserva ammettere che la geografia non debba avere nobilissimo luogo, e per poco non direi il primo luogo fra le scienze esatte e naturali, poichè tutto quanto il cosmo, com'esso ci appare, è necessariamente tellurico, e il globo in cui respiriamo e pensiamo è la sola arena concessa alle nostre sperimentazioni, il nostro teatro fisico, e il nostro osservatorio uranico. Non parrà dunque, spero, insolente la mia intromissione specialmente avendo a fare un semplice annunzio e una modesta presentazione di titoli, che, spero, avranno qualche valore per la cronologia letteraria, e qualche effetto di pratica utilità.

« Io presento all'Accademia il discorso pronunciato dal prof. Dino Padeletti per l'inaugurazione degli studî della R. Università di Napoli, che certo la più parte dei nostri colleghi conoscono, e che fu dato testè alle stampe; e facendo ufficio di semplice nomenclatore ne prendo occasione per ricordare che già altre volte si è toccato in questa stessa Accademia l'argomento

che l'egregio prof. Padeletti svolse con molto calore d'affetto e perspicuità di pensiero; quello cioè delle Opere scientifiche di Leonardo da Vinci. È un tema antico, di cui si è parlato moltissimo sempre, e che ora, come avviene delle cose immortali, ci ricompare sotto una nuova luce, e piglia la gravità d'una questione contemporanea ed urgente.

« Il Vinci non è per noi solo il pittore che toccò il sommo dell'arte prima di Raffaello e di Michelangiolo, ma è un meccanico, un idraulico, un matematico profondo e più di tutto ci appare come la miracolosa e primigenia manifestazione del genio sperimentale ed osservativo dei nuovi tempi. Gli è perciò che ora si ricercano con grandissima cura e quasi con reverenza figliale tutte le traccie de' suoi pensieri. Ed è in Francia e in Germania sopratutto che ferve quest'opera di restaurazione genetliaca. E intanto d'ogni parte in casa nostra e fuori sorgono accuse contro la desidia degli Italiani, che dopo essersi lasciata uscir di mano la maggior parte dei manoscritti Vinciani, che o per prepotenza d'armi, o per seduzione di denaro, passarono in Francia e in Inghilterra, ora non si danno pensiero neppure di pubblicare quello che d'inedito ancora rimane nelle nostre Biblioteche o nelle librerie de' nostri connazionali. Ond'è che testè il Favaro in un altro opuscolo, ch'io presento pure all'Accademia (*Gli scritti inediti di Leonardo da Vinci secondo gli ultimi studî*) esclama:

« Nessuno più di noi amaramente deplora la sottrazione dei manoscritti « vinciani sofferta dall'Ambrosiana, e per la quale il solo Codice Atlantico « è rimasto a rappresentarvi la cospicua donazione dell'Arconati; ma se la « pubblicazione dei dodici manoscritti dell'Istituto di Francia dovesse com- « piersi prima che noi avessimo intrapresa quella dell'unico rimastoci, non « sapremmo invero che cosa rispondere agli studiosi, i quali deplorassero « che anche quell'unico ci sia stato restituito; — a meno che di tanto non « fossimo scaduti, da aspettare che l'editore dei manoscritti vinciani del- « l'Istituto, il quale fra otto o dieci anni avrà compiuto il suo lavoro, venga « a chiederci di pubblicare anche questo egli stesso col sussidio di un go- « verno straniero. Nessun sagrifizio dovrebbe stimarsi troppo grave perchè « quest'ultima vergogna potesse esserci risparmiata ».

« Io spero che codesto senso di sdegno e di generosa vergogna potrà essere temperato dai pochi ricordi ch'io mi permetto oggi d'invocare, e dall'annuncio che sono autorizzato di dare all'Accademia.

« Fin dal 1870 il Ministero della Publica Istruzione, pigliando occasione dalla solennità inaugurale del monumento eretto in Milano a ricordare Leonardo da Vinci e i suoi scolari lombardi, aveva disposto la somma di L. 10,000 per la publicazione d'un Saggio del Codice così detto Atlantico; publicazione che con molta lode consentita e soccorsa dall'illustre Ceriani, fu compiuta nel 1872 per cura del nostro Socio Govi, il quale s'era fatto praticissimo della scrittura e della dottrina di Leonardo studiando per dieci

anni continui i manoscritti che dalla Biblioteca Ambrosiana erano stati mandati come trofeo di conquista a Parigi, e d'onde nel 1815 non si era potuto ricuperare dei 12 codici Vinciani, trafugati dai francesi, e negletti dai Commissarî austriaci, che il solo Codice Atlantico, scarsa consolazione a così grande jattura.

« Il saggio del 1872 riuscì, se l'amor paterno non me ne inganna, una splendida prova di quello che può anche l'arte tipografica nostra per riprodurre i disegni e i caratteri dei manoscritti Vinciani. Nè l'esempio rimase senza frutto: perchè da molte parti e da molti si cominciò a ristudiare l'argomento del miglior metodo che si avesse a seguire per la pubblicazione dei manoscritti del Vinci che sono in parte note mnemoniche, e in parte cifre quasi a dire stenografiche delle sue idee, spesso ricorrette, contradette, ricomposte; talchè una vera e piena interpretazione o traduzione riesce di grandissima difficoltà, e domanda lunghezza di tempo, diligenza di raffronti e pazienza di pratica. I due discorsi del Padeletti e del Favaro hanno quasi compiute le note bibliografiche, e la cronologia delle publicazioni, benchè, se non m'inganno, sì l'uno che l'altro non abbiano rilevato a sufficienza quanto sia riuscito incoraggiante e benauguroso il Saggio del 1872, dopo il quale nè io, nè l'egregio mio amico Govi abbiamo lasciato intentata alcuna via per ravviare l'impresa; anzi poco mancò che nel 1878, quand'io avevo l'onore d'essere Commissario d'Italia alla grande esposizione Parigina, non si ottenesse la restituzione degli 11 codici Vinciani trattenuti per una perdonabile frode a Parigi; e pareva che la sola restrizione a cui si volesse vincolare la restituzione fosse la faustissima condizione di publicare i manoscritti a spese del governo italiano. Ma poi allo stringere le furono parole: e ora tutti sanno come il Ravaisson abbia intrapreso e continui la publicazione francese. Intanto v'era chi altamente sentiva l'obbligo di rivendicare all'Italia una delle sue glorie più eccelse. Ed a me oggi è concesso di annunziare che S. M. il Re nostro già da molti anni desideroso di veder continuata e condotta a termine l'opera appena iniziata nel 1872, ha autorizzato il Gran Magistero dell'Ordine Mauriziano e stanziare una somma di L. 10,000 per concorrere alla pubblicazione, che omai ci si impone come un dovere, e nel tempo stesso ha incoraggiato i suoi Ministri a raccogliere le somme occorrenti per la grande impresa.

« Io mi permetto di presentare una copia del Decreto, di cui ho fatto cenno, e di aggiungere il ricordo che l'Istituto lombardo bandì fino dal 1881 un premio per il miglior trattato sull'opera scentifica di Leonardo da Vinci, e infine di preannunziare che il Ministro per la publica istruzione, confortato dagli ajuti del Re, ha già riuniti i mezzi per una prima publicazione, quella del Codice Atlantico Ambrosiano. E qui finisco domandando all'Accademia se non le pare conveniente di corrispondere spontanea al nobile esempio del Re, e di prender parte alla magnanima gara, che deve ridarci

innovata e integrata l'immagine della mente del gran precursore della scienza sperimentale ».

« Il PRESIDENTE ringrazia a nome dell'Accademia il collega CORRENTI per la sua importante comunicazione; dice avere avuto anche dal sig. Ministro della Pubblica Istruzione invito a prendere parte alla pubblicazione di cui tenne parola l'on. Correnti; ma non gli apparve ben chiaro se intendasi che l'Accademia debba essa assumere la direzione dell'opera, oppure limitarsi ad una cooperazione.

« La mia opinione, aggiunge il Presidente, è che l'Accademia sola può intellettualmente e moralmente avere tutti i mezzi per raggiungere l'altissimo scopo, ed è in questo senso che mi riprometto, coll'ajuto dei Colleghi, che l'opera appena iniziata nel 1872, possa essere condotta a termine ».

Sulla proposta del Socio MARIOTTI, l'Accademia delibera unanime un atto di ringraziamento a S. M. il Re per l'iniziativa da Lui presa di onorare degnamente la memoria di Leonardo da Vinci mediante la pubblicazione delle sue opere, cominciando dal *Codice Atlantico.*

CONCORSI A PREMI

Il Segretario BLASERNA comunica la Nota dei lavori presentati ai concorsi a premi del Ministero della Pubblica Istruzione, scaduti il 30 aprile 1885.

A) *Premi ordinari.*

Scienze matematiche (3 premi del complessivo valore di L. 9000)

1. BESSO DAVIDE. 1) *Sul prodotto di due soluzioni di due equazioni differenziali lineari omogenee del 2° ordine* (Memorie dei Lincei, sc. fis. vol. XIX). — 2) *Sull'equazione del 5° grado* (ibid.). — 3) *Di una classe d'equazioni differenziali lineari del 4° ordine integrabile per serie ipergeometriche* (ibid.). — 4) *Di una classe d'equazioni differenziali lineari del 3° ordine integrabile per serie ipergeometriche* (ibid.). — 5) *Sopra una classe d'equazioni trinomie* (ibid.). — 6) *Sopra una classe d'equazioni differenziali lineari del 4° ordine e sull'equazione del 5° grado* (Rendiconti dei Lincei 1885). — 7) *Sull'equazioni trinomie e in particolare di quelle del 7° grado* (ibid.). — 8) *Di alcune proprietà delle equazioni lineari omogeneé alle differenze finite del 2° ordine* (ms.).

2. BOCCARDINI GIOVANNI. *Un caso di movimento di fluido incompressibile ed omogeneo parallelo ad un piano per traiettorie circolari* (ms.).

3. Civetti-Musti Sabina. *Compendio di aritmetica ad uso delle scuole preparatorie annesse alle normali* (ms.).

4. De Angelis Enrico. *Esposizione di nuove leggi delle funzioni goniometriche* (st.).

5. Frattini Giovanni. 1) *I gruppi transitivi di sostituzioni dell'istesso ordine e grado* (Memorie dei Lincei sc. fis., vol. XIV). — 2) *Intorno ad alcune proposizioni della teoria delle sostituzioni* (ibid. vol XVIII). — 3) *I gruppi a* k *dimensioni* (Transunti vol. VIII). — 4) *Intorno ad un teorema di Lagrange* (Rendiconti 1885). — 5) *Un teorema relativo al gruppo della trasformazione modulare di grado* p. Nota I e II (ibid.). — 6) *Intorno alla generazione dei gruppi di operazioni* (ibid.).

6. Mazzola Giuseppe. *Nuova teoria delle approssimazioni aritmetiche* (ms.).

7. Tirelli Francesco. *Nota di geometria* (ms.).

8. Torelli Gabriele. 1) *Contribuzione alla teoria delle equazioni algebrico differenziali* (st.). — 2) *Teoremi sulle forme binarie cubiche e loro applicazione geometrica* (st.).

9. Zinna Alfonso. *Istituzioni di geometria* (ms.).

10. Anonimo. *Discorso intorno ai problemi generali ed ai metodi della geometria descrittiva* (ms.).

11. Anonimo. 1) *Sulle equazioni aventi tutte le radici in progressione geometrica* (ms.). — 2) *Applicazione dell' algebra allo studio della geometria* (ms.).

B) *Premi istituiti in via eccezionale.*

I.

Fisica. — *Esporre i metodi stati finora adoperati per determinare con sufficiente approssimazione la grandezza delle molecole, discutere il grado di esattezza che permettono di raggiungere e indicare, anche sperimentalmente, quale sia la migliore via per ottenere risultati soddisfacenti.* Premio lire 1,500; tempo utile 30 aprile 1885.

Concorrenti — Pizzarello Antonio.

II.

Fisica. — *Esporre i metodi che esistono, per determinare la velocità del suono sia nei solidi, sia nei liquidi, sia nei gas; discutere la loro importanza per la Termodinamica, e mostrare con esempi sperimentali bene scelti, il grado di esattezza che si può raggiungere.* — Premio lire 1,500: tempo utile 30 aprile 1885.

Concorrenti — 1. Dall'Oppio Luigi — 2. Martini Tito.

III.

Fisica e chimica. — *Esporre e discutere le relazioni finora conosciute, che legano alcune delle proprietà fisiche con la composizione e la struttura chimica dei corpi, confortandole con alcune esperienze bene scelte in aggiunta a quelle già esistenti.* — Premio lire 1,500: tempo utile 30 aprile 1885.

Concorrenti — Nessuno.

IV.

Chimica. — *Descrivere e discutere i metodi finora proposti per l'analisi dei silicati complessi non decomponibili cogli acidi, e specialmente quelli contenenti quantità anche piccole di fluoro e di boro. La Memoria dovrà essere accompagnata dai documenti analitici.* — Premio lire 1,500; tempo utile 30 aprile 1885.

Concorrenti — Nessuno.

V.

Chimica. — *Esaminare e discutere la classificazione degli elementi di Mendelejeff sotto i vari punti di vista che comporta, tenendo anche conto dei risultati delle ricerche più recenti sui metalli rari.* — Premio lire 1,500; tempo utile 30 aprile 1885.

Concorrenti — Nessuno.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Blaserna comunica la corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

L'Accademia r. di scienze, lettere ed arti, la Società entomologica e la Società scientifica di Bruxelles; la Società Storico lombarda di Milano; la Società r. di Edimburgo; la Società di scienze naturali di Amsterdam; la r. Biblioteca di Cremona; la r. Biblioteca di Parma; il Comitato geologico di Pietroburgo; l'Osservatorio di marina di s. Ferdinando; l'Università di Liegi; il Museo zoologico di Cambridge, Mass.

Annunciano l' invio delle loro pubblicazioni:

La Società olandese delle scienze di Harlem; l' Università di Greifswald; l' Istituto geologico di Budapest.

Ringraziano ed annunciano l' invio delle loro pubblicazioni:

L'Accademia della Crusca; l'Accademia delle scienze di Amsterdam.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 17 maggio 1885.

G. Fiorelli Vice-Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Archeologia. — *Di due stele etrusche.* Memoria del Socio G. Gozzadini.

Questa Memoria verrà pubblicata nei volumi accademici.

Filologia. — *Di una versione persiana del Pentateuco.* Nota del Socio I. Guidi.

Gli scritti in lingua persiana ma di origine giudaica, sono ben piccola cosa, non men che quelli di origine cristiana, de' quali può dirsi quasi che non esistano, poichè il poco che se ne trova, è in gran parte dovuto, direttamente o indirettamente, a missionarî europei ([1]). Ciò non sembra strano, riflettendo che se fra i sudditi dei Sassanidi si contavano moltissimi seguaci del Giudaismo e del Cristianesimo, e quantunque si facesse anco un qualche proselitismo fra i Mazdajaçna, tuttavia presso la vera stirpe eranica e nel paese propriamente persiano, l'una e l'altra religione erano senza dubbio poco sparse ([2]). Onde è che mancava, per così dire, il fonda-

([1]) Potrebbe sembrare un'eccezione il romanzo cristiano dei tre figli del Re di Serendippo, ma quel romanzo probabilmente non ha mai esistito in lingua persiana. Cf. Benfey, *Or. u. Occ.* III, 257 seg.

([2]) Cf. Spiegel, *Eran. Alterthumsk.* III, 717 seg.

mento all'eventuale sviluppo di una grande letteratura giudaico-persiana o cristiano-persiana. Tuttavia il poco che esiste di tal genere non è senza valore, e primo il Lagarde [1] ha fatto giustamente notare l'importanza filologica delle versioni persiane dell'Antico Testamento. Fra quest'ultime la più nota è la traduzione del Pentateuco attribuita a Joseph b. Jakob Tâwûs: essa fu pubblicata nella rarissima poliglotta di Costantinopoli, nel 1546, e poi ristampata nella Waltoniana, ma senza la prefazione ebraica che accompagnava quella poliglotta. Tal circostanza ha fatto sì che venisse disputato sull'età di Tâwûs, che il Rosenmüller credè aver fiorito nel IX secolo, mentre per la ricordata prefazione è certo che egli vivea a Costantinopoli, verso la metà del XVI secolo [2]. Senonchè in questa prefazione trovasi una frase degna di nota, allorquando cioè della traduzione persiana vien detto ופרסי אשר באר לנו איש נבון וג״ Ciò fa sospettare che Tâwûs non abbia fatto altro che e l a b o r a r e una versione antecedente, ed il sospetto è accresciuto dal fatto che a Parigi, nella Vaticana e a Pietroburgo [3] esistono manoscritti di una traduzione persiana del Pentateuco, la quale sebbene distinta da quella di Tâwûs, cui è anteriore, mostra tuttavia un'affinità con essa, che difficilmente sembra poter esser fortuita. È probabile che appunto questo testo contenuto nei codici Vaticano e Parigino [4] sia la versione fondamentale, di cui si servì Tâwûs per la poliglotta Costantinopolitana. Ma quale sarebbe stato il lavoro di lui, e che cosa significa propriamente il באר della ricordata prefazione? Il Kohut (p. 26) inclina a scorgervi un m ü n d l i c h e r V o r t r a g; ma io dubito piuttosto che Tâwûs d i c h i a r a s s e il testo persiano con opportune mutazioni, seguendo i c o m e n t i, in ispecie quelli di Ebn Ezra e Raśi. Citerò qualche esempio: Gen. I, 2, il cod. vatic. e il Parigino traducono il מרחפת con پر زنا [5]; quantunque il Targûm e Saadia pongano מנשבא e تهبّ; Ebn Ezra dice: ״וטעם מרחפת נושבת וג; Tâwûs: وزيده. Gen. I, 6 il cod. Vat. طبقه (come per es. *Ezech.* I, 22, 26); Ebn Ezra,

[1] *Persische Studien*, Gottinga 1884 e *Symmicta* II, 14, seg. Altri testi giudaico-persiani sono stati pubblicati da Zotenberg (*Archiv* di Merx I, 370), Neubauer, *The* LIII *ch. of Isaia*, 137 (dal medesimo codice poi pubblicato dal Lagarde), e Grill, *Der achtundsechzigste Psalm*, 223, etc. Niuna relazione esiste fra questi scritti giudaico-persiani ed i « *Judaeo-persian Gospels* » pubblicati dalla Società Biblica inglese.

[2] Cf. Kohut, *Kritische Beleuchtung* etc. 1871, p. 8 seg.

[3] Cf. i catalogi: Zotenberg, p. 7; Mai, *Scrip. vet. n. coll.* IV, 650; e Harkavy e Strack, pag. 166.

[4] Le poche parole citate nel catalogo del Zotenberg corrispondono a parola col codice Vaticano. Il Lagarde poi m'informa che il codice Vaticano e i Parigini sono identici per i caratteri, la carta ecc. ed appartengono alla fine del XV o al principio del XVI sec. Invece il testo del codice di Pietroburgo sembra differire un poco dal Vaticano. Il Lagarde ricordando la traduzione persiana del Pentateuco (*Symmicta*, II, 14, e *Pers. Stud.* 3-4) tace affatto il nome di Tâwûs.

[5] Colla stessa parola è tradotto il יְעוֹפֵף. *Is.* VI, 2. *Pers. Stud.* 8.

dice fra altre cose; ...וכן אמר במזמור... נוטה שמים כיריעה..., Tâwûs: پرده (cf. Kohut 45) Gen. V, 29 זה ינחמנו; cod. Vat. این خوش منش دهد; Tâwûs این اسایش دهد; cfr. Raši a. l. (Kohut, 296). Gen. XXVI, 35 מרת רוח Cod. vat. عاصی شوان وخشمگری کنان Tâwûs بودند تلخی روح cf. Ebn Ezra a. l. (Koh. 321). Gen. XXVII, 36 הכי קרא שמו יעקב ms. vat. نیکوی خواند نام او یعقوب; Tâwûs بحقیقت بخواند نام او یعقوب; cf. E. Ezra a. l. (Koh. 321-322). Gen. XXX, 11 בגד; ms. vat. آمد گروه; Tâwûs بیامد نیک بخت; cf. Ebn Ezra a. l. (Koh. 322). Exod. V, 9 ואל-ישעו בדברי שקר; ms. vat. ونه مشغول باشند بسخنان باطلان; Tâwûs ونه حکایت کنند در سخنها دروغ cf. Raši a. l. (Koh. 299). Sembra invece che Saadia abbia influito sulla versione contenuta nel Cod. vat., che traduce p. es.; Gen. I, 27, אלהים con شریف, Gen. II, 13, כוש con حبشه, ib. 14, אשור con موصل etc. Ma un pieno esame della questione sorpassa di troppo i limiti di una breve nota, onde io m'accingo piuttosto a dare un saggio del Cod. vat. nel quale la trascrizione con lettere ebraiche e l'ortografia sono identiche a quelle dei testi pubblicati dal Lagarde nei *Pers. Studien.* Io peraltro trascrivo in nasḫî, ma ritenendo le particolarità del ms. come دریاه, دهم, کی, انیز, ایما ecc. e le vocali di qualche singolarità come تُهی (¹). Di queste particolarità che in buona parte rappresentano forme arcaiche o dialettali, parecchie sono state notate dal Lagarde (*Symm.* II, 15, *Pers. Stud.* 70) e dal Nöldeke (op. cit., 889) un altro arcaismo è forse nel participio passato che spesso trovasi composto col presente di آمدن (il quale assai più sovente che nel persiano ordinario è il verbo ausiliare del passivo) colla forma in د e non in ده, come nel Parsi (Spiegel, *Parsisprache,* 88, Vullers *Inst.* 106, 226, 242). Per es. Gen. I, 9 جمع شد آیند (cf. *Is.* I, 6 مداوات شده آمدند); *Is.* III, 11 کرد آید; V, 6, نه برید آید ونه کند آید; *ib.*, 8 باقی مانند آید (cf. I, 8, باقی مانده آمد) *Ezech.* I, 19, 20, 21, داشت آیند, etc.

Il codice vaticano proviene da Lâr, compratovi da Giov. Batt. Vecchietti, nel tempo che sotto Abbâs I quella regione ebbe un periodo d'importanza commerciale, e fu visitata da parecchi europei. Alcuni mss. persiano-ebraici di Parigi provengono ugualmente da Lâr, ma sono molto più recenti. La provenienza del codice sembrerebbe confermare l'opinione del Lagarde, che queste versioni giudaico-persiane siano originarie del Lâristân: vero è che essendo allora frequentato il Lâristân da mercanti di varii paesi, il ms. poteva esservi facilmente portato d'altronde. Io non credo improbabile che la patria di queste versioni sia il Kurdistân o i paesi vicini, e ciò per alcune particolarità della lingua; si osservi l'uso comune di آمدن per il passivo (cf. Nöldeke *Neusyr. Gram.* 289, anche nel Fellîhî) la pronuncia gânâvar (cf. Jaba-Justi

(¹) Cf. Nöldeke *Liter. Centralbl.* 1884, 890.

Dict. Kurd. Fr. 114 e ܣܬܘܪ̈ܐ) le forme, ایما, ستارکان cf. Jaba-Justi, 19, 9; *Z. d. D. M. G.* XXXVIII, 98), il כִּצְמַת per ܚܕܡܬ, che ricorre anche nell'apocalissi di Daniele (Merx, *Arch.* I, 393) cf. Jaba-Justi 152 e il sir. mod. ܣܗܡܐ tanto nel dialetto di Urmia, quanto in quello di Salamâs e nominatamente presso gli israeliti (Duval, *Les Dial. néo-ar.* 92, 13); anche באהוי per بازو (Nöldeke op. c. 890) potrebbe mostrare un'originaria connessione col Kurdistân [1]. Ma anche questa questione non è possibile trattare quì in poche parole. Quanto alle particolarità grammaticali di codesto persiano, che nella traduzione dei libri canonici è davvero *δουλεύων τῇ ἑβραϊκῇ λέξει* (مر = את, ب = ל, آن per l'articolo, ماهیان برزگان! آن اینان! سخنانها! etc.) esse sono state raccolte nella citata opera del Kohut, pag. 34 seg.

Gen. I. [2].

1. باولین آفرید خدای مر آن آسمان و مر آن زمین .2 و آن زمین بود
ویران و تُهی و تاریکی ابر روی تهوم و باد از پیش خدای پر زنا ابر روی آبها
.3 و امر داد خدای باش روشنائی و بود روشنائی (a .4 و بدید خدای مر آن
روشنائی کی نیکوی هست و جدا داشت خدای میان روشنائی و میان تاریکی
.5 و بخاند خدای بروشنائی روز و بتاریکی خاند شب و بود ایوار و بود بامداد
روز یکم .6 و امر داد خدای باش طبقه در میان آبها و باش جدا دارا میان
آب بآب .7 و بآفرید خدای مر آن طبقه و جدا داشت میان آبها آنچی از
زیر بطبقه و میان آبها آنچی از بالا بطبقه و بود همبدون .8 و بخاند خدای
بطبقه آسمان و بود ایوار و بود بامداد روز دُهُم .9 و امر داد خدای جمع شُد
آیند آبها از زیر آسمان بجایگاه یکی و دیدار آید خشکی و بود همبدون .10 و
بخاند خدای بخشکی زمین و بخانه جمع جای آبها خاند دریاه و بدید
خدای کی نیکوی هست .11 و امر داد خدای سبز باش آن زمین سبزی گیا تخم
آورا تخم درخت بر کنا بر بجنس اوی آنچی تخم اوی باوی ابر آن زمین و بود
همبدون .12 و ببرون آورد آن زمین سبزی گیا تخم آورا تخم بجنس اوی و
درخت کنا بر آنچی تخم اوی باوی بجنس اوی و بدید خدای کی نیکوی هست
.13 و بود ایوار و بود بامداد روز سُهُم .14 و امر داد خدای باش روشنائیها بطبقه

[1] Solimano nella campagna di Persia passò per il Kurdistân, ed è possibile che Mosè Hamon medico di Solimano e che l'accompagnava nella spedizione, prendesse seco Tâwûs appunto nel Kurdistân, cf. Kohut, 11.

[2] Questo capo tradotto nel dialetto di Jezd, fu pubblicato dal Justi, *Zeitschr. d. D. M. G.* XXXV, 330.

a) Cf. Merx, *Archiv*, 424.

آسمان بجدا داشتن میان روز و میان شب و باشند بنشانها و بوعدها و بشمردن بایشان روزگاران و سالها .15 و باشند بروشنائیها بطبقه آسمان بروشنائی دادن ابر آن زمین و بود همیدون .16 و بآفرید خدای مر دو روشنائیها بزرگان مر روشنائی بزرگتر بپادشاهی راندن بروز و مر روشنائی کوچکتر بپادشاهی راندن بشب و مر ستارگان و بداد ایشان‌را خدای بطبقه آسمان بروشنائی دادن ابر آن زمین .18 و بپادشاهی راندن بروز و بشب و بجدا داشتن میان روشنائی و میان تاریکی و بدید خدای کی نیکوی هست .19 و بود ایوار و بود بامداد روز چهارم .20 و امر داد خدای بمُزند (a آبها مُزنده جانور زنده و مرغ بپرد ابر آن زمین ابر روی طبقه آسمان .21 و بآفرید خدای مر ماهیان بزرگان و مر همه جاناور زنده مُزیدگار آنچی مُزیدند آبها بجنسها ایشان و مر همه مرغ پرنده بجنس اوی و بدید خدای کی نیکوی هست .22 و آفرین کرد ایشان‌را خدای بگفتن برمند (b باشید و بسیار باشید و پر باشید مر آن آبها بدریاها و آن مرغ بسیار باشد در زمین .23 و بود ایوار و بود بامداد روز پنجم .24 و امر داد خدای بیرون آورد آن زمین جاناور زنده بجنس آن چهار پای و مُزنده و دد زمین بجنس آن و بود همیدون .25 و بآفرید خدای مر دد آن زمین بجنس آن و مر چهار پای بجنس آن و مر همه مُزنده آن زمین بجنس اوی و بدید خدای کی نیکوی هست .26 و گفت خدای بآفرینم ادم بچهره ایما چون خمانائی ایما و مسلطی رانند بماهیان دریاه و بمرغ آسمان و بچهار پای و بهمه آن زمین و بهمه مُزنده مُزیدگار ابر آن زمین .27 و بآفرید خدای مر ادم بچهره اوی بچهره شریف آفرید اویرا نر و ماده آفرید ایشان‌را .28 و آفرین کرد ایشان‌را خدای و گفت بایشان خدای برمند باشید و بسیار باشید و پر باشید مر آن زمین و پادیاوند باشید ابر آن و مسلطی رانید بماهیان دریاه و بمرغ آسمان و بهمه دد مُزیدگار ابر آن زمین .29 و گفت خدای اینک دادم بشما مر همه گیا تخم آورا تخم آنچی ابر روی همه آن زمین و مر همه درخت آنچی باوی بر درخت تخم آورا تخم بشما باشد بخوردن .30 و بهمه دد آن زمین وبهمه مرغ آسمان و بهمه مُزیدگار ابر آن زمین آنچی باوی جاناور زنده مر همه سبزی گیا بخوردن و بود همیدون .31 و بدید خدای مر همه آنچی آفرید و اینک نیکوی بغایت و بود ایوار و بود بامداد روز ششم

a) = خزیدن (?) b) Cf. Nöldeke I. 1. 889.

Gen. XXXVII, 3.

3. و اسرال دوستر داشت مر یوسف از همه پسران اوی کی پسر خردمند هست اوی باوی و بکرد باوی دُرعه‌ی ابریشُمین 4. و بدیدند برادران اوی کی اویرا دوستر داشت پدر ایشان از همه برادران اوی و دشمن داشتند اویرا ونه‌مراد بودند بسخن گُفتن اباز a) اوی سلامت 5. و بوشاسپ دید یوسف بوشاسپ و اگاه کرد ببرادران اوی و بافزودند انیز دشمن داشتن اویرا 6. و گُفت بایشان باشنوید نون آن بوشاسپ این آنچی بوشاسپ دیدم و اینک ایما بسته کناان بستها در میان آن دشت و اینک بر خاست بسته من و انیز استیده آمد و اینک گرد اندر گشتندی بستها شما و سجده بردندی ببسته من 8. و گُفتند باوی برادران اوی ها ملکی تو خومانائی بملکی راندن ابر ایما یا پادُشاهی تو پندارائی بپادُشاهی راندن بایما و بافزودند انیز دشمن داشتن اویرا ابر بوشاسپها اوی و ابر سخنان اوی 9. و بوشاسپ دید انیز بوشاسپی دیگر و وصف کرد اویرا ببرادران اوی و گُفت اینک بوشاسپ دیدم بوشاسپ هنوز و اینک خورشید و مهتاب و یازده ستارگان سجده براان بمن 10. و وصف کرد بپدر اوی و ببرادران اوی و زجر کرد باوی پدر اوی و گُفت باوی چیست این بوشاسپ این آنچی بوشاسپ دیدی ها آمدن بیائیم من و مادر تو و برادران تو بسجده بتو ابر زمین 11. و رشك بردند باوی برادران اوی و پدر اوی نگاه داشت مر آن سخن 12. و برفتند برادران اوی بچرانیدن مر گوسپندان پدر ایشان در شکم 13. و گُفت اسرال بیوسف ها نه برادران تو شوبانی کناان در شکم بآی و بفرستم ترا نزد ایشان و گُفت باوی اینك من 14. و گُفت باوی برو نون ببین مر سلامتی برادران تو و مر سلامتی آن گوسپندان و باز گردان مرا جواب و بفرستاد اویرا از دره حبرون و بآمد بشکم 15 و بیافت اویرا مردی و اینك بیراه شوا در دشت و بپرسید اویرا آن مرد بگُفتن چی تو طلب کنا 16. و گُفت مر برادران من من طلب کنا اگاه کن نون بمن کجای ایشان شوبانی کناان 17. و گُفت آن مرد منزل بر داشتند از ایدر کی اشنیدم آنچی گویاان همی رویم بدتن و برفت یوسف پس برادران اوی و بیافت ایشان‌را بر دتن 18. و بدیدند اویرا از دور و ببیشتر نزدیك رسد نزد ایشان و حیلت ساختند اویرا بکشتن اویرا 19. و گُفتند مرد مر برادر

a) Cf. Lagarde, op. c. 70.

اوی اینك خداوند بوشاسپها ایدر آیا. 20. و اکنون بآئید و بکشیم اویرا و بافکنیم a)
اویرا بیکی از آن چاها و بگوئیم دد بد خورد اویرا و ببینیم چی باشد بآخرت
بوشاسپها اوی. 21. و باشنید راوبن و رسته کرد اویرا از دست ایشان و گفت
نه کشیم اویرا جان. 22. و گفت بایشان راوبن مه ریزید خون بافکنید اویـــرا
بآن چاه این آنچی در بیابان و دسـت مه کشید باوی بجاده b) برسته کردن
اویرا از دسـت ایشان بباز گـردانیدن اویرا نزد پدر اوی. 23. و بود چنانچی آمد
یوسف نزد برادران اوی و اندر کشیدند مر یوسف مر دُرعه اوی مر دُرعه ابریشُمین
آنچی ابر اوی. 24. و بستدند اویرا و بافکندند اویرا بآن چاه وآن چاه تُهی نیست
باوی آب. 25. و گـرد اندر نشستند بخوردن نان و بر داشتند چشمان ایشان
و بدیدند و اینك قافلهی c) عاربان آیاان از جلعد و اُشتران ایشان بارورداران d).
شمع و طریاق و مستکی e) روان بفرود بردن بمصر. 26. و گفت یهودا ببرادران
اوی چی مال منفاعت بایم بایما کی بکشیم مر برادر ایما و بکشیم ابر خون اوی
27. بآئید و بفروشیم اویرا بعاربان و دسـت ایما ما بادا باوی کی برادر ایما
گوشـت ایمـا هسـت اوی و قبول کردند برادران اوی. 28. و بگذشتند مردمان
مدیانیان بازرگانان و بکشیدند وبر آوُردند مـر یوسف از آن چاه و بفروختند
مر یوسـف بعاربان ببیسـت درم سیم و بآوُردند مر یوسـف بمصر. 29. و باز
گشت راوبن بآن چـاه و اینك نیست یوسف در چـاه و بدرید مر جامها اوی
30. و باز گشت نزد برادران اوی و ایدون گفت آن کودك نیست اوی و من
بکجای من آیا. 31. و بستدند مر درعه یوسف و بکشتند بزغالهی f) بزان و
اندر زدند مر آن درعه بخون. 32. و بفرستادند مـر درعـه ابریشُمین و باوُردند
بپدر ایشان و گفتند این یافتیم بشناس نون ها درعه پسر تو هست آن اگر نه
33. و بشناخت آنرا و گفت درعه پسر من هست دد بد خورد اویرا نخچیر شدن
نخچیر شد یوسف. 34. و بدرید یعقب جامها اوی وببست پلاس بکستیبند
اوی و مصیبت گرفـت ابر پسر اوی روزگاران بسیاران. 35. و بر خاستند همه

a) Ms. qui e appresso con בּ̄ (come anche il ب in ابر, il و in اوردن ecc.)
b) Cf. Lagarde, op. c. 69, n. 35, Nöldeke, l. c. 890. (Siriac. mod. ǵâdâ)
c) Ms. קאפלׄהי (= قافلةُ)
d) باربردار come ور شدن Lagarde *Symm.* 16.
e) پسته ?

f) Ms. בוזגׄאלהי v. s.

پسران' اوی و همه دختران اوی بخوشمنشت دادن اویرا و ناکام بـود بقبول کردن خوشمنشتها و گفت کی فرود شوم نزد پسر مصبیت بگور و بگریست اویرا پدر اوی. 36. وآن مدیانیان فروختند اویرا بمصر بپوطیفر خادم پرعه سرنگ قتالان

Gen. XXXIX, 1.

1. و یوسـف فرود برده آمد بمصر و بخرید اویرا پوطیفر خادم پرعه سرهنگ قتالان مردی مصری از دست عاربان آنچی فرود بردند اویرا بآنجای. 2. و بود امر خدای بیاری یوسف و بود مردی جیشنـی a) باشا و بود بخانـه سید اوی آن مصری. 3. و بدید سید اوی کی امر خدای بیاری اوی و همه آنچی اوی کنا خدای جیشنی کنا بدست اوی. 4. و بیافت یوسف خوبی در نظر اوی و خضمت b) کرد اویرا و بگماشت اویرا ابر خانه اوی و همه آنچی هست باوی سپارد بدست اوی. 5. و بود از وقـت آنچـی گماشت اویرا بخانه اوی و ابر همه آنچی هست باوی و آفرین کرد خدای مر خانه مصری بسبب یوسف و بود آفرین خدای بهمه آنچی هست باوی در خانه و در دشت. 6. و رها کرد همه آنچی باوی بدست یوسف ونه شناخت اباز اوی چیزی لا ان نان آنچی اوی خورا و بود یوسف نیکوی دیدار و نیکوی نمایشت c). 7. و بود پس آن سخنانها آن اینان و بر داشت زن سید اوی مر چشمان آن بیوسف وگفت بخفس d) اباز من. 8. و ناکم بود و گفت بزن سید اوی اینك سید من نه شناخـت اباز من چی در خانه وهمه آنچی هست باوی سپارد بدست من. 9. نیست اوی بزرگتر در خانه این از من و نه منع کرد از من چیزی لا ترا بسبب آنچی تو زن اوی و چی گونه بکنم بدی بزرگ این و خطاکار شوم در پیش خدای. 10. و بود چون سخن کفتن آن اباز یوسف روز روز و نه قبول کرد از آن بخفسیدن نزد آن ببودن اباز آن. 11. و بود چون آن روز این و بشد بآن خانه باحتیاط کردن و بنوشته e) حسیبها اوی و نیست مردی از مردمان

a) Così il ms. mentre per lo più la parola si trova scritta גְהִישְׁנִי (*Is.* 48, 15, 55, ecc. Ierem. 2, 37; 12, 1; 13, 7, 10 etc.) Cf. Lagarde *Symm.* II. 14.

b) Ms. כַּצְמַת v. sopr.

c) Cf. Vullers, *Inst.* 232, not.

d) Cf. Nöldeke l. c. 889.

e) Con בֿ (la traduzione è secondo il Targûm למבדק בכתבי חושבניה; حسیب = حساب v. *Symm.* II, 16).

آن خانه آنجای در خانه .12 و بگرفت اویرا بجامه اوی بگفتن بخُفس اباز
من و رها کرد جامه اوی بدست آن و بگُریخت و بیرون شد ببیرون .13 و
بود چنانچی دید کی رها کرد جامه اوی بدست آن و بگُریخت ببیرون
.14 و بخاند بمردمان خانه آن و گفت بایشان بگفتن ببینید آنچی آوُرد
دایما مردی عبری ببازی کردن بایما آمد نزد من بخفسیدن اباز من و
بخاندم بآوازی بزرگ .15 و بود چون اشنیدن اوی کی افرازانیدم آواز من و
بخاندم و رها کرد جامه اوی نزد من و بگُریخت و بیرون شد ببیرون
.16 و رها کرد جامه اوی نزد آن تا آمدن سید اوی بخانه اوی .17 و سخن
گفت اباز اوی چون سخنانها آن اینان بگفتن آمد نزد من آن بنده عبری
آنچی آوردی بایما ببازی کردن بمن .18 و بود چنانچی افرازونیدم آواز من
وبخاندم و رها کرد جامه اوی نزد من و بگُریخت ببیرون .19 و بود چون
اشنیدن سید اوی مر سخنان زن اویٔ آنچی سخن گفت اباز اوی بگفتن
چون سخنانها آن اینان کرد بمن بنده تو و گرم شد خشم اوی .20 و
برایانید سید یوسف اویرا و بداد اویرا بخانه زندان جایگای آنچی بندیان
آن بادُشاه بستِگان و بود آنجای بخانه زندان .21 و بود امر خدای بیاری
یوسف و میل کرد باوی فضل وبداد خوبی اوی بچشمان سرنگ *a*) خانه
زندان .22 و بداد سرنگ خانه زندان بدست یوسف مر همه آن بندیان
آنچی بخانه زندان و مر همه آنچی کنان آنجای از امر اوی بود کرده شوا
.23 نیست سرنگ خانه زندان بآن بینا مر هیچ خطا بدست اوی بآنچی
امر خدای بیاری اوی و آنچی اوی کنا خدای جیشنی کنا

Filologia. — *Note per la storia della lirica italiana.* - I. *Sul collegamento delle stanze nella canzone.* Nota del Socio E. Monaci.

« Nelle sue più antiche liriche anche l' Italia ritrova le prime manifestazioni del sentimento moderno e può ravvisare i primi conati che inconsciamente prepararono la formazione dell' idioma nazionale. Non occorre dunque di più per ispiegare l' interesse che di giorno in giorno va crescendo verso quelle reliquie scolorite e per giustificare le cure indefesse e pazienti con cui si moltiplicano e si affinano intorno ad esse le ricerche.

« Alla folla dei dilettanti sottentrarono operai più disciplinati; si mise

a) Cf. Merx, *Archiv*, I, 4 6.

mano alla stampa dei canzonieri i più insigni, di altri si pubblicarono recensioni ed estratti, e mentre alcuni studiosi traevano così alla luce i materiali di cui tuttora può disporre la critica, altri studiosi si son volti a dedurre gli elementi per una sintesi storica, applicando all'analisi i rigori di metodo delle scienze esatte.

« E fra costoro oggi viene ad aggiungersi il dott. Leandro Biadene, del quale non si può non isperar bene dacchè si presenta con tanto buoni auspicî. Egli si è dato a studiare la morfologia della Canzone italiana nei secoli XIII e XIV, e proprio in questi giorni ha pubblicato per saggio un capitolo dove passa a rassegna i diversi modi coi quali i rimatori di quei due secoli collegarono le stanze della Canzone [1].

« Una ricerca siffatta è di non poca importanza per giungere una buona volta a misurare il *come* ed il *quanto* delle influenze provenzali sulla lirica nostra, influenze delle quali si è parlato assai, senza però che nessuno ne desse una definizione esatta o che almeno ricordasse le buone osservazioni che su questo argomento aveva scritto F. Diez [2].

« Eppure era di là, dall'esame cioè della struttura, che bisognava prendere le mosse per affrontare il problema: imperocchè, trattandosi di poesia artistica, lo studio della forma vi ha quasi sempre una parte preponderante. Riassumiamo dunque brevemente le osservazioni del dott. Biadene.

« Egli comincia dal riconoscere un vero dualismo nei principî che governarono lo svolgimento della Canzone presso i Provenzali e presso gl'Italiani. « Nella poetica trobadorica » egli dice, « i modi svariatissimi onde si al-
« lacciano le *coble* costituiscono una delle parti integrali. Nella Canzone
« italiana invece tutta l'arte si raccoglie in generale e si sviluppa nella
« stanza staccata » (p. 3).

« Malgrado però questa originaria divergenza nell' indirizzo dell' una e dell'altra poetica, il dott. Biadene fa notare che anche i rimatori nostri tentarono « di collegare le stanze come avevano fatto e facevano i Pro-
« venzali » (p. 3), e dei collegamenti alla provenzale egli rileva negl'Italiani nove differenti maniere che possono portarsi anche a quindici, tenuto conto di certe suddivisioni che egli fa, e della sestina che escluse dal suo spoglio.

« Senonchè, dopo avere « schemato tutte le Canzoni del secolo XIII
« e quasi tutte quelle del secolo XIV » (p. 4), comprendendo anche alcuni casi dove l'artifizio sembra più fortuito che volontario (§ 5, p. 11), egli giunge alla conclusione che le Canzoni così collegate « sommano a un quarto
« o poco più del numero totale » (p. 15).

[1] *Il collegamento delle stanze mediante la rima nella Canzone italiana dei secoli XIII e XIV.* Studio di Leandro Biadene. Firenze, Carnesecchi, 1885.

[2] *Die Poesie der Troubadours*, Zwickau, 1827, p. 273 e seg.

« Queste cifre dovrebbero dar da pensare a coloro che nell'arte nostra primitiva voglion tutto derivato dai Provenzali e van ripetendo che la prima cosa qui da noi fu per ogni verso imitazione. Ma più ancora esse daranno a pensare se, invece di considerare i lirici dei secoli XIII e XIV in un sol gruppo, li ripartiremo nei quattro periodi storici che ci sono rappresentati dai quattro capiscuola: Giacomo da Lentino, Guittone d'Arezzo, Dante Alighieri e Francesco Petrarca. Si vedrà allora che delle quindici predette maniere alla provenzale
nel 1° periodo ne furono in uso soltanto sei (1α, 2, 4β, 5, 7α, 7β);
nel 2° periodo se ne aggiunsero altre sei (1β, 3, 4α, 6α, 6β, 9);
nel 3° periodo se ne aggiunse un' altra (la sestina);
nel 4° periodo se ne aggiunsero altre due (1γ, 8).

« Onde per questa specie d' imitazione provenzale, venendo dal primo al quarto periodo, si ebbe aumento anzichè diminuzione, e il *minimum* fu appunto in quel periodo dove si credeva il *maximum*. Ciò del resto si conferma anche per altra guisa, estendendo cioè l'osservazione all' uso del *Commiato*, altra parte integrante della Canzone trovadorica. Nessuno dei lirici che conosciamo anteriore a Guittone, fece uso del Commiato ritmicamente distinto dalle altre stanze, e probabilmente l' introduzione di esso nella Canzone italiana si deve proprio a Guittone medesimo, il quale anzi non si contentò sempre di un Commiato solo, ma spesso ne usò due e talvolta perfino tre, tanto il « provenzal labore » eccitava i suoi gusti bizzarri.

« Ma della minore intensità degl' influssi provenzali nel periodo delle origini mi riservo di parlare più estesamente quanto prima trattando di Giacomo da Lentino, dei suoi contemporanei e dei suoi imitatori. Qui mi limito a qualche altra nota sull' interessante studio del dott. Biadene.

« Al § 1α gli sfuggì la Canzone di Burnetto Latini, n. 181 del Cod. Vat. 3793; al § 4β era da aggiungere la Canzone del Re Enzo, n. 65 del Cod. Laurenz.-Red. 9, che presenta l'unico esempio a me noto di stanza con due *chiavi*.

« E venendo a questa denominazione della *chiave*, avverto che i trovatori portoghesi diedero allo stesso artifizio il nome di *palabra perduda* (¹): onde il supposto della sua origine ocitanica risulta sempre più problematico, trovandosi che dovunque esso ebbe un nome diverso da quello che gli avevan dato i Provenzali.

« Quanto poi alla affermazione che il collegamento sul tipo delle *coblas unissonans* sia stato *prevalente* nella primitiva lirica portoghese, affermazione che l' autore ripete sulla fede del Diez (p. 4, n. 3), essa più non

(¹) V. *Il Canzoniere portoghese Colocci-Brancuti* pubblicato da E. Molteni, Halle, Niemeyer, 1880, p. 4, r. 115.

regge dopo la pubblicazione del Canzoniere Vaticano 4803, di cui il Diez aveva conosciuta solamente una piccola parte. Scorrendo una ad una tutte le 1205 poesie ivi contenute, non vi si troveranno, credo, più di 125 canzoni a *coblas unissonans*, mentre il numero di quelle a *coblas doblas* è anche minore (71); diguisachè di fronte a 196 poesie collegate alla provenzale, ivi restano altre 1009 poesie a *coblas singulars*, e si vede così sempre meglio che il sistema veramente prevalente nella lirica portoghese, come nella italiana, fu appunto quello che nella lirica provenzale era una *eccezione* (1).

« Da ultimo l'egregio autore tocca dalla ragione « per cui la Canzone « italiana abbandonò ben presto la regola della poetica trobadorica di man- « tenere le medesime rime per tutte le stanze » (p. 15), e mi pare che questa volta non sia stato cauto abbastanza, accettando quella che ne diede il dott. Casini. La ragione, scrisse questi « è del tutto linguistica ». Ma la linguistica non poteva esser lì ricordata più fuor di proposito!

« Comincio dal premettere che l'uso delle stesse rime per tutte le stanze, nelle canzoni del primo periodo che sono circa 80, s'incontra non più di 7 volte! Soltanto nel secondo periodo, cioè presso Guittone e i seguaci di lui l'uso della *cobla unissonans* prese sviluppo insieme con altri provenzalismi, e perciò in ogni caso si tratterebbe di spiegare non un *precoce abbandono* bensì un *lento progresso*. Ma sia l'abbandono precoce sia il progresso lento avranno davvero avuto il loro motivo nella minor copia di parole omioteleute che possedeva l'italiano a paragone del provenzale? Bastava dare un'occhiata al portoghese, dove le parole omioteleute sono quasi quante nel provenzale e dove le canzoni a *coblas unissonans* scarseggiano come in italiano, per persuadersi che la « ragione linguistica » qui c'entra proprio per nulla. E un'altra ragione il dott. Biadene cotanto esperto negli studî provenzali l'avrebbe facilmente trovata, se non si fosse qui lasciato preoccupare da un falso preconcetto altrui. Ricordi egli quante volte i trovatori accennano al bisogno di ben *laissar* le loro canzoni che i giullari, portandole in giro oralmente, spesso deformavano nelle peggiori guise. Per essi dunque il trovar modi d'intrecciare sempre più strettamente e quasi d'immobilizzare *los motz* e *las coblas* fu una necessità reale, piuttostochè una vanità di gente dotata di molto spirito e di poco sentimento, come fu detto più volte. Ora si trovarono gl'italiani nelle stesse condizioni? Tutt'altro: qui la lirica circolò più scritta che cantata, e i giullari ben poco ebbero a fare intorno a poeti che furono per la maggior parte uomini di toga. Non c'era dunque in Italia bisogno di *laissar* troppo le stanze, e non ci vuole di più per ispiegare come la moda di quei collegamenti alla provenzale, essendo inutile, non riuscisse ad attecchire ».

(1) V. Bartsch nel *Jahrbuch für romanische und englische Literatur*, I, 175.

Paletnologia. — *Gli antichi oggetti messicani incrostati di mosaico, esistenti nel Museo preistorico ed etnografico di Roma.* Memoria del Socio corr. L. Pigorini. (Sunto).

« Gli oggetti antichi messicani incrostati di mosaico che fino a qui si conoscono sono in tutto diciasette, dodici dei quali trovansi in varî luoghi dell'Europa, e cinque nel Museo Preistorico ed Etnografico di Roma.

« Il Pigorini nella sua Memoria ricorda le illustrazioni che se ne fecero ai giorni nostri e nel secolo XVII, e descrive poi particolarmente quelli del Museo di Roma, che ha fatti rappresentare in una tavola a colori: consistono in due maschere di legno, in due manichi pure di legno per grandi coltelli di pietra, e in uno strumento musicale formato con un femore umano. Il mosaico di cui sono incrostati è generalmente composto di pezzetti di malachite, di turchine e di conchiglie.

« Le maschere sono di quelle che i Messicani mettevano ai loro idoli nei casi di malattia dei re, o di pubbliche calamità; una appartenne ad Ulisse Aldrovandi, e fu illustrata nel *Musaeum metallicum*; l'altra era di Cosimo I de' Medici, e non si sa che venisse mai disegnata. I due manichi portavano in origine la lama di pietra colla quale nel Messico si sacrificavano le vittime umane: facevano parte delle collezioni di Ferdinando Cospi, e se ne veggono le figure nel *Museo Cospiano*. Lo strumento musicale è fin qui un oggetto unico, e di esso sappiamo soltanto che trovavasi nel Museo Archeologico dell'Università di Bologna. Vi rimane attaccato un frammento di cartellino, scritto nel secolo XVII, sul quale si legge ancora chiaramente la parola *Regis*: è verosimile il credere che servisse nelle feste celebrate quando i re messicani assumevano il comando, o che avesse appartenuto a qualcuno degli ultimi di essi ».

Bibliografia. — *Nuovo documento intorno a Tommaso Campanella e bibliografia Luterana.* Nota del Socio corr. Enrico Narducci.

« Ho l'onore di presentare all'Accademia, da parte del dotto mio collega, prof. Francesco Eyssenhardt, bibliotecario della città di Amburgo, il secondo fascicolo di una serie di comunicazioni ch'egli, unitamente al dott. A. von Dommer, con molta accuratezza ed utilità degli studi, ha incominciato a dare in luce dai codici di quella biblioteca [1].

« Dividesi il detto fascicolo in due parti, la prima delle quali, sotto il collettivo titolo di ANACLETA HISPANICA, contiene tre documenti in lingua spagnuola, dei quali il primo è una lettera di Benedetto Aria Montano a

[1] F. Eyssenhardt A. von Dommer, *Mittheilungen aus der Stadtbibliothek zu Hamburg.* II, 1884. Gedruckt bei Th. G. Meissner, E. H. Senats Buchdruckerei, in 8° di 100 pag.

Filippo II, data da Amueros il 18 febbraio 1571, sull'avanzamento e i progressi della Compagnia negli Stati di Fiandra; ed il terzo è una licenza di leggere libri proibiti, rilasciata il 14 maggio 1624 dal vescovo Andrea Pacheco, inquisitore generale apostolico di Spagna, al gran Cancelliere Gaspare de Gusman, conte di Olivares.

« Di ben maggiore importanza, siccome riferibile all' insigne filosofo Tommaso Campanella, è il secondo dei precitati tre documenti. Esso non porta firma nè data, e rivela il timore che si aveva di lui benchè detenuto, e della sua dottrina qui chiamata « diabolica »; poichè, conclude lo scrittore « ha doze años che està preso, y si se soltase reuolueria el mundo »: il che fa risalire il documento intorno all'anno 1611. In esso è data una doppia nota, l'una di fatti e di opere che il Campanella si proponeva di compiere in servizio di Dio e di sua Maestà, l'altra di libri da lui composti. Offre questo documento molta analogia col memoriale dello stesso Campanella al Papa, che Michele Baldacchini pubblicò nel 1847, traendolo dalla biblioteca dei PP. dell'Oratorio di Napoli dei Gerolamini, in appendice al volume secondo della sua *Vita* del Campanella [1], e riprodusse nel 1854 il prof. Alessandro D'Ancona, tra i documenti alla sua edizione delle opere di quel filosofo [2]. Nel documento spagnuolo la nota dei fatti e delle opere che il Campanella prometteva di compiere consta di 17 articoli, cioè 4 di meno che nel documento italiano [3]. Nel primo per altro è più ricca la nota dei libri da lui composti che ascende a 30 articoli, mentre nel secondo si limita a 24, ed è inoltre lasciato in bianco il cognome del regente Martos Geriostola, ad istanza del quale il Campanella scrisse i Discorsi sopra la Monarchia di Spagna.

« La seconda parte contiene il principio della seconda sezione di un lavoro bibliografico intitolato *Autotypen der Reformationszeit*. La qual sezione, che ha per titolo *Luther-Drucke*, abbraccia un' accurata bibliografia luterana dal 1516 a tutto il 1519, composta di 87 articoli, seguita da un indice alfabetico per titoli di opere, e da altri due di ritratti e di tipografi, cui fa seguito, come appendice, una lettera inedita di Lutero alla sua moglie Caterina.

« Ignoro se il Knaake, il quale ha recentemente dato in luce una edizione critica delle opere di Lutero [4], abbia, nella sua parte bibliografica,

[1] *Vita di Tommaso Campanella*, con *Appendice* di lettere del Campanella. — *Filosofia di Tommaso Campanella* Nap., all'insegna dell'Aldo Manuzio 1843-47, 2 vol. 8°. Un elogio del Baldacchini dettato da Luigi Settembrini, leggesi nel fascicolo di agosto 1875 del *Giornale Napoletano di filosofia e lettere.*

[2] *Opere di Tommaso Campanella scelte, ordinate ed annotate da Alessandro D'Ancona*, ecc. Torino, Cugini Pomba e comp. 1852, 2 vol. 12°. Vol. I, pag. CCCXXX.

[3] I medesimi 17 articoli trovansi con varia forma, identici per altro in sostanza, ai n. 5, 6, 8, 7, 17, 3, 9, 2, 10, 14, 13, 15, 16, 19, 20, 21 nel documento italiano.

[4] *Luthers Werke, Krit. Gesammtausg.* Weimar, Bd. I, II. von D. Knaake, 1883-84.

fatto tesoro della importante e copiosissima raccolta luterana, che si conserva qui in Roma nella biblioteca Angelica in S. Agostino, raccolta che si compone di oltre 150 articoli, ed è forse la più ricca che si conservi in una pubblica biblioteca, almeno in Italia. Ciò è facile il comprendere, allorchè si pensi alla dimora fatta da Lutero nel convento degli Agostiniani a S[ta] Maria del Popolo; i cui libri e codici vennero trasportati nell'Angelica; anzi tra questi ultimi uno ve ne ha che porta in fine la firma autografa del celebre riformatore (¹).

« Merita poi grandissima lode l'estensore della accennata bibliografia per la massima accuratezza posta nel descrivere ed illustrare le singole edizioni. Dovendosi ritenere che le opere dell'ingegno tanto più si accostano alla perfezione, quanto maggiormente raffigurano l'evidenza di ciò che si propongono di dimostrare ».

Storia. — *I diritti della casa di Savoja sopra il Marchesato di Saluzzo.* Nota I. del dott. Camillo Manfroni, presentata dai Soci Carutti e Tommasini.

I. « Il marchesato di Saluzzo più che per le geste dei suoi Principi è noto per la lunga contesa cui die' origine il suo possesso contrastato fra la Casa di Savoia e la Casa di Francia nel secolo XVI. L'una e l'altra pretendevano aver diritto alla successione; l'una e l'altra difesero le loro ragioni colle armi, ma più ancora cogli scritti; avvocati e consultori presentarono da ambo le parti lunghissimi memoriali, pareri, confutazioni, per sostenere i diritti del loro signore ed abbattere gli argomenti dell' avversario. Fra questi preziosi documenti io mi propongo di spigolare, per quanto mel permette il limite imposto in questa Memoria, qualche notizia, cogliere i punti più salienti e presentare come in un quadro sinottico al lettore gli argomenti che militano pro e contro ogni documento. Per ora mi contenterò di spingere le mie ricerche fino all' anno 1390, in che la corte di Francia pronunziò una sentenza famosa, della quale mi occuperò in una Memoria successiva.

« Gioverà anzi tutto riassumere brevissimamente alcuni degli avvenimenti che precedettero la costituzione del marchesato, perchè di capitale importanza pel nostro tema. A tutti è noto come la celebre contessa Adelaide, figlia ed erede del marchese Olderico Manfredi, il più potente signore del Piemonte, andasse sposa in terze nozze ad Oddone di Savoia, figlio

(¹) È noto che il card. Marino Caracciolo (20 maggio 1535 — 28 genn. 1538) condannò al fuoco gli scritti di Lutero. Onde Giuseppe Battista 'gli dedicò un sonetto laudatorio; che può leggersi a pag. 189 della parte III delle sue *Poesie meliche*, nelle due edizioni Venete del 1659 e del 1665.

di Umberto Biancamano ed erede, dopo la morte dei suoi fratelli, di tutto il dominio paterno; come alla morte di lei se ne contendessero l'eredità, fra gli altri, Umberto II di Savoja, Corrado di Franconia, figlio dell' imperatore Enrico IV, e Bonifacio del Vasto, nipote di Adelaide. È noto pure che per una serie di favorevoli avvenimenti quest' ultimo riuscisse, malgrado la guerra mossagli da Umberto II, a far sua buona parte del dominio già appartenente a sua zia Adelaide; eccettuate le valli di Susa e d' Ivrea, che dopo la guerra restarono in possesso di Umberto, e la città di Torino, che si rese indipendente e fu poi con la forza sottomessa dai conti di Savoja; e che infine, come ricordo degli antichi diritti della sua Casa alla intiera successione, e come protesta contro l'usurpazione, Amedeo III, figlio di Umberto II assumesse il titolo di *marchese* in *Italia* e *successore di Adelaide per diritto ereditario* (¹). È noto infine che alla morte di Bonifacio (1142) i suoi possessi andarono divisi in sette Stati, chè tanti erano i figliuoli suoi, e Saluzzo col titolo marchionale toccò al primogenito, Manfredo, che gli storici chiamano III, e che noi pure così chiameremo per non ingenerare confusione.

II. « Delle imprese di Manfredo III non occorre qui parlare; solo per noi è importante la guerra chè egli ebbe col conte Umberto III di Savoia. Dice il Guichenon nella sua storia: *Manfroi I du nom* (3° secondo gli altri) *Marquis de Saluces ayant refusé de luy faire hommage de ce que il tenait en fief de lui, fit changer de dessein a ce Prince* (Umberto 3°) *et le porta à entrer a main armée dans le Marquisat, où ayant pris Barges, Scarnafix*, *Busque et Brent* (Bernezzo), *Boniface marquis de Montferrat « s'entremit de les accomoder et depuis prononca en faveur du Comte de « Savoie à Novi le 6 de décembre MCLXIX sa sentence, portant que le « Comte donnerait en fief au Marquis de Saluces ces quatre Villes et outre « ce 60000 florins et que le Marquis ferait hommage au Comte de tout « le Marquisat de Saluces* ».

« Gli storici saluzzesi negano questa sentenza del marchese di Monferrato; l'avea già impugnata fin dal 1300 il marchese di Saluzzo; la riconobbe falsa la sentenza della corte di Francia nel 1390: pur tuttavia v' ha ancora qualcuno che vi presta fede. A questo fatto si attiene tutta la discussione che si farà in seguito; perciò mi fermerò alquanto a ragionare intorno alla pretesa sentenza e al preteso omaggio, e prima riporterò alcuni dei più importanti passi della sentenza medesima (v. Muletti v. I).

III. « *Anno ab incarnatione D. N. MCLXIX.*

« Praesentibus et futuris notum sit quod discordia erat inter *illustres « principes* dominos Amedeum, comitem Sabaudiae ex una parte dñ Manfredum marchionem Saluciarum et dominum Cunei ex altera, videlicet

(¹) Muletti, *Storia diplomatica.* — Carutti, *Umberto Biancamano. Il conte Umberto I e il Re Arduino.* — Guichenon, *Histoire généalogique.*

« *de locis infrascriptis et de toto marchionatu Saluciarum*, scilicet de « loco Bargiarum, Scarnafixi, Busche et Brenecis, qui dictus dñus comes « tenebat dicta loca etc. . . . . in arbitrium se posuerunt « ambo amicabiliter in dño marchio Montisferrati dñ Bonifacium etc........ Ed ecco la sentenza da lui pronunciata:

« Primo quod dictus dominus comes per se et suos heredes det et « livret in feudum dicto dño marchioni Saluciarum stipulanti loca infra- « scripta. Primo locum Bargiarum, Scarnafixium, Buscam et Bernesium etc... « Item quod dictus comes det et tradat de presenti dicto dño marchioni « Saluciarum *florenos sexaginta millia* boni auri et *bone lie* et justi « ponderis Florentiae. Versa vice dñs Ronifacius marchio arbitrator dixit, « arbitravit et pronuntiavit quod dictus dñus marchio Saluciarum per se « et suos heredes teneat et tenere debeat *totum marchionatum Salucia-* « *rum in feudum a supradicto dño* comite et suorum heredum, salvo « jure imperatoris et salvo jure marchionis Montisferrati etc. etc.

« E qui seguono tutte le cerimonie dell' investitura « cum ense eva- « ginato et baculo » e aggiunge: « Praedictus dñs marchio cepit unum « baculum et ipsum posuit in manu dñi comitis in signum donationis totius « marchionatus Saluciarum ».

« Come ben si vede, in questo documento si parla di due cose ben distinte; cioè dell'omaggio pei luoghi di Busca, Scarnafigi, Barge e Bernezzo, e dell' omaggio per tutto il marchesato. Prima di riportare il brano della sentenza del re di Francia che impugna l'autenticità del documento del quale ci occupiamo, osserviamo che nè il Guichenon, nè alcun altro degli storici di Savoia ha mai parlato, prima di quest' anno, di omaggi resi a quei conti pel marchesato o per quei determinati luoghi; nè d' investiture concesse ai marchesi nostri. Osservando poi che i luoghi di Barge, Scarnafigi etc. si trovano tutti nel territorio dell'antica contea d'Auriate, occupata dal marchese Bonifazio del Vasto, subito dopo la morte della celebre contessa Adelaide, sua zia, incominceremo a provare qualche dubbio su questi diritti del conte di Savoia, dubbio che diventerà ancor maggiore, quando si pensi che la sentenza surriferita non accenna ad alcun documento anteriore, ad alcun titolo comprovante il diritto del Savoiardo, e che senza dubbio avrebbe dovuto esistere.

« Quanto poi all'omaggio dell'intiero marchesato, osserviamo che Bonifacio vantava diritto di succedere alla contessa Adelaide; che si impadronì di quelle terre, che le trasmise in retaggio ai suoi figli, senza che mai il nome del conte di Savoia compaia nei documenti. Nessun documento mai, prima dell'anno 1163, dice: « salvo iure dñi comitis Amedei »: come mai dunque questi diritti vengono fuori ad un tratto?

IV. « Ma lasciamo ormai la parola alla corte di Francia, che facilmente ci convincerà della falsità del documento in questione: dopo le parole

del re, udremo la difesa che di quel documento faranno gli avvocati del duca Carlo Emanuele I: in ultimo vedremo quel che ne pensasse nel secolo decimoquarto Gioffredo della Chiesa cronista di Saluzzo. Dice dunque questa famosa sentenza: « Praeterea tempore datae dicti instrumenti nec etiam ex « post per spatium quadraginta annorum, vel circiter non fuerat Comes Sa- « baudiae qui Amedeus vocaretur ».

« E fin qui ha pienamente ragione: perchè nel 1169 il conte di Savoia era Umberto III, e non Amedeo III: ma poi entra a far una distinzione fra i conti di Savoia e i conti di Moriana, distinzione cavillosa e priva di valore storico. Ma più sotto aggiunge: « Nullus etiam tempore datae dicti « instrumenti erat Marchio Montisferrati, qui Bonifacius vocaretur, ulti- « musque Marchio Montisferrati ante dictum instrumentum confectum Gu- « glielmus Longaspata vocabatur, qui contra Saracenos in passu Salhaudini « interfuerat etc. etc. . . . . sed revera tempore dicti instrumenti, si « sic meruisset nominari, quidam vocatus Conrat Marchio Montisferrati « existebat ».

« Vien poi la detta sentenza ad esaminare i nomi dei testimoni firmati e li trova « absque dignitate, et auctoritate » mentre trattandosi di un atto così importante e fra due così nobili personaggi, era presumibile che dovessero assistervi dei baroni, prelati, nobili etc. come era costume di quei tempi. Parla poi della forma dell' atto, del notaio, della somma data dal conte al marchese, infine delle *formalità* nell' atto medesimo descritte e tutto trova irregolare e non conveniente coi costumi, i diritti, le leggi, la cronologia: ne conclude pertanto che l'atto è falso.

« Ma la corte di Francia non pose mente ad un evidentissimo anacronismo, che non isfuggì però al Muletti ed agli altri che quel documento poterono esaminare. Vi si parla di *fiorini d'oro* di Firenze, mentre è cosa notoria che tal moneta fu coniata per la prima volta nella seconda metà del secolo decimoterzo. Di più si dà ad Amedeo e Manfredo il titolo di *illustres principes*, titolo che forse in nessuno dei documenti di quel tempo si trova. Inoltre Manfredo è *dominus* Cunei, mentre Cuneo non gli apparteneva.

« I nomi dei testimoni, i nomi del giudice e delle parti sbagliati, l' accenno ai fiorini, la somma di 60,000 fiorini d'oro per l'alta sovranità di un marchesato, non certo dei più ricchi, i titoli non convenientemente dati: ve ne sarebbe abbastanza per condannare un documento anche se i fatti ai quali accenna fossero sotto ogni riguardo verisimili. Che dire dunque di questo, contro al quale militano tante e tante ragioni storiche e giuridiche?

« Ma sentiamo come lo difendono i consultori della Casa di Savoia. Tutti sfiorano la questione e si fermano volentieri a discutere sulla validità del documento dal lato giuridico e mostran quasi di non accorgersi che la corte di Francia lo ha considerato come falso. Ecco quel che dice il più famoso di quei consultori, Ottaviano Cacherano, gran cancelliere di Savoia.

« Nec etiam urget quod dicitur, non esse verisimile Comitem nume-
« rasse tantam pecuniae quantitatem et quod non esset tunc in rerum
« natura aliquis Bonifacius Marchio Montisferrati . . . . *quia*
« *cum per instrumentum appareat de contrario tolluntur ex adverso alle-*
« *gatae praesumptiones* »; e qui una filza di lunghissime citazioni, che potranno forse esser dottissime, ma che certo non impediscono che quella conclusione sia, per lo meno, molto ridicola.

« Si accusa di falsità un documento ed essi rispondono: Queste cose sono false, ma il documento le dice; dunque son vere. Ma meglio ancora parla Petrino Bello, il celebre giureconsulto: « Alia obiecta, cum non
« sint probata neque sint probabilia et contra ea stet virtus instrumenti publici
« facileque, si esset necesse, nedum ex annalibus, sed etiam per publica
« documenta probaretur contrarium, non sunt habenda in consideratione ».

« Ma come « non sunt habenda in consideratione »? Perchè questi dottori non hanno aperte le cronache di Savoia, non hanno consultate le carte degli archivi; perchè essi, che pur dovean così ben conoscere la storia di Monferrato, non han fatte le necessarie ricerche e non han mostrate false le affermazioni della corte di Francia?. Se avessero cercato, si sarebbero convinti che Amedeo III era morto nel 1149 e che Amedeo IV cominciò a governare molto più tardi cioè nel 1233, e che nessun Bonifacio di Monferrato era in età maggiore in quell' anno.

» Tutti gli altri giureconsulti, su per giù, se la cavano colla stessa facilità e leggerezza, quasi temessero di fermarsi un momento a combattere un' asserzione che distruggeva ogni antica pretesa del loro signore su Saluzzo: tutti si dilungano a parlare della prescrizione, del diritto imperiale, della prorogazione dell' arbitrato e d' altre cose, senza dubbio importantissime, ma che cadevano tutte innanzi alla provata falsità dell'atto.

« Ed ora, prima di concludere, sentiamo che pensasse a questo proposito il cronista Gioffredo Della Chiesa.

« Se conduceno a fare certy patty et cumvencione de essy logy cum
« certe remissione de iniure tale quale come Dio volse: or pur el marchexe
« et soy descendenti hano sempre negato quale convencioni e patty dicendo
« che erano false, ficticie, allegando ragioni evidentissime che sarebbe tropo
« longo scriuere; cossy le passeremo sotto silenzio ». Peccato! sarebbe stato assai utile per noi il conoscere se altre ragioni oltre quelle accennate nella sentenza, inducessero i nostri marchesi a negar fede all' arbitrato di Bonifacio. Sappiamo ad ogni modo che delle ragioni evidentissime ve n' erano e molte: ora possiamo concludere.

« Il documento è falso; lo avea già riconosciuto la corte di Francia da alcuni indizi, altri indizî di falsità furono scoperti più tardi dagli storici: non vi può cader dubbio alcuno.

V. « Ma, respingendo il documento portato dalla casa di Savoia a

provare l' antichità delle sue ragioni sul marchesato di Saluzzo, si potrà con ugual facilità concludere che quei conti non avessero alcun diritto sui luoghi di Busca, Scarnafigi, Bernezzo e Barge? — Logicamente mi pare che no.

« I marchesi nostri, e lo vedremo ben presto, non si fecero molto pregare per rendere omaggio e ricevere investitura dai conti di Savoia per le terre, che sopra ho ricordate: segno evidente che i loro maggiori (nè il come, nè il quando noi possiamo esattamente stabilire) avean già prestato quell' omaggio: solo recisamente negarono l'alta sovranità della Casa di Savoia su tutto il marchesato. Senza ricorrere ad ipotesi, che potrebbero essere soverchiamente arrischiate, si può concludere che i conti di Savoia, al tempo della famosa lite del 1390, per provare l'antichità dei loro diritti su Saluzzo, in opposizione ai Delfini che presentavano un falso atto di investitura del 1210, abbian alla loro volta presentato il falso documento del 1169, ampliando e modificando un atto di omaggio, che senza dubbio dovea esistere pei luoghi di Scarnafigi, Busca, Bernezzo e Barge: ma che colui, al quale questa modificazione era stata affidata, sia caduto per imperizia in quegli anacronismi che sopra ho ricordati.

VI. « Ed ora ritorniamo alla storia. Il marchese Manfredo III non ebbe altre relazioni colla Casa di Savoia e morì nell'anno 1175. Dalla moglie Eleonora, che si crede della casa di Torre Arborea, ebbe un figlio, anch'esso per nome Manfredo, quarto di questo nome, che fu il secondo marchese di Saluzzo e sposò Adelaide di Monferrato. Fu in buone relazioni colla Casa di Savoia, perchè cognato di Bonifacio, marchese di Monferrato e tutore del conte Tommaso I; e quantunque Gioffredo della Chiesa parli di una guerra avvenuta nel 1200 fra lui e Tommaso, deve esser stata cosa di ben poco momento, poichè neppur le cronache di Savoia ne fanno motto. In gravissimo pericolo si trovò invece poco dopo, circa l'anno 1210, in cui si pretende sia avvenuto il primo omaggio feudale al Delfino di Vienna. Narra il nostro cronista, il quale in ciò concorda colla solita sentenza, che circa quest'anno il conte « Romond Balangero » invocato dai cittadini di Cuneo contro il marchese Manfredo, prese le armi ed invase gli Stati di lui: che Adelaide, essendo il marito a Torino al seguito dell' imperatore Ottone IV, trovandosi impotente a resistere di per se sola al terribile conte di Provenza, ricorse all'aiuto del Delfino di Vienna, Guido, e « recognoby di tenir da quela hora « inanti el marchexato in nobile et paternale feudo. . . . . . da esso guigo « dalphino e cossy lo infeuda in perpetuo per luy et soy heredy et succes- « sori dalphini di Vienna. » In contraccambio di quest'omaggio, il Delfino le avrebbe dato un soccorso di denari e di armati, coi quali avrebbe respinto e sconfitto il conte di Provenza.

« Ma la Casa di Savoia ha a sua volta negata l'autenticità del relativo documento di omaggio (1210, 3 agosto) allegando ragioni diplomatiche e giuridiche. Quanto alle prime notava:

1° « Che Adelaide assume nel documento il titolo di « Comitissa Pedemontis » che non poteva spettarle e che in nessun altro atto si trova.

2° « Che l'indizione era errata, perchè in quell'anno ricorreva la decimaterza, e nel documento era notata invece l'ottava.

3° « Che Adelaide non faceva alcuna menzione di Manfredo IV, che pur era vivo e non lontano.

Le ragioni giuridiche poi si possono ridurre a questa sola, che Adelaide, come donna, non avea diritto nè facoltà di rendere omaggi e ricevere investiture. Potrei riportare moltissimi pareri di consultori legali che impugnano o difendono il documento: ma me ne astengo, perchè si può facilmente dimostrare la falsità di quest'atto con ben altre prove di quelle addotte dai procuratori di Savoia.

VII. « L'indizione è errata; è nominato l'imperatore Federigo, mentre in quell'anno regna Ottone IV; errato è il nome dell'abate di Staffarda che, a nome della contessa, presta omaggio al Delfino; Adelaide si chiama *figlia di Olderico* e nipote del Delfino, anacronismo grossolano; poichè Adelaide, figlia di Olderico, era morta nel 1090, cioè più d'un secolo prima; mentre questa Adelaide, moglie e non nonna [1] del marchese Manfredo IV, ancora vivente, era figlia del marchese Bonifacio di Monferrato e non avea pertanto alcuna parentela coi Delfini di Vienna.

« La maggior parte di questi grossolani errori non furono avvertiti dai consultori di Savoia, i quali si affannarono a dimostrare che, quand'anche l'omaggio fosse stato realmente prestato, dovea essere di necessità nullo.

« Invece i marchesi di Saluzzo che vedevano in quel documento un mezzo per sottrarsi all'omaggio preteso dalla Casa di Savoia, finsero di crederlo vero ed autentico e ripetutamente lo confermarono e lo ratificarono.

« Non si potrebbe però da queste ratifiche e da queste conferme concludere che i marchesi nostri avessero coscienza dell'autenticità dell'atto stesso.

« Possiamo dunque con certezza affermare che almeno fino all'anno 1210 i nostri marchesi non aveano ancora prestato alcun omaggio per il *marchesato* nè ai Delfini, nè ai conti di Savoia. Per averne una prova più evidente e manifesta basterà ricordare che nel 1213, Manfredo IV concluse da pari a pari, come signore indipendente, con Tommaso di Savoia un trattato, col quale prometteva di dare sua nipote Agnese, figlia del morto Bonifacio, in matrimonio al primogenito del conte, assegnandole in dote la metà del marchesato, cioè Roncaglia, Envie, Barge, Saluzzo, Brondello ed altri paesi a condizione che, se Agnese morisse senza avere figli, tutto dovesse tornare alla sua famiglia ».

[1] Adelaide fu, è vero, nonna di un marchese Manfredo e reggente del marchesato in nome di lui; ma ciò avvenne nel 1215, cioè dopo la morte di Manfredo IV, di questo nome, al quale era premorto l'unico maschio, Bonifacio. Manfredo V, figlio di questo Bonifacio, stette allora sotto la tutela della nonna Adelaide.

Archeologia. — Il Socio Fiorelli presenta le *Notizie* sulle scoperte di antichità, delle quali fu informato il Ministero durante lo scorso mese di aprile, e che si riferiscono ai seguenti luoghi:

« *Torino*. Avanzi delle mura romane appartenenti al recinto di *Augusta Taurinorum*. — *Cassano - Magnano*. Sepolcro gallo-romano rinvenuto a poca distanza dall'abitato, sulla strada che mette a Fagnano-Olona. — *Chiusi*. Ghianda missile con iscrizione etrusca ritrovata in vicinanza della città, e corniola incisa proveniente dall'agro chiusino. — *Orvieto*. Prosecuzione degli scavi della necropoli volsiniese in contrada Cannicella. — *Colonna* (comune di Castiglioni della Pescaia). Scavi nella necropoli vetustissima di Vetulonia. — *Corneto - Tarquinia*. Scavi della necropoli tarquiniese a Villa Tarantola in contrada Monterozzi. — *Roma*. Scavi e scoperte nelle regioni IV, V, VI, VII, VIII, IX, XIII, XIV e nelle Vie Appia e Tiburtina. — *Grottaferrata*. Frammento di statua egizia ed avanzo epigrafico latino rinvenuto nelle rovine del Castel Savello denominato Borghetto, presso Grottaferrata. — *Nemi*. Scavi nell'area del tempio di Diana Nemorense presso il lago di Nemi, ed oggetti votivi colà rinvenuti. — *Ardea* (Comune di Genzano di Roma). Frammenti epigrafici ed oggetti trovati nel territorio ardeatino. — *Fondi*. Oggetti antichi scoperti nella via Vitruvio, e cippo con iscrizione greca trovato vicino a Porta Napoli. — *Pompei*. Scavi nell'isola 2ª, reg. VIII, e nell'isola 5ª, reg. IX. — *Tolentino*. Frammento d'iscrizione latina, riconosciuto tra i marmi decorativi dell'antica chiesa di S. Catervo. — *Urbisaglia*. Bolli fittili scoperti nell'area dell'antica città. — *Sant'Omero*. Epigrafe latina trovata presso la chiesa di S. Maria a Vico nella Valle del Vibrata. — *Pentima*. Nuovi rinvenimenti nell'agro corfiniese, e lapide latina trovata in contrada Pero dei Corvi. — *Pattada*. Oggetti antichi rinvenuti nella regione Lerone, ed acquistati pel Museo di Cagliari ».

Chimica. — *Sul dipseudo-acetilpirrolo.* Nota dei dott. G. Ciamician e P. Silber, presentata dal Socio Cannizzaro.

« In una Nota presentata a questa Accademia il 15 marzo 1885 abbiamo dimostrato che il vero acetilpirrolo si trasforma per ulteriore azione dell'anidride acetica a temperatura elevata in dipseudoacetilpirrolo o pirrilendimetildichetone. Essendo inoltre noto che il pirrolo dà con l'anidride acetica il vero ed il pseudoacetilpirrolo e che questo può venir trasformato in dipseudoacetilpirrolo identico a quello che si ottiene dall'altro isomero, noi abbiamo riscaldato il pirrolo con anidride acetica a temperatura elevata in tubi chiusi, con la speranza di ottenere così direttamente il dipseudoacetilpirrolo e di conseguire forse un rendimento migliore di quello avuto finora.

« Le esperienze hanno confermato la nostra aspettativa: la quantità di dipseudoacetilpirrolo che si ottiene direttamente dal pirrolo corrisponde al 33 °/₀ della sostanza impiegata, mentre partendo dal pseudoacetilpirrolo si ha soltanto il 38 °/₀ di pseudoacetilpirrolo.

« Avendo perciò potuto semplificare la preparazione di questa singolare sostanza, è nostra intenzione di farla oggetto di uno studio particolare, perchè malgrado il lavoro assiduo che l'uno di noi assieme ad altri chimici ha già consacrato allo studio del pirrolo e dei suoi derivati, pure il numero dei composti conosciuti di questa serie è ancora affatto insufficiente per stabilire esattamente la costituzione del pirrolo. Il lento procedere delle ricerche in questo senso è dovuto in parte al comportamento speciale di questa sostanza che poco si presta a quelle trasformazioni e reazioni generali che vennero con buon successo impiegate in altre serie di composti.

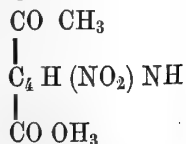
« Nella presente Nota diamo un breve cenno delle esperienze da noi finora eseguite sul dipseudoacetilpirrolo, riserbandoci di ritornare più estesamente sull' argomento quando avremo condotto a termine il lavoro.

« Per ottenere il pirrilendimetildichetone direttamente dal pirrolo si riscaldano 5 gr. di questo con 50 gr. di anidride acetica in tubi chiusi a 240° - 260° per sei ore. Il contenuto dei tubi è formato da materia nera ed in parte carbonizzata che si fa bollire con acqua aggiungendo carbonato sodico per neutralizzare l'acido acetico. Si filtra e si esaurisce il residuo insolubile carbonoso con acqua bollente. Per raffreddamento del liquido, che è colorato in giallo, si depone una parte del dipseudoacetilpirrolo in forma di lunghi aghi gialli, per ottenere quella parte della materia che rimane in soluzione si agita il liquido parecchie volte con etere. Il prodotto viene fatto cristallizzare alcune volte dall' acqua bollente ed ha tutte le proprietà del pirrilendimetildichetone descritto per la prima volta da uno di noi assieme al dott. Dennstedt [1].

Azione dell' acido nitrico fumante sul dipseudoacetilpirrolo.

« Il dipseudoacetilpirrolo si trasforma facilmente in un nitrocomposto trattando la sostanza polverizzata con un eccesso di acido nitrico fumante.

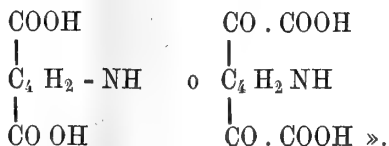
« Il prodotto che si forma, e che viene estratto con etere dalla soluzione nitrica diluita con acqua, ha il comportamento di un acido e fonde a 149°. Esso ha la composizione di un

Mononitropirrilendimetildichetone

$$\begin{array}{l} CO\ CH_3 \\ | \\ C_4\ H\ (NO_2)\ NH \\ | \\ CO\ OH_3 \end{array}$$

[1] Vedi Ciamician e Dennstedt: *Studi sui composti della serie del pirrolo*, parte VIII. *Sull'azione di alcune anidridi organiche sul pirrolo.*

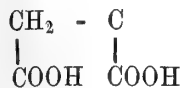
« Noi non crediamo che questo sia il solo prodotto che si forma nella azione dell'acido nitrico sul dipseudoacetilpirrolo, e presentemente siamo occupati con lo studio ulteriore di questa reazione.

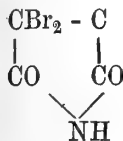
« Noi abbiamo pure tentato di ossidare il dipseudoacetilpirrolo col camaleonte in soluzione alcalina, ed abbiamo ottenuto un prodotto che potrebbe avere una delle due formole seguenti:

$$\begin{array}{l} COOH \\ | \\ C_4\,H_2 - NH \\ | \\ CO\,OH \end{array} \quad o \quad \begin{array}{l} CO\,.\,COOH \\ | \\ C_4\,H_2\,NH \\ | \\ CO\,.\,COOH \end{array}$$ ».

Chimica. — *Sulla costituzione del pirrolo.* Nota del dottore G. Ciamician, presentata dal Socio Cannizzaro.

« In una sua recente pubblicazione, Vittorio Meyer, fa alcune considerazioni sulla costituzione del tiofene, che gli furono suggerite dalla scoperta, fatta ultimamente, di tre tribromotiotoleni isomeri (1). I fatti ai quali egli accenna nella sua Nota potrebbero condurre ad una formola del tiofene diversa da quella fin'ora generalmente ammessa, e che differirebbe da questa principalmente per la ineguale distribuzione dei quattro atomi d'idrogeno fra i quattro atomi di carbonio contenuti nella molecola del tiofene.

« I fatti singolari esposti da V. Meyer e la grande analogia che il tiofene ha col pirrolo mi inducono a richiamare l'attenzione dei chimici sopra alcune esperienze fatte da me assieme al dott. P. Silber che potrebbero non esser prive d'interesse. Il pirrolo (2) ed alcuni dei suoi derivati si trasformano facilmente per azione del bromo in presenza di acqua o di soluzioni alcaline o per azione dell'ipoclorito sodico in *imide bibromomaleica* od in *acido bicloromaleico.* Ammettendo ora, come generalmente si suole fare, per l'acido maleico la formola:

$$\begin{array}{ll} CH_2 & - \; C \\ | & \;\;| \\ COOH & COOH \end{array}$$

risulterebbe per l'imide bibromomaleica la formola

$$\begin{array}{ccc} CBr_2 & - & C \\ | & & | \\ CO & & CO \\ & \diagdown \diagup & \\ & NH & \end{array}$$

(1) Berl. Ber. XVIII 1326 (11 maggio 1885).

(2) Gazzetta Chim. Ital. XIV 356.

« Se si può credere che l'ossidazione del pirrolo in questi casi avvenga senza trasposizioni molecolari, il pirrolo potrebbe avere anch' esso una formola assimetrica.

« Sarebbe interessante di studiare anche il comportamento del tiofene con gli ipocloriti ed ipobromiti alcalini.

« Io credo che pel momento non sia opportuno di aggiungere altro alle poche osservazioni che ho fatte, nè credo sia lecito di proporre fino d'ora una nuova formola per il pirrolo, anche considerandola come l'espressione d'un ipotesi che va presa con la massima riserva ».

Fisica. — *Considerazioni sopra alcune relazioni tra le velocità di efflusso, i calori specifici e le velocità molecolari dei gas.* Nota III (¹) del dott. De Franchis, presentata dal Socio Blaserna.

« Pei gas possono darsi due casi:

« Primo. — Che la temperatura sia tale che le molecole vibrino con sufficiente velocità perchè la forza che si sviluppa e le rende indipendenti dai centri di aggruppamento, e perciò dotate di moti progressivi, sia maggiore della coesione R, anche quando la distanza fra le particelle sia nulla. In questo caso si può comprimere il gas sino a portare le particelle a mutuo contatto, facendogli occupare un volume press' a poco uguale a quello delle sue molecole, senza che cessi lo stato gassoso.

« A questo limite una diminuzione infinitamente piccola che si voglia far subire al volume, importa un incremento infinitamente grande nella pressione, perchè non è più la forza viva delle particelle che si oppone, bensì la impenetrabilità delle molecole ed i moti interni dei loro atomi.

« In tali condizioni sono i gas ad una temperatura superiore al punto d'ebollizione o punto critico.

« Secondo. — Può darsi che il gas si trovi al disotto di questo limite di temperatura. Vi sarà allora una distanza d, minore del raggio r della sfera d'azione, alla quale portando per la pressione le molecole, la forza R che tende a legarle assume il valore uguale alla forza ingenerata dai movimenti, e che tende a tenerle disgiunte, arrivati appena a questo limite, un aumento anche piccolo nella pressione farà trasformare le traettorie, riducendole ad avere un raggio finito, e due o più molecole si legano per formare una molecola di liquido, la quale potrà anche assumere un movimento rettilineo, ma tale che la forza viva media di essa sia uguale alla forza viva media delle gassose in mezzo alle quali si trova. In tal maniera nel mentre la forza viva del sistema diminuisce, la forza viva dell' unità di volume e la temperatura restano costanti mentre avvi apparizione di calore o di lavoro esterno.

(¹) V. pag. 331 di questo volume.

« In quest'ultimo caso per tale aumento nella pressione il volume diminuisce di più di quello che indichi la legge di Boyle, sino a che si formi un numero di molecole complesse tale da far divenire la distanza fra due molecole appena maggiore di d. A questo punto non si formano più altre molecole liquide.

« Le μ molecole che si legano ν a ν non restano sempre tali, dapoichè pei moti stessi interni del gas, diminuendo presso ad esse la pressione, esse si *disassociano;* ma nello stesso tempo, aumentando nel medesimo rapporto la pressione in un altro punto della massa gassosa, altre molecole e nello stesso numero si associano, in modo che si mantenga un equilibrio mobile, cioè che resti costante il numero $\frac{\mu}{\nu}$ di molecole complesse.

« Se si fa allora diminuire la pressione, senza che il gas esegua alcun lavoro esterno, il numero delle molecole che si disassociano diviene maggiore di quelle che si associano, e vi sarà sparizione di calore; il contrario avverrà per la compressione.

« Un tale fatto può anche aver luogo in un gas perfetto, per la ineguale distribuzione delle sue molecole, le quali, in certi casi, per effetto delle collisioni della interferenza ecc., possono possedere una velocità tale, da rendere possibile l'associazione. In tal caso le molecole di maggior complessità assumono un moto di proiezione e rimangono sospese nel gas, movendosi in modo che la loro forza viva media sia uguale alla forza viva media delle molecole meno complesse; in modo che la velocità media di queste ultime stia alla velocità media delle complesse come $1:\sqrt{2}:\sqrt{3}:2\ldots$; secondo che 2, 3, 4... molecole si legarono per formarne una complessa.

« Nel caso che tutte le N molecole, contenute in una unità di volume, si leghino ν a ν per formare N_1 molecole di massa ν volte più grande, noi avremo:

$$N_1=\frac{N}{\nu}\;;\; m_1=m\nu\;;\; mw^2=m_1w_1^2 \text{ e } w_1^2=\frac{w^2}{\nu}$$

come avviene portando il vapore del solfo da 860° a 500°.

« La pressione passa allora dal valore P al valore:

$$=P_1\frac{1}{3}m_1w_1^2N_1=\frac{1}{3}\frac{mw^2N}{\nu}=\frac{P}{\nu}\,.$$

« Se questo gas si porta ora sotto la pressione P, esso occuperà il volume $V_1=\frac{V}{\nu}$ essendo V il volume che esso avrebbe avuto alla stessa temperatura prima dell'associazione delle sue molecole. Nel caso del solfo $\nu=3$.

« Nei corpi composti, se i rapporti dei numeri degli atomi eterogenei nella molecola restano costanti, si hanno i fenomeni di polimeria, quale è il caso dell'ipoazotide ecc.; diversamente si ha l'associazione o la dissociazione chimica.

« Nel più dei casi non sono tutte le molecole che si associano per formare molecole più complesse, bensì un certo numero μ di esse. In questo caso se la pressione prima è

$$P = \frac{1}{3} m w^2 N$$

avvenuta l'unione delle μ molecole a ν a ν essa diviene

$$P_1 = \frac{1}{3} m w^2 \left\{ N - \mu \frac{\nu - 1}{\nu} \right\}$$

« Cioè l'unità di volume sotto la pressione P_1 conterrà $N - \mu \left(1 - \frac{1}{\nu}\right)$ molecole, delle quali $\frac{\mu}{\nu}$ si muovono con una velocità il cui quadrato medio è $\frac{w^2}{\nu}$.

« Il valore di ν che si può trovare sperimentalmente ci fa conoscere il valore del rapporto $\frac{N}{\mu}$ per la relazione

$$\frac{N}{\mu} = \frac{P\left(1 - \frac{1}{\nu}\right)}{P - P_1}$$

μ varia colla temperatura, e per ciascuna temperatura con la pressione. Esso cresce, quando cresce la pressione e quando si abbassa la temperatura.

« ν dipende invece solo dalla temperatura e per tutti i gas esiste una temperatura per la quale ν è uguale alla unità. Per una stessa temperatura ν è costante qualunque si fosse la pressione ed esso diminuisce con la temperatura.

« Si deduce inoltre che quando un corpo gassoso può aversi a quella temperatura, per la quale può aversi liquido, a tale temperatura ν ha due valori. Il volume allora diminuirà enormemente all'atto della liquefazione, se la pressione che abbisogna è piccola e la temperatura bassa, cioè se il valore di ν è grande; ed invece la diminuzione di volume sarà piccolissima, ed anche nulla, se la temperatura è molto elevata, e per conseguenza la pressione molto forte: in questo caso si costateranno i fenomeni di continuità tra lo stato solido ed il gassoso, ecc.

« È in tale modo che possiamo spiegarci i risultati delle esperienze di Regnault, per verificare la legge di Mariotte [1], che il Clausius ed il Maxwell spiegarono col viriale; il perchè i calori specifici del cloro e del bromo non soddisfano alla legge di Dulong e Petit; come pure, perchè i gas dilatandosi senza produrre lavoro esterno si abbassano di temperatura,

[1] Memoires de l'Académie des sciences de Paris, 1847, pag. 329.

accennando ad un lavoro di disgregamento, come sperimentalmente trovarono Thomson e Joule ([1]) ed il Cazin ([2]); non che molti altri fatti finora ritenuti anomali ed inesplicati.

« Il fenomeno di associazione e dissociazione molecolare avviene anche nello stato liquido, ed alla superficie costituisce l'evaporazione.

« Nella interna massa quando avviene l'equilibrio mobile di associazione e dissociazione, la molecola liquida si disassocia completamente e due molecole contigue scambiano alcuni dei loro elementi, propagandosi tal fenomeno nella interna massa del liquido al modo dei moti vibratori.

« È con una teoria simile che il Grotthus pria, ed il Clausius poi, spiegarono i fatti della elettrolisi dei liquidi.

« Così un liquido tiene disciolto il proprio vapore al modo stesso come può tenere in soluzione dei gas; ed un gas contiene il proprio liquido in sospensione appunto come può contenere altri vapori.

« Quando le condizioni di temperatura e di pressione sono tali che il numero delle molecole liquide nuotanti come gassose nel gas della stessa sostanza è molto grande, noi diciamo che il gas è in vicinanza al *punto di liquefazione* ed esso allora è un *vapore* ».

Matematica. — *Intorno alla Nota del sig. Spottiswoode: « Sur les invariants et les covariants d'une fonction transformée par une substitution quadratique ».* Nota II. ([3]) del dott. Giulio Pittarelli, presentata dal Socio Blaserna, a nome del Socio Battaglini.

b) Forma H. ($=2$H dell'autore).

« Questa forma si ricava, com' è noto, dalla seconda polare di F, ponendo $y_1 = F'_2$, $y_2 = -F'_1$ e moltiplicando per F'^2_x: così in prima si ha

$$H = H_x^4 = (U\alpha)(U\beta)(bF')^2 a_x^2 F'^2_x - \frac{1}{3}(U\Theta)^2 F_x^4 .$$

« La prima parte del secondo membro si trae pure dalla seconda polare, scritta coi simboli U', Θ', $d\delta$, $c\gamma$, col porvi $y_2 = b_1$, $y_1 = -b_2$; ed a riduzioni fatte si trova

$$H = (U\alpha)(U\beta)(U'\gamma)(U'\delta)(bd)^2 a_x^2 c_x^2 - \frac{2}{3}(U\Theta)^2 F_x^4 = L - \frac{2}{3}(U\Theta)^2 F_x^4 .$$

« L' espressione indicata da L, per le (12) e per l' identità

$$\text{(V)} \qquad (U\Theta)(U'\gamma) = (UU')(\Theta\gamma) - (U\gamma)(\Theta U'),$$

prende la forma:

$$L = (U'\Theta)^2 (U\alpha)(U\gamma) a_x^2 c_x^2 + (UU')(U\alpha)(U'\Theta)(\Theta\gamma) a_x^2 c_x^2$$

([1]) Ann. de chim. et de phys. 3. S. t. XIV.
([2]) Comptes Rendus de l'Ac. des scienc. t. LXVI, p. 483.
([3]) V. pag. 327 di questo volume.

e successivamente, mutando U in U′ e prendendo la semisomma delle espressioni,

$$L = (U\Theta)^2 F_x^4 + \frac{1}{2} (UU')(\Theta\gamma) \left\{ (U\alpha)(U'\Theta) - (U'\alpha)(U\Theta) \right\} a_x^2 c_x^2$$

$$= (U\Theta)^2 F_x^4 - \frac{1}{2} (UU')^2 (\Theta\alpha)(\Theta\gamma) a_x^2 c_x^2$$

e per la (6)

$$L = (U\Theta)^2 F_x^4 + \frac{1}{4} (UU')^2 \Omega_x^2 \Omega'^2_x .$$

« Definitivamente adunque

$$H = \frac{1}{4} (UU')^2 \Omega_x^2 \Omega'^2_x + \frac{1}{3} (U\Theta)^2 F_x^4 .$$

c) Forma j. $=$ (6J dell'autore).

« Dal valore trovato di H si deduce

$$j = \frac{1}{4} (UU')^2 (F\Omega)^2 (F\Omega')^2 + \frac{1}{3} (U\Theta)^2 (FF')^4 .$$

« Qui non si deve ricercare che il valore di $(F\Omega)^2 (F\Omega')^2$, adoperando la forma polare $F_x^2 F_y^2$ ed avendo riguardo alla seguente proprietà della forma Ω_x^2, che, cioè:

$$\alpha_y (a\Omega)^2 \equiv 0 ,$$

qualunque sia $y_1 : y_2$ (Infatti le coppie di elementi x, $\alpha_y a_x^2$ ed Ω_x^2, sono coniugate armoniche tra loro, e perciò è nullo il loro invariante $\alpha_y (a\Omega)^2$) (¹). Ponendo perciò nella $F_x^2 F_y^2$ $x_1 = \Omega_2$, $x_2 = -\Omega_1$, $y_1 = \Omega'_2$, $y_2 = -\Omega'_1$, si ha successivamente

$$(F\Omega)^2 (F\Omega')^2 = (U\alpha)(U\beta)(a\Omega)^2 (b\Omega')^2 - \frac{1}{3} (U\Theta)^2 (\Omega\Omega')^2$$

$$= - \frac{1}{3} (U\Theta)^2 (\Theta\Theta')^2 .$$

« Con questi valori e con quello di $(FF')^4 = i$, si trova subito

$$j = (\Theta U)^2 \left\{ \frac{2}{9} \overline{(\Theta' U')^2}^2 - \frac{1}{4} (U'U'')^2 (\Theta\Theta')^2 \right\} .$$

« Coi simboli dell'autore si ha

$$J = \frac{1}{6} j = \frac{1}{27} K (8K^2 - 9D\square) ,$$

e non, com' egli scrisse

$$J = \frac{1}{27} K (8K^2 - 3D\square) .$$

(¹) Si ha $\alpha_y (a\Omega)^2 = \alpha_y (bc)(\beta\gamma)(ab)(ac) = -\frac{1}{3} (ab)(bc)(ca) \left\{ (\beta\gamma)\alpha_y + (\gamma\alpha)\beta_y + (\alpha\beta)\gamma_y \right\} \equiv 0$, essendo tale la somma in $\{\ \}$. Cfr. la teoria delle forme binarie cubiche, per la forma $(a\Delta)^2 a_x$ identicamente nulla.

« Con tal valore di J fu calcolato anche il discriminante, il quale perciò dovrà esser corretto, come vedremo.

d) Forma T. $(=2\Phi$ dell'autore).

« Dalla prima polare di H

$$H_y H_x^3 = \frac{1}{4}(UU')^2 \Omega_y \Omega_x \Omega'^2_x + \frac{1}{3}(U\Theta)^2 F'_y F'^3_x$$

si ricava subito, osservando che $(FF') F_x^3 F'^3_x \equiv 0$,

$$T = T_x^6 = \frac{1}{4}(UU')^2 (F\Omega)\Omega_x F_x^3 \Omega'^2_x,$$

dove rimane a calcolare la forma $(F\Omega) F_x^3 \Omega_x$.

« Dalla prima polare di F si deduce tosto

$$\begin{aligned}(F\Omega) F_x^3 \Omega_x &= (U\alpha)(U\beta)(b\Omega) a_x^2 b_x \Omega_x \\ &= (U\alpha)(U\beta)(bd)(cd)(\gamma\delta) d_x a_x^2 b_x \\ &= \frac{1}{2}(U\alpha)(U\beta)(\gamma\delta) a_x^2 \left\{ bd)^2 c_x^2 + (cd)^2 b_x^2 - (bc)^2 d_x^2 \right\}\end{aligned}$$

per l'identità (I).

« La seconda parte, che ha il fattore $(\gamma\delta)(cd)^2$ identicamente nullo, sparisce; l'ultima parte, mutando nel fattore $-(\gamma\delta)(bc)^2 d_x^2$ c in d e γ in δ, diviene identica alla prima, perciò

$$\begin{gathered}(F\Omega) F_x^3 \Omega_x = (U\alpha)(U\beta)(\gamma\delta)(bd)^2 a_x^2 c_x^2 \\ = (U\Theta)(\gamma\Theta)(U\alpha) a_x^2 c_x^2 = -\frac{1}{2}(U\Theta) a_x^2 c_x^2 \left\{ (U\alpha)(\Theta\gamma) + (U\gamma)(\Theta\alpha) \right\}.\end{gathered}$$

« Introducendo il covariante

$$V_x^2 = (U\Theta) U_x \Theta_x \qquad (=2\Theta \text{ dell'autore})$$

si ha chiaramente

$$(V\alpha)(V\gamma) = \frac{1}{2}(U\Theta)(U\alpha)(\Theta\gamma) + \frac{1}{2}(U\Theta)(U\gamma)(\Theta\alpha).$$

« Cosicchè

$$(F\Omega) F_x^3 \Omega_x = -(V\alpha) V\gamma) a_x^2 c_x^2,$$

e perciò, scrivendo $b\beta$ in vece di $c\gamma$,

$$T = T_x^6 = -\frac{1}{4}(UU')^2 . \Omega_x^2 . (V\alpha)(V\beta) a_x^2 b_x^2 .$$

4. « La forma $(V\alpha)(V\beta) a_x^2 b_x^2$ si ottiene evidentemente eliminando y tra le due $a_y a_x^2 = 0$ e $V_y^2 = 0$, ed è perciò analoga alla F_x^4: chiamiamola $\Phi = \Phi_x^4$ (¹).

(¹) È la forma (P, Q, R) $(V, V')^2$ dell'autore.

« Per càlcolare le forme appartenenti a Φ, basta mutare nelle $i, j, \mathrm{H}, \mathrm{T}$ F in Φ ed U in V. Così:

$$i_\varphi = \frac{2}{3}\overline{(\mathrm{V}\Theta)^2}^2 - \frac{1}{2}(\mathrm{VV}')^2(\Theta\Theta')^2,$$

$$j_\varphi = (\mathrm{V}\Theta)^2\left\{\frac{2}{9}\overline{(\mathrm{V}\Theta)^2}^2 - \frac{1}{4}(\mathrm{VV}')^2(\Theta\Theta')^2\right\},$$

$$\mathrm{H}_\varphi = \frac{1}{4}(\mathrm{VV}')^2\Omega_x^2\Omega'^2_x + \frac{1}{3}(\mathrm{V}\Theta)^2\Phi_x^4,$$

$$\mathrm{T}_\varphi = -\frac{1}{4}(\mathrm{VV}')^2\Omega_x^2(\mathrm{W}\alpha)(\mathrm{W}\beta)a_x^2 b_x^2,$$

dove

$$\mathrm{W}_x^2 = (\mathrm{V}\Theta)\mathrm{V}_x\Theta_x.$$

« Or $(\mathrm{V}\Theta)^2$ è identicamente nulla, poichè è l'invariante simultaneo (2° armonizzante) del jacobiano $\mathrm{V}_x^2 = (\mathrm{U}\Theta)\mathrm{U}_x\Theta_x$ e di una, Θ_x^2, delle forme costituenti.

« La $(\mathrm{VV}')^2$ è il discriminante di V_x^2, e perciò, com' è noto,

$$(\mathrm{VV}')^2 = \frac{1}{2}(\mathrm{UU}')^2(\Theta\Theta')^2 - \frac{1}{2}\overline{(\mathrm{U}\Theta)^2}^2. \tag{14}$$

« La W_x^2 è il jacobiano di V_x^2 e di una delle forme, la forma Θ_x^2, che costituiscono V_x^2. Perciò, com' è pur noto:

$$\mathrm{W}_x^2 = \frac{1}{2}(\mathrm{V}\Theta)^2\Theta'^2_x - \frac{1}{2}(\Theta\Theta')^2\mathrm{U}_x^2.$$

« Perciò

$$(\mathrm{W}\alpha)(\mathrm{W}\beta)a_x^2b_x^2 = \frac{1}{2}(\mathrm{U}\Theta)^2(\Theta\alpha)(\Theta\beta)a_x^2b_x^2 - \frac{1}{2}(\Theta\Theta')^2(\mathrm{U}\alpha)(\mathrm{U}\beta)a_x^2b_x^2$$
$$= -\frac{1}{4}(\mathrm{U}\Theta)^2\Omega_x^2\Omega'^2_x - \frac{1}{2}(\Theta\Theta')^2\mathrm{F}_x^4.$$

« Onde

$$i_\varphi = -\frac{1}{2}(\mathrm{VV}')^2(\Theta\Theta')^2$$

$$j_\varphi = 0$$

$$\mathrm{H}_\varphi = \frac{1}{4}(\mathrm{VV}')^2\Omega_x^2\Omega'^2_x$$

$$\mathrm{T}_\varphi = \frac{1}{16}(\mathrm{VV}')^2\Omega_x^2\left\{(\mathrm{U}\Theta)^2\Omega_x^2\Omega'^2_x + 2(\Theta\Theta')^2\mathrm{F}_x^4\right\},$$

salvo a sostituire per $(\mathrm{VV}')^2$ il valore (14).

« L' ultima formola, quella che dà il valore di T_Φ, nell'autore non è esatta, perchè in luogo della forma F_x^4 vi figura la $(\mathrm{P}, \mathrm{Q}, \mathrm{R})(\mathrm{V}, \mathrm{V}')^2$. Ce ne possiamo accorgere anche dalla mancanza d' omogeneità in tutta l'espressione nella $\{\ \}$ dell'autore; omogeneità che si riguadagna scrivendovi la forma $(a, b, c)(\mathrm{V}, \mathrm{V}')^2$, ch' è la nostra F_x^4, in luogo della $(\mathrm{P}, \mathrm{Q}, \mathrm{R})(\mathrm{V}, \mathrm{V}')^2$.

5. « Ponendo le abbreviazioni

$$D=(UU')^2,\qquad D'=(U\Theta)^2,\qquad D''=(\Theta\Theta')^2,$$

le formole precedenti possono scriversi come segue:

$$i=\frac{2}{3}D'^2-\frac{1}{2}DD'',\qquad j=D'\left(\frac{2}{9}D'^2-\frac{1}{4}DD''\right)$$

$$H=\frac{1}{4}D\Omega^2+\frac{1}{3}D'F,\qquad T=-\frac{1}{4}D\Omega\Phi$$

$$i_\varphi=-\frac{1}{4}D''(DD''-D'^2),\qquad j_\varphi=0$$

$$H_\varphi=\frac{1}{8}(DD''-D'^2)\,\Omega^2,\qquad T_\varphi=\frac{1}{32}(DD''-D'^2)(D'\Omega^2+2D''F)\,\Omega.$$

6. « La forma composta

$$F_{\varkappa\lambda}=\varkappa F+\lambda H=0$$

per $\varkappa:\lambda=-\frac{1}{3}D'$, porge:

$$-\frac{1}{3}D'F+H=\frac{1}{4}D\Omega^2$$

ossia, prescindendo dal fattore $\frac{1}{4}D$, il quadrato Ω^2 della forma Ω. Perciò Ω dev'essere un covariante quadratico di T; come fu infatti trovato. Gli altri due covarianti quadratici (irrazionali nei coefficienti) saranno i fattori della forma Φ. D'altro canto è noto che i covarianti quadratici di T sono forniti dalle tre forme $F_{\varkappa\lambda}$ che diventano quadrati esatti per quei valori di $\varkappa:\lambda$ che sono radici della cubica risolvente

$$\varkappa^3-\frac{i}{2}\varkappa\lambda^2-\frac{j}{3}\lambda^3=0\,.$$

« Questa cubica essendo soddisfatta per $\varkappa:\lambda=-\frac{1}{3}D'$ ammette il fattore $\varkappa+\frac{1}{3}D'\lambda$, e gli altri fattori sono forniti da un' equazione di 2° grado che si può scrivere sotto la forma

$$\varkappa^2-\frac{D'}{3}\varkappa\lambda-\frac{j}{D'}\lambda^2=0$$

il cui discriminante è

$$\frac{D'^2}{9}+\frac{4j}{D'}=D'^2-DD''\left(=-\frac{1}{2}(VV')^2\right).$$

« Per la forma Φ poi, essendo $j_\varphi=0$, la forma H_φ è proporzionale ad uno dei covarianti quadratici (Ω) di T_φ, come fu infatti trovato. Gli altri covarianti quadratici di T_φ sono fattori della biquadratica

$$D'\Omega^2+2D''F=0$$

che appartiene alle quaderne sizigetiche

$$\varkappa F+\lambda H=0\,.$$

Ed infatti posto $\varkappa = 2DD'' - 4D'^2$, $\lambda = 4D'$ si ha

$$\varkappa F + \lambda H = D\,(D'\,\Omega^2 + 2D''F).$$

« Del resto poi la risoluzione delle equazioni $F=0$, $H=0$, $T=0$; $\Phi=0$, $H_\varphi=0$, $T_\varphi=0$ si può rendere più spedita senza far uso delle cubiche risolventi.

« Infatti, ricordando che $\Omega^2 = -2\,(\Theta\alpha)\,(\Theta\beta)\,a_x^2\,b_x^2$, e trascurando i fattori costanti, le equazioni suddette assumono le forme rispettive

$$F \equiv (U\alpha)\,(U\beta)a_x^2b_x^2=0,\quad H \equiv -\frac{1}{2}D(\Theta\alpha)(\Theta\beta)a_x^2b_x^2 + \frac{1}{3}D'(U\alpha)(U\beta)a_x^2b_x^2=0,$$

$$T \equiv \Omega_x^2\,(V\alpha)\,(V\beta)\,a_x^2\,b_x^2 = 0;$$

$$\Phi \equiv (V\alpha)\,(V\beta)a_x^2b_x^2=0\,,\quad H_\varphi = \Omega^2 = -2\,(\Theta\alpha)\,(\Theta\beta)\,a_x^2\,b_x^2 = 0\,,$$

$$T_\Phi = \Omega^2 \left\{ -D'(\Theta\alpha)\,(\Theta\beta)a_x^2b_x^2 + D''(U\alpha)\,(U\beta)\,a_x^2b_x^2 \right\} = 0.$$

« Dalla forma che hanno queste espressioni si scorge subito che immaginando risolute le equazioni in y

$$U_y^2 = 0\,,\quad -\frac{1}{2}D\Theta_y^2 + \frac{1}{3}D'\,U_y^2 = 0\,,\quad V_y^2 = 0\,,\quad \Theta_y^2 = 0\,,$$

si avranno le radici x delle $F, H, \Phi, H_\varphi = 0$, sostituendo i valori trovati di y nell'equazione della corrispondenza $\alpha_y\,a_x^2 = 0$.

« In quanto ai covarianti T e T_Φ essi hanno le due radici $\Omega_x^2 = 0$ comuni; le altre si ottengono rispettivamente risolvendo le equazioni simultanee

$$\alpha_y\,a_x^2 = 0,\ V_y^2 = 0\,;\quad \alpha_y\,a_x^2 = 0\,,\quad -D'\,\Theta_y^2 + D''\,U_y^2 = 0\,.$$

7. « Finalmente si trova pel discriminante della biquadratica F:

$$R = i^3 - 6j^2 = \frac{1}{8}D^2\,D''^2\,(D'^2 - DD'')\,.$$

« Coi simboli dell'autore si ha

$$I^3 - 27J^2 = D^2\,\square^2\,(K^2 - D\,\square)$$

e non, com'egli scrisse,

$$I^3 - 27J^2 = \frac{1}{9}D\,\square\,(-32K^4 + 33K^2D\,\square - 9D^2\,\square^2)$$

partendo dalla erronea espressione dell'invariante J.

« Possiamo dilucidare il valore di R anche con le seguenti considerazioni sulle radici doppie di F.

a) « Se $U_y^2=0$ ha radici doppie (è un quadrato perfetto), cioè se $D=0$, anche $F_x^4=0$ le avrà: anzi F sarà eguale al quadrato di una forma quadratica. Perciò R, com'è infatti, dev'esser nullo: H diviene eguale a un multiplo di F $\left(=\frac{1}{3}D'F\right)$, $T\equiv 0$, ed $i = \frac{2}{3}D'^2$, $j = \frac{2}{9}D'^3$ (¹).

b) « Se ciò che avviene contemporaneamente equazione (8), $\Theta_y^2=0$

(¹) Clebsch, *Vorlesungen* etc. giunge per via diversa a questi stessi valori di i, j, H.

ed $\Omega_x^2 = 0$ hanno radici doppie (onde $D'' = 0$), le due forme $\alpha_1 a_x^2$, $\alpha_2 a_x^2$ che costituiscono Ω_x^2 ammettono un fattore comune, che si riproduce nella F elevato a quadrato. Perciò R dev' esser nullo; e lo è infatti, perchè ammette D'' per fattore.

c) « Non sono questi i soli casi nei quali F può avere il discriminante nullo: ve n' è un altro, quello cioè in cui U e Θ avessero un fattore comune. *In tal caso* F *avrebbe per fattore doppio uno dei fattori di* Ω.

« Infatti posto

$$U_y^2 = p_y q_y, \qquad \Theta_y^2 = p_y r_y$$

si ha da principio

$$F_x^4 = (p\alpha)(q\beta) a_x^2 b_x^2 = (p\alpha) a_x^2 . (q\beta) b_x^2 ,$$

$$-\frac{1}{2}\Omega^2 = (\Theta\alpha)(\Theta\beta) a_x^2 b_x^2 = (p\alpha) a_x^2 . (r\beta) b_x^2 .$$

« Chiamando con $u = u_x$, $v = v_x$ i fattori di $\Omega = \Omega_x^2$ e determinando convenientemente le costanti, potremo supporre $-\frac{1}{2}\Omega^2 = u^2 v^2$. Dunque si ha l'identità

$$u^2 v^2 = (p\alpha) a_x^2 . (r\beta) b_x^2 .$$

« Qui il primo membro è un quadrato perfetto, perciò tale deve essere anche il secondo membro: onde, essendo p ed r diversi tra loro (se no si rientra nel caso *b*), ciascuno dei suoi fattori sarà un quadrato perfetto; dovremo anzi porre

$$\rho u^2 = (p\alpha) a_x^2 , \quad \sigma v^2 = (r\beta) b_x^2 \quad (\rho\sigma = 1).$$

« Cosicchè $F = \rho u^2 (q\beta) b_x^2$ contiene in effetti il fattore u di Ω come fattore doppio.

« Ma se U e Θ hanno una radice comune, il loro risultante $D'^2 - DD''$ deve annullarsi. Tale risultante dunque deve essere un fattore di R, come fu infatti trovato.

« Essendo $R = D^2 D''^2 (D'^2 - DD'')$, il segno di R dipende dal segno di $D'^2 - DD'' \left(= -\frac{1}{2}(VV')^2 \right)$ e non dai segni espliciti di D e D''. Perciò intorno alla realtà delle radici di F possiamo dire, giovandoci di teoremi noti nella teoria delle forme biquadratiche:

I) « Se $R < 0$, e però anche $D'^2 - DD'' < 0$ e la forma $V = (U\Theta) U_x \Theta_x$ ha radici immaginarie, la F ha due radici reali e due immaginarie.

II) « Se $R > 0$, e perciò anche $D'^2 - DD'' > 0$ e la forma V ha radici reali, la F ha o quattro radici reali o quattro radici immaginarie secondo che H ed $H^2 - \frac{i}{6}F^2$, per arbitrari e reali valori di x hanno segni diversi o eguali » (¹).

(¹) Clebsch, *Theorie der binären Formen* § 47.

Matematica. — *Di alcune proprietà delle equazioni lineari omogenee alle differenze finite del 2° ordine.* Nota del prof. D. Besso, presentata dal Socio Blaserna.

« Fra le proprietà delle equazioni lineari alle differenze, analoghe a note proprietà delle equazioni lineari alle derivate, sono qui esposte alcune, dell'equazione del second' ordine, le quali si riferiscono al prodotto di più soluzioni, ed alla somma di potenze simili, ad esponente costante, intero e positivo, di più soluzioni.

1. « Sieno $y_1 y_2 \dots y_m$ m soluzioni dell'equazione alle differenze finite:

$$\theta^2 y - p \,.\, \theta y - qy = 0 \tag{1}$$

nella quale p e q sono date funzioni di x e $\theta y = y_{x+1}$ [1].

« Dalla:

$$y_1 y_2 \dots y_m = z \tag{2}$$

e dalla (1) si ricava:

$$\theta y_1\, \theta y_2 \dots \theta y_m = \theta z\,,$$

$$(p \,.\, \theta y_1 + q y_1)\,(p \,.\, \theta y_2 + q y_2) \dots (p \,.\, \theta y_m + q y_m) = \theta^2 z\,,$$

ed è chiaro che da questa, ripetendo più volte l'operazione indicata col simbolo θ, si otterranno equazioni della forma:

$$(p_h \,.\, \theta y_1 + q_h y_1)\,(p_h \,.\, \theta y_2 + q_h y_2) \dots (p_h \,.\, \theta y_m + q_h y_m) = \theta^{h+2} z \tag{3}$$

in cui le p_h, q_h sono determinate dalle:

$$\left.\begin{array}{ll} p_0 = p & p_h = p \,.\, \theta p_{h-1} + \theta q_{h-1} \\ q_0 = q & q_h = q \,.\, \theta p_{h-1} \end{array}\right\} \tag{4}$$

« Ora, indicata con T_n la somma dei prodotti ad n ad n degli m quozienti:

$$\frac{\theta y_1}{y_1},\ \frac{\theta y_2}{y_2},\ \dots,\ \frac{\theta y_m}{y_m},$$

la (3) si trasforma nella:

$$z \sum_{n=1}^{n=m-1} q_h^{m-n} p_h^{\,n}\, T_n = \theta^{h+2} z - p_h^{\,m} \,.\, \theta z - q_h^{\,m} z \tag{3'}$$

la quale, postovi $h=0, 1, 2, \dots m-2$, somministra un sistema di $m-1$ equazioni lineari rispetto alle $T_1, T_2, \dots T_{m-1}$, il quale permette di determinare queste quantità, mediante p, q, z e loro θ, quando le $p, p_1, p_2 \dots p_{m-2}$ e la q sieno tutte diverse da zero.

« Infatti il determinante dei coefficienti è eguale al prodotto:

$$p p_1 p_2 \dots p_{m-2} \cdot q q_1 q_2 \dots q_{m-2}$$

moltiplicato pel prodotto delle $\dfrac{(m-1)(m-2)}{2}$ differenze che sono comprese

[1] È la notazione adottata dal Casorati nella sua importantissima Memoria: *Il calcolo delle differenze finite interpretato e accresciuto di nuovi teoremi* ecc. (Annali di Matematica, vol. X).

nella formola:

$$p_h q_k - p_k q_h$$

la quale, in forza delle (4), supponendo $k > h$, si può scrivere:

$$(-1)^h q \,.\, \theta q \,....\, \theta^{h-1} q \,.\, \theta^h (pq_{k-h} - p_{k-h} q)$$

od anche:

$$(-1)^{h-1} q \,.\, \theta q \,......\, \theta^{h-1} q \,.\, \theta^h q \,.\, \theta^{h+1} q_{k-h-1} \,.$$

« Perciò, e per le (4), è chiaro che questo determinante si annulla soltanto quando una delle p sia zero, oppure sia $q = 0$.

2. « Se al precedente sistema si aggiunge l'equazione che si ricava dalla (3') per $h = m - 1$, si ha un sistema di m equazioni il quale permette di eliminare le T; e, nell'ipotesi che nessuna delle p sia zero, nè sia $q = 0$, il risultato di tale eliminazione sarà un' equazione lineare omogenea alle differenze finite dell' ordine $m+1$, soddisfatta dai prodotti di m soluzioni della (1).

3. « Sieno $u_1, u_2 ... u_n$ altrettante soluzioni distinte della (1) e sia m una costante intera e positiva non minore di $2n-1$. Posto:

$$u^m = \mathrm{U}, \quad \frac{\theta u}{u} = t, \qquad \Sigma \mathrm{U} = z = \mathrm{S}_0 \quad (5), \qquad \Sigma \mathrm{U} t^r = \mathrm{S}_r \quad (6),$$

si troverà:

$$\mathrm{S}_m = \theta z \tag{7}$$

$$\Sigma \mathrm{U} (p_h t + q_h)^m = \theta^{h+2} z \,,$$

ossia:

$$\sum_{r=1}^{r=m-1} \binom{m}{r} p_h{}^r q_h{}^{m-r} \mathrm{S}_r = \theta^{h+2} z - p_h{}^m \,.\, \theta z - q_h{}^m z \,,$$

la quale, per $h = 0, 1, 2, ... m-2$, porge un sistema di $m-1$ equazioni lineari che vale a determinare le $\mathrm{S}_1, \mathrm{S}_2, ... \mathrm{S}_{m-1}$, in funzione di p, q, z e loro θ, quando le $p, p_1, ... p_{m-2}$ e la q sieno tutte diverse de zero.

« Perciò, e in forza delle (5) (7), e per essere $m \geq 2n-1$, quando sia conosciuta la z saranno noti i secondi membri delle $2n$ equazioni che si ricavano dalla (6) per $r = 0, 1, 2, ... 2n-1$, dalle quali equazioni, eliminando le $\mathrm{U}_1, \mathrm{U}_2, ... \mathrm{U}_m$, e indicando con:

$$(-1)^h \mathrm{M}_h$$

la somma dei prodotti ad h ad h delle $t_1, t_2, ... t_n$, si ottengono le n equazioni comprese nella:

$$\mathrm{M}_n \mathrm{S}_k + \mathrm{M}_{n-1} \mathrm{S}_{k+1} + ... + \mathrm{M}_1 \mathrm{S}_{k+n-1} + \mathrm{S}_{k+n} = 0$$

per $k = 0, 1, 2, ... n-1$.

« In questo sistema d'equazioni il determinante dei coefficienti è eguale al prodotto di $\mathrm{U}_1 \mathrm{U}_2 ... \mathrm{U}_n$ pel quadrato del determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & ..... & 1 \\ t_1 & t_2 & ..... & t_n \\ t_1{}^2 & t_2{}^2 & ..... & t_n{}^2 \\ . & . & ..... & . \\ t_1{}^{n-1} & t_2{}^{n-1} & ..... & t_n{}^{n-1} \end{vmatrix}$$

il quale è diverso da zero nell' ipotesi fatta che le $u_1, u_2, \ldots u_n$ sieno soluzioni distinte della (1).

« Si possono quindi esprimere razionalmente, colle z, p, q e loro θ, i coefficienti dell' equazione algebrica di grado n avente per radici le t; colle quali radici, e colle nominate funzioni, le equazioni (6) permettono di determinare le potenze $m.^e$ delle u ».

Morfologia. — *Morfologia delle terminazioni nervose motrici periferiche dei vertebrati.* Nota preliminare [1] del Socio S. Trinchese.

« I muscoli, di cui mi sono servito per fare le osservazioni che esporrò in questa Nota, furono trattati col metodo löwitiano del cloruro d' oro modificato dal mio preparatore Alberto Grieb, nel modo che dirò in una monografia che presenterò quanto prima all'Accademia.

« Nei pesci da me esaminati sinora ho riscontrato due forme ben distinte di terminazione nervosa : una nei Teleostei, l'altra nei Plagiostomi. Nei Teleostei (Uranoscopus, Blennius, Scorpaena), il cilindro assile ipolemmale si riduce ad un filamento sottilissimo portante sul suo tragitto dei neurococchi [2] ovoidi o sferici, situati a distanze più o meno grandi. Questo filamento ora è semplice, ora è diviso in due, raramente in tre filamenti secondari, i quali si adagiano ordinariamente in direzione obliqua sul fascio muscolare. Intorno ad essi trovasi spesso della sostanza granulosa sparsa e qualche nucleo fondamentale, o delle cellule il cui corpo è formato di sostanza granulosa. Queste cellule formano talvolta, sotto il sarcolemma di alcuni Teleostei (Pleuronettidi), uno strato continuo molto esteso, mentre negli altri Vertebrati si trovono sparse qua e là in piccoli gruppi, o si limitano esclusivamente nell'area occupata dai cilindri assili ipolemmali. I nuclei fondamentali non sono altro che i nuclei di queste cellule, il corpo delle quali si è disfatto ed ha prodotto la sostanza granulosa sparsa. Accanto all' estremità terminale di ogni filamento assile, trovasi quasi sempre un nucleo che il filamento rasenta prima di terminarsi. Talvolta, invece di un semplice nucleo, vi si trova una cellula di sostanza granulosa.

« Nei Plagiostomi (Torpedo, Raja, Scyllium), il cilindro assile ipolemmale si ramifica dicotomicamente dirigendosi in tutti i sensi. I filamenti terminali nei quali le ramificazioni assili si risolvono, sono in alcuni generi così fitti che difficilmente si possono contare. I neurococchi sono ovoidi o rotondi (Raja); piriformi o a bastoncello (Torpedo); e si trovano costan-

(1) Letta nella seduta del 12 aprile 1885.

(2) Ho denominato così i corpuscoli che si trovano sul tragitto o al termine dei cilindri assili ipolemmali, per denotare con uno stesso nome formazioni che assumono aspetti e disposizioni svariatissime nelle diverse classi di Vertebrati, e sono non pertanto tra loro omologhe.

temente alle estremità terminali dei cilindri assili, ove formano « una moltitudine di grappolini spargoli », giusta la bella figura e la più bella descrizione pubblicate dal prof. Ciaccio che li ha osservati nella Torpedine. La sostanza granulosa e i nuclei fondamentali si accumulano sotto i neurococchi e sotto gli ultimi filamenti assili che li portano.

« Negli Anfibi (Triton, Amblystoma, Rana), il cilindro assile non è mai semplice come nei Teleostei, nè così fittamente ramificato come nei Plagiostomi. In generale esso si divide in due, tre o quattro filamenti biforcati, alcuni dei quali si rivolgono verso un capo, altri verso l'altro capo del fascio muscolare, in direzione quasi sempre parallela all'asse longitudinale di questo. I neurococchi sono quasi sempre situati sul tragitto dei cilindri assili; ma la loro forma e disposizione variano nei diversi ordini della classe. Negli Urodeli (Triton), sono ovoidi o rotondi e si dispongono a distanze più o meno grandi, come nei Teleostei; ma sono due o tre volte più grossi dei neurococchi di questi pesci. Negli anuri (Rana), i neurococchi sono ordinariamente discoidali e molto vicini, quasi addossati, gli uni agli altri, in guisa da somigliare, nel loro insieme, a lunghe pile di monete. Tale è la forma più comune in questo ordine; ma in alcuni muscoli delle estremità posteriori della Rana, se ne trova un'altra che ho denominato: *neuroconia*, o polvere nervosa, la quale consiste in una fitta rete di finissimi cilindri assili portanti dei piccoli neurococchi rotondi o di forma irregolare. Si riscontrano pure qualche volta nella Rana delle forme miste, nelle quali il cilindro assile, traversato appena il sarcolemma, si risolve in una neuroconia, dalla cui periferia partono poi i filamenti longitudinali portanti le pile di neurococchi discoidali. Una forma molto somigliante a questa predomina nell'Axolotl, fra gli Urodeli; salvo che in esso i filamenti assili longitudinali che si staccano dalla neuroconia, portano dei neurococchi rotondi, ovoidi o di forma irregolare. I neurococchi portati da un medesimo filamento assile, qualche volta hanno un medesimo diametro, qualche altra volta vanno man mano rimpiccolendo secondo che si allontanano dalla biforcatura del filamento assile; e giunti al termine di questo, diventano così piccoli che non si possono distinguere dai granuli delle strie longitudinali del fascio muscolare. Quando i neurococchi non rimpiccoliscono come ho detto or ora e la pila che essi formano si arresta bruscamente, si vede il sottile cilindro assile traversare l'ultimo neurococco, spingersi innanzi per breve tratto, rasentare un nucleo muscolare e perdersi tra le strie longitudinali. In alcuni muscoli della gamba e del braccio della Rana, ho trovato qualche terminazione somigliante a quella dei Sauri. La sostanza granulosa sparsa si trova pure negli Anfibi, sebbene in piccola quantità e in un numero assai minore di fasci muscolari che non in tutte le altre classi di Vertabrati. Del resto, nemmeno nei fasci muscolari degli altri Vertebrati si trova sempre questa sostanza: mi è occorso, spesso di vedere

dei fasci che ne erano ben provvisti, accanto a fasci che non ne avevano punto.

« Tra i Rettili, la terminazione più semplice s' incontra nei Cheloni, in cui predomina una forma che ricorda, per molti caratteri, quella degli Anuri. Il cilindro assile ipolemmale si divide infatti in due o tre filamenti diretti nel senso dell'asse longitudinale del fascio muscolare; e i neurococchi sono spesso addossati gli uni agli altri e talvolta sono discoidali; ordinariamente però hanno forma ovoide o rotonda. Oltre la forma or ora descritta che è la più comune nei Cheloni, se ne trova un'altra, la quale consiste in un robusto cilindro assile ipolemmale che si divide in due, diretti uno verso un capo, l'altro verso l'altro capo del fascio muscolare. Nei primi due terzi del loro tragitto, essi sono privi di neurococchi o ne portano uno o due; ma nell' ultimo terzo ne hanno sei o sette messi in fila. Dai primi due terzi di questi cilindri assili longitudinali, partono ad angolo retto, o in direzione leggermente obliqua, sette od otto filamenti sottilissimi, alcuni dei quali restano semplici e ciascuno si termina in un neurococco rotondo; mentre gli altri si biforcano poco prima di terminarsi, e ciascuno dei due corti filamenti che ne nascono, va a finire in un neurococco pure rotondo. Io chiamerei questa forma: terminazione a rastrello. Nei Sauri il cilindro assile si divide ordinariamente in due tronchi, ciascuno dei quali si suddivide poi in due o tre filamenti che si ramificano dirigendosi in tutti i sensi. I neurococchi si dispongono in serie lungo i filamenti del cilindro assile, e sono di due specie: gli uni più piccoli e rotondi; gli altri più grossi, di forma irregolare e spesso bernoccoluti. Questi ultimi risultano evidentemente da fusione di neurococchi piccoli, e quindi li chiamo: composti. I neurococchi delle due forme si alternano irregolarmente lungo i filamenti assili, alle cui estremità terminali si trova costantemente un neurococco che può essere dell' una o dell'altra forma. Negli Ofidi, predomina una forma simile a quella dei Sauri; ma nel Boa constrictor si riscontra talora una terminazione assai singolare che ricorda quella più comune degli Uccelli. Il cilindro assile si divide prima in due filamenti longitudinali, dai quali partono altri filamenti che si biforcano. I filamenti prodotti dalla biforcazione si curvano ad arco l'uno verso l'altro e giungono talvolta a toccarsi colle loro estremità terminali, formando così degli anelli o delle coroncine. I neurococchi possono essere sferici, ovoidi o di forma irregolare: questi ultimi sono sempre più grossi degli altri e risultano da fusione di neurococchi più piccoli. La sostanza granulosa, nei Rettili, trovasi intorno a tutte le ramificazioni del cilindro assile ipolemmale e forma a ciascun filamento di quello una specie di largo astuccio.

« Negli Uccellli, la forma predominante di terminazione è molto semplice. Il cilindro assile ipolemmale si divide prima in due filamenti, cia-

scuno dei quali, dividendosi alla sua volta, ne forma altri due; questi s' incurvano ad arco o ad uncino l' uno verso l'altro, ordinariamente senza raggiungersi, e formano degli anelli o delle coroncine incomplete: talvolta però si raggiungono. I neurococchi sono ordinariamente ovoidi, qualche volta sferici e si dispongono a distanze più o meno regolari lungo il tragitto dei filamenti assili, i quali ne hanno sempre uno attaccato alla loro estremità terminale. Oltre la forma or ora descritta, se ne trova un'altra piuttosto rara, la quale consiste in un sottile cilindro assile che si biforca dando origine a due filamenti longitudinali, uno più lungo dell'altro, portanti dei neurococchi. Dal filamento più lungo partono poi quattro o cinque filamenti trasversali, alcuni dei quali si biforcano, mentre altri restano semplici: sì gli uni che gli altri sono muniti di neurococchi situati a varie distanze. La sostanza granulosa sparsa è poco abbondante negli Uccelli; vi si trova invece una o due cellule piuttosto grosse, ora presso la prima biforcatura del cilindro assile, ora entro le coroncine formate dagli ultimi filamenti di quello. Ho riscontrato queste forme nella fringilla carduelis alla quale si sono limitate sinora le mie ricerche.

« Nei Mammiferi, il carattere generale più saliente delle terminazioni nervose è uno straordinario accentramento dei neurococchi; il quale è spinto al massimo grado negli ordini superiori della classe, nei quali i neurococchi spariscono quasi completamente come formazioni distinte, e si fondono tra loro per formare, intorno ai filamenti del cilindro assile ipolemmale, una guaina spessa e continua. Nei Chirotteri il grado di questa fusione è tale che solo qualche rara volta si trova qualche neurococco isolato, il quale è là per attestare l'origine della guaina che contiene il cilindro assile. Ogni dubbio circa questa origine sparisce quando si consideri che i neurococchi delle quattro classi inferiori di Vertebrati e la guaina periassiale dei Mammiferi, hanno la medesima struttura e si colorano nello stesso modo col cloruro d'oro. Le due formazioni, infatti, constano di una sostanza fondamentale disposta a rete, la quale si colora in rosso mattone o in roseo (secondo che la riduzione dell'oro è stata più o meno energica), e di granuli sferici che sono contenuti nei fili della rete e si colorano in violetto scuro. Il cilindro assile si vede scorrere entro questa guaina come un sottile filamento fortemente rifrangente e di una tinta rosea pallida, il quale si continua col breve cilindro assile pallido che esce dalla guaina midollare del tubo nervoso afferente. I margini della guaina formata dai neurococchi, presentano qua e là delle sporgenze acute come quelle delle dendriti. Dal cilindro assile che scorre nel mezzo della guaina, partono dei sottili filamenti che traversano queste eminenze. In che rapporto sia questa guaina collo stroma descritto da Kühne nei Rettili e nei Mammiferi, non saprei dire; non mi sembra però che questo e quella siano la medesima cosa; poichè Kühne dice che lo stroma, nei muscoli

trattati coll'oro, rimane chiaro, e il cilindro assile diventa scuro: nelle mie preparazioni invece si osserva il contrario, cioè: il cilindro assile si colora in roseo o resta affatto incoloro; mentre la guaina periassiale si colora in violetto scuro per l'abbondanza dei granuli menzionati di sopra. Ad ogni modo, Kühne non ha notato la omologia della guaina periassiale dei Mammiferi, coi neurococchi delle quattro classi inferiori di Vertebrati.

« In tutti i Mammiferi che ho potuto esaminare, ho trovato che il cilindro assile ipolemmale si ramifica dicotomicamente tre o quattro volte, formando dei corti filamenti che non sono quasi mai diritti, ma si curvano ad arco o ad uncino come per allontanarsi il meno possibile dal centro dell'organo eccito-motore. Questa tendenza dei cilindri assili a piegarsi ad uncino, è stata notata da varî osservatori e specialmente da Kühne e da Ranvier. Essa è spinta nei Chirotteri al punto, che spesso tutti o quasi tutti i filamenti assili si raggiungono colle loro estremità terminali per formare una rete, nelle cui maglie sono incastonate le grosse cellule di sostanza granulosa che in questi animali abbondano ».

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente annuncia con vivo rammarico all'Accademia, che le condizioni di salute dell' illustre suo Presidente onorario, conte Terenzio Mamiani, dalle ultime notizie risultano essere aggravatissime.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Carutti presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando fra esse la pubblicazione del Socio G. Paris: *La poésie du moyen Age*, e quella del sig. A. Allard: *La Crise - La baisse des prix - La monnaie.*

Presenta anche la pubblicazione: *Beccarie et le Droit pénal. Essai par M. César Cantù. Traduit par* Jules Lacointe *et* C. Delpech, accompagnando la presentazione colle seguenti parole:

« Lo studio del Socio Cantù sopra il Beccaria è noto in Italia, e sarebbe superfluo il discorrerne a modo di annunzio. Piuttosto conviene toccare della traduzione francese, or dianzi venuta in luce; il che hanno fatto i traduttori stessi nella prefazione colle seguenti parole, che raccomandano il libro, meglio di altre considerazioni. « M. César Cantù a fait paraître, « il y a déjà vingt-deux ans, son livre: Beccaria e il Diritto penale. L'ou-« vrage n'avait pas encore été traduit en notre langue. Le savant auteur, « en accueillant avec empressement notre initiative, a bien voulu completer,

« par des notes et des developpements nouveaux, l'étude de 1862 à tel point « que, dans plusieurs parties, le livre français sera, en quelque sorte, la « traduction d'une œuvre inédite ».

Il Socio Comparetti presenta le prime due puntate del *Museo italiano di antichità classica*, da lui diretto, e le *Leggi antiche della città di Gortyna in Creta scoperte dai dottori F. Halbherr ed E. Fabricius* da lui lette ed illustrate, e delle quali diè contezza nella seduta del 21 dicembre 1884.

Lo stesso Socio informa l'Accademia del risultato delle ricerche che presentemente il dott. Halbherr compie a Creta.

CONCORSI A PREMI

Il Segretario Carutti comunica la Nota dei lavori presentati ai concorsi a premi del Ministero della Pubblica Istruzione, scaduti il 30 aprile 1885.

Scienze storiche (3 premi del complessivo valore di L. 9000)

1. Castelli Giuseppe. *L'età e la patria di Quinto Curzio Rufo* (ms.).
2. Galanti Arturo. *Claudio Claudiano, i suoi tempi e le sue opere considerate come fonti storiche* (ms.).
3. Mathis Antonio. *Storia delle famiglie e dei monumenti di Bra* (ms.).
4. Orsi Pietro. *L'anno mille. Saggio di critica storica* (ms.).
5. Rinaudo Costanzo. *Le fonti della storia d'Italia dalla caduta dell'impero romano d'occidente alla invasione dei Longobardi.*
6. Rondoni Giuseppe. *Delle origini di Siena e della sua storia più antica. Saggio di ricerche* (ms.).
7. Anonimo. *La prima conquista della Britannia per opera dei Romani* (ms).
8. Anonimo. *Majone ministro di Guglielmo I Re di Sicilia* (ms.).

Memorie escluse dal concorso al premio di *filologia* (1883). Si ripropongono per la classificazione nei concorsi successivi 1884 (*scienze storiche*), 1885 (*scienze filosofiche e sociali*).

1. Anonimo. *I servi nelle leggi e negli istituti dei barbari* (ms.).
2. Buttrini F. *Gerolamo Cardano, saggio psico-biografico* (st.).

Lo stesso Segretario presenta i Programmi per concorsi a premi banditi dalla r. Accademia delle scienze di Amsterdam, e dalla r. Accademia delle scienze morali e politiche di Madrid.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Carutti comunica la corrispondenza relativa al cambio degli Atti accademici.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute

La Società degli antiquari di Filadelfia; la Società zoologica di Amsterdam; la Società geologica di Liegi e il Comitato geologico di Edimburgo; la r. Biblioteca di Parma.

D. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

ADUNANZA SOLENNE DEL GIORNO 11 GIUGNO 1885

ONORATA DALLA PRESENZA DELLE LL. MM.

Relazione del Presidente F. Brioschi

Sire, Graziosissima Regina,

« L'Accademia dei Lincei onorata e lieta della vostra presenza nella propria sede, Vi è sommamente grata.

« Essa commemora oggi il ristauratore delle sue sorti, inaugura la novella residenza che la sollecitudine di lui ed il favore del Governo e del Parlamento le hanno assegnato.

« Questa nostra Accademia, signore e signori, ha un carattere speciale, tutto suo e degno di nota, mentre essa può considerarsi siccome la più antica quanto la più moderna fra le Accademie scientifiche d'Europa. Fra i busti di uomini illustri che adornano questa sala, voi potete scorgere collocati l' uno accanto all' altro in prossimità di una stessa parete, quelli dei due uomini i quali fanno ora a noi, e lo faranno ai nostri successori, testimonianza di questo carattere: i busti di Federico Cesi e di Quintino Sella.

« Il periodo storico scorso fra la creazione e la risurrezione non è breve; sono per la nostra Accademia quasi tre secoli di vicissitudini gloriose, seguite da lunghe, ingiuste, biasimevoli persecuzioni; sono per lo scibile umano tre secoli di progresso costante ed ognora più rapido.

« Però, potrà chiedersi giustamente da alcuno, quale è la ragione intima che consigliò a noi, avvicinando quei due busti, di scolpire in modo così efficace il nesso fra quelle due epoche? Non v'ha persona colta la quale ignori come in Italia verso la metà del sedicesimo secolo, grandissimo numero di quelle intelligenze del rinascimento, così poetiche, così

appassionate ammiratrici della forma e del bello, si rivolgessero poco a poco verso le scienze. *La nature*, scriveva il Libri, *semblait vouloir annoncer « par un grand pronostic que les arts allaient céder le sceptre aux « sciences; car Galilée venait au monde le jour où la mort frappait « Michelange ».* Se il genio sublime di Leonardo da Vinci, se, in minori proporzioni, Michelangelo stesso, avevano precorso quest' epoca, essa fu, come direbbe il Taine, il prodotto naturale della condensazione degli spiriti verso il nuovo ideale.

« Il carattere speciale del genio di Galileo, scriveva ancora il Libri, è la critica dei fatti, l' opera sua, la filosofia scientifica. Non dobbiamo stancarci di ripeterlo, perchè il carattere del suo spirito non fu ben compreso, (aggiungeva poco innanzi), Galileo non fu solamente un geometra, un astronomo, un fisico; ma egli fu il riformatore della filosofia naturale, alla quale diede per base l'osservazione, l'esperienza, l' induzione e nella quale introdusse per primo lo spirito geometrico e la misura.

« Galileo da Roma ritornava in Firenze nel 1611. Egli lasciava in questa città amici ed ammiratori entusiasti, ed una associazione potente, quella dei Lincei, *la quale proponevasi a scopo un progresso indefinito in ogni cosa, ed aveva adottato il grande uomo per guida.*

« Ecco, Maestà, ecco signori, le nostre gloriose origini. La mente eletta di Quintino Sella intravide tosto che il portentoso movimento scientifico del nostro secolo era immediata conseguenza di quella libertà d' esame e di critica, era conseguenza della applicazione feconda di quel metodo di osservazione, di esperienza, di induzione, dalle quali nessuna scienza e forse nessuna arte può sottrarsi, e che pel trionfo di questa nuova filosofia naturale era stata creata da Federico Cesi e dai suoi amici l' Accademia dei Lincei.

« Se non che, sono il primo a riconoscerlo, se possiamo da un lato essere orgogliosi dell'origine nostra, dobbiamo dall'altro grandemente preoccuparci degli altri obblighi che essa ci impone. Il prodotto dell' attività accademica, come quella di ogni solitario pensatore, non penetra direttamente nella coltura generale di un paese, per quanto questa sia in progresso ; è d'uopo per ciò di altri mezzi di diffusione che la curiosità scientifica è andata mano a mano creando, oppure che le meravigliose applicazioni di alcune fra le scoperte scientifiche depositate negli Atti accademici, pei grandi benefici tosto riconoscibili resi all'umanità, facciano sentire il desiderio di qualche cognizione delle cause.

« Permettemi quindi che io colga questa occasione per indicarvi a brevissimi tratti le linee principali dell' attività nostra nel decorso anno accademico.

« Il volume di Memorie pubblicato dalla Classe di Scienze morali, storiche e filologiche, può dirsi, salvo una eccezione della quale farò

menzione più tardi, tutto dedicato a studî archeologici. Un primo interessante lavoro, è dovuto ad uno dei nostri egregi colleghi stranieri M.r Le Blant ed ha per titolo: *Des voies d'exception employées contre les martyrs.* Il titolo già per sè stesso fa rabbrividire, ma allorquando si leggono quelle pagine così dotte, e si esaminano quei mezzi di eccezione, il precipuo dei quali non m' è neppure concesso di nominare quì, non è possibile sfuggire al giudizio severo col quale conclude il nostro collega.

« Per non escire da Roma, rammenterò subito dopo un lavoro di persona estranea all'Accademia, ma egregio cultore di discipline archeologiche il sig. Borsari. Egli, seguendo l'esempio ed i consigli del nostro collega Lanciani, si occupa in questo scritto di una importante quistione relativa alla topografia di Roma antica e precisamente del foro di Augusto e del tempio di Marte Ultore.

« La origine del foro Augusto, secondo Suetonio, deve ripetersi dal-
« l'aumento della popolazione che andava ogni dì più agglomerandosi nella
« capitale di guisa che, nè il primitivo foro romano, nè il foro Giulio erano
« più bastevoli ai suoi bisogni . . . . . I traffici, il commercio eranvi, come
« attesta Appiano, assolutamente esclusi; il foro di Cesare e di Augusto
« erano luoghi di residenza di pubblici uffici in una parte del foro romano.
« La dedicazione del foro fu eseguita prima ancora che fosse compiuto il
« tempio di Marte, che sorgeva nel mezzo dell'area. La data della dedica-
« zione è indiscussa e fissata all' anno secondo prima dell' era volgare ».

« Il foro ed il tempio sono ricordati da Augusto nel suo testamento colle parole « *In privato solo Martis Ultoris templum forumque Augustum ex manibiis feci* » ed il nostro autore riferisce le descrizioni dei pregi dell'una e dell'altra costruzione che si leggono in Suetonio, in Plinio ed in altri scrittori latini. Osserva inoltre che fra i monumenti dell'antichità i quali quasi di continuo furono soggetti a ricerche e studi archeologici ed architettonici del secolo XV in poi, devonsi annoverare le indicate costruzioni, ed egli adorna il proprio scritto di alcune descrizioni e disegni inediti dovuti al Sangallo ed a Sallustio Peruzzi e relativi alla topografia del foro o ad alcuni punti del tempio, paragonandoli agli altri già conosciuti dal Labacco e del Palladio.

« Un importante punto storico del diritto pubblico esterno di Roma fu trattato dal sig. Fusinato nella sua Memoria : *Dei feziali e del diritto feziale.* Se il tempo non stringesse sarei lieto di poter porre in evidenza alcune parti di questo dottissimo lavoro, nel quale è esaminato con grande scorta di erudizione il carattere del diritto pubblico esterno di Roma e ciò che intendessero di significare i romani colle espressioni *ius belli ac pacis, ius fetiale, ius gentium.*

« Ma se volessi anche limitarmi a riferire le conclusioni dell' autore, oltrechè mi sarebbe difficile il dare un chiaro concetto dell' importanza del lavoro, sarei costretto ad estendermi al di là di quanto mi sono prefisso.

« Mi permetto ora rivolgermi principalmente alla graziosissima nostra Regina ed alle gentili signore che le fanno corona.

« Devo rammentare un lavoro presentato da una accademica, la contessa Ersilia Caetani Lovatelli.

« È noto essere questa signora fortunata cultrice di studi archeologici, ma se la lettura forse troppo rapida di alcuni fra i suoi scritti non mi ha tratto in inganno, parmi che il nesso fra loro possa rintracciarsi in qualche, forse inconsciente, aspirazione filosofica. Lo scritto che ricordo ora ha per titolo: *Intorno ad un balsamario vitreo con figure di rilievo rappresentanti una scena relativa al culto dionisiaco.* Il vasellino o balsamario che la côlta signora descrive ed esamina in queste pagine, venne trovato in Val di Chiana nell'anno 1870 ed ora è custodito nel nuovo museo archeologico di Firenze.

« La storia rappresentata sul medesimo, essa scrive, ha relazione ai misterî ed in ispecial modo a quelli di Bacco. Comparisce per primo dinnanzi una corpulenta e silenica figura, il tutto ignuda della persona, salvo la testa che ha nascosta in una nebride o pardalide. Dirimpetto a codesta misteriosa figura, sta ritta in piedi una sacerdotessa vestita di tunica talare senza maniche, sotto al cui seno si aggira e con bel garbo si annoda, un leggiadro panneggiamento. Il braccio destro ha disteso in atto di compiere qualche solenne rito; nella sinistra regge un *cantharus*, vaso, che siccome ognuno sa, era particolarmente dedicato a Bacco. A breve distanza un Satiro con le chiome inghirlandate di pino è intento a dar fiato alle doppie tibie, solite a suonarsi in tutte le festose solennità del dio del vino e dell'allegrezza.

« La descrizione procede sempre così chiara ad altri particolari del balsamario, poi vengono le induzioni sul carattere della rappresentanza relativa ai misteri di Bacco delle cose descritte, induzioni confortate dal paragone con altri vasi; poi quelle relative allo scopo del descritto o di altri analoghi, per concludere infine colle belle parole che mi piace testualmente riferire:

« Monumento raro se non unico, esso appartiene, per la storia che
« rappresenta ad un ordine superiore di fatti e di idee che concernono uno
« dei più grandi problemi dell'umanità: quello cioè del destino dell'anima
« dopo la morte. Perocchè i misteri dell'antico paganesimo promettendo
« una beata esistenza oltre la tomba, elevavano alla forma quasi di domma
« qual senso vago della immortalità che alla mente dell'uomo balena in
« mille guise; e che a nostra insaputa c'ispira talvolta quell'indefinito pre-
« sentimento dei secoli avvenire che Cicerone chiamava, *quasi saeculorum*
« *quoddam augurium futurorum* ».

« Altri lavori archeologici l'Accademia deve al Socio sig. Pigorini ed al sig. Cafici. L'uno e l'altro dei medesimi sono relativi a tempi preistorici; il primo occupandosi delle tombe della prima età del ferro scoperte a

Golasecca nella provincia di Milano, l'altro di nuove indagini nella tomba neolitica di Calaforno provincia di Siracusa. Mi limito ad accennare queste interessanti ricerche e farò altrettanto per le numerose Notizie degli Scavi di Antichità in Italia, le quali mensilmente ci sono comunicate dall'egregio Vice-presidente dell'Accademia, il collega Fiorelli, le quali notizie, possiamo dirlo a nostro onore, sono avidamente ricercate dai cultori stranieri di discipline storiche ed archeologiche.

« Fra le perdite che la nostra Accademia ebbe nell'anno 1883, una assai dolorosa fu quella di Atto Vannucci. Il nostro socio Tommasini si fece interprete dei sentimenti d'affetto e di stima che l'Accademia nutriva verso il Vannucci, ed in alcune pagine calde ed affettuose ci narrò la vita di lui, esaminò le molte opere sue, incominciando così anche fra noi la serie di quei lavori biografici che resero celebri alcuni fra gli scienziati e letterati dell'Istituto di Francia.

« L'altra Classe, quella di Scienze fisiche, matematiche e naturali ha dato nel tempo indicato contribuzioni per tre volumi, o più precisamente per due in quanto che uno dei volumi è tutto dedicato alla pubblicazione delle misure micrometriche di stelle doppie e multiple fatte negli anni dal 1852 al 1878 dal fu Barone Dembowski. Il maggiore numero delle comunicazioni è stato relativo alle matematiche, ma largamente vi si trovano rappresentate la chimica e la fisica, la biologia e la geologia.

« Noterò fra queste le belle ricerche intraprese nel laboratorio chimico del nostro Collega Cannizzaro dai signori Ciamician e Silber, *Sui composti della serie del pirrolo*, e dal signor Piccini, *Sopra i nuovi composti del titanio*; infine quelle dei sigg. Nasini e Bernheimer eseguite nell'Istituto fisico romano, *Sulle relazioni esistenti tra il potere rifrangente e la costituzione chimica dei composti organici.*

« Fra le contribuzioni relative alla fisica rammenterò quella del collega Govi, *Intorno ad una deformazione prospettica delle immagini vedute nei cannocchiali*; quella dei signori Pagliani e Palazzo, *Sulla compressibilità dei liquidi*; altre del Righi, del Cantone, del Bartoli ecc.

« I colleghi Mosso e Bizzozero comunicarono all'Accademia nuovi studi fisiologici di molto valore. Non è certamente facile il riassumere ricerche e scoperte di questa natura, ed a me dorrebbe assai d'essere infelice interprete di scienziati di così alta fama. Pure non so resistere al desiderio di trasmettere in altri la compiacenza mia nel leggere quelle pagine del Mosso ove trovasi descritta una bilancia di sua invenzione destinata allo studio della circolazione sanguigna dell'uomo. Nessuno di noi ignora che finchè l'uomo vive il sangue suo è in circolazione; ma il prof. Mosso immagina una bilancia così sensibile che essendo lunga quanto l'uomo, allora quando è vuota bastano cento grammi all'incirca posti ad una delle estremità per inclinarla d'un centimetro. Egli vi adagia sopra un uomo e prova con ripetute esperienze che posta la bilancia in equilibrio essa rimane

immobile da qualunque parte la si inclini; che cioè il sangue accumulatosi all'una od all'altra estremità del corpo per la forzata inclinazione è di tal peso da riprodurre quello stato di equilibrio. Ma questo fatto come alla meglio l'ho descritto ha ancora il carattere di sintetico e di ciò non s'accontenta l'abile sperimentatore, egli vuole analizzare quali saranno gli effetti sui polsi, quale l'influenza dei movimenti respiratorî, degli inspiratori e così via.

« Il collega Bizzozero mi perdonerà se io accenno appena alle sue nuove comunicazioni, *Sulla produzione dei globuli rossi ed alla loro moltiplicazione per scissione*, scoperta che rese così chiaro il suo nome, e me lo perdonerà tanto più che oltre la difficoltà della materia mi vedrò costretto dalla sproporzione fra il tempo e l'argomento a tacere di altri lavori attinenti alla zoologia ed alla anatomia comparata che pur formano decoro dei nostri Atti.

« La Paleontologia mi ferma ancora un istante per ricordare una dotta Memoria del nostro collega Capellini per la quale alcuni avanzi di ossa, trovate in Valpolicella presso Verona, credute dapprima in quella contrada ossa d'un uomo petrificato, diventano nelle mani sue le ossa di una antichissima tartaruga o Chelonio, alla quale l'autore per mezzo di considerazioni di molto valore attribuisce il nuovo nome di *Protosphargis*.

« Una seconda pubblicazione comune alle due Classi ha l'Accademia nostra, ed è quella colla quale due volte in ciascun mese noi rendiamo conto al mondo scientifico della nostra attività. Ma per quanto dolgami di non potere porre in evidenza nomi e lavori di filosofi, di filologi, di naturalisti che ad essa contribuirono, io debbo per quest'anno limitarmi ad accennarla pressato come sono da altri argomenti.

« E fra questi il primo è il concorso ai premi.

« S. M. il Re con due nobili lettere dirette al compianto nostro Presidente l'una del febbraio 1878, l'altra del gennaio 1884, istituiva tre premí: due annui ed un terzo per le scienze biologiche da lire diecimila ciascuno. Alcuni di questi premi non essendo stati conferiti negli scorsi anni l'Accademia poteva disporre per lavori presentati al 31 dicembre 1884 di tre premi e cioè, uno per le scienze sociali ed economiche, uno per le scienze giuridiche e politiche, uno per la matematica.

« L'Accademia riunita nelle sue due Classi ha nella seduta di ieri deliberato intorno al conferimento di questi premi.

« Sette furono i concorrenti al primo degli indicati premi: la Commissione ha proposto e l'Accademia ha deliberato sia questo premio assegnato al sig. prof. Achille Loria autore di un manoscritto intitolato: *Il profitto del capitale*. La Commissione composta dei Colleghi Boccardo, Cossa, Lampertico, Luzzatti, Messedaglia, Minghetti conclude ad un dipresso con queste parole il suo rapporto.

« Trattasi di un lavoro veramente originale nel senso più genuino ed « elevato della parola, di un lavoro che è frutto di meditazioni profonde e « di studio indefesso intrapreso coi presidii di una coltura svariata ed estesa, « dovuta ad una preparazione senza dubbio assai diligente e faticosa. . . . . « Coll'accordare il premio di S. M. all'anonimo autore della Memoria re- « cante il n. 7 (che è noto da ieri essere il dott. Loria) l'Accademia re- « tribuirà senza alcun dubbio uno tra i cultori più promettenti ed origi- « nali di quelle discipline che sono così strettamente collegate al progresso « intellettuale e sociale del nostro paese ».

« Al premio per le scienze giuridiche si presentarono cinque concorrenti, ma la Commissione non additò all'Accademia alcuno fra essi siccome meritevole del premio. Però la Commissione stessa, composta dei colleghi CARRARA, CARUTTI, MESSEDAGLIA, SCHUPFER e SERAFINI conclude il suo rapporto così: « Il risultato di questo concorso non è tale da scoraggiarci. C'è « anzi del buono e non abbiamo mancato di notarlo. A ben guardare il « risveglio degli studi giuridici, a cui da parecchi anni assistiamo in Italia, « diventa sempre più spiccato, e nondimeno siamo ancora lungi da quei « caratteri di merito assoluto, che soli possono giustificare il conferimento « di un premio, che non si dà a semplice titolo di incoraggiamento, ma « per lavori compiuti che abbiano un'alta portata scientifica. La Commissione « nutre fiducia che ciò possa avverarsi all'occasione del prossimo concorso, « legittimando quelle più liete speranze che S. M. il Re vagheggiò il giorno « che nella sua reale munificenza, fondò questi premi per l'incremento della « scienza e per il decoro della patria ».

« Undici furono i concorrenti al premio reale di matematica, ma otto fra essi furono dal principio esclusi dalla Commissione perchè di pochissimo o privi di valore. La Commissione composta dei colleghi BATTAGLINI, BETTI, DINI, esamina con molta cura nel suo lungo rapporto gli altri tre lavori, pone in evidenza i vari pregi di ciascuno di essi, ma concludendo essa pure negativamente dimostra la stessa fiducia della Commissione precedente rispetto ad un prossimo avvenire.

« L'Accademia poteva altresì conferire in quest'anno otto premi del Ministero di Pubblica Istruzione, da lire tremila ciascuno, per Memorie presentate da professori di scuole secondarie classiche e tecniche. I concorsi erano per le discipline filologiche, per le scienze fisiche e chimiche, per le matematiche.

« Al primo di essi si presentarono quindici lavori, un complesso di lavori, come scrive la Commissione composta dei colleghi ASCOLI, COMPARETTI, MONACI, del quale gli amici degli studi si possono abbastanza rallegrare. Infatti la Commissione stessa concludeva proponendo e l'Accademia deliberava nella seduta di ieri che le nove mila lire di questo concorso sieno così distribuite:

1°. Un premio di lire tremila al sig. Remigio Sabbadini per il suo lavoro manoscritto intitolato: *Storia del Ciceronianismo e di altre quistioni letterarie nel periodo dell'Umanismo.*

2°. Sei premi d'incoraggiamento da lire mille ciascuno ai Signori: Lodovico dal Ferro pel manoscritto, *Dei principî morali e religiosi nella tragedia di Sofocle.* — Pietro Cavazza pel lavoro stampato, *Apollonio Rodio ed il suo poema.* — Ermanno Ciampolini pel lavoro pure stampato, *Un poema eroico nella prima metà del cinquecento.* — Antonio Cipolla pel manoscritto, *Di Caio Sallustio Crispo secondo il frammento del logistorico - Pius de Pace - di Marco Terenzio Varrone.* — Gaetano Ghivizzani per la pubblicazione, *Giuseppe Giusti ed i suoi tempi.* — Pier Enea Guarnerio pel manoscritto, *Il Catalano d'Alghero.*

« Anche la Commissione pel secondo concorso composta dei colleghi Blaserna, Cannizzaro, Cantoni, conchiudeva il suo esame sui lavori presentati dagli otto concorrenti proponendo fossero assegnati quattro premi, due da lire tremila, due da lire mille e cinquecento. L'Accademia avendo accolto quella proposta, conferiva così:

« Un premio da lire tremila al prof. Stefano Pagliani specialmente per le sue, *Ricerche sulla compressibilità dei liquidi.*

« Un premio da lire tremila al sig. Aroldo Violi per i vari suoi lavori relativi alla, *Teorica degli aeriformi.*

Un premio d'incoraggiamento da lire mille e cinquecento al prof. Domenico Mazzotto pel suo manoscritto, *Determinazione delle calorie di fusione delle leghe binarie di piombo, stagno, bismuto e zinco.*

« Infine un secondo premio d'incoraggiamento da lire mille e cinquecento al sig. Abelardo Romegialli pel suo *Contributo alla teoria della fermentazione acetica ed alla tecnologia dell'acetificazione.*

« Al terzo concorso non furono presentati che due lavori da anonimi, lavori che la Commissione composta dei colleghi Battaglini, Betti, Dini, non ha stimati degni di premio.

« Il sig. Gerson da Cuñha ha già da alcuni anni messo a disposizione della R. Accademia la somma di lire mille per essere data in premio alla migliore Memoria sopra il seguente tema: *Delle relazioni antiche e moderne fra l' Italia e l' India.* Il tempo utile pel concorso fu prorogato una prima volta. All'attuale nuovo concorso non fu presentato che un solo manoscritto, ma una Commissione composta dei colleghi Ascoli, Gorresio, Valenziani trovò in esso sufficienti pregi per meritare il premio, e questo fu così ieri assegnato dall'Accademia al sig. Pietro Amat di S^{t}. Filippo.

« Quasi non bastasse la gravissima perdita del nostro Presidente, altre devo pure ricordare in questa circostanza di colleghi carissimi e valenti quali il Fiorentino, il Rossetti, il Morpurgo, e quella più recente ancora dell'uomo a caratterizzare il quale nessuna espressione più delicata, più

felice, più veritiera io saprei trovare che ripetendo le parole di un egregio nostro collega in altra assemblea: *un profumo di gentilezza accompagnava ogni suo atto e lo faceva, direi quasi, singolare dagli altri.* Voi tutti riconoscete in questa fine dipintura l' illustre nostro Presidente onorario TERENZIO MAMIANI.

« Ma per quanto mi possa tornare doloroso io non debbo lasciarmi trascinare dalla stima e dall' affetto per questi colleghi perduti ed apprezzare ora il loro valore scientifico, abusando della benevola attenzione fin qui concessami. Come già dissi da principio oggi l' Accademia è radunata per commemorare il mio illustre predecessore, ed io devo quindi cedere la parola al collega che da essa ebbe l' ambìto incarico [1]. Ma prima ancora desidero esporre pochissime considerazioni sul carattere di queste nostre annuali solenni adunanze.

« Lo scienziato ha in generale due qualità, le quali però appena trascendino ponno mutarsi in due difetti. Egli è ad un tempo modesto ed orgoglioso; modesto dinnanzi alla scienza, orgoglioso di fronte agli altri mortali. La ragione di quella modestia è troppo ovvia, tanto più per lo scienziato moderno che ogni giorno deve maggiormente limitare l' estensione della propria ricerca se vuole guadagnare in profondità, perchè sia necessario aggiungere altra parola. Non parrà così chiara la ragione dell'altra qualità o dell'altro difetto se non a chi consideri lo scienziato siccome un lottatore costante, appassionato, contro l' ignoto. Lo scienziato, abituatosi fino dalla giovinezza alla contemplazione, alla ricerca del vero nella sua purezza sia nel mondo morale quanto nel mondo fisico, male si adatta alle transazioni umane, ed acquista mano a mano un contegno di riserva, che se non è ancora orgoglio ne ha però tutta la forma esteriore.

« V' ha di più: a questa riserva nel contegno, una seconda se ne aggiunge col tempo la quale credo possa denominarsi: riserva nell' esprimere il proprio pensiero. Egli sente, in generale, una grande ritrosia nel dirigersi ad altri che ai propri pari.

« Il Renan pochi mesi or sono commemorando un illustre geometra francese così si esprimeva « Courte est une vie scientifique; mais immense « est un capital où rien ne se perd ». Ora lo scienziato presénte la brevità della sua vita scientifica, cura per ciò di non disperdere forze preziose anche a costo di non godere soddisfazioni che ad altri appaiono invidiabili. Il Taine esprimeva forse la ragione intrinseca di quella seconda riserva quando a proposito delle lezioni di Cousin così scriveva: « Les verités mo- « yennes seules peuvent être populaires, seules elles peuvent être traité en

[1] L'Accademia avendo deliberato di pubblicare in uno speciale Volume dei suoi Atti varie fra le memorie edite ed altre inedite di Quintino Sella, la commemorazione del prof. Cossa formerà parte del volume stesso.

« beau langage; seules elles ouvrent une pleine carrière à l'orateur, parce « qu'avec le devoir de convaincre, elles lui imposent l'obligation de tou- « cher et de plaire ».

« Fin qui lo scienziato quasi puramente nelle sue manifestazioni intellettuali. Ma è d'uopo avvicinarlo di più per riconoscere che alla vita dell'intelligenza egli accoppia quella dell'animo, per riconoscere che egli non solo pensa, ma sente, e sente spesso così fortemente come fortemente medita. E limitando il mio dire a noi, ebbene, noi amiamo la nostra patria, noi amiamo la dinastia che ne regge i destini, e se un giorno abbiamo la fortuna di trovarci dinnanzi al valoroso nostro Re, alla coltissima nostra Regina, sapremo da quei sentimenti ritrarre forze sufficienti per vincere ogni nostra ritrosìa. Sì noi saremo sempre lieti di rendere partecipe dei nostri studi, dei nostri intenti, delle nostre speranze, l'Augusta Coppia e l'eletta cittadinanza che La circonda. Era convinzione di Quintino Sella ed è pur mia che questa annuale adunanza solenne abbia un alto significato; perciò, se come non dubito l'Accademia me lo consente, curerò dare ad essa il maggiore interesse, la maggiore attrattiva, rimanendo pur sempre nel campo sereno della scienza.

« Comunico agli Accademici che pochi momenti prima dell'adunanza mi furono consegnate dal collega Mariotti e dall'on. Trompeo due medaglie, l'una di argento l'altra di bronzo, coniate in onore di Quintino Sella. Le medaglie portano da un lato il ritratto di lui, dall'altra questo motto « gli amici convenuti in Oropa al suo sepolcro, 22 aprile 1884 ». Questi devoti amici fanno dono all'Accademia della medaglia, ed io li ringrazio pel felice pensiero di avere prescelto pel dono questo giorno in cui ogni manifestazione d'onore all'uomo che abbiamo perduto torna a noi così grata.

« Rinnovo alle LL. MM. i vivi sentimenti di gratitudine dell'Accademia per essersi degnate di accogliere l'invito a questa nostra adunanza ».

Relazione sul concorso al premio Reale per le scienze sociali ed economiche per l'anno 1883. — Commissarî: Boccardo, Ferrero, Lampertico, Luzzatti, Messedaglia, Minghetti, e Luigi Cossa, (relatore).

« Vennero presentati in tempo utile, cioè al 31 dicembre 1883, per concorrere al premio di S. M. per le scienze sociali ed economiche i lavori seguenti.

« 1. Dal sig. Giov. Gius. Gizzi un ms. (segnato col n. 137) di 21 pagine sul *Valore in relazione coi bisogni della società*.

« 2. Dal prof. Carmine Soro-Delitala un opuscolo di pag. 126 (col

n. 12) sul *Sistema tributario de' comuni e delle provincie*, stampato a Roma, 1879.

« 3. Dall'avv. G. Straulino la monografia (n. 129) col titolo: *L'abolizione del corso forzoso della carta moneta nel Regno d'Italia.* Torino, 1883 (pag. XIV, 177).

« 4. Dal prof. avv. A. Vismara il volumetto: *Morale sociale. Libro di lettura*, ecc. (n. 135). Udine, 1883 (pag. XI, 190).

« 5. Dal sig. Vito Epifani un ms. di circa pagine 170 non numerate (n. 139) col titolo: *Synologia. Saggio di un ordinamento politico ed economico della nazione.*

« 6. Dall'ing. Luigi Perozzo: *Nuove applicazioni del calcolo delle probabilità allo studio dei fenomeni statistici, e distribuzione dei matrimonî secondo l'età degli sposi* (33 pag.) Roma, 1882 (n. 148).

« 7. Da un Anonimo un ms. di circa 532 pagine in 4° (n. 136) intitolato: *Il profitto del capitale*, segnato col motto *Rerum cognoscere causas.*

« La Commissione giudicò affatto inadeguate alle condizioni del concorso le Memorie segnate coi numeri 1 a 5, giacchè, fatta anche astrazione della loro brevità, o sono compilazioni di poco o nessun valore scientifico (n. 4), o riproducono con poca esattezza e senza alcun pregio, nemmeno di coordinazione, dottrine comunemente note (n. 5), o sono in contraddizione più o meno manifeste con verità definitivamente acquisite alla scienza (n. 1, 3) e mancano poi tutte di quell'essenziale requisito della originalità a cui accenna l'atto constitutivo del premio.

« Meritano, invece, largo encomio i due lavori recanti i numeri progressivi 6 e 7, siccome quelli che attestano serietà di indagini, condotte con ispirito strettamente scientifico.

« Tuttavia la Commissione riconobbe tosto che la Memoria n. 6, già pubblicata nei nostri Atti (serie 3ª, volume X) ed opera dell'ing. Luigi Perozzo, cultore benemerito della *statistica matematica*, è un lavoro molto pregevole, onorato di traduzione tedesca e francese, ed assai favorevolmente apprezzato da critici competenti, ma si riduce ad una applicazione corretta ed opportuna del *calcolo delle probabilità* ad un problema statistico assai ristretto, benchè importante, e non risponde perciò alle ragionevoli esigenze d'estensione e d'intensità di ricerche a cui mira il premio largito dalla munificenza sovrana.

« L'anonimo autore del ms. recante il n. 7, partendo dall'idea che il *profitto del capitale* non è un elemento necessario e permanente della *distribuzione delle ricchezze*, ma un fatto, se così può dirsi, *contingente* e *transitorio*, esistente in certe condizioni di civiltà e mancante in certe altre, deplora che gli *economisti classici* (in ispecie Ricardo) e i *socialisti* così detti

scientifici (in ispecie Rodbertus e Marx) che, non ostante le opposte conseguenze, si fondano, a parer suo, sull'identica teoria, siansi ristretti a studiare, benchè con molta profondità quella che potrebbe chiamarsi la *dinamica* della distribuzione, cioè le *relazioni* tra *salario*, *profitto* e *rendita*. Egli invece si propose di investigare, *rispetto al solo profitto*, ma coi necessarî riferimenti al *salario* ed alla *rendita*, quali siano le cause che ne determinano le *origini* e gli *incrementi*, nelle varie fasi della storia economica.

« La Memoria comprende due parti. La prima, che è la più diffusa ed importante, procede con metodo prevalentemente *deduttivo* ed ha un carattere essenzialmente *dottrinale* e *polemico*. Essa è in sostanza una elaborata confutazione della teoria di Ricardo, che considera come elemento del *valore normale* dei prodotti il solo *lavoro*, mentre invece vi intuisce il *capitale in funzione* della *moneta* e del *salario*. Nella parte seconda di carattere *induttivo*, l'autore vuole provare (col metodo chiamato dal Mill *delle differenze*) mediante la storia delle *colonie americane*, le quali riproducono, con somma celerità, tutte le fasi della *civiltà europea*, quali siano state le *origini* e le *modificazioni* successive del *profitto del capitale*.

« Eccone a larghi tratti, e per quanto è possibile nei limiti che ci sono prefissi, le idee principali. In un *primo stadio* dell'incivilimento, nel quale è occupata soltanto una parte delle terre di prima qualità (di cui si può cominciar la coltivazione anche *senza capitale*) e nel quale, per conseguenza non opera la legge della *produttività decrescente*, non può sorgere *naturalmente* (*automaticamente*, dice l'autore) il *profitto*, giacchè i proprietari capitalisti, che vivono necessariamente disgregati, se vogliono *potenziare* il loro lavoro devono *associarsi* (*associazione mista*) con operai sprovvisti di capitale ai quali devono cedere la metà del prodotto, costituendo *l'astinenza dalla terra libera* (rinuncia alla *proprietà*) di questi ultimi un sagrificio pari a quello della *astinenza dal consumo di capitale* a cui si assoggettano i primi. Per spiegare l'esistenza del profitto in tali condizioni bisogna fare capo alla *violenza* dei proprietarî che nelle epoche antiche e medio evale ridussero a *servitù* l'operaio e confiscarono *sistematicamente* un profitto che *automaticamente* non sarebbe mai sorto. In un *secondo stadio* di civiltà, quando le terre *migliori* sono occupate, e poscia incomincia e quindi si estende la coltivazione delle terre *inferiori* (cioè non *trattabili* senza un capitale precedentemente accumulato) sorge *naturalmente* il profitto perchè non avendo più il lavoratore la possibilità di occupar terre libere di *primo ordine*, deve accontentarsi di un semplice *salario*, il quale però, essendo superiore al suo stretto bisogno, gli permette di diventar capitalista alla sua volta e di occupare terreni di seconda categoria. Il profitto *automaticamente* nato, non è *vitale* e perchè possa *sistematicamente* durare occorre che i proprietari capitalisti tentino di ridurre colla *forza* il salario al minimo. Ecco il segreto d'una lotta secolare in Europa ed America (secoli 16-18).

Finalmente in un *terzo stadio* della civiltà, nel quale per l'aumento della popolazione, si occupano sempre più le terre inferiori e si sente fortissima l'azione della legge economica dei compensi decrescenti, il profitto, già sorto *automaticamente* nel secondo stadio, diventa un *fattore necessario* della produzione, e *persiste* del pari *automaticamente*, perchè l'operaio ridotto al *minimo* del salario, che basta appena alla sua sussistenza, non può diventar capitalista ed anche perchè cessata coi progressi della coltivazione delle terre inferiori, la *segregazione* dei proprietarî, questi possono associarsi tra loro (*associazione propria*, secondo l'autore) e non consentono all'*associazione mista*) (cioè ad anticipar capitale ad un operaio) se non intascano l'intero profitto. Causa *diretta* della *miseria* non è *l'eccesso di popolazione*, ma la *mancanza di terra libera* da cui deriva un *aumento* del *coefficiente di riproduzione* della specie umana. Per dirlo in una parola nel sistema dell'autore, l'esistenza od il difetto di *terreno libero occupabile*, è il principio fondamentale della *distribuzione delle ricchezze*, che non venne avvertito dagli *economisti classici* e dai *socialisti scientifici*, i quali spiegarono soltanto, benchè assai profondamente, la legge senza dubbio importantissima essa pure, dei *compensi decrescenti* della produzione agraria.

« Se si fosse trattato di un *prèmio* di minore importanza, sia per l'entità che per la origine, sarebbe bastato un esame affatto sommario di questa Memoria per indurre prontamente nei vostri commissarî la piena convinzione che il premio stesso si dovesse senz'altro accordare all'autore di un lavoro originale ingegnoso, erudito, che è evidentemente il frutto di studio indefesso e di profonda meditazione. Preoccupata invece dal carattere eccezionale ed elevato della ricompensa, la Commissione, prima di arrivare alla proposta *esplicita ed unanime* che oggi vi presenta, ha dovuto assoggettare ad un minutissimo e ripetuto *esame critico* il voluminoso ms., per mettere in sodo se i difetti, che pur vi si incontrano fossero tali da menomare di troppo i meriti segnalati che lo contraddistinguono.

« Che infatti la dissertazione sul *profitto del capitale* presenti parecchie mende, e non sempre lievi, fu tosto riconosciuto da tutti i Commissarî, benchè (com'è naturale in materia delicatissima e, in parte, tuttora controversa) con gradazioni diverse di giudizio. Sorvolando sulle imperfezioni di lingua e di stile, che trovano qualche scusa nella fretta della redazione e nel molto uso di opere straniere, fummo tutti d'accordo nel censurare a più riprese il *difetto di chiarezza* e la *mole soverchia* del lavoro che, ridotto a più modeste proporzioni ed a forma più perspicace, avrebbe rilevato senza punto sagrificare i necessarî svolgimenti, più perfetta maturità di pensiero e studio più diligente di correzione. Venne inoltre osservato che l'uso del *linguaggio analitico* per spiegare alcuni fenomeni semplicissimi per se stessi riesce superfluo, quando non è anche d'impaccio all'andamento naturale del discorso. Si notò, per ultimo, che certi esempî ricercati

con molta fatica in documenti ufficiali o scientifici stranieri, e di cui non s'intende disconoscere il merito, avrebbero potuto, e non di rado, cedere il posto, o comunque accoppiarsi, ad illustrazioni più ovvie ed a noi più famigliari, attinte alle non scarse pubblicazioni concernenti, in ispecie, le nostre condizioni agrarie.

« Qualche appunto di maggior peso sarebbe stato mosso circa al *concetto* ed alle *tendenze* del lavoro, circa al suo *punto di partenza*, al genere delle *prove* ed in particolare circa alla *esattezza* di alcune proposizioni formulate in modo *troppo reciso* e senza quelle *limitazioni*, che, con buona pace dell'autore e dell'illustre filosofo a cui si riferisce, sono indispensabili quando si tratta di semplici *funzioni empiriche* e di questioni di *massimi* e di *minimi*. In casi consimili vi hanno ricorso anche le *scienze* che meritarono il nome di *esatte* appunto perchè lasciarono da parte le *affermazioni apodittiche*, così frequenti in altri periodi della storia del pensiero.

« E per scendere, come è necessario a qualche particolare, è sembrato a più d'uno dei Commissarî (e da nessuno fu negato) che l'autore non abbia sufficientemente avvertito che certe *teorie* sulle quali i *socialisti* specialmente tedeschi, fanno tanto assegnamento e contro le quali gli *ottimisti*, specialmente francesi ed italiani tirano le loro facili frecciate, non si possono attribuire al vero Ricardo, ma ad un Ricardo fantastico e convenzionale, foggiato a capriccio col soccorso di quella molteplicità di sottintesi, di quelle ambiguità di espressioni e di quegli altri difetti piuttosto didattici che scientifici che rendono cotanto malagevole il cogliere il vero significato di alcune sue dottrine. Si osservò in ispecial modo (ed è appunto assai notevole nelle argomentazioni e nelle polemiche dell'autore) non potersi sostenere che Ricardo abbia escluso assolutamente il *profitto* dagli elementi del *valore normale, delle cose liberamente ed indefinitivamente aumentabili,* facendolo dipendere solamente dalla *quantità di lavoro necessario* per produrle, giacchè un attento studio delle varie *sezioni* di cui si compone il suo *capitolo* sul *Valore* ci dimostra professar egli che il valore normale deriva non solo dalla *quantità e qualità del lavoro* (compreso quello accumulato nelle *materie* e negli *strumenti*), ma anche dal *saggio del profitto,* quando vi sia *diversità*, o nella proporzione tra capitale e lavoro, o nella durata dei capitali od in quella del processo tecnico di produzione, cioè in quei casi nei quali anche la scienza moderna riconosce che il saggio del profitto influisce veramente sul valor normale dei prodotti. Dal che risulta non essere perfetta l'identità delle premesse della economia classica e del socialismo scientifico e non potersi quindi addebitare alla prima le conseguenze che il secondo ne trae circa la illegittimità del profitto, e non potersi quindi accettare l'opinione dell'autore che chiama *suicida* la *teorica del valore della scuola classica,* ammesso anche che il Ricardo ne fosse non soltanto (ciò che è incontrastabile) il più profondo ed eminente, ma anche

(ciò che si può per più motivi negare) l'unico rappresentante, e che non esistessero le molte correzioni ed aggiunte che si fecero alle sue dottrine da illustri economisti a lui succeduti.

« Fra le asserzioni troppo assolute dell' anonimo concorrente si nota quella che gli economisti studiarono fino ad ora la *moneta* come *mezzo di scambio* e ne trascurarono il carattere di *misura del valore*, il che mal potrebbe conciliarsi colle recentissime ed insistenti controversie degli *unometallisti* coi *bimetallisti*, che riflettono specialmente la ricerca del sistema migliore per raggiungere la maggior possibile stabilità nel *modulo del valore*. È poi corretto il dire che ci sono economisti, (compresi quelli che professano la così detta *teoria quantitativa* di Ricardo e del celebre *Bulleion Report*) i quali facciano veramente dipendere il valor della moneta dal *solo elemento della quantità* che si trova in circolazione? Potrebbe del tutto accertarsi la dottrina dell'autore circa all'influenza prevalente dell'esistenza o del difetto di *terra libera* in confronto al *principio di popolazione*, quando si pensa che Malthus parlando di *densità di popolazione* accennava alla relazione tra *queste* ed il *territorio*, senza di che quella espressione non può avere alcun significato ragionevole? Potrebbe veramente fornirsi una dimostrazione scientifica della affermazione che il *coefficiente di riproduzione sia in ragione inversa del benessere*? A quali risultati si arriverebbe traducendo in forma analitica quell'ardita proposizione?

« I fatti copiosi ed interessanti che l'autore ha condensati nella seconda parte del suo lavoro con erudizione larghissima, e che potrebbe a taluno financo parer soverchia, ma *schietta* ad ogni modo e di *prima mano*, diedero qualche motivo a dubitare che nella *scelta coordinazione* ed *interpretazione* dei medesimi l'anonimo non sia sempre proceduto con piena sicurezza e scevro di preoccupazioni sistematiche. L'analogia tra le *terre libere* e l'*ager publicus* dei romani in molta parte non regge, e sono troppo grandi le discrepanze tra la schiavitù *classica* e la *coloniale*, perchè questa possa fornir sempre una spiegazione plausibile delle vicende, e natura propria di quella. Nel mondo classico mancò spesse volte la differenza di razza tra i padroni e gli schiavi o per lo meno non fu sempre quella di una razza *inferiore* dominata dalla *superiore*, il che spiega a sufficienza quelle condizioni, del tutto ignote al mondo coloniale moderno, nelle quali le arti così dette *liberali* fossero esercitate precisamente ed in gran parte da *schiavi* e da *liberti*.

« Cotesti difetti della Memoria segnata col n. 7 che la Commissione si è fatta scrupolo di esaminare colla più minuta attenzione, e le riserve che essa crede di fare in proposito, non parvero però tali da potere sostanzialmente infirmare il giudizio favorevole che essa ha potuto sul merito e l'importanza dell' opera considerarla nel suo complesso; e perciò vi presentiamo ad *unanimità di voti* la proposta di accordare l'intero premio di S. M. all'autore del ms. di cui vi abbiamo dato notizia.

« Si tratta, infatti, di un lavoro veramente *originale*, nel senso più genuino ed elevato della parola, di un lavoro che è frutto di meditazioni profonde e di studio indefesso intrapreso coi presidî di una coltura svariata ed estesa dovuta ad una preparazione, senza dubbio assai diligente e faticosa. Si tratta di un lavoro che rivela un ingegno il quale, se anche non abbia per avventura raggiunta la piena maturità, è però vigoroso ed acutissimo, di un ingegno che ama affrontare, con molto ardimento ma con grande competenza, i problemi più ardui e controversi dell'economia politica, invece di evitarli con un riserbo che commendevole forse in qualche caso, potrebbe in qualche altro accennare a poca vigoria di scienza e di critica. Si tratta finalmente di una Memoria che non risolve invero il problema teorico della *distribuzione della ricchezza*, a cui pure si riferisce, ma che prepara la via ad indagini ulteriori e la rischiara aprendo orizzonti, per più rispetti affatto nuovi, a vantaggio di coloro che potranno indirizzare a questo genere di ricerche, ricchezza d'ingegno e profondità di dottrina, pari a quelle di cui dà prova la dissertazione che abbiamo esaminata. E fosse pur profittevole fra noi cotesto esempio.

« Coll'accordare il premio di S. M. all'anonimo autore della Memoria recante il n. 7 l'Accademia dei Lincei retribuirà senza alcun dubbio uno tra i cultori più promettenti ed originali di quelle discipline che sono così strettamente collegate al progresso intellettuale e sociale del nostro paese ».

Relazione sul concorso al premio di S. M. il Re per le scienze giuridiche, che non potè conferirsi nel 1881 e fu prorogato a tutto il 1883. — Commissarî: CARRARA, CARUTTI, MESSEDAGLIA, SERAFINI e SCHUPFER (relatore).

« I concorrenti furono cinque; ma uno di essi (il Pitrelli) ha presentato un lavoro, ch'è d'indole affatto astratta, e non ha che una scarsa attinenza colle discipline del concorso.

« Gli altri sono:

« 1. ORLANDO V. E., *Delle fratellanze artigiane in Italia.*

« 2. MOSCA GAETANO, *Sulla teorica dei governi e sul governo parlamentare.*

« 3. BUCCELLATI ANTONIO, *Il nihilismo e la ragione del diritto penale.*

« 4. ORANO GIUSEPPE, *La recidiva nei reati.*

« La Memoria dell'ORLANDO, *Delle fratellanze artigiane in Italia*, è una Memoria pregevole, che si ricollega alle questioni del giorno. In generale noi ci troviamo in un periodo di reazione, che si rifà a quel passato che la rivoluzione francese ha forse troppo repentinamente distrutto: è una forte reazione che viene via via allargandosi, e abbraccia il diritto in tutte le sue

forme e manifestazioni, civili e penali, pubbliche e private. Quale esiste attualmente, esso è lo specchio fedele della società creata dalla rivoluzione, in cui gl'individui isolati non hanno alcun legame che li stringa ai loro simili, nè un centro qualunque a cui riannodarsi. Allora l'individualismo, soffocato a lungo, rivendicò i proprî diritti e parve necessità; ma altre necessità, ugualmente forti, spiegano, se non altro, come avvenga, che si tenti oggigiorno di rialzare l'elemento sociale, e ristabilirne l'equilibrio coll'individuo.

« In ispecie la necessità di riordinare fortemente il lavoro è vivamente sentita da alcune scuole economiche. Si tratta infine di mettere in grado le classi operaie di sostenere la lotta col capitale, perchè non ne rimangano schiacciate, e alla lor volta non usurpino sui diritti del capitale. Ma possono servire a ciò le vecchie corporazioni? Qualcuno lo ha detto. L'Orlando non lo crede; ma, prima di arrivare a cotesta conclusione, ha voluto studiarne la storia. Egli stesso chiama il suo lavoro un contributo alla storia giuridica ed economica d'Italia.

« Ed è veramente tale. Non è ancora la storia delle fratellanze: forse la scarsità dei documenti pubblicati la renderà impossibile ancora per qualche tempo; ma del resto neppure l'autore si è giovato di tutti i materiali, che si trovano nelle vecchie cronache delle nostre città e negli scritti dei nostri giuristi. Nondimeno, se non è ancora la storia, è un buon avviamento ad essa. Il lavoro è concepito largamente e, in generale, il momento storico delle fratellanze artigiane pare côlto con esattezza. Non diremo che esse sieno cominciate con un carattere politico; ma è certo che aiutarono potentemente la città a sostenere la lotta colla campagna feudale, e fin là non aveano avuto nulla di esclusivo. Più tardi però, raggiunto lo scopo, cedono a ispirazioni egoistiche; la libertà del lavoro rimane come paralizzata, e anche le novità richieste dai tempi durano fatica a farsi strada; gli operai finiscono col trovarvisi a disagio, e la istituzione stessa viene battuta in breccia e scompare: era il principio individuale, che reagiva contro una tutela, che ne aveva inceppato i movimenti e doveva finire col danneggiarlo. In verità non si vede come la corporazione potrebbe resuscitare in questa forma.

« L'autore ne segue via via la evoluzione dalle origini romane fino alla rivoluzione francese; e non manca di tracciarne la costituzione interna. Forse le parti, che più lasciano a desiderare, son quelle che concernono le origini romane e il periodo barbarico. Sono due capitoli piuttosto affrettati, non scevri da lacune e anche da qualche inesattezza. Invece la trattazione s'allarga nel periodo comunale, che infine è il periodo luminoso delle corporazioni; ma avremmo desiderato una maggiore relazione coi tempi e coll'ambiente, che non si scorge dapertutto, sicchè lo svolgimento storico di più cose, che pur ci avrebbero interessato, non si afferra bene. Ricordiamo a

mo' d'esempio i diritti e gli obblighi degli associati, le attribuzioni delle loro assemblee, le funzioni dei corpi consultivi ecc., tutte cose che pure hanno avuto la loro storia. Parimenti la natura giuridica della corporazione avrebbe meritato un più attento esame, specie nella diversità di opinioni, che si agitavano tra civilisti e canonisti; e non sarebbe stato inutile di studiar meglio gli statuti della fratellanza, sia nelle loro origini, sia nelle relazioni col gius comune e cogli statuti municipali.

« L'opera del Mosca affronta il problema parlamentare: un altro problema molto grave e complesso, che tormenta l'età nostra. Certo, la società disorganizzata, a cui accennammo, non poteva dare altro frutto; ma d'altra parte è anche certo, che una profonda corruzione pervade le nostre istituzioni rappresentative, e più d'una voce s'è alzata in Italia e fuori onde avvertire la china pericolosa, per la quale esse conducono la società. Il libro del Mosca, *Sulla teoria dei governi e sul governo parlamentare*, ha questo carattere.

« È un libro di studî storici e sociali di un merito assai diverso. Qua e là una cotal foga del dire e una troppa sicurezza di giudizî tradisce il giovane: ma insieme è lodevole la sincerità e rettitudine delle sue ricerche, lo spirito riflessivo, la tendenza, ch'egli ha, di andare oltre alla superficie, per addentrarsi nella sostanza delle cose, una tal quale sagacia di criterio e la molta indipendenza del giudizio.

« Forse gli studî storici sono soverchi. Riproducono e riassumono altri lavori sulle costituzioni politiche e sociali dagli Ebrei fino alla rivoluzione francese; e neppure si allacciano bene al resto; almeno non si vede che l'autore se ne avvantaggi, o così compiutamente, come avrebbe potuto per gli studî sociali, che vengono dopo, e che formano il vero scopo del libro. Nè vorremmo dire che ci sia molto di una vera teoria dei governi nel senso scientifico della parola; nè che tutte le idee svolte o lasciate intravvedere dall'autore ci paiano accettabili: in ispecie questa, che la forma politica sia qualcosa di estrinseco, e non si leghi intimamente e sostanzialmente alle condizioni morali ed economiche, cioè dire a tutta la vita e attività del popolo.

« Per converso, quella parte del libro che s'indirizza al governo parlamentare, merita ampia lode. La censura, che l'autore ne fa, potrà sembrare qua e là soverchia; ma in generale colpisce giusto: ad ogni modo, non è una censura campata in aria, ma basata sul sodo: non vaga nè partigiana, ma piena di cognizioni positive e ispirata a concetti sereni. Soltanto sarebbe stato desiderabile che l'autore, dopo aver messo il dito sulla piaga, avesse anche accennato ai rimedî; e non lo fa, e il non averlo fatto rende il libro manchevole. Alcune riforme, ch'egli suggerisce qua e là per migliorare singole istituzioni, potranno parere accettabili, ma certo sono insufficienti allo

scopo. Del resto, il difetto che accenniamo non è sfuggito all'autore: ma forse egli non credette che francasse la spesa di occuparsene, persuaso com'è, che il sistema parlamentare sia una forma transitoria destinata a sparire.

« Gli altri lavori appartengono al diritto penale.

« Come altre parti della scienza, così questa del giure punitivo ha trovato a' dì nostri una viva opposizione, specie sotto la influenza delle scienze naturali, che sono via via penetrate anche nelle scienze morali e le hanno trasformate: si cominciò a studiare il reato concretamente, non più come una astrazione giuridica, ma come un'azione umana, come un fatto sociale e naturale, e insieme si studiò l'uomo sull'uomo, più che non si fosse fatto per l'addietro colla scorta di formole astratte; lo stesso sentimentalismo e certe debolezze morali e mentali, che sono penetrate nella pratica e minacciano di corrompere la legislazione, vennero battute in breccia; e di fronte ai diritti dell'individuo tornò ad affermarsi più vigorosamente il diritto del corpo sociale. La reazione si è manifestata in più sensi, e non senza parecchie esagerazioni; ma d'altra parte anche la scuola razionale se n'è più o meno risentita, e la lotta ferve tuttora.

« Il libro del prof. Buccellati, *Il nihilismo e la ragione del diritto penale*, interviene tra i combattenti, riconoscendo la necessità di una conciliazione tra la scuola razionale e la scuola sperimentale: la teorica del principio giuridico deve, secondo lui, trovare il suo complemento nelle nozioni che vengono somministrate dallo sperimentalismo; ma il Buccellati combatte i materialisti.

« In sostanza il suo libro è un libro di battaglia, degno di molta considerazione. La Commissione ha notato con piacere la vasta e svariata coltura dell'autore, specie nel dominio delle scienze filosofiche e una certa finezza di critica e il calore tutto giovanile della disputa. Tra le altre va segnalata la storia delle teorie penali italiane, che certo potrà riescire di giovamento, per apprezzarne la portata più che non si abbia potuto fare sinora colla scorta dei soliti manuali. Nondimeno la Commissione ha anche avvertito più cose, che le impedirono di conferirgli il premio.

« A ben guardare è la scuola spiritualista, che sorge nel lavoro del Buccellati contro le teorie materialiste sospinta dai suoi ideali, animata tuttavia da una fede viva e sincera, armata, se vogliamo, di tutto punto, ma senza dare alcun contributo veramente nuovo alla scienza. La stessa formula della *reintegrazione*, che l'autore in questo suo lavoro sostituisce a quella della *conservazione* dell'ordine giuridico, propugnata in altri suoi scritti, se può importare una più esatta determinazione del magistero penale a differenza di altri rami della legislazione, non importa alcun nuovo risultato. Si potrebbe anche osservare, che il libro, più che una valida confutazione, nel significato vero e proprio della parola, è una nobile e vigorosa protesta.

Per essere una confutazione sarebbe stato necessario, che l'autore si fosse rifatto alla questione del libero arbitrio; e anche ammesso, come crediamo, che, nella ideale natura umana, l'uomo abbia questa libertà di determinare le proprie azioni secondo certi fini, bisognava esaminare, se essa si presenti in tutti con la medesima intensità e non sia in alcuni soffocata e anche spenta, e vedere se e come l'azione dello Stato potrebbe nondimeno intervenire a tutela della società minacciata. Noi avvisiamo che solo portando l'esame con una certa ampiezza su quei concetti degli avversarî, che possono dirsi fondamentali, la polemica avrebbe potuto riescire fruttuosa.

« Il lavoro dell'avv. ORANO, *La recidiva nei reati*, è più modesto. È un lavoro, il quale s'ingegna di dimostrare come « l'aumento di pena sancito dai codici contro i recidivi non sia giustificato da ragione alcuna, e che spesso si converta in una manifesta ingiustizia, ondechè deve abolirsi ». È una dimostrazione fatta con una cotale larghezza e con molte illustrazioni dottrinali e legislative; ma non si può dire che queste sieno complete e neppur sempre esatte. Insieme sarebbe stato desiderabile, che l'autore, anzichè considerare l'aggravamento di pena dei recidivi dal solo aspetto individuale, si fosse fatto a studiarlo dal lato sociale.

« In conclusione, il risultato di questo concorso non è tale da scoraggiarci. C'è anzi del buono, e non abbiamo mancato di notarlo. A ben guardare, il risveglio degli studî giuridici, a cui da parecchi anni assistiamo in Italia, diventa sempre più spiccato; e nondimeno siamo ancor lungi da quei caratteri di merito assoluto, che soli possono giustificare il conferimento di un premio, che non si dà a semplice titolo d'incoraggiamento, ma per lavori compiuti che abbiano un'alta portata scientifica. La Commissione nutre fiducia, che ciò possa avverarsi all'occasione del prossimo concorso, legittimando quelle più liete speranze, che S. M. il Re vagheggiò il giorno che nella sua reale munificenza, fondò questi premî per l'incremento della scienza e per il decoro della patria. Intanto vedrà l'Accademia, quale destinazione del fondo rimasto vacante debba proporre a S. M., specialmente a vantaggio delle scienze giuridiche, a cui il premio si riferisce ».

Relazione sul concorso al premio Reale per la Matematica nell'anno 1883. — Commissarî : L. MENABREA, E. BETTI, U. DINI e G. BATTAGLINI (relatore).

« Pervennero in tempo utile all'Accademia i lavori seguenti :

« 1. ANONIMO. *Trattato sull'economia politica* (ms.)

« 2. ANONIMO (senza titolo ; relativo alla teoria delle rette parallele) (ms. pag. 3).

« 3. Riboldi Giovanni. *Sopra il teorema relativo alla somma degli angoli di un triangolo rettilineo* (ms. pag. 8).

« 4. Gizzi G. Giuseppe. *Generalizzazione della formola dell' impossibilità del moto perpetuo* (ms. pag. 14).

« 5. Seronno G. Battista. *Problema della trisezione dell' arco* (ms. pag. 6).

« 6. Motti Giovanni. *Falsità del valore π secondo Archimede, dimostrata nei suoi teoremi di approssimazione. Dimostrazione della vera quadratura del circolo* (ms. pag. 90).

« 7. Gallo Gustavo Adolfo. *Risoluzione geometrica del triangolo sferico* (ms. pag. 25).

« 8. Salvati Michele. *Le funzioni trigonometriche della parabola* (ms. pag. 41 di testo e 325 di tavole numeriche).

« 9. Ascoli Giulio. *La curva limite di una varietà data di curve* (st. Atti dei Lincei, pag. 68).

« 10. Siacci Francesco. 1° *Teorema fondamentale nella teoria delle equazioni canoniche del moto* (st. Atti dei Lincei, pag. 16) — 2° *Nuovo metodo per risolvere i problemi del tiro* (ms. pag. 21; st. pag. 69).

« 11. Veronese Giuseppe. *La Geometria a* n *dimensioni, in sè e quale metodo di ricerca e di dimostrazione* (ms. pag. 167, st. pag. 38).

« Il primo dei suddetti lavori è, per l'argomento, del tutto estraneo alla matematica. I lavori, contrassegnati con i numeri dal 2 al 6, non hanno alcun valore scientifico, ed alcuni tra essi, che riguardano il moto perpetuo, la trisezione dell'angolo, o la quadratura del circolo, mostrano che ai loro autori fanno difetto le cognizioni più elementari della scienza. I lavori segnati con i numeri 7 e 8 sono troppo elementari per essere presi in considerazione.

Rimangono le sole Memorie dell'Ascoli, del Siacci e del Veronese da dover prendere in esame.

« Il lavoro del sig. Ascoli: *Sulla curva limite di una varietà data di curve,* è senza dubbio molto pregevole, specialmente se si ha riguardo alla precisione con la quale espone le cose trattate, che sono relative ad una parte dell'analisi delicatissima e difficile, come quella attinente ai principî della teoria delle funzioni, nei quali è necessario il maggior rigore. L' autore nella prima parte del suo lavoro fa uno studio sui rami delle curve di classe assegnabile o meno, come egli dice; studio che in fondo può dirsi quello di funzioni per le quali esistano le derivate, con certe proprietà generali, sino a quelle di un determinato ordine finito, o fino a quelle di ordine qualsivoglia. Nella seconda parte, considerando una varietà, illimitata di linee dotate di alcune proprietà generali, l'autore con varie

considerazioni, e successivi passaggi al limite, ne deduce la esistenza di certe curve, che chiama « curve limiti della varietà data » e studia le proprietà generali di queste curve limiti.

« Da tutto il lavoro apparisce largamente il molto acume dell' autore, la sua precisione nel trattare di cose tanto delicate e difficili; e s' intravede anche come i risultati ottenuti potranno in avvenire acquistare una particolare importanza, quando vengano applicati a trattare, in modo semplice e rigoroso, almeno le parti principali della teorica delle funzioni di due variabili. L'autore accenna a questa possibilità nella introduzione al suo lavoro; e soltanto quando ciò sia fatto potrà dirsi che gli studî dell'autore segnino un importante progresso nella scienza, quali si richiederebbe per poterli dichiarare meritevoli del premio reale.

Il sig. prof. Siacci nella prima sua Memoria intitolata: *Teorema fondamentale nella teoria delle equazioni canoniche del moto*, dà un teorema di analisi, per mezzo del quale egli dimostra con metodo uniforme tutto ciò che Hamilton e Jacobi hanno trovato, riguardo alla teoria delle equazioni differenziali della Dinamica, cioè riduzione alla forma canonica, trasformazioni di equazioni canoniche, teorema della funzione caratteristica, ed equazioni del moto perturbato. Il lavoro è certamente molto pregevole, in quanto riduce a unità il metodo col quale si possono trattare queste teorie. Non si può dire però che la Memoria segni un progresso verso la integrazione delle equazioni della Dinamica, che è lo scopo finale della teoria; sicchè mentre si reputa questo lavoro del Siacci degno di encomio, esso non è però tale da poterglisi aggiudicare il premio reale.

« A differenza della suddetta Memoria, che mirava essenzialmente a stabilire simboli analitici per rappresentare le leggi più generali del moto, il prof. Siacci nella sua seconda Memoria intitolata: *Nuovo metodo per risolvere i problemi del tiro*, si è proposto di accomodare le formole analitiche, combinate con l' esperienza, per risolvere il problema del tiro delle armi da fuoco. Una tale questione è di grande importanza ai tempi nostri, sia per gli effetti che i perfezionamenti arrecati alle bocche da fuoco permettono di ottenere, e che richiedono una conoscenza per quanto possibile esatta delle circostanze del moto del proiettile nei vari punti della traiettoria da esso percorsa, sia per regolare la costruzione stessa di quelle bocche da fuoco, in modo da ottenere, per effetto dell'esplosione della polvere, velocità iniziali determinate dei proiettili, che non eccedano però certi limiti, in relazione alla resistenza dell'arma stessa da fuoco. Questi argomenti, che costituiscono l'oggetto della balistica interna ed esterna, sono stati trattati con singolare maestria dal conte Paolo di St. Robert. Il lavoro del Siacci riguarda solamente la balistica esterna. Il problema della balistica nel vuoto è assai semplice, ma non è così quando si deve tener conto della resistenza dell'aria.

Intorno a questa resistenza si sono fatte varie ipotesi, fra le quali una venne per un tempo assai generalmente accolta, come la più conforme al vero, quella cioè della resistenza proporzionale al quadrato della velocità. In tale ipotesi si giunse ad equazioni non integrabili direttamente, e di applicazione lunga e difficile. Esperienze più recenti diedero per risultato che la resistenza dell'aria non è proporzionale al quadrato della velocità del proiettile, ma segue al contrario una legge assai più complicata, che non si è riuscito finora a formolare in modo preciso; anzi da alcune di quelle esperienze sembrerebbe risultare che la legge di resistenza non è rappresentabile da una funzione continua. Alle difficoltà provenienti dalla incertezza della legge di resistenza dell'aria si aggiungono quelle derivanti dalle formole che si presentano sotto forme non integrabili, e che è duopo trasformare a seconda della velocità, e rendere integrabili in certi limiti, per ottenere risultati numerici approssimativi. Un tale tentativo venne, fra gli altri, fatto dal generale Mayevski, ma pare che il suo metodo sia giudicato troppo complicato, e di uso poco pratico, benchè per agevolarlo egli abbia stabilito tavole numeriche proprie a risparmiare alquanto i calcoli. Tale essendo lo stato della questione, il prof. Siacci intraprese il lavoro, che ora si esamina, e la di cui importanza non sfuggirà a chi riflette alle circostanze che si presentano all'artigliere nei diversi problemi che egli in pratica deve risolvere. Per sciogliere praticamente, e nel modo più rapido, questi problemi, il Siacci si appigliò all'esperienze di Blashfort e di Mayevski sulla resistenza dell'aria, e raccordò fra loro i vari tratti delle curve rappresentanti quelle esperienze, in modo da mantenere fre essi una continuità grafica. Per i singoli tratti compresi fra date velocità, il Siacci aggiusta le formole in modo da renderle integrabili, con sufficiente approssimazione; queste formole però hanno un carattere analitico generale, per cui basta cambiare in esse il valore di quantità, che sono bensì variabili, ma che si possono considerare come costanti fra dati limiti di velocità. È duopo eziandio di tener conto della natura e della forma dei proiettili; le esperienze dimostrano che la resistenza opposta loro dall'aria è proporzionale al quadrato del diametro del proietto, supposto di sezione trasversale circolare; ma per tener conto della forma e del peso del proietto, il Siacci attribuisce ad esso un coefficiente che egli chiama « coefficiente balistico ».

« Tenendo conto di queste considerazioni il Siacci potè stabilire tavole numeriche, che somministrano con la massima rapidità i termini delle equazioni, o formole dalle quali si deducono varî elementi della traiettoria in relazione con i dati del problema, il quale si pone in questi termini: Date tre delle sei quantità seguenti, determinare le tre altre, cioè: 1° il coefficiente balistico; 2° la velocità iniziale; 3° l'angolo di proiezione; 4° la velocità residua in un determinato punto della traiettoria; 5° l'angolo di caduta, ossia l'angolo con l'orizzonte della tangente in quel punto; 6° la

gettata, ossia l' ascissa corrispondente al detto punto; inoltre 7° quando saranno conosciute tre delle quantità suddette, si potrà determinare il tempo di percorso del proiettile dalla bocca dell' arma al punto considerato.

« Tali sono i problemi che il Siacci si propose di sciogliere col suo metodo: questo, come egli stesso dice « non ha la pretensione di presen-
« tarsi con gravi difficoltà analitiche superate, o con un grande resultato
« analitico conseguito: ..... il merito principale di esso consiste nell' aver
« resa la balistica accessibile alle ordinarie applicazioni dell'artiglieria,
« mentre prima d'ora ogni questione di tiro era trattata per la via empirica
« di esperienze costose, lunghe e difficili, e spesso inconcludenti, e ciò
« malgrado i numerosi e dottissimi metodi analitici presentati da geometri
« eminenti ».

« Che il Siacci abbia raggiunto il suo intento, lo si dovrebbe affermare, a giudicarne dalla universale accoglienza che presso tutte le principali potenze militari venne fatta al suo lavoro. Le sue formole, le sue tavole vennero esaminate e confrontate con i risultati di esperienze ulteriori, e si trovò che esse davano risultati esatti nei limiti delle approssimazioni che si possono ottenere in quelle esperienze. — Il Siacci ha unito al suo scritto quattordici stampati in varie lingue (francese, inglese, tedesca, olandese, russa, spagnuola, italiana) che tutti si occupano lungamente del suo metodo. Esso forma la base del corso di balistica presso parecchie scuole di artiglieria, fra le quali specialmente è notevole quella degli Stati-Uniti di America, dove il tenente Mitcham tradusse in misure inglesi le tavole del Siacci, le quali oramai sono adoperate nei paesi ove è in uso la lingua inglese. In ultimo si deve notare che lo stabilimento Krupp adottò il metodo Siacci, il che costituisce uno dei più significativi omaggi che gli si possa rendere.

Malgrado l' importanza pratica di questo metodo del Siacci per risolvere i problemi della balistica esterna, esso, per se solo, non può ritenersi di tale valore scientifico da renderlo meritevole del premio reale per la matematica; il lavoro non presenta risultati che si possano considerare come costituenti un progresso in qualche ramo delle scienze matematiche; nè il metodo del Siacci è fondato sopra ricerche ed esperienze sue originali intorno alla resistenza che l'aria oppone al movimento dei proietti; esso si limita soltanto a preparare le formole del movimento del proietto in modo da renderle facilmente calcolabili e traducibili in tavole numeriche. Sarebbe desiderabile che il prof. Siacci riordinasse i suoi scritti sull' argomento e presentasse un'esposizione completa della balistica esterna fondata sul suo metodo, in modo da farne la base di un insegnamento didattico regolare; e l' importanza di un tale lavoro sarebbe certamente maggiore se lo studio della balistica esterna fosse preceduto da quello della balistica interna.

« Il lavoro del prof. Veronese intitolato: *La Geometria ad* n *dimensioni in sè, e quale metodo di ricerca e di dimostrazione*, è distribuito in tre parti; la prima, che è la parte fondamentale, ha per titolo: *Le relazioni proiettive degli spazi di differenti dimensioni, mediante il principio di proiezione e sezione*; questa parte del lavoro è nel suo insieme la traduzione della Memoria pubblicata dallo stesso autore, e con lo stesso titolo, nel vol. XIX dei *Math. Annalen* (1882), con l'aggiunta delle dimostrazioni dei teoremi più notevoli, dei quali si trova il solo enunciato nell' originale tedesco, e con maggiore sviluppo delle teorie più importanti, come la teoria delle curve, e quella delle superficie rappresentabili in un piano. La seconda parte del lavoro del Veronese ha per titolo: *La Geometria descrittiva a quattro dimensioni.* Finalmente la terza parte, pubblicata in francese, è una Memoria avente per titolo: *Interprétations géométriques de la théorie des substitutions de* n *lettres particulièrement, pour* n = 3, 4, 5, 6, *en relation avec les groupes de l'Hexagramme mystique*, fu già inviata al concorso aperto dall'Accademia reale del Belgio, negli anni 1879 e 1881, intorno alla generalizzazione delle proprietà dell' esagrammo mistico: questa Memoria è quindi estranea al presente concorso; l'autore l'ha però inviata, poichè trovandosi in essa una speciale e molto importante applicazione di qualche teoria svolta nella suddetta prima parte del suo lavoro, essa gioverà per mostrare la fecondità del suo metodo di ricerca nelle questioni geometriche.

« Il concetto degli spazî a più dimensioni non è nuovo; il Grassmann nelle sue due opere sull'*Ausdehnungslehre* (1844, 1862) diede la generazione delle varietà a n dimensioni (*Mannigfaltigkeiten* n^{er} *Stufe*) mediante il movimento di un elemento. Il Cauchy si occupò degli spazî a più dimensioni, che disse « luoghi analitici ». Il Cayley pubblicò una Nota sulla Geometria analitica ad n dimensioni nel vol. IV del giornale di Cambridge e Dublino, e fece molto uso di tali concetti nella sua importante Memoria, *Intorno alle curve assoggettate a date condizioni*, inserita nelle Transazioni filosofiche della Società reale di Londra. Il Riemann però è quegli che ha principalmente richiamato l'attenzione dei matematici sugli spazî a più dimensioni nella sua profonda Memoria: *Ueber die Hypothesen die der Geometrie zu Grunde liegen*, che ha poi dato origine a molti importanti lavori di illustri scienziati. Posteriormente si sono occupati di questi spazî a più dimensioni, sotto diversi punti di vista, Clifford, Jordan, Darboux, Helmoltz, Klein, Lie, Nöther, Bäcklund, Lipschitz, Beltrami, Betti, d'Ovidio, ed altri più recentemente ancora, come Segre, Iung, Aschieri, F. Meyer, Schubert.

« I lavori sulla Geometria ad n dimensioni, anteriori a quelli del Veronese, si riferiscono in gran parte alla teoria della curvatura degli spazî, e sono esposti con metodo del tutto analitico; fa eccezione la breve Memoria del prof. Stringham, inserita nell'*American Journal of Mathematics*, intitolata:

Regular Figures in n dimensional Space, nella quale vengono trattati i corpi regolari dello spazio ad n dimensioni con metodo sintetico. Al contrario ciò che distingue i lavori del Veronese sulla Geometria a più dimensioni è il loro carattere prettamente geometrico: lo spazio, o varietà ad n dimensioni che voglia dirsi, è stato considerato generalmente come l'insieme o complesso di elementi, ciascuno dei quali resta determinato attribuendo valori particolari ad n variabili indipendenti, e la loro *esteriorità* scambievole risulta dalla *diversità* dei valori attribuiti a quelle variabili; gli spazî di un numero di dimensioni minore di n, contenuti in quello ad n dimensioni, sono costituiti dai complessi di elementi che si ottengono ponendo tra le variabili, che determinano ciascuno di essi una o più relazioni o limitazioni, e quando queste relazioni sono espresse da equazioni lineari tra le variabili si hanno gli spazî fondamentali, o elementari, di diverso numero di dimensioni, contenuti nello spazio totale ad n dimensioni. Il Veronese al contrario di questo procedimento analitico per definire lo spazio ad n dimensioni, gli spazî di minor numero di dimensioni, ed in particolare gli spazî elementari contenuti in esso, segue un metodo tutto geometrico per generare tutti i suddetti spazî: partendo dal concetto del segmento rettilineo, analogo a quello che si ha nella ordinaria Geometria a tre dimensioni, egli perviene a generare gli spazî elementari generalizzando il procedimento col quale nella Geometria ordinaria si genera il piano, e lo spazio stesso a tre dimensioni; vale a dire, come il piano viene generato congiungendo tutt'i punti di una retta con un punto fuori di essa, e lo spazio a tre dimensioni congiungendo tutti i punti di un piano con un punto fuori di esso, così secondo il Veronese si può intendere generato in generale uno spazio ad m dimensioni congiungendo tutti i punti di uno spazio ad $m-1$ dimensioni con un punto fuori di esso. Generati in tal modo uno spazio ad un numero qualunque n di dimensioni, e gli spazî ad un numero minore di dimensioni che si considerano contenuti in esso, e di cui sono allo stesso tempo gli spazî elementari, egli procede alla generazione degli spazî qualunque contenuti nello spazio ad n dimensioni (e che egli distingue con i nomi di curve, e di superficie a $2, 3, \ldots n-1$ dimensioni) mediante la combinazione degli spazî elementari, ponendo dipendenze tra i loro elementi (spazî inferiori), che si fanno corrispondere tra loro con data legge: estendendo in sostanza allo spazio ad n dimensioni quel metodo di generazione organica delle forme geometriche, per mezzo delle forme elementari, che iniziato per lo spazio a tre dimensioni da Steiner nella sua capitale opera, *Sulla dipendenza scambievole delle figure*, ha contribuito potentemente al grande sviluppo della Geometria pura nei nostri tempi. Con la suddetta costruzione geometrica degli spazî a più dimensioni si portano le ricerche analitiche su quegli spazî in un campo puramente geometrico. Il metodo di ricerca adoperato continuamente dal Veronese nel suo lavoro si fonda sulle operazioni del

proiettare e del *segare* di cui si fa uso nella Geometria ordinaria; l'efficacia di questo metodo è non solamente notevolissima per generalizzare, ed estendere agli spazî di un numero qualunque di dimensioni le ricerche della Geometria ordinaria, ma ancora viceversa per dedurre con relativa facilità le proprietà proiettive delle configurazioni, delle curve e delle superficie del nostro spazio da quelle delle più semplici configurazioni, curve e superficie dello spazio ad un maggior numero di dimensioni. Secondo la mente dell'autore, « tutte le configurazioni di un dato numero di punti, di rette e di « piani; le curve di dato ordine e genere, e di dati moduli; le superficie « rappresentabili in un piano mediante sistemi di curve dell'ordine n, e le « superficie trasformabili le une nelle altre, di uno spazio ad m dimensioni, « e perciò anche dello spazio ordinario, si possono dedurre mediante oppor- « tune proiezioni e sezioni, da una sola configurazione, curva e superficie « *normale* dello spazio ad n dimensioni $(n > m)$, le quali sono del tutto « generali, e si lasciano trattare molto più facilmente degli enti corrispon- « denti dello spazio ad m, o a 3 dimensioni ». È questo il concetto fondamentale, e che domina in tutto il lavoro del Veronese.

« Naturalmente l'autore non ha potuto applicare il suo metodo di ricerca a generalizzare ed a svolgere completamente le varie teorie più importanti della Geometria moderna, ma da ciascuna di esse ha preso argomento per le sue ricerche. Così nel cap. I del suo lavoro manoscritto egli ha trattato delle configurazioni di un numero finito di spazî lineari ed in particolare delle figure omologiche complete, dalle quali mediante le operazioni del proiettare e segare ha dedotto alcune delle più notevoli configurazioni conosciute, relative alla Geometria ordinaria. Nel cap. II ha trattato delle forme fondamentali, della loro classificazione, e della loro dipendenza proiettiva o reciproca. Nel cap. III ha discusso la superficie di 2° grado ad $n-1$ dimensioni, mostrandone la generazione per mezzo di due forme reciproche di n^{ma} specie, determinando gli spazî lineari contenuti in essa, e trattando delle figure polari rispetto ad una tale superficie; ha parlato dell'ortogonalità degli spazî, ed in generale degli angoli da essi determinati. Il cap. IV è dedicato allo studio delle curve in generale; l'autore ha trattato dei numeri caratteristici delle curve in uno spazio qualunque, trovando la relazioni indipendenti che esistono fra essi, estendendo cioè a tali curve le note formole di Plücker e di Cayley intorno ai numeri caratteristici delle curve piane o gobbe nello spazio ordinario; egli è giunto a dimostrare che tutte le soluzioni intere e positive delle equazioni di Plücker per una curva razionale, non solo nel piano, ma in uno spazio lineare qualunque, sono numeri caratteristici di curve esistenti: l'autore ha trattato delle curve razionali, delle curve ellittiche, e delle curve di genere qualunque. Nel cap. V ha parlato delle forme geometriche generate mediante forme fandamentali collineari, ed ha studiato la curva razionale più semplice, che mediante la

suddetta generazione si presenta in uno spazio ad n dimensioni, e che per mezzo del proiettare e del segare dà origine a tutte le specie di curve razionali negli spazî inferiori; finalmente ha trattato in generale delle superficie a due dimensioni in uno spazio qualunque, che sono rappresentabili in un piano, e di alcune tra esse speciali e notevoli, le quali danno per proiezione nel nostro spazio nuove e interessanti superficie; la superficie rigata di 3° ordine, e la superficie romana di Steiner si deducono semplicemente, per proiezione, dalle superficie *normali* corrispondenti negli spazî superiori.

« Come si è accennato sopra, nella Memoria del Veronese inviata al concorso aperto dall'Accademia delle scienze del Belgio, egli fece un'importantissima applicazione delle sue ricerche intorno agli spazî a più dimensioni, trattando delle diverse interpretazioni geometriche che possano darsi della teoria delle sostituzioni di più elementi, e delle proprietà geometriche che risultano dalla considerazione dei gruppi di sostituzioni; applicando queste considerazioni alle sostituzioni di 6 elementi, il Veronese pervenne in quella Memoria a dare la più naturale generalizzazione delle proprietà dell'esagrammo mistico. In un altro lavoro recente del Veronese, pubblicato negli Atti della nostra Accademia, *Sulla superficie omaloide normale a due dimensioni e del* 4° *ordine, nello spazio a* 5 *dimensioni*, egli ha fatto vedere come la teoria della trasformazione birazionale di due piani si può dedurre dallo studio della suddetta superficie, mediante due modi di proiettarla sui due piani.

« Nell' opuscolo sulla Geometria descrittiva a quattro dimensioni il Veronese ha esteso allo spazio a quattro dimensioni i modi di rappresentazione, con proiezione centrale, ortogonale o assonometrica, della Geometria descrittiva ordinaria, risolvendo alcuni dei problemi elementari di rappresentazione sui punti, le rette, i piani e gli spazî a tre dimensioni contenuti nello spazio a quattro dimensioni.

« Questi studî del Veronese sugli spazî a più dimensioni hanno incontrato il favore di distinti geometri stranieri; in particolare il Klein nel suo corso di lezioni sulla teoria delle funzioni (1881) sviluppò alcuni dei risultati ottenuti dal Veronese, specialmente quelli sulle curve di genere qualunque; l'illustre geometra ritiene che il metodo di ricerca del Veronese segni una delle direzioni, secondo le quali andrà a svilupparsi la Geometria proiettiva. Il Fiedler poi tenne nel Politecnico di Zurigo un corso di lezioni sulla Geometria descrittiva a quattro dimensioni del Veronese; egli fa presentire che, come dalla considerazione della proiezione centrale nello spazio ordinario egli è giunto a stabilire una corrispondenza tra i punti dello spazio ed i circoli nel piano, che ha dato origine alla teoria esposta nella sua « Ciclografia », così dalla considerazione della proiezione centrale nello spazio a quattro dimensioni si potrà dedurre un'analoga teoria relativa alle sfere nello spazio ordinario.

« Dalle cose dette risulta come gli studî del Veronese sugli spazî a più dimensioni meritano tutta la considerazione dei geometri; poichè essi aprono un campo estesissimo di ricerche, ed il metodo tutto geometrico da lui adoperato nel trattarle è della più grande efficacia: non vi è proprietà o teoria della Geometria proiettiva ordinaria che non possa essere generalizzata ed estesa agli spazî a più dimensioni, con maggiore ricchezza di risultati, e viceversa che non possa essere dedotta da proprietà e teorie analoghe relative a questi spazî, spesso in modo più semplice che non trattandola direttamente per lo spazio ordinario. Questi lavori del Veronese gli avrebbero fatto meritare il premio reale nel presente concorso, se ai risultati da lui già ottenuti intorno a diversi argomenti di geometria, egli ne avesse aggiunti altri con i quali fosse giunto, mercè l'efficacia del suo metodo di ricerca, a completare alcune teorie geometriche per lo spazio ordinario, vincendo le difficoltà che presentano, ad esempio la teoria generale delle configurazioni nel piano e nello spazio, la teoria delle singolarità superiori delle curve e delle superficie, le condizioni di rappresentabilità di una superficie su di un'altra, ecc. allora egli avrebbe fatto dare un passo notevole e desiderato nella scienza geometrica.

« Per le precedenti considerazioni, la Commissione non trovando i lavori esaminati dei prof. Ascoli, Siacci e Veronese abbastanza completi per meritare il premio reale, propone che a norma del Regolamento il presente concorso per la Matematica sia prorogato a due anni ».

Relazione sul concorso ai premî del Ministero della Pubblica Istruzione, per le discipline filologiche pel 1883-84. Commissarî; Comparetti, Monaci, Ascoli (relatore).

« Sono disponibili, per questo concorso, tre premî, del valore complessivo di lire novemila; e i lavori, ammessi alla gara, resultarono quindici, che sono i seguenti:

« 1. Anonimo. *Dei principj morali e religiosi nella tragedia di Sofocle* (ms.).

« 2. Battistoni Giuseppe. *Fonologia* (ms.).

« 3. Cavazza Pietro. *Apollonio Rodio e il suo poema* (st.).

« 4. Ciampolini Ermanno. *Un poema eroico nella prima metà del cinquecento* (st.).

« 5. Cipolla Antonio. *Di Cajo Sallustio Crispo secondo il frammento del logistorico « Pius de Pace » di Marco Terenzio Varrone* (ms.).

« 6. Frascotti Gaudenzio. *Ne' parentali di Virgilio; discorso di T. Massarani, tradotto in latino come saggio stilistico* (st.).

« 7. Ghivizzani Gaetano. *Giuseppe Giusti e i suoi tempi* (st.).

« 8. Guarnerio Pier Enea. *Il catalano d' Alghero* (ms.).

« 9. Magrini G. B. *I tempi, la vita e gli scritti di Carlo Gozzi* (st).

« 10. Manfroni Francesco. *Commenti in forma dialogica sopra alcuni tratti dell' Orlando Furioso* (ms.).

« 11. Marchese Federico. *Dizionario delle parole affini della lingua latina, compilato sugli studi di E. Forcellini* (ms.).

« 12. Martinozzi Giuseppe. *Del Pantagruele di Francesco Rabelais* (st.).

« 13. Paoli Isacco. *Etimologie italiane* (ms.).

« 14. Sabbadini Remigio. *Storia del Ciceronianismo e di altre questioni letterarie nel periodo dell' Umanismo* (ms.).

« 15. Silingardi Giuseppe. *La vita, i tempi e le opere di Trajano Boccalini* (st.).

« È questo un complesso di lavori, del quale gli amici degli studî si possono abbastanza rallegrare. Tre soli, sopra quindici, non pajono dover riscuotere una lode gran fatto superiore a quella che si meriti la sola buona volontà; e son quelli di Battistoni (num. 2), Frascotti (num. 6), e Paoli (num. 13).

« Il tentativo fonologico del Battistoni è corretto nella sostanza; ma è scarsa cosa, e di struttura non punto sistematica. Anzi si deve dire, che l' assunto ne è sbagliato; e l' esordio, in cui si dichiara questo assunto, non è scritto bene, nè bene pensato.

« A impresa ardua s'accingeva, dal canto suo, il Frascotti, tentando la versione latina di un discorso tutto pregno di pensiero moderno. Ma troppo scarsa parte delle molte difficoltà è a lui riuscito superare.

« Il Paoli finalmente dà un saggio non felice di un suo dizionario comparativo, che avrebbe proporzioni molto estese. E il giudizio non parrà troppo rigoroso a chi p. es. ne consideri gli articoli seguenti: *fuoco, goccia, godere, loquace, molto, orecchio, pingue, toccare, volgo, volontà.*

« Altri cinque lavori son parsi, all' incontro, se non degni addirittura di premio, tali tuttavolta da andare onorati di lode singolare; e son quelli del Magrini (num. 9), del Manfroni (num. 10), del Marchese (num. 11), del Martinozzi (num. 12), e del Silingardi (num 15).

« Il saggio del Magrini si legge volentieri; massime nella prima metà; e se non offre molto di nuovo, è condotto di certo con bella diligenza. Non v' è però costante quella finitezza che pur ci vorrebbe, sia nella forma, sia nel pensiero.

« I *Commenti* del Manfroni son pieni di garbo. L' ingegno acuto dell' autore vi si esercita con serena abondanza e con quella perizia della lingua e dello stile, che si viene facendo sempre più rara. Qua e colà, l'ammirazione pel suo poeta induce il Manfroni a contravvenire alle ragioni

del pensiero e della storia; ma certo è, che se questo lavoro non fosse, come appunto vuol essere, meramente didascalico e perciò non tale che ben s'adatti al programma del concorso, gli sarebbe dovuto un maggiore compenso che non la lode sola.

« L'opera del Marchese è veramente un dizionario dei sinonimi latini. Lavoro lungo e meritorio, in cui ben poco sarebbe da emendare. Ma poco o nulla v'è d'originale, nè l'egregio autore altrimenti presume.

« Il Martinozzi va segnalato per la molta bontà e la molta finezza di parecchie sue considerazioni generali. Ma l'ordine dell'esposizione appare a volte un po' incerto; ed è poi troppo scarso lo studio delle attenenze di Rabelais co' suoi precursori in altre letterature, specie nell'italiana.

« La monografia del Silingardi, finalmente, è debole in sul principio, e non procede mai abbastanza sicura, nè scevra di ripetizioni od altre superfluità. Ma il discorso migliora, man mano che s'inoltra, e ne resulta un lavoro che non andrà trascurato dagli storici della letteratura nazionale.

« S'arriva alle sette scritture, tra le quali i vostri commissarî proporranno che abbia a andar distribuita la somma dei premî disponibili, e son quelle dell'Anonimo (num. 1), del Cavazza (num. 3), del Ciampolini (num. 4), del Cipolla (num. 5), del Ghivizzani (num. 7), del Guarnerio (num. 8), e del Sabbadini (num. 14).

« Lo studio dell'Anonimo, sulla tragedia sofoclea, pecca d'enfasi nella prima parte e non va del tutto immune da questo difetto pur nella seconda; ma pure palesa in entrambe una notevole sicurezza di pensiero e di forma. La terza parte, che è la migliore, tien giusti confini: è erudizione ben pensata e bene esposta.

« Nel lavoro del Cavazza, intorno a Appolonio Rodio, è prova, oltre che di molto studio del soggetto, pur di molta finitezza nell'osservare e di attitudine a sintesi larghe e caute. Ma la disposizione non è sempre perspicua e la esposizione affatica.

« L'assunto del Ciampolini, nella sua Memoria sul Trissino, ha il merito di una giudiziosa novità. Sano e pensato tutto il lavoro; ma alquanto arido e scritto men bene che non si richieda.

« Men bene ancora è scritto lo studio del Cipolla, la cui esposizione è anche viziata per la diffusione eccessiva. Ma l'indagine è ben condotta, e son conseguìte con sicurezza, o almeno con grande verisimiglianza, le conclusioni che Sallustio fosse calunniato e che Sesto Pompeo sia il « Pio » del logistorico.

« Di una certa prolissità pecca anche il lavoro del Ghivizzani intorno a Giuseppe Giusti. Ma lo stile, tutt'altro che trascurato, qui anzi dà nell'accademico e nell'arcaico. Per quanto è dell'intrinseco, la critica del Ghivizzani fallisce, in qualche parte, dove s'esercita sulla lingua e lo stile del Giusti. Ma tutto quanto il suo studio deve pur dirsi coscienzioso e

accurato, e sempre abbellito e annobilitato per una giusta indipendenza di pensiero.

« Il Guarnerio dà una vera primizia col suo saggio storico e dialettale sui Catalani di Alghero. La materia è qui raccolta, non solo con buon criterio, ma pur con molta fatica e grave dispendio; e la esplorazione di codesta materia è istituita e inoltrata con metodo sicuro. Contro il lavoro del Guarnerio non si può altro dire, se non che per ora altro non sia che un bel frammento.

« Resta la Storia del Ciceronianismo del Sabbadini. Quest' è, senz'alcun dubbio, il lavoro di composizione più matura, tra quanti sien venuti al concorso. La novità non v' è molta, nè poteva essere; e la parte accessoria appaga men dell'altra, e stanca. Ma la principale è un vero libro, e per la sostanza e per la forma.

« Quest' è, onorevoli colleghi, la breve ricapitolazione dell' esame che i vostri commissari hanno fatto, in coerenza alla quale essi vi propongono quant' ora segue:

« 1. Che al signor Remigio Sabbadini sia conferito un premio di lire tremila per il suo lavoro intitolato: *Storia del Ciceronianismo* ecc.

« 2. Che delle residue lire seimila sien formati sei assegni d' incoraggiamento da mille lire ciascuno, e conferiti questi all'Anonimo e ai signori Cavazza, Ciampolini, Cipolli, Ghivizzani e Guarnerio, pei lavori rispettivamente contrassegnati coi numeri 1, 3, 4, 5, 7 e 8, secondo che si vede in sul principio della presente relazione ».

Relazione sul concorso di tre premî del Ministero della Pubblica Istruzione per le scienze fisico-chimiche pel 1884. — Commissarî: Cannizzaro, Blaserna e Cantoni (relatore).

« Con lodevole intendimento, il Ministero di Agricoltura dapprima, e poscia quello della Pubblica Istruzione, istituirono sei premî annuali di L. 3,000 cadauno per le Memorie presentate ai relativi concorsi dagli insegnanti degli Istituti classici e tecnici secondarî, dietro il giudizio di questa nostra Accademia.

« Perciocchè le sorti degli insegnanti nelle scuole secondarie, e massime di coloro che devono svolgere materie dimostrative, sono meritevoli di ogni sorta d' incoraggiamento. Stipendi oltremodo inferiori al bisogno; mezzi di studio scarsi ed inadeguati allo stato della scienza attuale; collezioni di strumenti, di preparati, o di oggetti naturali, incomplete od antiquate; scarsi sussidî di preparazione e di aiuto per le dimostrazioni; in breve tutto concorre a rendere gravosa e punto gradevole la posizione di

un insegnante in codeste scuole. È quindi da far voti che, oltre agli incoraggiamenti dei quali ora parliamo, il Ministero di Pubblica Istruzione pensi seriamente a migliorare le sorti degli insegnanti secondarî, così dal lato economico, come dal lato dei mezzi di studio.

« Tuttavia, tenuto conto di queste condizioni, la vostra Commissione, onorevoli colleghi, chiamata a giudicare delle Memorie presentate pel concorso dei premi nelle scienze fisiche e chimiche, scaduto col 30 aprile 1884, è lieta di poter presentare alle vostre deliberazioni parecchi lavori, i quali rivelano nei loro autori cognizioni scientifiche abbastanza fondate, ingegno ed operosità nelle indagini, veramente lodevoli.

« Come risulta dai Rendiconti, al concorso presero parte otto concorrenti, due anonimi, ed i signori MAZZOTTO, PAGLIANI, PIERUCCI, ROMEGIALLI, SEMMOLA, VIOLI. La Commissione ha esaminato partitamente i loro lavori e vi espone ora l'opinione che se ne è formata.

« ANONIMO. *Sulla divisione dei grandi circoli astronomici.* — L'autore fa uno studio particolareggiato dei vari sistemi finora messi in pratica per la costruzione dei grandi cerchi graduati che si adoperano negli apparecchi di misura. Egli rileva le gravi e molte imperfezioni che si riscontrano in pratica, e che rendono tanto difficili, laboriose ed incerte le misure finissime quali sono richieste dallo stato attuale della scienza.

« Egli propone di seguire, nella divisione dei circoli, un metodo nuovo fondato sulla proprietà di due circoli di raggio uguale tangentisi esteriormente; per cui avendo l'uno dei due cerchi tracciati due tratti corrispondenti ad un dato arco α, si può facilmente, con una semplice alidada, tracciare sull'altro un arco, il quale teoricamente è poco diverso da $\frac{\alpha}{3}$. L'autore suppone quindi, che con una buona macchina a dividere si tracci sopra due cerchi una divisione possibilmente esatta p. e. di 9 in 9 gradi, e descrive sommariamente un apparecchio in cui col mezzo di apposita alidada e di opportune correzioni questi archi vengano successivamente ridotti a $\frac{1}{3}$.

« Questo metodo avrebbe, secondo l'autore, il vantaggio di ridurre la costosa e complicata macchina a dividere circolare, che rappresenta una spesa ed un lavoro grandissimo per le officine di precisione, ad altra più semplice da servire soltanto per le grandi divisioni, e di permettere che la divisione fina fosse fatta direttamente, volta per volta, sul cerchio che si vuole dividere, o per meglio dire su due cerchi uguali.

« In una appendice, inviata all'Accademia dopo scaduto il tempo utile per il concorso, l'autore riconosce specialmente la importanza dell'obbiezione che si potrebbe fargli, cioè che è ben difficile ottenere in pratica che due

cerchi tangentisi in un punto, continuino a rimanersi tangenti quando l'uno e l'altro deve girare intorno al proprio centro di figura. Egli modifica quindi sistema e apparecchio proposto, supponendo che i due cerchi da dividersi non si tocchino più, ma si mantengano ad una distanza determinata l'uno dall'altro, p. e. a quella di un raggio. Nel quale caso le proprietà di essi e le formole da utilizzarsi diventano naturalmente diverse dalle prime.

« La Commissione non potrebbe tener conto di queste nuove proposte, giunte troppo tardi per l'attuale concorso. Essa riconosce l'importanza del problema che l'autore si è proposto di studiare. Ma i suoi studî si sono finora aggirati soltanto sopra la parte teorica del problema. L'apparecchio da lui ideato è semplicemente abbozzato, e l'autore è ancora ben lontano da quella prova pratica, la quale sola può decidere in una questione di tal natura.

« La Commissione crede, che l'autore potrebbe continuare i suoi studî, e ciò possibilmente fino al punto in cui l'esecuzione pratica divenga possibile, per decidere definitivamente sulla bontà dei metodi da lui escogitati.

« Anonimo. a) *Sulla misurazione delle botti.* — b) *Barovolumenometro.* — c) *Un nuovo barometro.* Tre brevi Memorie. Nella prima l'autore stabilisce un confronto tra le varie formule adottate per calcolare il volume delle botti, considerando anche il caso che la superficie della botto sia una parabola o un'iperbole di rivoluzione.

« Nella seconda, partendo dal concetto del volumenometro di Regnault e del manometro differenziale di Kretz, egli propone un apparecchio destinato a determinare appunto il volume interno delle botti.

« Nella terza, egli propone di adoperare, con qualche modifica, il manometro differenziale di Kretz, per la misura della pressione barometrica.

« La prima è un esercizio di calcolo poco importante. Nelle altre due manca la prova sperimentale degli apparecchi proposti. Non è quindi il caso di contemplarli ulteriormente.

« Il sig. dott. Domenico Mazzotto, professore nel Liceo Beccaria di Milano, presentò un lavoro sperimentale col titolo; *Determinazione delle calorie di fusione delle leghe binarie di piombo, stagno, bismuto e zinco.* Egli si valse a tal uopo del fenomeno già studiato da Rudberg, da Svanberg, da Person e da altri, quello cioè dei punti di inflessione che offrono le curve rappresentatrici della legge di raffreddamento, oppure di riscaldamento d'alcune leghe o miscele metalliche, per temperature superiori od inferiori a quelle della loro fusione.

« Il Rudberg, determinando il tempo richiesto a produrre il raffreddamento di 10° in 10° per otto miscele di piombo e stagno in proporzioni differenti, trovò che tutte offrivano un punto di rallentamento e quasi di

stazionarietà verso i 187°: mentre poi presentavano un altro punto di ritardo nel raffreddamento, alcun poco superiore al predetto, ma di più breve durata, e verificantesi a temperature variabili, variando la proporzione dei due metalli legati.

« Secondo il Rudberg questi fatti dipenderebbero da ciò che nella alligazione di due metalli a proporzioni differenti occorre sempre tale una proporzione, la quale risponde ad una combinazione chimica, chiamata *lega chimica*, giusta la legge delle proporzioni definite. Ora quando i due metalli sieno fusi insieme nel rapporto voluto per siffatta lega chimica, questa si raffredderà regolarmente sino alla temperatura della propria solidificazione, alla quale corrisponderà anche il punto fisso di ritardo nel raffreddamento delle differenti miscele formate coi medesimi metalli. Qualora poi la miscela contenga in eccesso uno dei metalli rispetto alla proporzione correlativa alla lega chimica, essa cominciando a solidificarsi prima che si rappigli la lega, ed emettendo le sue calorie di liquefazione, produrrà un ritardo nel raffreddamento ad una temperatura superiore a quella della solidazione della lega; e da ciò l'altro punto di inflessione della curva di raffreddamento, variabile appunto colla proporzione della miscela.

« Ora ecco come procedette il Mazzotto nel lavoro da esso presentato pel concorso. La lega dei due metalli sottoposta a prova è collocata entro un crogiuolo di ferro, nel cui mezzo sta una piccola canna di acciaio, chiusa al fondo e contenente mercurio, entro cui pesca il serbatoio d'un termometro, che ne rileva la temperatura.

« Per ciascuna miscela però egli procedette tanto per raffreddamento, quanto per riscaldamento. Nel primo modo la lega, mantenuta prima a lungo in un ambiente a circa 315°, viene repentinamente introdotta in altro ambiente a 100°. Nel secondo modo il crogiuolo contenente la lega solida viene introdotto, colla temperatura dell'aria circostante, nell'ambiente mantenuto a 315°. In ciascun caso egli nota di poi i tempi richiesti dalla lega per raffreddarsi o per riscaldarsi di 5° in 5°. E ripetendo poi la prova coi singoli metalli costituenti la lega stessa, presi da soli, determina i tempi necessari a produrre analoghi raffreddamenti o riscaldamenti. Quindi, dalla differenza de' tempi occorrenti a produrre eguali raffreddamenti o riscaldamenti in dati pesi de' metalli o delle leghe, argomenta le calorie di solidazione o di liquefazione, corrispondenti alla lega chimica.

« Moltissime ed abbastanza accurate sono le prove da lui fatte per ciascuna coppia di metalli costituenti una data lega, presi in proporzioni differenti tra loro. I dati numerici sperimentali vengono di poi riassunti con opportune curve, le quali mettono in evidenza i punti di inflessione così nel caso di un successivo raffreddamento, come in quello di un riscaldamento successivo. Da queste curve appare abbastanza manifesta la diligenza posta dallo sperimentatore in tutte le singole prove.

« Per alcune coppie di metalli i risultati da lui ottenuti riescono in bastevole accordo con quelli ottenuti già dal Rudberg, come apparisce dallo specchietto seguente:

	Secondo Mazzotto				Secondo Rudberg	
	punto fisso di		calorie di fusione	formola	punto di solidazione	formola
	fusione	solidazione				
Lega stagno-piombo .	182°	180°	10,29	$Sn^3 Pb$	187°	$Sn^3 Pb$
» stagno-zinco . .	197,5	195,5	16,20	$Sn^7 Zn$	204	$Sn^6 Zn$
» stagno-bismuto.	140	137	11,07	$Sn^4 Bi^3$	143	$Sn^3 Bi^2$
» piombo-bismuto	127	123	4.74	$Bi^4 Pb^3$	...	$Bi^4 Pb^3$

« Forse i risultati di queste serie di sperimenti del prof. Mazzotto, sarebbero riusciti più presto concludenti se nelle miscele bimetalliche, invece di procedere per multipli o sub-multipli dei pesi rispettivi, si fosse preoccupato di costituirle per multipli o sub-multipli dei pesi atomici dei due metalli.

« Ma per quanta lode si meriti l'autore di queste indagini, per la paziente diligenza posta in esperienze così malagevoli e lunghe, la Commissione non può ommettere qualche osservazione sul proposito.

« Nel calcolare le calorie di fusione delle leghe mercè le differenze nei tempi di eguale raffreddamento o riscaldamento fra ciascuna lega dei corrispondenti metalli, egli non tenne conto a sufficienza della differente conduttività pel calore che i singoli metalli e le leghe offrir devono, in corrispondenza anche alle variazioni nella struttura e nel volume che codesti corpi subiscono nelle parziali loro mutazioni di stato. Oltrechè le variazioni di temperatura, essendo date da un termometro circondato da mercurio e da involuppo d'acciaio, dovevano subire un ritardo nella loro manifestazione, di opposto verso secondochè si procede per riscaldamento o per raffreddamento, e di grandezza variabile secondo la varia conduttività interna della lega o del metallo di confronto involgente la canna anzidetta. Infine non emerge che per ogni serie di prove, cioè dopo ciascuna estesa variazione di temperatura subìta da' suoi termometri, abbia egli riscontrate le indicazioni di questi con un termometro campione, o meglio con un termometro ad aria.

« Parecchi e pur pregevoli lavori sperimentali presentò per questo concorso il prof. Stefano Pagliani del r. Istituto tecnico di Torino. Meritano speciale attenzione quelli da lui eseguiti sulla comprimibilità dell'acqua, di molti altri liquidi, e di alcuni miscugli alcoolici.

« Nel primo di questi l'autore, dopo avere ricordati i precedenti lavori sulla comprimibilità dell' acqua, si occupa specialmente della influenza che su

di questa esercita la temperatura. E qui importava di verificare se la legge di comprimibilità presenti o meno qualche punto critico là dove questo liquido offre un massimo di densità.

« Ed egli trovò all'incirca, come già aveva trovato il Grassi, che il coefficiente di comprimibilità (studiato in particolare fra 0° e 4° con molte esperienze, e con altre non poche fra 8° e 10°) va continuamente diminuendo da 0° e 63°, per poi rendersi crescente coll'aumentare delle successive temperature, di conformità a ciò che offrono gli altri liquidi.

« Le moltissime prove fatte dall'autore, a tal proposito vennero eseguite con un apparecchio simile a quello usato dal Regnault, mercè due piezometri diversi, e con un metodo analogo a quello seguito dall'Amagat. In ciascuna serie di prove però egli faceva variare la pressione, ora in più ora in meno, nei limiti di 1 a 4, 5 atmosfere. La discussione dei singoli risultati vien fatta con molta cura, segnatamente per riguardo alle deformazioni subite dal vaso piezometrico, nell'atto in cui varia la pressione esercitata sulle due superficie, interna ed esterna. Anzi l'autore rileva che una stessa variazione di pressione produce su un dato piezometro deformazioni variabili colle temperature.

« Dopo di avere così determinato con molta cura il coefficiente di dilatazione termica ed il coefficienle di compressione dei piezometri sotto differenti temperature, il Pagliani procede alla determinazione dei coefficienti di comprimibilità a differenti temperature, per non pochi idro-carburi, cioè della benzina, del toluene, dello zilene (meta), del cimene e degli alcoli metilico, etilico, propilico, isobutilico ed isoamilico, e ne deduce le formole empiriche a due coefficienti, i valori dei quali non differiscono di molto, almeno in generale, da quelli determinati dall'Amagat, come appare dal seguente specchietto:

	Coefficienti di compressione in diecimilionesimi			
	Secondo Pagliano		Secondo Amagat	
	Temper.	Coefficienti di comprim.	Temper.	Coefficienti di comprim.
Benzene	15°4	871	16°	900
id.	100	1636*	99,3	18[illegible]0
Alcole metilico	15,3	1104	14	1040
id.	100	1732*	100	2210
Alcole etilico	18,1	1040	14	1010
id.	100	1838*	99,4	2020
Alcole amilico	17,4	870	14	882
id.	99	1444	99	1540

N. B. I valori dei coefficienti segnati con * furono calcolati in base alle formole empiriche date dal Pagliano.

« La molta cura posta dall'autore nelle numerose esperienze eseguite su ciascun liquido, e la relazione abbastanza approssimata che questi coefficienti di comprimibilità offrono coi rispettivi coefficienti di dilatazione termica, ci affidano della attendibilità dei risultati di codesto pregevole lavoro sperimentale.

« Discute in seguito l'autore il valore relativo di alcune formole del Duprè e dell'Amagat, le quali collegano fra di loro le densità relative dei varî liquidi coi correlativi coefficienti di dilatazione e di comprimibilità sotto temperature differenti, e trova che quelle dell'Amagat, mentre soddisfanno abbastanza per taluni liquidi, non rispondono a sufficenza per molti altri, massime quando la temperatura di questi sia assai elevata. Avverte poi giustamente che per la detta formola vorrebbesi determinare su lo stesso esemplare d'un dato liquido tanto i coefficienti di dilatabilità quanto quelli di comprimibilità. Epperò, dietro opportune considerazioni, modifica tal poco le formole dell'Amagat, ed assumendo poi per i coefficienti di dilatazione dei liquidi a differenti temperature alcuni dati più recenti e meglio appropriati al caso, ne deduce per i rispettivi coefficienti di comprimibilità valori molto prossimi a quelli dati dalle esperienze.

« Offre pure qualche interesse la serie di prove eseguita dal Pagliani sulla comprimibilità a differenti temperature (fra 0° e 68°) di un miscuglio di 87,6 di acqua con 13,3 di alcoie etilico. Già il Deluc, ed altri poi avevano dimostrato che basta una non rilevante quantità d'alcole, mescolato coll'acqua, per modificare notevolmente la legge della dilatabilità dell'acqua col crescere delle temperature. Ora il Pagliani ottenne coll' anzidetto miscuglio, di vedere modificato di molto la legge delle variazioni della comprimibilità dell' acqua coll' aumentare della temperatura. Mentre questa, come si è detto di sopra, offre la singolarità d' un ceefficiente di compressione decrescente da 0° e 63°, per aumentare di poi colle ulteriori temperature, la predetta miscela alcoolica offre un ben minore decremento da 0° e 44°, per aumentare tosto dopo, al pari degli altri liquidi. È pur degno d'essere notato che in questo miscuglio, oltre all' essere anticipato di 19° il punto critico, o d'inversione nella comprimibilità, il coefficiente stesso offre valori minori di quello dell'acqua sin verso i 56°, mentre di poi esso riesce maggiore ed aumenta nel miscuglio con una ragione più rapida, siccome emerge dalle curve di comprimibilità dei due liquidi, le quali rappresentano l'insieme de' suoi risultati sperimentali. L'autore però si propone di proseguire questo studio di confronto con miscugli alcoolici in altre proporzioni.

« Il sig. prof. Eugenio Semmola di Napoli presentò una breve sua Nota, *Intorno ai suoni eccitati in una lamina od in una corda attraversati da frequenti scariche laceranti d'una macchina elettrica.* In questa Nota egli si limita a descrivere alcune sue esperienze, fatte con una macchina di Holtz

nel cui circuito comprende un sottile disco di ottone posto innanzi all'apertura di un cornetto acustico. Tagliando in un punto il circuito e facendo scoccare tra i due tratti una serie di scintille, si ode al cornetto un suono dovuto all'alternare dell'orientazione e disorientazione elettrica del disco. Questi suoni rassomigliano a quelli della sirena, e variano di altezza e di tono col variare il numero e la lunghezza delle scintille e la natura del disco. Fenomeni analoghi ponno aversi dalle corde sonore.

« Diremo ora di alcune pubblicazioni e di alcuni studî, i quali, non contenendo che poco o punto di sperimentale, appartengono più direttamente alla fisica matematica; tantochè potrebbe sorgere dubbio se questi lavori possano accogliersi pel presente concorso destinato alle scienze fisiche e chimiche, o non piuttosto siano da rimandarsi all'analogo concorso aperto per gli studî di scienze matematiche. Riflettendo però che il metodo induttivo galileano, per essere concludente, deve giovarsi contemporaneamente dei due grandi mezzi del metodo stesso, cioè delle considerazioni meccaniche, soccorse dalla logica matematica, e delle determinazioni sperimentali, dirette a verificare se in un dato ordine di fenomeni intervengano o meno quelle condizioni e relazioni quantitative che speculativamente sonosi divisate, la vostra Commissione crede che non sarebbe ragionevole lo escludere da questo concorso le considerazioni meccaniche, applicate alla interpretazione dei fatti fondamentali della fisica, solo perchè non confortati da nuovi dati sperimentali. Tuttavia a noi sembra giusto di esigere che le dette considerazioni di meccanica astratta sieno però di tale natura da prestarsi, nelle loro deduzioni almeno, a diretti riscontri sperimentali.

« Ora appunto crediamo che a quest' ultima condizione soddisfacciano a sufficenza le tre pregevoli Note presentate dal prof. Violi del Liceo di Arezzo, e già pubblicate negli Atti di questa Accademia, sebbene nulla contengano di sperimentale da parte dell'autore.

« Nel primo di questi scritti (pubblicato nel gen. 83) il Violi, partendo dalle note relazioni sussistenti tra alcune proprietà fisiche dei gas e la loro caloricità specifica, valutata piuttosto a tensione costante che a volume costante, passa a discutere alcune congetture del Maxwell, del Roiti e del Preston intorno al rapporto che dovrebbesi verificare tra i predetti due valori della caloricità dei diversi gas e la velocità teorica del suono nei gas medesimi. Però i dati numerici che egli ne inferisce rispondono solo approssimativamente alle determinazioni sperimentali.

« Nella seconda nota, del maggio 1883, il Violi deduce dalle precedenti formole sulla caloricità molecolare dei varî gas il valore teorico del coefficente di tensione termica di essi, come dell'equivalente dinamico d'una caloria, e trova numeri che abbastanza si approssimano a quelli ottenuti colle esperienze più attendibili.

« Tuttavia le anzidette due Note, mentre dimostrano nel Violi soda coltura scientifica ed abilità nel calcolo, non porgono però concetti veramente nuovi ed importanti. Laddove la terza Nota, del dicem. 83, su la velocità molecolare dei gas, offre un notevole interesse scientifico. Ricordate le formole che esprimono la energia tensiva dei gas secondo i principî della teoria cinetica dei medesimi, rammenta la distinzione posta da Maxwell tra la *velocità molecolare corrispondente alla media energia* di una massa gasosa, la *velocità più probabile* fra tutte le possibili velocità delle singole molecole della massa stessa, e quella che può dirsi *velocità vera* dell'insieme di tale molecole. Quindi egli si adopera per trovare una espressione generale della energia molecolare d'un gas, la quale comprenda, siccome casi particolari, i predetti tre valori della velocità delle sue molecole.

« A tal uopo l'autore immagina di prendere l'unità di peso d'un gas perfetto allo zero assoluto di temperatura, talchè sia nulla la sua energia tensiva, e suppone di comunicare ad esso quella quantità di calore che valga a scaldarlo ed a farlo espandere liberamente, così che ad una data temperatura assoluta esso spieghi una tensione corrispondente alla pressione normale atmosferica. Di tal modo egli trova che la velocità molecolare media di codesto gas deve essere media proporzionale tra l'effetto prodotto dall'aeriforme espandendosi e la energia traslatoria delle sue molecole. Di poi, suppone che quest'ultima energia possa distinguersi in due parti, cioè in quella riferentesi al solo lavoro di espansione del gas, ed in altra dipendente da altri moti proprî delle sue molecole, i quali non abbiano parte nel loro moto tensivo; e quindi, richiamate le espressioni delle calorie di espansione e delle calorie di temperatura dei gas, correlative alle loro masse molecolari, il Violi giunge a dare una formola generale della velocità media molecolare di un aeriforme.

« Ora da codesta formola si può dedurre: I° una espressione della velocità della media energia, conforme a quella data dal Clausius; II° un'altra espressione della più probabile velocità media, analoga a quella assegnatale da Maxwell; III° ponendo poi l'ipotesi, abbastanza plausibile, che la vera energia di traslazione delle molecole aeriforme dipenda unicamente dalla loro energia di espansione, cioè supponendo nullo ogni altro moto delle molecole stesse, si deduce dalla ripetuta formola anche un'espressione della velocità vera molecolare, conforme a quella data dal Maxwell. Laonde così fatte concordanze dei tre particolari valori delle varie velocità molecolari, dedotti dalla formola generale proposta dal Violi, avvalorano per certo l'importanza scientifica della formola stessa.

« Il sig. dott. Francesco Pierucci prof. nel Liceo di Prato presentò pel concorso un manoscritto su le calorie di dissoluzione dei solidi nei liquidi, intendendo egli con ciò il calore totale, così di soluzione, come di diluzione

della unità di peso di un dato solido entro un dato liquido ad una data temperatura. Questo argomento venne già trattato in via sperimentale da non pochi fisici stranieri ed italiani: laddove il Pierucci si propose anzitutto di intavolare il problema in forma generale e con semplici espressioni matematiche.

« Però egli suppone di prendere il solido da sciogliere, non già ridotto in polvere, ma in una sola massa di figura sferica, e suppone altresì che in questa la conduttività termica, la densità e la solubilità variino soltanto in relazione alla distanza delle singole parti di essa dal centro della sfera. Tuttavia i fattori variabili delle formole da lui proposte sono in gran numero: caloricità specifica e conduttività termica, così del solido come del liquido, presi da soli sotto differenti temperature; caloricità e conduttività del solvente, secondo le densità che esso va acquistando coi varî gradi di soluzione, e secondo le varie temperature; calorie di soluzione e di diluzione del solido nei successivi suoi strati sferici, secondo la varia loro coerenza e struttura, e secondo la varia densità del solvente; e via dicendo.

« Però una così fatta complicazione del problema generale, che conduce a formole comprendenti molte quantità incognite, e quindi di malagevole soluzione, suggerir deve al fisico di adoperarsi piuttosto a semplificare il problema generale, tentandone delle parziali soluzioni col determinare sperimentalmente il rapporto fra due o più fattori del fenomeno, i valori dei quali si fanno variare da soli, e col rappresentare poi per mezzo di curve grafiche i singoli dati sperimentali. Perciocchè, grazie a queste curve, riesce facile l'assegnare tale una funzione tra i fattori medesimi, che rappresenti abbastanza bene lo speciale andamento delle curve stesse; e ciò senza introdurre particolari ipotesi che limitino arbitrariamente le condizioni dei fenomeni.

« Tuttavia il Pierucci si distingue per l'abilità che dimostra nell'impiego del calcolo superiore; e si merita pur lode per l'ingegnoso artifizio, da lui immaginato, allo scopo di determinare una delle funzioni ch'egli pose a base delle sue formole, quella che collega la temperatura del liquido solvente colla sua densità, per mezzo della misura del suo indice di rifrazione, adoperando uno spettroscopio. Ingegnoso è pure l'apparecchio, che egli costruì per avere con molta approssimazione la temperatura del liquido ed insieme l'indice di rifrazione. Senonchè coteste sue esperienze, com' egli stesso confessa, sono scarse di troppo, e non risolverebbero che una parte del complesso suo problema.

« Il sig. Abelardo Romegialli presenta due Memorie intitolate: *Contribuzione alla teoria della fermentazione acetica ed alla tecnologia della acetificazione;* la prima pubblicata negli Atti della stazione chimico-agraria sperimentale di Roma; l'altra manoscritta.

« L'autore nella prima Memoria studia in ispecial modo la formazione

dell'aceto mediante il processo di Pasteur: e trova alcune condizioni più favorevoli per la acetificazione, quella ad esempio di aggiungere l'estratto a grado a grado. Indi si propone di trovare tale una sostanza, la quale valga ad uccidere l'anguillula dell'aceto, senza danneggiare il micoderma; ma non giunge a risultati soddisfacenti. Si occupa poscia dell'analisi dello stesso micoderma, determinando le quantità relative di carbonio, ossigeno ed idrogeno, e quella delle ceneri che entrano a costituirlo; ed in ciò i suoi risultati concordano abbastanza con quelli di Loewy.

« Nella seconda Memoria il Romegialli studia più particolarmente il modo di nutrizione del micoderma: e si propone di trovare per questo tale un nutrimento, che permetta di ottenere l'aceto, senza impiegare grande quantità di liquido. Pigliando quindi a base la composizione dell'estratto vinoso, vien preparando diversi liquidi di coltura pel micoderma. Di tal modo trova alcuni fatti di qualche interesse; quali ad esempio: che lo sviluppo del micoderma riesce massimo coll'acido succinico, minore coll'acido malico e colla glicerina, piccolissimo poi cogli idrati di carbonio; e che la glicocolla è più assimilabile dell'albumina. Nondimeno con queste prove di coltura egli non giunse a risolvere il problema pratico che si era proposto. Immaginò quindi che il fermento richiedesse alcuno di quei componenti, che di solito non appaiano necessarî, e preparò alcuni liquidi in cui pose sostanze non adoperate nelle ordinarie coltivazioni. E così trovò che il maggiore impulso allo sviluppo del micoderma venne dato dal silicato di soda, dal lattato di ferro e dal solfato di soda; talchè egli è tratto a credere che lo zolfo, il silicio ed il ferro sieno molto utili, se non indispensabili, per la nutrizione del micoderma. D'altronde egli rileva il fatto che la entità della acetificazione risulta inversamente proporzionale allo sviluppo micodermico, il qual fatto è analago a quello rilevato da Brefeld per la fermentazione alcoolica.

« Procede di poi il Romegialli a studiare la composizione chimica del micoderma dell'aceto, adoperandovisi con molta cura, prima nell'analisi elementare, e poi determinando la sostanza albuminoide e la sostanza degli idrati di carbonio, e trova che questi ultimi sono più ricchi in idrogeno della cellulosa. Da ultimo fa l'analisi delle ceneri.

« Paragona in seguito la composizione del micoderma del vino con quella del micoderma dell'aceto, e trova esser quello molto più ricco in sostanze albuminoidi (osservazione già fatta dal Loewy) ed in acido fosforico; oltrechè vi scarseggiano o mancano affatto lo zolfo, il silicio ed il ferro.

« Da tuttociò il Romegialli deduce alcune conseguenze consone coi risultati delle sue prove di coltura. Tali sono: I° le sostanze azotate ed i fosfati essendo più favorevoli al micoderma del vino che a quello dell'aceto sarà bene per la acetificazione l'impiegare liquidi che non ne contengano in eccesso; II° che nei liquidi di coltura gioverà mettere sostanze contenenti silicio, zolfo e ferro; III° che per l'acetificazione è più utile la presenza dell'acido

succinico, della glicerina, dell'acido malico, che non quella degli idrati di carbonio.

« L'autore studia poi l'azione dell'anidride solforosa e dei bisolfiti sulla acetificazione, e conferma quanto aveva già trovato in precedenza, che cioè l'anidride solforosa è più efficace di un bisolfito, a parità di contenuto in SO^2, nell'impedire o rallentare la acetificazione. E quanto al problema di distruggere l'anguilla senza ledere il micoderma, le sue esperienze non diedero risultati soddisfacenti, sia adoperando l'anidride solforosa, sia l'acido salicilico. Da ultimo si occupa di cercare la quantità massima di alcole amilico che può sussistere in un alcole senza impedire la acetificazione; e trova che anche l'alcole amilico viene ossidato, producendo acido valerico; il qual fatto meritava di essere confermato.

« Nel suo insieme il lavoro del Romegialli è condotto con cura, e trae a conseguenze di qualche interesse circa la vita e la coltura del micoderma dell'aceto, del quale porge un'analisi completa. Però egli non è giunto a risolvere i problemi che si era proposti; e d'altronde vennero già fatti da altri studî analoghi a questo ed anche più estesi sovra altri fermenti. Nondimeno egli si merita lode per la diligenza da lui posta nelle molte sue esperienze.

« Riassumendo il proprio giudizio sui singoli concorrenti, la Commissione propone:

« 1) Che venga assegnato un premio di lire 3.000 al prof. Stefano Pagliani specialmente per le sue *Ricerche sulla comprimibilità dei liquidi.*

« 2) Che venga pure assegnato un premio di lire 3.000 al prof. Aroldo Violi per le sue *Ricerche riguardanti la teoria cinetica dei gas.*

« 3) Che venga assegnata, a titolo d'incoraggiamento, la somma di lire 1.500 al prof. Domenico Mazzotto.

« 4) Che venga assegnata, ad uguale titolo, la somma di lire 1.500 al prof. Abelardo Romegialli ».

Relazione sul Concorso al premio istituito dal Ministero dell'Istruzione Pubblica, a favore dei professori delle scuole secondarie e tecniche, per le scienze matematiche per l'anno 1883-84. Commissari Dini, Cremona e Battaglini (relatore).

« A questo concorso furono inviati due lavori manoscritti; il primo, di autore anonimo, avente per titolo: *Formula risolvente dell'equazione generale e completa di* 3° *grado* (tre pagine), ed il secondo, anche di autore anonimo, intitolato: *Il concetto di numero irrazionale nella Geometria della retta e del circolo* (23 pagine).

« L'autore del primo scritto dà come nuove le formole che esprimono

le radici di un'equazione completa di 3° grado, le quali si deducono immediatamente dalle note formole delle radici; relative all'equazione di 3° grado priva del secondo termine, mediante la semplicissima relazione tra l'incognita di questa equazione, e quella dell'equazione completa di 3° grado, da cui la proposta si può supporre dedotta. Il lavoro non merita quindi speciale considerazione.

« L'autore del secondo scritto ha cercato di applicare alle costruzioni geometriche, per la determinazione di un punto ignoto, il procedimento col quale in aritmetica si perviene ad un numero irrazionale; come è noto (per i lavori di Dedekind, Heine, Dini ed altri) un numero irrazionale si considera come quell'ente aritmetico che segna la separazione tra due serie di numeri razionali, la prima di numeri crescenti, la seconda di numeri decrescenti, tali che ogni numero della 1ª serie sia minore di ogni numero della 2ª serie, e che la differenza tra un numero della 1ª serie ad un numero della 2ª serie, possa essere minore di qualunque numero dato, arbitrariamente piccolo. Ora allorchè in un problema di Geometria si tratta di determinare un punto ignoto (in generale per mezzo dell' intersezione di due curve) si potranno sostituire a quella diretta determinazione due serie di costruzioni, eseguibili con la linea retta ed il circolo, per mezzo delle quali si vengano successivamente a determinare i punti di due serie, tali che i punti di una serie siano tutti da una parte del punto ignoto, quelli dell'altra serie tutti dalla parte opposta, e che l'intervallo tra un punto della 1ª serie ed un punto della 2ª si possa rendere minore di qualunque intervallo dato, arbitrariamente piccolo; sicchè in tal modo il punto ignoto segnerebbe la separazione tra i punti della 1ª serie e quelli della 2ª. L'autore applica questo concetto al problema della divisione di un arco di circolo in tre parti uguali, e la costruzione che egli immagina per determinare, applicandola successivamente, le due serie di punti che hanno come loro punto di separazione un punto di trisezione dell'arco di circolo, è molto ovvia. Con lo stesso metodo si potrebbero costruire le radici di un'equazione di 3° grado (quando sono tutte e tre reali) poichè è noto che in tal caso l'equazione di 3° grado si può trasformare in modo da farla coincidere con quella da cui dipende la divisione di un arco di circolo in tre parti eguali.

« Il concetto che serve di fondamento alla suddetta Memoria potrebbe avere la sua importanza in Geometria, quando però fosse svolto in modo da condurre ad un procedimento generale per la determinazione dei punti comuni a due curve, di dati ordini, o almeno ad una curva e ad una retta, per mezzo di una serie di costruzioni, eseguibili con la linea retta ed il circolo, e con le quali si potessero trovare successivamente punti che comprendessero tra loro il punto ignoto da determinare, e vi si avvicinassero indefinitamente: l'applicazione, alla quale l'autore si è limitato, non è di tale importanza da fargli meritare il premio istituito dal Ministero dell'istruzione pubblica ».

Relazione sul concorso al premio Da Cuñha pel 1884. — Commissarî: Gorresio, Valenziani e Ascoli (relatore).

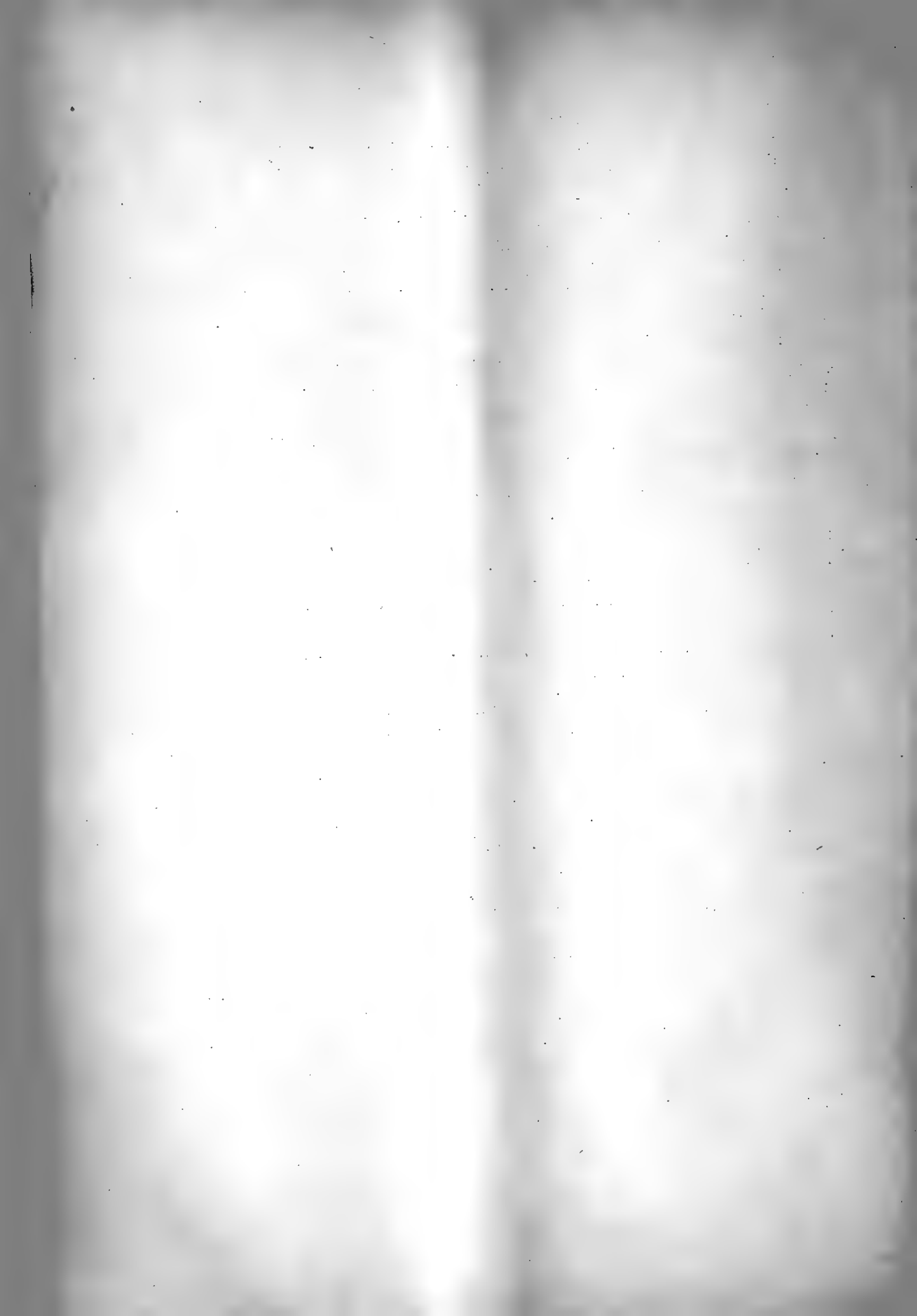
« Rinnovatosi questo concorso, in seguito alla resultanza negativa del primo esperimento, una sola scrittura s'è presentata alla prova, col motto: *Les détails sont l'âme de l'Histoire.*

« Codesto lavoro è veramente uno dei due che si sono cimentati quando il premio era posto a concorso per la prima volta. E allora portava l'epigrafe: *Bene vixit qui bene latuit.*

« Circa il tema in sè stesso e circa le qualità generali di questa Memoria che per la seconda volta chiede il premio, la vostra Commissione non v'infastidirà, onorevoli colleghi, col ripeter cose che erano esposte nella prima relazione, da voi approvata (Trans., vol. VII, pp. 78-80). Si passa piuttosto a dir senz'altro, che il lavoro ritorna al concorso con mutazioni e migliorie non poche, specie per quanto concerne la parte antica. I suggerimenti, che nella prima relazione eran dati, per questa parte, all'autore, sono stati da lui messi a profitto in assai larga misura. Di certo, però, molti particolari ancora stuonano; come p. e. il leggersi anteposto il codice di Manù ai Vedi, o il Buddhaismo al Brahmanesimo, in tali allegazioni dove andrebbe seguìto l'ordine dal più al meno antico; o il sentirsi affermato senz'altro, che le lettere fenicie si vedono adoperate nelle iscrizioni del re Açoka, o l'indursi probabile la presenza d'Indiani in Roma, dal fatto che il poeta comico latino porti sulla scena mercanti che parlano greco e fenicio.

« Anche la seconda parte è alquanto migliorata. Ma son notiziuole affrettate quelle che concernono gli Inglesi nell'India; capitolo, del resto, che è quasi estraneo all'assunto. E sempre è meschina la sezione che si attiene alle relazioni presenti e alle avvenire; la quale (e qui veramente la colpa è del tema, piuttosto che dell'autor della Memoria) riesce eterogenea, non perchè si dilunghi dall'assunto ma perchè non si congiunge in effetto, per alcuna intrinseca ragione, con le sezioni precedenti.

« Mal si potrebbe perciò dire, in conclusione, che questa scrittura, considerata nell'ordine del valore assoluto, si meriti un premio. Ma la ripetuta nostra prova val forse a mostrare, che, per ora, questo sia un premio il quale tra noi non alletti a cose maggiori; e il benemerito istitutore può forse rimaner pago di avere intanto promosso, oltre il buon lavoro, l'altra volta lodato e rimasto a mezzo, questo che di certo va ornato di non pochi pregi. La vostra Commissione perciò, pur senza esprimere una decisa sentenza, opina che l'Accademia possa concedere il premio Da Cuñha al solo concorrente che ora s'è avuto, ma non abbia all'incontro a valersi della facoltà, che nell'avviso di concorso si riservava, d'inserir nei propri Atti la Memoria premiata ».

D. C.
P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Adunanza generale delle due Classi

dei giorni 10 e 12 giugno 1885.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Geologia. — *Sulle rocce vulcaniche di Montecatini e Orciatico nella provincia di Pisa.* Notizie bibliografiche del Socio G. Capellini. Nota I.

« Nella carta geologica dei monti di Livorno, di Castellina marittima e di una parte del Volterrano, pubblicata per il secondo Congresso geologico internazionale in Bologna nel 1881, col nome di *Montecatinite* (*trachite pirossenica*) indicai la roccia anticamente ricordata col nome di *Selagite.* Con queste notizie mi propongo di far conoscere: quanto fino allora ne avevano scritto i naturalisti che se n'erano interessati, e per quali ragioni abbia proposto di chiamare *Montecatinite* la trachite pirossenica micacea di Montecatini e di Orciatico.

« Le notizie più antiche che ho potuto raccogliere sulla roccia di Montecatini sono dovute a Giovanni Targioni Tozzetti, il quale nel suo viaggio da Ligia a Caporciano, dice che salendo per le pendici nude del monte verso Montecatini, incontrò molti filoni di « certa pietra arenaria similissima alla « pietra serena della Golfolina, senonchè è tutta quanta seminata di certi « corpi parallelepipedi grandi quanto un pisello, i quali si sfaldano tutti in « sottilissime lamine di rozzo talco lucente, ma opaco di color di bronzo, o « verdognolo » (1).

(1) Targioni Tozzetti Gio. *Relazioni d'alcuni viaggi fatti in diverse parti della Toscana* ecc. Ediz. seconda, tomo terzo, pag. 144, 145. Firenze, MDCCLXIX.

« Continua il Targioni descrivendo la struttura di questa roccia, le sue varietà, il modo di comportarsi in presenza degli agenti atmosferici e i difetti come materiale da costruzione, sebbene a tal fine fosse ricercata e adoperata perfino dagli Etruschi, come se ne ha esempio in Volterra nell'antica porta detta *Porta all'arco.*

« Quasi cinquant'anni dopo, Giambattista Brocchi nelle sue classiche osservazioni geologiche sugli Apennini e sul suolo adiacente, parlando della *arenaria macigno* accenna evidentemente la roccia sulla quale riposa il castello di Montecatini, quando scrive: *Se ne trova altresì presso Volterra, a Montecatini, e questa differisce dal macigno ordinario per essere sparsa di larghe squame di mica nera* [1].

« All'occhio veramente linceo del grande maestro Paolo Savi non sfuggirono le notevoli differenze fra le vere arenarie e la roccia di Montecatini ed egli fu il primo che non esitò a separarnela nettamente, applicandole il nome di *Selagite.*

« In una nota inserita nella 1ª Memoria *sui terreni stratificati dipendenti o annessi alle masse serpentinose della Toscana*, così ne parla:

« Nel Volterrano a *Montecatini* ed a *Orciatico* ove sono due grandi « masse di *Selagite* emerse attraverso il terreno terziario subapenninico, nei « luoghi in cui questo terreno è prossimo alla Selagite, egli è notabilmente « alterato, cioè indurato in modo da non essere più impastabile con l'acqua, « ha colore di oliva fradicia anzichè il consueto cenerino, è tutto crepato e « le pareti delle crepature son colorate da zone nerastre o piombate.

« Nell'una e nell'altra delle citate località, nel punto di contatto trovasi « l'amalgama delle due roccie, cioè la plutoniana che ha inceppato ed im- « pastato la nettuniana. E poco sotto *Montecatini* a *San Michele* nel matta- « ione plutonizzato come sopra ho detto, trovansi le forme ed impronte di « molte conchiglie proprie a quei terreni e particolarmente di ostriche. Nello « stesso luogo vedonsi ancora varie porzioni del terreno nettuniano plutoniz- « zato, ripiene da filoncelli e cristalli di *calce bituminosa* fetida » [2].

« Roccia simile a quella di Montecatini e di Orciatico già nel 1795 col nome di *lava limacciosa* era stata notata dal Santi in più luoghi della montagna di Santa Fiora e segnatamente alle piaggie dette gli *Stabbiati* e all'Ermeta sopra l'abbadia S. Salvadore [3]; ma solamente quando il Savi abbandonò il nome di Selagite e distinse col nome di trachite micacea la *roccia espansa presso Montecatini in Val di Cecina*, si ritenne che la *lava limacciosa*

[1] Brocchi G. B. *Conchiologia fossile subapennina con osservazioni geologiche sugli Apennini e sul suolo adiacente.* Tom. I, pag. 14. Milano, 1814.

[2] Nuovo Giornale dei letterati anno 1837-39. Mem. P. Savi. Parte I. *Sui terreni stratificati* ecc. P. 43. Pisa, 1838. - Parte II. *Delle roccie ofiolitiche della Toscana e delle masse metalliche in esse contenute.* P. 108. Pisa, 1839.

[3] Santi G. *Viaggio al Montamiata,* Vol. I, p. 138, 39. Pisa, 1795.

micacea del Santi fosse identica alla trachite volterrana che dapprima era stata indicata col nome di Selagite ([1]).

« Frattanto la trachite di Montecatini fu ricordata dal Repetti, il quale riferendosi alle Memorie già pubblicate dal Savi, la credette « connessa per gradazione alla roccia serpentinosa del *poggio alle croci* » e accennando che su « di essa riposa il castello di Montecatini, la disse: « un alterato macigno « che maschera l'aspetto di una specie di trachite emersa di sopra il terreno « terziario, qualità di roccia che il naturalista pisano (Savi) classificò fra le « Selagiti » ([2]).

« E Giacinto Collegno negli elementi di geologia, parlando della *diorite micacea* che identifica col *Kersanton* di Bretagna, aggiunge: « La *minette* « dei monti Vosgesi, la *Selagite* indicata dal prof. Savi nelle maremme to- « scane, sono forse esse pure dioriti con eccesso di mica » ([3]).

« Il Cocchi, nella descrizione delle rocce ignee e sedimentarie della Toscana, quasi riepilogando le opinioni diverse dei naturalisti che avevano ricordata la interessante roccia di Montecatini, parlando della trachite del monte Amiata, aggiunge a quel riguardo: « Dans une variété du Volterrano « (Orciatico, Montecatini), et, plus au sud, de Santa Fiora, abondent des grands « cristaux laminaires de mica oblique. Cette variété est la *lava limacciosa* « *micacea* de Santi, ou la Sélagite de M. Savi, une veritable *minette*, in- « diquée encore par quelques auteurs comme variété de diorite ».

« Nel catalogo delle rocce la *trachite micacea* di Montecatini è riferita al terziario superiore ed è così indicata: « *Trachyte micacé* (Sélagite de M. « Savi) renfermant quelquefois des cristaux de dolomie, en typhons à stru- « cture prismatique et même stratiforme; de Montecatini, monte Amia- « ta, etc. » ([4]).

« Un anno dopo il Coquand non esitò a ritenere la roccia di Montecatini come una varietà di ortofiro e la classificò addirittura fra gli ortofiri micacei identificandola con la *Minette*, *Fraidoniti* dei Vosgi e del Basso Reno; aggiungendo inoltre che era contemporanea dei porfidi quarziferi dell'Elba ([5]).

« Ma Paolo Savi, anche dopo la opinione espressa dal Coquand, continuò ad indicare come *trachite micacèa* la roccia che anticamente aveva chiamato

([1]) Savi Paolo, *Sui carboni fossili dei terreni miocenici delle Maremme toscane*, p. 36. Pisa, 1843. — Savi P. e Meneghini G. *Osservazioni stratigrafiche e paleontologiche concernenti la geologia della Toscana e dei paesi limitrofi*, p. 222. Firenze, 1851.

([2]) Repetti E. *Dizionario geografico, fisico, storico della Toscana.* Vol. III, p. 348. Firenze, 1839.

([3]) Collegno G. *Elementi di geologia pratica e teorica,* ecc. p. 155. Torino, 1847.

([4]) Cocchi J. *Description des roches ignées et sédimentaires de la Toscane.* Bull. Soc. géol. de France, 2e série, t. XIII, p. 283, 289. Paris, 1856.

([5]) Coquand H. *Traité des roches*, p. 66, 67. Paris, 1857.

Selagite e cercò di meglio precisarne l'epoca della sua comparsa che ritenne avvenisse *durante il deposito del terreno pliocenico* (¹).

« G. v. Rath in due interessanti Memorie, l'una sulla miniera di Montecatini e dintorni, l'altra sul monte Amiata, pubblicate entrambe nel 1865, parlò diffusamente delle trachiti delle due località, senza però accennare menomamente che la *trachite micacea* di monte Amiata si avesse a identificare con la trachite analoga di Montecatini. Il Rath chiama *trachite riolitica* la *lava limacciosa micacea* del Santi del monte Amiata, la dice roccia grandemente distinta, come non ricorda di averne veduto nelle collezioni e aggiunge che, per taluni caratteri, somiglia a certi tufi trachitici dei dintorni del lago di Laach, o analoghi del Vesuvio (²).

« Nella Memoria sui dintorni di Montecatini riferisce in gran parte ciò che Savi e Meneghini già avevano scritto sulla trachite di quella località, ne accenna le somiglianze con certe varietà di trachiti di Laach e la ritiene essenzialmente costituita da oligoclase e mica nera: una vera e propria trachite oligoclasica; (*da der ganze Habitus des Gesteins dasselbe zum Oligoklas Trachyt stellt*). Riguardo poi alla roccia di Orciatico, il Rath ne parla in modo da esser facile di ritenere che non abbia visitato questa seconda località e abbia avuto soltanto esemplari della varietà che si confonde con la roccia tipica di Montecatini. Scrive infatti: « Ein dem Trachyt von Monte-« catini (welcher von P. Savi mit dem Namen Selagit bezeichnet wird) ganz « ähnliches Gestein tritt in einer kleinen Kuppe $1/2$ Stunde gegen Nordwe-« sten auf, wo ehemals der ummauerte Flecken Agnano lag, nahe Orciatico ». Farò conoscere fra poco che non tutta la roccia di Orciatico si deve identificare con quella di Montecatini e che ad Agnano non ve ne ha traccia. Il Rath evidentemente si attenne alle carte geologiche pubblicate dal prof. Savi, delle quali anzi corredò pure la sua Memoria e, disgraziatamente in esse la roccia trachitica di Orciatico essendo notata ad Agnano, non dubitò che la roccia la quale sporge ad Agnano, e si vede benissimo dalla strada provinciale, invece di essere una trachite è un conglomerato a fini elementi, mentre poi la roccia trachitica si trova vicinissima al paese di Orciatico e precisamente sotto l'antico convento dei Cappuccini, come del resto il Savi aveva indicato nelle sue Memorie.

« Nel trattato delle roccie di Cordier e D'Orbigny pubblicato nel 1868 la roccia di Montecatini è ancora annoverata fra le *minette* o *fraidoniti* (³) e

(¹) Savi P. *Saggio sulla costituzione geologica della provincia di Pisa*, p. 42. Pisa, 1863.

(²) Rath v. G. *Ein Besuch Radicofani's und des monte Amiata in Toscana*. Zeitschr. d. Deut. geol. Gesell. Jahr. 1865, s. 412, 413. Berlin, 1865. — Id., *Ein Besuch der Kupfergrube Montecatini in Toscana und einiger Punkte ihrer Umgebung*. Zeitsch. d. Deut. geol. Gesellsch. s. 290, 291. Berlin, 1865.

(³) Cordier et D'Orbigny, *Traités des roches*, p. 201. Paris, 1868.

susseguentemente si ha a registrarne l'analisi chimica del prof. Bechi, limitata alla *mica* e alla *materia che impasta la mica* (1).

« Il Bechi ritenne che la Selagite del Savi fosse costituita quasi esclusivamente di due elementi, notò però che, oltre la mica e la materia che la impasta, vi erano centri ingemmati di *pagliette sottilissime di calcare le quali si assomigliano alla mica.*

« Poichè si ammetteva che la trachite micacea di Montecatini e di Orciatico (Selagite del Savi) fosse identica alla lava limacciosa del monte Amiata, l'analisi del prof. Bechi fu ritenuta buona per le trachiti micacee delle tre località e, con piena fiducia, fu riportata in parte anche dal D'Achiardi nella mineralogia della Toscana, parlando della biotite, come precedentemente l'aveva citata nel suo lavoro sui feldspati (2).

« Carlo De Stefani nelle sue notizie sulla cronologia dei vulcani della Toscana esposte alla Società toscana di scienze naturali nella adunanza del 5 maggio 1878 distingue in quella regione cinque gruppi vulcanici, tre dei quali trachitici, e dopo aver fatto un gruppo separato del *monte Amiata* (il gruppo II), costituisce il V gruppo col nome di *gruppo di Montecatini*, e lo dice il più meridionale (intendeva di dire il più settentrionale) « formato « dei due lembi di Montecatini in Val di Cecina e di Orciatico nelle colline « pisane; costituito non già di Selagite, come si riteneva fin qui, ma di *an-« desite peridotifera.* Questa scompagnata affatto da scorie e da tufi, forma « dei banchi omogenei, inclinati, che posano concordanti sull' arenaria del « miocene inferiore. La loro eruzione benchè l'epoca ne sia ancora incerta, « ebbe luogo probabilmente durante il miocene medio » (3).

« Nello stesso anno il De Stefani ricordò incidentalmente la trachite di Montecatini e di Orciatico (4) accennandone i rapporti di giacimento quasi a contatto delle serpentine (5) e in una carta inedita dei monti livornesi e di una parte del Volterrano la quale, se non erro, figurò alla Esposizione

(1) Bechi E. *Analisi chimica della Selagite di Montecatini in Val di Cecina.* Bollettino del r. Comitato geologico d'Italia. Anno 1870, p. 64-67. Firenze, 1870.

(2) « Questa roccia (scrive il D'Achiardi) tanto a Montecatini che a Santa Fiora è sempre la stessa, e così anche a Orciatico, non lunge da Montecatini, onde non parlerò diffusamente che di quella del monte Amiata ». D'Achiardi A. *Mineralogia della Toscana.* Vol. II, p. 168-170. Pisa, 1873. — *Sui feldespati della Toscana.* Bollettino del r. Comitato geologico. Anno 1871, p. 208. Firenze, 1871.

(3) Processi verbali della Società toscana di scienze naturali. XXII. Adunanza del 5 maggio 1878. Pisa, 1878.

(4) De Stefani C. *Sulle serpentine e graniti eocenici dell'alta Garfagnana.* Boll. del r. Comitato geologico. Vol. IX, p. 28, 29. Roma, 1878.

(5) Questo fatto era stato notato da P. Savi 44 anni prima, infatti a pag. 49 dell'aureo libretto, *Sulla scorza del globo terrestre e sul modo di studiarla*, Pisa 1834, si legge: Il serpentino a *Montecatini di Val di Cecina*, sta accanto ad una piccola montagna formata di Selagite.

internazionale di Parigi nel 1878, la trachite di Orciatico fu segnata a Agnano e alle Querce fra il Ragone e la Foscecchia sulla strada da Torri a Agnano, ripetendo così l'errore che si nota nelle carte del Savi e che era stato pure riprodotto dal Rath.

« Essendomi impegnato a pubblicare la carta geologica di quella parte delle province di Pisa e di Livorno, della quale aveva cominciato ad interessarmi fin da quando era studente all'università di Pisa, nell'autunno del 1879 tornai a visitare anche i dintorni di Montecatini, per rivedere, correggere e completare un lavoro fatto a poco a poco, con passione e senza aiuti di sorta.

« In quella escursione ebbi la fortuna di avere a compagni il comm. F. Giordano e l'ing. Zaccagna, di cui mi valsi per rilevare la piccola porzione della carta che comprende il Castello della Sassa, Casale, Guardistallo sulla sinistra della Sterza. A Montecatini mi interessai in modo particolare della trachite, perchè da tutto ciò che già ne era stato scritto mi pareva di dover concludere che vi fosse ancora da dire qualche cosa in proposito.

« Nel 1870 aveva percorso in tutti i sensi il monte Amiata e, per un complesso di circostanze, non mi pareva che s'avesse proprio a identificare una parte della trachite di quella montagna con la così detta Selagite o trachite micacea di Montecatini. Raccolsi numerosi saggi di quella interessante roccia alla base della torre dell'orologio nel paese stesso di Montecatini a m. 400 circa sul mare e nella cava detta del Cappelli sulla destra del botro grande, un centinaio di metri sotto Montecatini. In questa località potei vedere la roccia apparentemente stratificata in modo da costituire una specie di cupola, quasi si sarebbe detta la sezione di una piega anticlinale; vista in altre posizioni, la struttura prismatica della roccia è evidente e fino dal 1856 quando mi recai per la prima volta a Montecatini, P. Savi richiamava su di essa la mia attenzione indicandomi ove avrei dovuto osservarla. Desideroso di vedere come si trovava la trachite di Orciatico che fino allora non aveva visitato, pregai il comm. Giordano e l'ing. Zaccagna perchè mi accompagnassero anche in quella escursione. Saliti a monte Massi a m. 581 e presa la via del Poggio delle Faete, dopo aver visitato il Poggio di Majano m. 525, scendemmo a Orciatico e trovai che il paese riposava sopra il conglomerato miocenico. Essendoci diretti verso Agnano, ove secondo le carte sopra menzionate avremmo dovuto incontrare la massa trachitica detta di Orciatico, la mia sorpresa fu grande, quando in quella direzione invece della trachite riscontrai sviluppatissimi i conglomerati minuti miocenici e trovai la casa del podere le Querce posta sul gesso, che ivi riposa immediatamente su brecciola finissima rossastra calcareo-ofiolitica a m. 280 sul mare. Così le rocce che, viste in distanza e stando alle indicazioni delle carte geologiche edite e inedite, da me prima esaminate, riteneva trachitiche e che mi era proposto di visitare soltanto per averne esemplari staccati da me stesso in posto, si cambiarono in conglomerati

e gesso! Tornato a Montecatini, senza aver potuto delimitare nella mia carta la massa trachitica di Orciatico, non potendo alterare l'ordine delle progettate gite, mi proposi di continuare le ricerche in altra circostanza.

« Frattanto, non dubitando di trovare notevole differenza fra la roccia di Montecatini e quella di Orciatico, tornato a Bologna e fatte alquante sezioni della trachite micacea e dei noccioli di quarzo che vi aveva trovati inclusi, mi parve che quella roccia non si potesse identificare nè con la vera *Minetta*, nè con le *ordinarie Trachiti micacee*, nè con le *Andesiti* propriamente dette, e ne scrissi al prof. Rosenbusch mandandogli esemplari scelti e invitandolo a chiarire i miei dubbî in proposito.

« Trascorsi più che due mesi, il valentissimo litologo mi indirizzava la seguente lettera, la quale attesa la sua importanza credo opportuno di riprodurre testualmente.

« Heidelberg, le 1er février 1880.

« Monsieur et honoré confrère

« Enfin je suis parvenu à étudier les échantillons que vous m'aviez « transmis le 24 nov. et je m'empresse de vous en communiquer les résultats.

. . . .

« Quant à la belle roche de Monte Catini, j'en ai fait moi-même l'étude « très-minutieuse; voilà ce que j'ai pu reconnaître avec précision. C'est une « roche éruptive à structure porphyrique avec bien peu d'une base vitreuse « grisâtre remplie de petites dévitrifications. Les éléments cristallins de la « roche consistent en mica (biotite) dans des lamelles assez grandes, qui res- « sortent d'un tissu cristallin (*Grundmasse*) qui consiste de cristaux bien dé- « finis d'un pyroxène clinorhombique d'un vert très-clair et presque inco- « lore, de cristaux de sanidine non-déformée à 2 axes optiques extrèmement « rapprochés, de cristaux d'oligoclase en des lamelles très-minces et de quel- « ques grains de magnétite et très peu d'olivine qui doit être considéré comme « un élément tout-à-fait accessoire et occasional.

« Je suis parvenu à isoler tous ces petits cristaux de sanidine, d'oligoclase, « de pyroxéne et de mica d'après leur poids spécifique, de manière que j'ai pu « les étudier non seulement dans leurs caractères optiques, mais aussi dans « leur composition chimique d'après le procédé Boricky. La détermination des « éléments est d'autant plus authentique, que les différents modes d'inve- « stigation, auxquelles je les ai soumis, ont toujours conduit aux mêmes con- « clusions.

« La roche de Monte Catini est donc une *Trachyte pyroxénique* extraor- « dinairement riche en grands cristaux de mica brun; elle représente l'équi- « valent des minettes anciennes et, à mon savoir, n'a d'égaux entre les roches « connues jusqu'aujourd'hui.

« La structure macroscopique en est parfaitement identique à la structure « des minettes; elle en est distinguée par l'âge de son éruption tertiaire, à

« ce que je suppose, et par la présence d'une petite quantité d'une base vi-
« treuse étrangère aux minettes anciennes.

« Je dois vous remercier beaucoup, Monsieur et cher confrère, de m'avoir
« donné l'occasion d'étudier une roche, pour moi tout-à-fait nouvelle et qui
« m'a intéressé d'autant plus, qu'elle montre une analogie aussi complète
« avec une classe de roches anciennes très-répandues, dont on n'avait pas encore
« retrouvé les equivalents modernes.

« Agréez etc. etc. ».

« A questa interessantissima lettera mi affrettai a rispondere, ringraziando e domandando l'autorizzazione di pubblicarla ed aggiunsi alcune notizie intorno agli inclusi di quarzo dei quali pure gli mandai esemplari; nel tempo stesso, poichè la roccia di Montecatini si poteva considerare benissimo come una *Minetta recente*, ma in definitiva era riconosciuta come una roccia nuova, accennai al Rosenbusch che, nella mia carta geologica, l'avrei indicata col nome di *Montecatinite*. Da ultimo, resi conto di quanto io stesso aveva osservato nelle lamine sottili, che già aveva preparato col quarzo della *Neominetta* o *Montecatinite* di Montecatini.

« Distratto dalle numerose occupazioni relative alla organizzazione del 2° Congresso geologico internazionale, non avendo sollecitamente effettuato quanto mi era proposto, nel giugno del 1880 il prof. Rosenbusch fece egli stesso una breve ma interessante comunicazione, la quale comparve, poco dopo, nei Nuovi Annali di mineralogia, geologia e paleontologia e fu subito tradotta e pubblicata anche nel Bollettino del r. Comitato geologico [1].

« Tornato frattanto a Orciatico e fatte più accurate indagini in quei dintorni, trovava effettivamente la roccia analoga alla Montecatinite di Montecatini e ne tracciava la esatta posizione e la piccola estensione nella carta geologica comparsa l'anno dopo e distribuita ai membri del Congresso di Bologna, comprendendovi rocce che hanno attinenza con la Montecatinite e costituiscono un tutto insieme con la massa di Orciatico, ma che dalla vera Montecatinite notevolmente differiscono, come ne differisce la vera lava limacciosa del Santi o trachite micacea del monte Amiata » [2].

[1] Rosenbusch, *Glimmertrachyt von Montecatini in Toscana.* Neues Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Paläontologie. Jahrgang 1880, II Bd. p. 208 Heidelberg, 1880. Bollettino del r. Comitato geologico d'Italia. Anno XI, p. 569-572. Roma, 1880.

[2] Capellini G. *Carta geologica dei monti di Livorno, di Castellina marittima e di una parte del Volterrano nella scala di* 1 *a* 100,000 pubblicata per il 2° Congresso geologico internazionale in Bologna 1881. Roma, 1881.

Fisiotossicologia. — *Esperienze fisiotossicologiche sul cloridrato di trimetilvinilammonio e su quello di trimetilammina.* Nota I. del Socio A. Moriggia.

« L'anno scorso (in seduta 6 aprile 1884) ho presentato all'Accademia il risultato di alcune sperienze sulla neurina del commercio (fabbrica di Kahlbaum): atteso però, che essa suole risultare da un miscuglio in varia proporzione specialmente di idrato di trimetilossetilammonio, e di trimetilvinilammonio, in cui pur entra un po' di trimetilammina, interessava di studiare separatamente la fenomenologia fisiotossicologica dei tre citati componenti della neurina, onde meglio comprendere quella abbastanza singolare del loro miscuglio e tanto più premeva farmi io direttamente e sperimentalmente un' idea del modo rispettivo d'agire delle tre dette sostanze, sia perchè membro della r. Commissione, che sta lavorando *intorno all'accertamento della prova generica nei reati di veneficio*, sia per l' importanza sempre crescente che convien annettere alla neurina, in seguito ai risultamenti chimici ottenuti dal dott. Marino-Zuco e già pubblicati a nome della stessa Commissione (¹).

« Avendo già resi noti nell'anno passato i risultati sperimentali del cloridrato di neurina del commercio, e quelli del cloridrato di trimetilossetilammonio, che io col dott. Marino già chiamai cloridrato purissimo di neurina, ora rendo conto specialmente di quelli che si riferiscono all'altro principale componente della neurina di commercio, cioè all' idrato di trimetilvinilammonio.

« Dal laboratorio del senatore Cannizzaro ebbi per gentilezza del dott. Marino una discreta dose di cloridrato di trimetilvinilammonio purissimo, ed *appena* acido, con questo procedetti alle seguenti sperienze: cominciamo dalle rane: rane esculente, maschi per lo più, vivaci, del peso di 18 a 24 grammi: cuore talora scoperto: veleno per lo più sotto la pelle del dorso, del ventre o delle coscie: la rana boccone in generale veniva legata sulla sua tavoletta nelle quattro estremità ben distese: la legatura degli arti era fatta non troppo stretta nè troppo rilasciata nella massima vicinanza del piede e della mano: ora dirò il perchè ed il grande vantaggio di questa legatura. Avvelenando per es. col *curaro* una rana così disposta, fra non molto si trova che essa mantiensi ben sensibile da per tutto ma immobile, salvo ne' piedi e nelle mani, in grazia della piccolezza dei muscoli di queste parti ma più essenzialmente, perchè il veleno non vi giunge o in minima dose, o tardi assai; esaminando la membrana interdigitale, vi si trova fermo

(¹) Vedasi specialmente l'ultima Memoria intitolata: *Relazione* (del dott. Francesco Marino-Zuco) *delle sperienze fatte nel laboratorio speciale della Commissione, annesso all'Istituto chimico della r. Università di Roma, sulle così dette ptomaine, in riguardo alle perizie tossicologiche.* Roma, 1885.

il sangue: è veramente grande la facilità, con cui una pressione non forte arresta ivi il circolo sanguigno, e specialmente nel piede.

« Progredendo l'esperienza, io di solito sciolgo un piede ed una mano, od anche le due mani, preferendo quelle parti, che mostrano una preservazione meno completa dal veleno, non riuscendo sempre ugualmente le legature nei quattro arti.

« È un metodo incruento facile, e breve e pochissimo offensivo per l'animale, e che può benissimo sostituire la famosa operazione alla Bernard per preservare una parte dal veleno.

« Con questo mezzo commodamente si può far procedere a volontà parallelo lo studio fisiotossicologico della sensibilità e della motilità degli arti anteriori e posteriori, locchè tanto più giova, conoscendosi nella rana la maggiore refrattarietà degli arti anteriori rispetto ai posteriori nei movimenti riflessi provocati, e ciò nelle contingenze fisiologiche, e più ancora nelle tossicologiche.

« Il cloridrato di trimetilvinilammonio si mostrò mortale già alla dose di 3 a 4 millig.

« Il linguaggio generale delle risultanze sperimentali è stato il seguente: cornea insensibile, e ad avvelenamento inoltrato, pupilla stretta: diminuzione di frequenza e rapida cessazione dei movimenti del pavimento boccale: frequenza minore cardiaca: testa elevata: attacco marcato de' moti volontari e riflessi: loro scomparsa: abolizione della sensibilità, e per ultimo, cessazione della eccitabilità sperimentale dei nervi motori, e dappoi, dell'irritabilità muscolare.

« Facciamo ora seguire un po' di analisi ai risultati sintetici annunciati, analisi tanto più necessaria, perchè oltre al valore sempre grande dei dettagli, massime quando si lavora con un veleno quasi nuovo e su di un terreno così instabile come quello della vita, lo credo per di più il migliore mezzo per giungere a decifrare da qual cagione possa ripetersi la divergenza in qualche risultato, che per altri sperimentatori possa essersi riscontrata [1].

« *Occhio*. Stando la rana boccone, prestissimo si riscontra insensibile la cornea, od almeno non dà più luogo a nessuna sorta di moti riflessi: l'occhio si mostra immobile e spalancato, e tale rimane anche dopo morte:

[1] Così l'egregio prof. Cervello (a Palermo) in un lavoro intitolato: *Sull'azione fisiologica della neurina* (estratto dagli Annali di Chimica vol. I, serie IV. Milano, 1885) afferma di non aver constatata superstite l'eccitabilità sperimentale e diretta dei nervi motori, dopo la cessazione dei moti volontari e riflessi, come io l'avevo trovata, e la posso dimostrare nella maggioranza dei casi. Colgo poi volontieri quest' occasione per rettificare quanto l'autore asserisce a pag. 16 del detto lavoro, dove scrive che *la trasmissibilità sperimentale dei nervi sui muscoli non si mantiene* (dopo morte) *mai così a lungo* (7 a 10 ore, come io affermava per le rane avvelenate in inverno), essendo ben conosciuto mantenersi anche per ore nell'uomo stesso, od anche per giorni in rane, tartarughe, ecc.; nella stessa

più presto si rende insensibile quella rivolta a maggior luce: già sul principio dell'azione del veleno, accostando un' offesa all'occhio, l' animale non fa segno alcuno di volerla sfuggire: si direbbe la vista od il cervello od ambedue aver già patito.

« Nell'avvelenamento per curaro la cornea riman sensibile relativamente molto più tardi e l' occhio chiuso.

« *Pupilla.* Per quanto riguarda l'azione locale del cloridrato sulla pupilla, anche in dose forte, io non ho potuto riscontrarne alcuna decisa pel coniglio, come già avea scritto pel cloridrato di neurina del commercio, in coniglio e gattino.

« Stante però la grande alcalinità dei diversi componenti della neurina del commercio, se si usano allo stato alcalino, arossano la congiuntiva oculare, e producono un po' di miosi, come farebbe qualunque corpo o sostanza irritante applicata all' occhio medesimo.

« In seguito all'avvelenamento di neurina, o dei suoi principali componenti, ritengo nè abbastanza puri e marcati, nè sufficientemente costanti i risultati, che ci offre la pupilla nei cani, nelle cavie e nei conigli da poter costituire un sintomo, su cui sodamente contare: anche nelle rane si passa per fasi abbastanza varie, secondo che il punto di partenza era di midriasi o di miosi, l'animale supino o boccone, a luce più o men viva, a cuore rapido, lento od arrestato, secondo la dose del veleno, la rapidità della morte ecc. (¹): in generale però si può stabilire, che prevale la miosi e spesso assai spinta, verso i periodi avanzati dell'avvelenamento.

« Col curaro in generale la rana non entra in siffatta miosi.

« *Respiro.* Insieme all'insorgenza dell'insensibilità della cornea, o subito dopo, si ha la diminuzione e quindi la cessazione del respiro polmonare: il piano inferiore della bocca immobile e depresso verso la bocca chiusa: la rana boccone, si vede via via alzarsi lentamente la testa, in modo da finire, e molto presto immobile del tutto, e fare un pronunciato angolo col dorso: si direbbe la rana in opistotono; da tutto ciò ne sorge un aspetto caratteristico, ed anche di istupidimento, per cui a prima vista si può

pag. 16 mi si attribuisce l'affermazione, che sieno i nervi sensitivi *i primi* ad esser influenzati, mentre io mi sono limitato solo ad affermare, che in ultima analisi erano i nervi motori ed i muscoli, che se ne mostravano meno offesi. Benchè io abbia scritta una Nota sperimentale, dove ho dimostrato che l'acido cloridrico vale ad intaccare prima e più intensamente i nervi sensitivi, che i motori, so però avverarsi in regola generale l' inverso, cioè patire in generale dalle offese prima e più forte i nervi motori, ciò però non toglie, che non si possa nell'avvelenamento passare per le fasi da me indicate, cioè cessazione de' moti volontari e riflessi, del senso, e solo da ultimo della eccitabilità sperimentale diretta de' nervi motori.

(¹) Qualche rada volta ebbi perfino a riscontrarne una in miosi, l'altra in midriasi, indipendentemente dalla luce.

differenziare la rana così velenata, da quella trattata col curaro, la quale porta il muso abbicato in basso, da toccar colla punta la tavoeltta : inoltre nella rana curarizzata i moti delle parti avvicinanti il massimo centro nervoso (palpebra, pavimento boccale, ecc.) sono tra gli ultimi a sparire, ed anche sospesi, si ridestano fin tardi col provocare moti generali riflessi, mentre coll'avvelenamento neurinico si dileguano prestissimo, e per sempre.

« Pensando all'attacco grave e rapidissimo dei moti respiratori, mentre ancora persiste il moto volontario e più ancora il riflesso, mi pare si debba inferirne una lesione del centro nervoso respiratorio, piuttostochè de'nervi respiratori.

« *Cuore*. Secondo quanto ho già pubblicato, il cloridrato di neurina intaccava il cuore anche più del cloridrato di trimetilossietilammonio, ed ora debbo aggiungere, che da questo lato il cloridrato di trimetilvinilammonio si comporta presso a poco come la neurina : talora contemporaneamente già alla lesione del respiro, ma per lo più subito dopo, comincia a mostrarsi quella del cuore: esso va rallentandosi, e qualche volta assai e rapidamente, tal'altra meno e più lentamente: non mancano i casi di sopravvenienti diastoli assai lunghe, e talora perfino l'arresto permanente del cuore, battendo tutto al più ancora un poco le orecchiette, fermo mostrandosi il sangue nella membrana interdigitale. Altre volte il cuore mantiene abbastanza a lungo la quasi sua normale frequenza, per cadere in decrescenza più tardi: l'energia del battito talora parrebbe uguale, altra volta si presenta molto minore: insomma dal lato del cuore, la nota predominante è la diminuzione della frequenza, e talora l'arresto più o men prolungato in diastole espansa.

« Quale influenza avrà in queste variazioni cardiache, la frequenza primitiva fisiologica del cuore, la temperatura, il cuore coperto, o scoperto, la dose del veleno, il sito d'iniezione, l'eccitabilità diversa della rana? In un porcellino d'India che ebbe forte dose di veleno, si osservò, come sempre, ritardo nei moti respiratori e del cuore, mentre ancora i muscoli agivano in via volontaria e specialmente in quella riflessa e per di più si rilevò una serie di bellissime intermittenze di cuore, chiaramente segnate all'occhio dall'ago con banderuola nel cuore.

« Nelle rane e negli omeotermi in generale il cuore l'ho riscontrato dopo morte fermo in diastole. Il cuore di rana sano staccato e messo in capsuletta a pescare in soluzione di veleno 2 per 100, mista a sangue fuori uscito dallo stesso cuore, seguitò a batter bene per più di mezza ora, e le orecchiette ancor più.

« Messo tutto questo insieme, io mi faccio l'idea, che il veleno intacchi pure il centro nervoso cardiaco, sebbene in grado minore, che pel respiratorio.

« *Moti volontari e riflessi*. Dopo l'offesa della cornea, del respiro, e

talora pur dopo quella del cuore, si osserva abbastanza marcata dapprima una diminuzione nel numero, nella forza, nella rapidità e da ultimo anche nell'armonia dei moti volontari, come pure nei riflessi.

« Finalmente in vario tempo, e gradatamente cessano gli uni e gli altri, ma pei primi i volontari, e più tardi i riflessi in genere.

« Essendo state poche le sperienze praticate negli omeotermi, ora non ebbi più occasione di verificare il fatto notato l'altra volta di convulsioni generali nate nell'animale non solo diversi minuti dopo morte, ma dopo d'avergli levata la visceratura toracico-addominale: però riscontrai, durante l' avvelenamento, il traballare dei muscoli sotto le dita prementi: in un porcellino, che ebbe forte dose di veleno, la mano sulla coscia riceveva l'impressione come del moto delle dita al pianoforte: traballamenti muscolari, che nel mio curaro o non si verificano, o nulla affatto paragonabili per loro intensità.

« In quanto ai moti riflessi nella rana, spesso mi è successo di trovare insensibile la pelle alla pinza, e farveli nascere per es. col nitrico 30 %, e talora viceversa: tal'altra erano vane le pinze e le stimolazioni chimiche sulla pelle e valida la corrente elettrica indotta di media forza [1] sull'ischiatico, o viceversa.

« Un mezzo potente di stimolazione della pelle consiste nell'alzare una parte o tutto l'animale, e lasciar cadere bruscamente sulla tavoletta, o stimolarne una larga superficie, immergendo in acetico, opportunamente diluito.

« Ad avvelenamento piuttosto inoltrato, la sensibilità riesce talora così tarda, che possono passare molti secondi, innanzi, che la pelle faccia fare risposta con moti alla pinza, che l' ha stimolata od all'acido.

« La cessazione dei movimenti in generale ha luogo nell' ordine seguente: braccia prima, poi, e talora abbastanza tardi, arti posteriori: lo stesso avviene delle mani e piedi preservati dal veleno col metodo già descritto, soltanto che allora e piedi e mani, ma assai più i piedi, si conservano mobili che non il resto degli arti e del corpo: però sovente mi toccò vedere mobili anche i gemelli, cioè muscoli fuori ed al disopra della legatura [2]. Col diminuire dei movimenti, anche la sensibilità tende a farsi

[1] Più specialmente per quello, che verrà in seguito, credo ben fissare approssimativamente il valore della corrente: io uso la piccola slitta del Du-Bois-Reymond animata da una pila Grenet (1 litro), col liquido fresco e a zinco immerso per circa 2 dita trasverse: faccio 4 gradazioni di corrente: fortissima a rocchetto secondario tutto sopraposto: forte, se appena sopraposto: media, se accostato: debole, se lontano tanto da dare appena segno di corrente alla punta della lingua.

[2] Talora non solo i gemelli, ma pur buona parte dell'arto partecipa per qualche poco alla preservazione del veleno: dipenderà questo da incaglio nel circolo sanguigno indotto anche al di sopra della legatura?

più ottusa e svanisce nelle braccia dopochè sono già immobili, e poi negli arti posteriori, prima nelle parti libere pure già immobili ([1]) e da ultimo nelle preservate, tra queste più tardi nel piede. Anzi vi è un certo periodo, in cui la sensibilità del piede si mostra esaltata in modo che mentre stimolando la pelle in altra parte non si ha moto riflesso, lo si ottiene ancora eccitando quella del piede: finalmente si arriva alla fase, in cui il piede eccitato non risponde più col moto, che esso solo, entrando per ultimo in paralisi completa.

« Col curaro non mi venne fatto di vedere questa specie di premorienza del *treno* anteriore al posteriore anzi fino ad un certo punto si verifica il contrario ([2]).

« Provai il veleno in dose uguale a quella per la rana, sopra *opaline*, *anguilole* (dell' intestino grosso di rane) come pure sopra vorticelle, micrococchi e bacilli, ed in pochi minuti li vidi cessare dai loro movimenti, serbandosi però per ultimi quelli delle ciglia: le vorticelle perdono il loro filamento o fibra, la quale allora viene ad arricciarsi con una grande regolarità a modo di tiraturaccioli.

« *Eccitabilità diretta e sperimentale dei nervi motori.* Quando ogni parte si presenta insensibile ed immobile ad ogni sorta di stimoli, il cuore fermo o quasi, la pupilla miotica, allora agendo sul nervo sciatico a nudo con corrente indotta debole e media, si vede in generale moversi la sola relativa gamba, senza riflessi in altre parti, anche ricorrendo alla fortissima ([3]).

« Il nervo si mostra in generale piuttosto esauribile, cioè dopo qualche eccitazione avvicinata non risponde più, nemmeno a corrente più forte: col riposo però ritorna abbastanza eccitabile: lo stesso fatto si ripete pei moti riflessi, quando questi ancora esistono. Qualche volta l' ischiatico si trova non rispondere alla corrente ([4]), o produrre effetto soltanto per qualche minuto, e poi non più, nemmanco usando corrente assai più forte ([5]). La

([1]) Si è in questo periodo, in cui viene a verificarsi quanto si riscontra per diversi altri veleni, ma in modo più spiccato pel curaro cioè assenza di moti volontari e riflessi nelle parti non preservate, e persistenza di un certo grado di sensibilità.

([2]) Negli archives italiennes de Biologie, tom. III, pag. 246, il prof. Mosso scrive, che col curaro sono gli ultimi a paralizzarsi i muscoli più vicini ai centri nervosi.

([3]) Mi riuscì sperimentando in periodi abbastanza buoni mettere in sodo questo fatto: nervi sciatici ineccitabili durante vita, diventano eccitabili nella fase prossima o posteriore alla morte.

([4]) Qualche rara volta trovai perfino eccitabile uno solo dei due nervi ischiatici: il fatto parrebbe da mettere sul conto dell'aver stancato durante vita con eccitamenti più un arto che l'altro, o sulla diversa diffusione del veleno, a seconda la località, in cui venne iniettato, come si dirà scrivendo della sua azione locale?

([5]) Stantechè le correnti indotte forti già riescono sospette nei loro effetti, e peggio le fortissime, quando occorrea di ricorrervi, in generale tagliava il nervo, onde coll' eccitazione del capo centrale o periferico ottenere effetti più puri e certi.

durata dell'eccitabilità persisteva variamente nei due ischiatici anche a cagione della preservazione dell'un dei piedi [1].

« Due volte, in cui esaminai anche i nervi lombari ebbi a trovare questi ineccitabili ed eccitabili invece con moto d'insieme della relativa gamba i nervi sciatici; è vero, che i nervi muiono dal centro alla periferia: ma la differenza da me riscontrata mi par tale da meritare ulteriore studio: potrà pur dipendere dalla località d'iniezione del veleno, da un influsso veniente dal centro nervoso? Qualche volta avvelenai rane a cui prima avea tagliato un nervo sciatico: le risposte furono un po' varie: talora questo si conservava molto di più, e tal'altra, meno, per ora non saprei apprezzarne bene i fattori (riposo relativo dell'arto a nervo tagliato, vaso dilatazione ecc.). La durata dell'eccitabilità diretta dei nervi motori la trovai in generale oscillare dentro imiti abbastanza larghi da molti minuti a diverse ore: qualche volta mi limitai a saggiarla dopo 3, 5, 6 ore dalla propinazione del veleno, quando cioè già ogni parte era insensibile ed immobile; tal'altra appena la gamba libera fosse entrata in completa paralisi di moto: la durata maggiore dell'eccitabilità si verificava specialmente d'inverno, a dose non troppo forte di veleno in maschi molto eccitabili, asciutelli di corpo, a cuore scoperto e quando l'animale durante lo sperimento non era stato troppo stancato con moti riflessi provocati; sebbene per minor durata, anche in omeotermi trovai superstite la eccitabilità degli ischiatici per diverso tempo dopo la morte.

« Da questo lato mi piace riportare, che un porcellino d'India morto rapidamente per curaro, presentò buon moto nella gamba anche dopo circa tre quarti d'ora dalla morte, eccitandone il relativo ischiatico con corrente indotta media. Nelle rane però pel curaro la cosa corre molto diversa, perchè non solo dopo morte, ma pur già appena resa immobile una gamba non legata, movendosi ancora gli arti preservati, il relativo ischiatico per lo più è già ineccitabile » [2].

Biologia. — *Ulteriori studî sopra lo sviluppo delle salpe.* Memoria del Socio F. Todaro (Sunto).

« Divido il mio lavoro in due parti. Una speciale e l'altra generale. Nella parte speciale espongo il risultato delle ultime mie ricerche tanto sullo sviluppo della prole solitaria, quanto sopra quello della prole aggregata, non che sopra i loro organi, facendone contemporaneamente lo studio della struttura.

[1] Il nervo tagliato prima dell'avvelenamento, o l'ischiatico integro dell'arto in parte preservato, si conserva più a lungo eccitabile.

[2] Insisto sul confronto della neurina col curaro per quanto riguarda la fisiopatologia, appunto perchè dal lato chimico sono maggiori le difficoltà per sceverarli.

« Nella parte generale discuto le varie quistioni morfogenetiche che si riferiscono a questo gruppo di animali. Aggiungo in fine, come appendice al mio lavoro, uno studio sistematico sopra tutte le specie che vivono nel Mediterraneo.

« Dopo un cenno sul metodo della ricerca ed uno sguardo generale sull'organizzazione delle Salpe, comunico in questa seduta i primi capitoli della parte speciale, che trattano la forma e struttura dell'ovaio e dell'utero, la maturazione e fecondazione dell'uovo e i mutamenti dello ovaio in tale periodo.

« Questa parte è accompagnata da 3 tavole ».

Astronomia. — *Sulle osservazioni solari fatte nel R. Osservatorio del Collegio Romano nel 1° trimestre del 1885.* Comunicazione del Socio corr. P. Tacchini.

« Ho l'onore di presentare all'Accademia il risultato delle osservazioni solari fatte al nostro osservatorio nel primo trimestre del 1885. Il numero dei giorni di osservazione per le macchie e le facole solari fu di 72, cioè 21 in gennaio, 25 in febbraio e 26 in marzo.

1885	Frequenza delle macchie	Frequenza dei for.	Frequenza delle M+F	Frequenza dei giorni senza M+F	Frequenza dei giorni con soli F	Frequenza dei gruppi	Media estensione delle macchie	Media estensione delle facole
Gennaio . . .	9,05	10,52	19,57	0,00	0,00	4,33	43,19	81,00
Febbraio . . .	13,64	10,17	23,81	0,00	0,00	5,96	77,33	75,41
Marzo	9,15	7,08	16,23	0,08	0,00	2,92	44,92	51,60
Media	10,68	9,03	19,71	0,03	0,00	4,39	55,37	68,40

« Se si confrontano questi risultati con quelli dell'ultimo trimestre del 1884 (vedi Rendiconti seduta 18 gennaio 1885), si vede tosto, che il numero delle macchie e quello dei gruppi fu un poco maggiore nel 1° trimestre del 1885, con un massimo secondario nel mese di febbraio. L'estensione invece delle macchie risultò minore, e inoltre incominciano a figurare i giorni senza macchie e senza fori: così che nel complesso continuò, sebbene lentamente, la diminuzione del fenomeno, con qualche speciale periodo di eccezionale recrudescenza. Pochissima differenza si ebbe nel fenomeno delle facole in confronto dello stesso 4° trimestre del 1884, e notammo la stessa particolarità, avvertita altre volte, del massimo cioè delle facole in corrispondenza al minimo delle macchie. Dopo il massimo del febbraio, la diminuzione verificatasi in marzo continuò anche in aprile, poi si presentò di nuovo una maggiore frequenza in maggio con gruppi anche considerevoli

per l'estensione. La media però delle macchie in maggio risulta inferiore a quelle del gennaio e febbraio.

1885	Numero dei giorni di osservazione	Numero delle protuberanze	Massima altezza osservata	Altezza media delle protuberanze	Estensione media delle protuberanze
Gennaio . .	15	6,8	318″	47″,7	2°,4
Febbraio . .	19	10,2	132	44,1	2,1
Marzo . . .	17	8,7	120	44,4	2,3

« Si ha dunque una diminuzione anche nel fenomeno delle protuberanze solari in confronto dei risultati avuti nell'ultimo trimestre del 1884 (vedi Rendiconti seduta 1° febbraio 1885). È degno però di rimarco il fatto della coincidenza del massimo secondario delle protuberanze in febbraio col massimo delle macchie avvenuto nello stesso mese.

« Nell'aprile, maggio e nei passati giorni del corrente giugno, il numero delle protuberanze fu maggiore che nel 1° trimestre dell'anno corrente, e colla particolarità di un nuovo massimo secondario ne mese di maggio come avvenne per le macchie ».

Meteorologia. — *Osservazioni sul temporale del 12 giugno 1885.* Comunicazione del Socio corr. P. Tacchini.

« Il Socio Tacchini intrattiene l'Accademia sui fenomeni elettrici avvenuti in Roma durante il temporale del mattino del 12 c. m. e fa rilevare come mentre le scariche del temporale si scaricavano specialmente nella parte orientale della città, nella centrale si ebbero per induzione delle scariche considerevoli avvertite anche al Collegio Romano e che fermarono tutti gli orologi elettrici; e ricordando le cose dette di recente dall'Helmholtz riguardo a questi fenomeni osservati a Berlino e dintorni, egli prega l'Accademia di volere all'occasione opportuna consigliare ai fisici nostri lo studio di queste scariche di induzione in occasione di temporali, perchè questi studî possono avere una importanza speciale, come avvertì l'Helmholtz, per la sistemazione e protezione delle polveriere e depositi di munizioni, e gli opificî ove si impiega molta acqua derivata dalle sorgenti o pozzi e distribuita negli opifizi a mezzo di un gran numero di tubi metallici.

« Il Socio Blaserna aggiunge alcune parole sui fenomeni di induzione osservati nei telefoni dell'Istituto fisico durante lo stesso temporale descritto dal Socio Tacchini ».

Astronomia. — *Osservazioni del nuovo pianetino fra Marte e Giove (248) fatte al R. Osservatorio del Collegio Romano.* Nota del prof. E. Millosevich, presentata dal Socio P. Tacchini.

« La sera del 5 giugno il sig. J. Palisa scopriva in Vienna un pianetino fra Marte e Giove, che con molta probabilità deve ritenersi *nuovo*, e che perciò porterà il numero (248), facendo seguito ad Asporina (246) e ad Eukrate (247), dei quali ebbi non ha guari a dar notizia di osservazioni da me eseguite al cannocchiale di 25^{cm} di apertura.

« Il nuovo pianeta, che io stimai di $12\frac{1}{2}$ grandezza, fu da me osservato la sera dell' 8 giugno; eccone i particolari della osservazione e delle riduzioni.

« Roma — Collegio Romano $10^h\ 14^m\ 12^s$ dell' 8 giugno 1885.

α apparente pianeta $16^h\ 14^m\ 0^s,97$ (9.195 n)
δ apparente pianeta $-20°\ 39'\ 56''.7$ (0.880)
α pianeta $-\ \alpha$ stella $= +\ 48^s.03$ } corretto di rifrazione
δ pianeta $-\ \delta$ stella $= -\ 9'50''.2$ } in differenza.

« Stella di paragone $= \frac{1}{2}$ [15514 A. O. S. Z. + Z. W 257]

Equinozio medio 1885,0	Reductio ad diem
α stella $16^h\ 13^m\ 9^s.91$	$+\ 3^s.03$
δ stella $-\ 20°\ 30'\ 7''.9$	$+\ 1''.3$ ».

Fisica terrestre. — *Relazione sulle osservazioni fatte durante un viaggio nelle regioni della Spagna colpite dagli ultimi terremoti.* I. Nota del Socio T. Taramelli e del prof. G. Mercalli.

« La regione dell'Andalusia, che comprende le località dove fu più violenta la scossa del 24 dicembre 1884, si estende tra Malaga e Granata ed è delimitata ad un dipresso dal fiume Genil, che confluisce nel Guadalquivir a ponente di Cordova, dal Guadalhorce, che dal lago salato di Fuente Piedra sbocca nel Mediterraneo presso Malaga, e dal Guadalfeo, che dalle falde meridionali della Sierra Nevada scende al mare stesso presso Motril, che è pur compresa nell' area sismica. Quivi si elevano dei monti abbastanza alpestri all' altitudine di oltre duemila metri sopra ampie falde di terreno terziario, specialmente sviluppato nel vallone di Granata, e si svolgono ampie vallate trasversali, che solcano profondamente le formazioni antichissime, aprendosi in più o meno vasti piani alluvionali lungo la spiaggia; maggiore di tutte quella di Velez, che passa per le città omonima, originando dalla sierra Marchamona e delimitando a levante la sierra Tejeda, principale rilievo della regione più fortemente commossa; ma non trascurabili le altre di Nerja, Almunekar, di Itravo e di Guajar, le due ultime

confluenti nel Guadalfeo poco lungi dalla sua foce. Appunto in corrispondenza dell'alta valle del Guadalfeo, la direzione dei terreni paleozoici ed azoici costitutivi della sierra Tejeda e delle annesse di Iatar e di Almijara, che è da nord-ovest a sud-est, si cambia bruscamente in altra da sud-ovest a nord-est in corrispondenza della molto più elevata Sierra Nevada (3898 al Picago di Veleta e 3481 a la Combre di Mulacen) nella quale è ancora maggiore la prevalenza delle formazioni azoiche, senza però che affiorino per estesi tratti quei terreni gneissici e granitici, che contradistinguono le catene più settentrionali della penisola iberica.

« Lungo i ripidi versanti meridionali di queste montagne, a seconda della varia natura delle rocce, scistose, arenacee o calcareo dolomitiche, presentansi le diverse fisonomie orografiche ben note ai geologi: giammai però il carattere del paesaggio può paragonarsi a quello delle prealpi e dei monti Apuani, in causa della frequente alternanza dei calcari cogli scisti; di guisa che quel paese rammenta la Liguria occidentale con ancora maggiore intensità di vegetazione boschiva in alto, di coltivazione di oliveti e di vigne sui colli, di agrumi e cereali nel piano, dove prosperano altresì le piantagioni della canna da zucchero. I tratti alluvionali sono sempre di poco protesi nel mare, anche in corrispodenza delle valli maggiori, sebbene i pozzi artesiani presso Torre del Mar ed Almunekar abbiano incontrato uno spessore ragguardevole di detrito prima di trovare la roccia in posto. Frequenti gli abitati nel versante meridionale, radi ed ancora peggio costruiti nel versante settentrionale, dove la china dei terreni terziari è dolcissima, ma per converso sono profondi e dirupati i solchi delle valli, che convergono al Genil. Amplissima e quasi ovunque mirabilmente coltivata la valle di questo fiume, che fin a mezzo il suo corso è come sbarrata da un allineamento di rocce secondarie, le quali partendosi dalla Sierra di Marchamona, toccati i 1700 m. alla Sierra Gorda, traversano il fiume presso Loja e poi si sviluppano con grande prevalenza nei monti a nord di Granada. Questi stessi terreni secondarî dalla sierra Marchamona si stendono alcun poco a formare un contraforte alla sierra Tejeda ed in corrispondenza dei paesi di Zafaraya, Ventas e Chosaz accolgono un bacino chiuso, comparabile ai notissimi del Carso e dell'Appennino, dove le acque senza uscita si sprofondano nel baratro del *Sumidero*, per ricomparire assai probabilmente alle falde settentrionali della catena, nei pressi di Loja.

« I terreni azoici delle Sierre Tejeda ed Almijara constano di scisti cloritici, attinotici, amfibolici, passanti alcune volte a gneiss di grana minuta, oppure a micascisti granatiferi. Seguono varie masse di calcare saccaroide framezzato a scisti calcarei e talcosi, che scendono al mare tra Almunekar e Nerja; le ricoprono altri scisti argillomicacei, scuri, passanti per gradi ad arenarie e talora anche a puddinghe quarzose, come presso Malaga. I quali scisti superiori crediamo probabile che spettino piuttosto a

qualche periodo paleozoico, essendo molto somiglianti alle formazioni che nelle Alpi ricoprono la zona dei terreni cristallini recenti. Una zona di calcari dolomitici, spesso talcosi e scagliosi, si insinua di nuovo tra questi scisti, svolgendosi a preferenza sul versante settentrionale della Sierra, poco a sud dei paesi di Iatar ed Alhama. L'egregio geologo dottor Federico De Botella li ritiene permocarboniferi. Tutti questi terreni sono strettamente incurvati, spesso arrovesciati, con direzione nord-ovest quasi coincidente coll'asse della sierra Tejeda; e sembra che siano discordanti, non solo rispetto ai terreni mesozoici ed eocenici, ma anche tra loro stessi. A Malaga però gli scisti sottostanti al conglomerato quarzoso rosso, che vi rappresenta probabilmente la base della seria mesozoica, non solo sono concordanti con questo conglomerato, ma si alternano con altri conglomerati bruni, a quarzo nero, con frammenti amfibolici e feldispatici, che assai ricordano le rocce carbonifere delle Alpi Carniche. Presso Malaga e sopra Marbella la serie triasica è completa, con marne iridate alternate prima e poi sottostanti a dolomie cariate o variegate; nella valle di Velez sonvi lembi triasici isolati, come pure in quelle di Campanillas; lungo la bella chiusa traversata dalla ferrovia e dal Guadalhorce sotto Gubantes la serie invece è in continuazione perfetta dal trias all'eocene, però con fortissime inclinazioni. Il Giura è ben rappresentato nei suoi membri principali; ma le località fossilifere sono alquanto a ponente dell'area sismica. Incomincia con un calcare oolitico passante a dolomia, che esiste anche nel ristretto lembo sotto il castello di Velez e spetta al lias inferiore; continua con calcari marnosi grigi o rossi ad *Harpoceras bifrons*, *radians* ed *erbaense* del lias superiore, con marne ad *Harpoceras Murchisonae*, per terminare con calcari mandorlati, rossi o verdastri con *Pygope diphya, Perisphinctes contiguus. Phylloceras ptychoicum*, piuttosto frequenti presso Antequera. Altre marne con aptici e calcari marnosi rappresentano il neocomiano, e la creta è costituita da calcari variegati, contorti assai e commisti a marne scagliose, che vedonsi assai distinti all' estremo nord del paese di Periana, sotto al travertino.

« L'alta valle del f. Velez è poi la regione del massimo sviluppo dell'eocene, costituito di arenarie a fucoidi, alternate con argille scagliose, con radi banchi di calcare nummulitico alla base e con puddinghe ad elementi sempre più grossolane nella parte superiore, che forse spetta all' oligocene. Prosegue verso ponente, nelle valli del Guadalmedina e di Campanillas e nella più ampia del Guadalhorce in due zone; l'una, come si è detto, ricopre verso settentrione la serie mesozoica, mentre l'altra riposa discordante sulle rocce azoiche e paleozoiche, con trasgressione quasi completa della serie secondaria. L'eocene manca a levante di Alcaucin e nell'alta vallata del Genil. In questa invece sono assai sviluppati gli strati miocenici, di origine lacustre e di natura marnosa, compatti, omogenei, talora zeppi di fossili, con piccoli

ammassi lignitici ad Arenas del Rey ed a Viznar; sollevati e talora anche contorti, come si può scorgere lungo la via in costruzione da Alhama a Loja. Il miocene manca a sua volta nel versante meridionale delle Sierre suaccennate. Il pliocene al contrario è bene rappresentato in entrambi i versanti, ma vi è una sensibile differenza nella composizione litologica; inquantochè nella valle del Genil ed alle falde della sierra Tejeda consta di molasse, di calcari grossolani, di conglomerati ad ostree, di arenarie a litotamni, trovandosi le argille soltanto nella regione più depressa della vallata, invece alle falde sud, presso Malaga e nella valle del Guadalhorce prevalgono le marne azzurre con ricca fauna piacentina, che passano rapidamente a sabbie ed a conglomerati. Inoltre notiamo il fatto importantissimo che questo più recente terreno terziario raggiunge sul versante settentrionale della catena l'altitudine di 1250 m. alla sella del Rasyo, mentre presso Malaga, Velez e Torrox si eleva al massimo a 150 m., risultandone un indizio a nostro avviso assai significante di una depressione quaternaria e forse anche posglaciale dell'area mediterranea.

« Non mancheremo poi di menzionare l'estensione e la potenza, che presentano le masse di travertino ed i conglomerati o brecce ad elementi calcari dell'epoca quaternaria, così da gareggiare colle formazioni della campagna romana, di Tivoli, del Velino e dell'Abruzzo. I villaggi più danneggiati di Periana, Alcaucin, Canillas di Aceituno, Iatar, Lentaye, Otivar, sono appunto su queste rocce poco omogenee ed in parte anzi sullo sfacelo delle medesime; il quale fatto dal nostro punto di vista è almeno altrettanto importante che la composizione del sottosuolo, descritta anche dalle commissioni e dai geologi privati che hanno studiato recentemente il fenomeno in discorso. In questa ragione, che fu scoperta da nevi e da ghiacci in epoca quaternaria, il rovinio delle meteore ed il lavorio delle acque carbonicate, sotterraneamente circolanti, furono oltremodo attivi ed efficaci, il che del resto non era sfuggito all'egregio geologo D. Federico De Botella, autore della migliore carta geologica della Spagna, del quale ci piace di riportare in proposito le seguenti parole: *Les manantiales mismos..... han disminuido extraordinariamente ó surgen á niveles inferiores; blancas cascadas de piedra reenplazaron les tumultuosas cataratas de otros siglos y en sus cercanias escalonadas á diversas alturas, verdaderas cavernas abren sus enormes fauces, revestidas de gruesa capa de toba, señal endelebele de la pasada grandeza de aquellas* (*Apuntos paleogeográficos.* Madrid, 1877).

« Non meno di tale fenomeno, si connette poi con una attività endogena incomparabilmente maggiore della attuale un altro fatto importante, che consiste nello stato di grande fratturazione, indubbiamente per tremende fasi sismiche attraversate, degli smembrati lembi di terreno pliocenico ed anche delle più erose masse di travertino, delle quali la maggiore da noi

veduta si estende tra Alcaucin e Periana. Anche le argille plioceniche di Malaga sono per tutto il loro spessore visibile traversate da filoni di gesso, come si osserva da noi nell'Umbria e nel Senese. In confronto di terremoti posterziari e posglaciali, i recenti scotimenti, che furono cagione soltanto di limitate fratture nei terreni superficiali, si ponno considerare di poco momento, per quanto dolorosa ne sia la rovina; gli uni e gli altri poi sono certamente legati ad una speciale condizione topografica e stratigrafica, che al momento non possiamo precisare, ma che è indubbiamente connessa alla accennata differenza di altitudine dei lidi pliocenici sui due versanti della Sierra Tejeda e con tutti gli altri fatti, che dimostrano un recente distacco della regione berica dal continente africano. Non casuale quindi è il frequente ripetersi dei terremoti in quell'amenissima contrada, dove pur troppo la costruzione dei fabbricati era la meno idonea a rendere poco disastrose le convulsioni sotterranee.

« Che se noi vorremo indagare la causa di tali convulsioni, che a guisa di scoppi improvvisi di mine gigantesche, alla profondità di parecchi chilometri, vengono ad intervalli a spargere la desolazione in quel tratto di sponda del recente bacino mediterraneo, non dimenticheremo di certo la esistenza di copiose e frequenti fonti termali, di cui le più note di Alhama e di La Malá, alla temperatura di circa 50 centigradi, con leggero sviluppo di acido solfidrico; nonchè la non grande distanza dalla zona trachitica di Cartagena, Capo di Gata ed isola Alboran.

« Comprendendo ora le condizioni litologiche e stratigrafiche, le quali sembrano in più stretta relazione col fenomeno esaminato, ne emergerebbero le seguenti:

1. « Il brusco angolo formato dalla direzione dei terreni più profondi delle Sierre Tejeda ed Almijara con quella dei terreni medesimi nella sierra Nevada, in corrispondenza dell'alta valle del Guadalfeo.

2. « La discordanza dei terreni mesozoici dai paleozoici ed azoici, assai manifesta nel tratto a levante di Zaffaraya.

3. « Il grandioso salto della serie eocenica nella valle del Guadalhorce, perpendicolarmente alla stessa ed in senso quasi parallelo alla spiaggia.

4. « La forte differenza di altitudine di lidi pliocenici sui due versanti delle Sierre Tejeda ed Almijara.

5. « L'estensione e lo stato di fratturazione e di profonda erosione dei terreni quaternari e pliocenici, sui quali riposa la massima parte dei paesi rovinati.

6. « L'esistenza di acque termali sopra un allineamento quasi parallelo alla spiaggia e non molto lontano di una regione trachitica, per la massima parte sommersa sotto il Mediterraneo ».

Matematica. — *Intorno alla generazione dei gruppi di operazioni.* Nota II. del dott. G. FRATTINI, presentata dal Socio G. BATTAGLINI.

« Nella mia Nota, *Intorno alla generazione dei gruppi di operazioni*, la quale ebbe l'onore di apparire nei Rendiconti di questa insigne Accademia, ebbi occasione di segnalare alcune proprietà del gruppo Φ di quelle sostituzioni le quali non sono efficaci alla generazione di un gruppo G, avvertendo in primo luogo che il gruppo Φ è necessariamente eccezionale in G. Ora, a guisa di complemento, credo opportuno di aggiungere qualche altra osservazione che mi sembra degna di menzione. Primieramente: Il gruppo Φ relativo a qualsivoglia sottogruppo eccezionale di G, è eccezionale in G e fa parte del gruppo Φ relativo al gruppo totale. Si indichi infatti con Φ' il gruppo Φ relativo al gruppo Γ eccezionale in G. Trasformando Φ' con qualsivoglia sostituzione S di G, si otterrà necessariamente un gruppo Φ'' contenuto in Γ. Ora, quando si combini Φ'' con un sottogruppo L di Γ, non potrà certo dalla combinazione nascere l'intero Γ, perchè se fosse: $\Gamma = (\Phi'', L)$, sarebbe altresì: $S\Gamma S^{-1} = (S\Phi'' S^{-1}, SLS^{-1})$ ovvero: $\Gamma = (\Phi', L')$ essendo L' sotto gruppo di Γ, e Φ' potrebbe perciò, contro l'ipotesi, concorrere alla generazione di Γ. Il gruppo Φ'' fa adunque parte di Φ' per la qual cosa si esige che Φ'' coincida con Φ'. Il gruppo Φ' è adunque eccezionale in G.

« Dimostriamo ora che Φ' fa parte di Φ. E per ciò immaginiamo distribuite le sostituzioni di Γ nei periodi $\gamma_1, \gamma_2, \ldots\ldots \gamma_n$ relativi al sottogruppo Φ' eccezionale in Γ, e le sostituzioni di G nei periodi $\gamma_1, \ldots \gamma_n$; $\gamma'_1, \ldots \gamma'_n$; $\ldots\ \gamma^{(m-1)}, \ldots \gamma_n^{(m-1)}$ relativi all'istesso Φ' che, come dimostrammo, è eccezionale in G. Il gruppo G non potrà contenere sottogruppi che con le loro sostituzioni partecipino a tutti i periodi di questa seconda distribuzione. Perchè, se il contrario accadesse ed esistesse per ciò in G qualche sottogruppo Λ con sostituzioni in tutti quei periodi, il gruppo comune a Γ e a Λ avrebbe sostituzioni in tutti i periodi $\gamma_1, \gamma_2, \ldots \gamma_n$ e perciò il sottogruppo Φ' combinato con il gruppo comune a Γ e a Λ genererebbe Γ la qual cosa è contraria alla natura di Φ'. Poichè adunque, distribuite le sostituzioni di G nei periodi relativi al sottogruppo eccezionale Φ', non esistono sottogruppi di G con sostituzioni in tutti i periodi, il gruppo Φ' farà parte del gruppo Φ relativo al totale gruppo G.

« A ciò si potrebbe del resto arrivare rammentando che (v. la Nota precedente), il sottogruppo Φ relativo ad un gruppo G si può anche definire come quello che è composto delle sostituzioni di G le quali sono moduli rispetto a tutti i possibili modi di generazione di G. Basterà premettere che il gruppo dei moduli relativo a un particolare modo di generazione di un gruppo G coincide con il gruppo dei moduli relativi a tutti i possibili modi

di generazione dell'istesso G. Questa premessa mi sembra notevole per sè stessa e perciò la dimostro confermando in seguito la precedente conclusione.

« Se i due sistemi $(g_1, g_2, \dots g_\mu)$, $(g'_1, g'_2, \dots g'_\nu)$ formati con sostituzioni di G sono anche sistemi generatori di G e il primo sistema si converte in un nuovo sistema generatore quando le sue sostituzioni si riducano eguagliando all'unità fattori eguali a sostituzioni di un certo gruppo φ contenuto in G, lo stesso avverrà necessariamente del secondo sistema.

« Perchè, se rappresenteremo con $G'_1, G'_2, \dots G'_\nu$ le $g'_1, g'_2, \dots g'_\nu$ decomposte comunque in fattori alcuni dei quali appartengano a φ e con $g''_1, g''_2, \dots g''_\nu$ ciò che le $G'_1, G'_2, \dots G'_\nu$ divengono soppressi in esse i fattori di φ, siccome con le G' si possono per ipotesi comporre le g e sopprimere in seguito nelle g composte i fattori di φ senza che il sistema delle g cessi di rappresentare un sistema di generatrici di G, è evidente che, ai prodotti formati con fattori G' sostituendo prodotti formati nel medesimo modo con i corrispondenti fattori g'', si otterrà un sistema generatore di G e che, un sistema siffatto si otterrà altresì sostituendo a questi ultimi prodotti i fattori g'' medesimi. Il sistema $(g''_1, g''_2, \dots g''_\nu)$ è adunque un sistema di generatrici di G. Il gruppo totale dei moduli relativi al sistema $(g_1, g_2, \dots g_\mu)$ fa dunque parte di Φ. La reciproca è evidente. Adunque i due gruppi coincidono.

« Ed ora, tornando al gruppo Γ e al corrispondente gruppo Φ', è evidente che, se Γ non può concorrere alla generazione di G, Φ' farà parte di Φ perchè Γ è in Φ. Se poi $G = (\Gamma, L)$ essendo L un sottogruppo di G, si potrà in Γ operare, per ipotesi, mod. Φ'. Ma decomponendo le sostituzioni l di L in fattori alcuni dei quali siano in Φ', ponendo cioè: $l_\alpha = \varphi'_1 h_1 \varphi'_2 h_2 \dots$, sarà possibile la riduzione: $l_\alpha = \varphi'_\mu h_1 h_2 \dots$ essendo φ'_μ una sostituzione di Φ', per essere Φ' eccezionale in G. D'altronde la φ'_μ si potrà sopprimere perchè generata dalle sostituzioni di Γ considerate o no mod. Φ'. Adunque sopra il sistema (Γ, L) generatore di G si potrà operare mod. Φ', e per conseguenza Φ' farà parte di Φ. Ricordando poi che il gruppo Φ relativo a un gruppo G coincide ancora con il gruppo che è comune a tutti i sottogruppi massimi di G, potremo enunciare il teorema: *Il gruppo che è comune a tutti i gruppi massimi contenuti in un sotto gruppo eccezionale di un gruppo dato, è eccezionale in questo, e fa parte del gruppo comune ai sottogruppi massimi del dato gruppo.*

« E più generalmente: *Ogni sottogruppo eccezionale di un gruppo dato, se comune a tutti i gruppi massimi di qualche sottogruppo, è anche comune a tutti i sottogruppi massimi del dato gruppo* ».

Fisica. — *Nouveau procédé pour obtenir la liquéfation de l'oxygène.* Nota del sig. L. Cailletet, presentata dal Socio P. Blaserna a nome del Socio Menabrea.

« L'éthylène liquide, dont j'ai fait connaître les propriétés depuis longtemps déjà, donne en bouillant à l'air libre un froid suffisant, pour que l'oxygène comprimé et réfroidi à cette température présente, lorsqu'on diminue sa pression « une ebullition tumultueuse qui persiste pendant un temps appréciable ».

« En activant l'évaporation de l'éthylène au moyen de la machine pneumatique, ainsi que Faraday l'avait fait pour le protoxyde d'azote et l'acide carbonique, on abaisse assez sa température pour amener l'oxygène à l'état liquide.

« J'ai cherché à eviter les inconvenients et les complications qui résultent de l'obligation d'opérer dans le vide, et dans ce but, j'ai déjà indiqué l'emploi du *formène liquide* qui permet d'obtenir d'emblée la liquéfaction de l'oxygène et de l'azote.

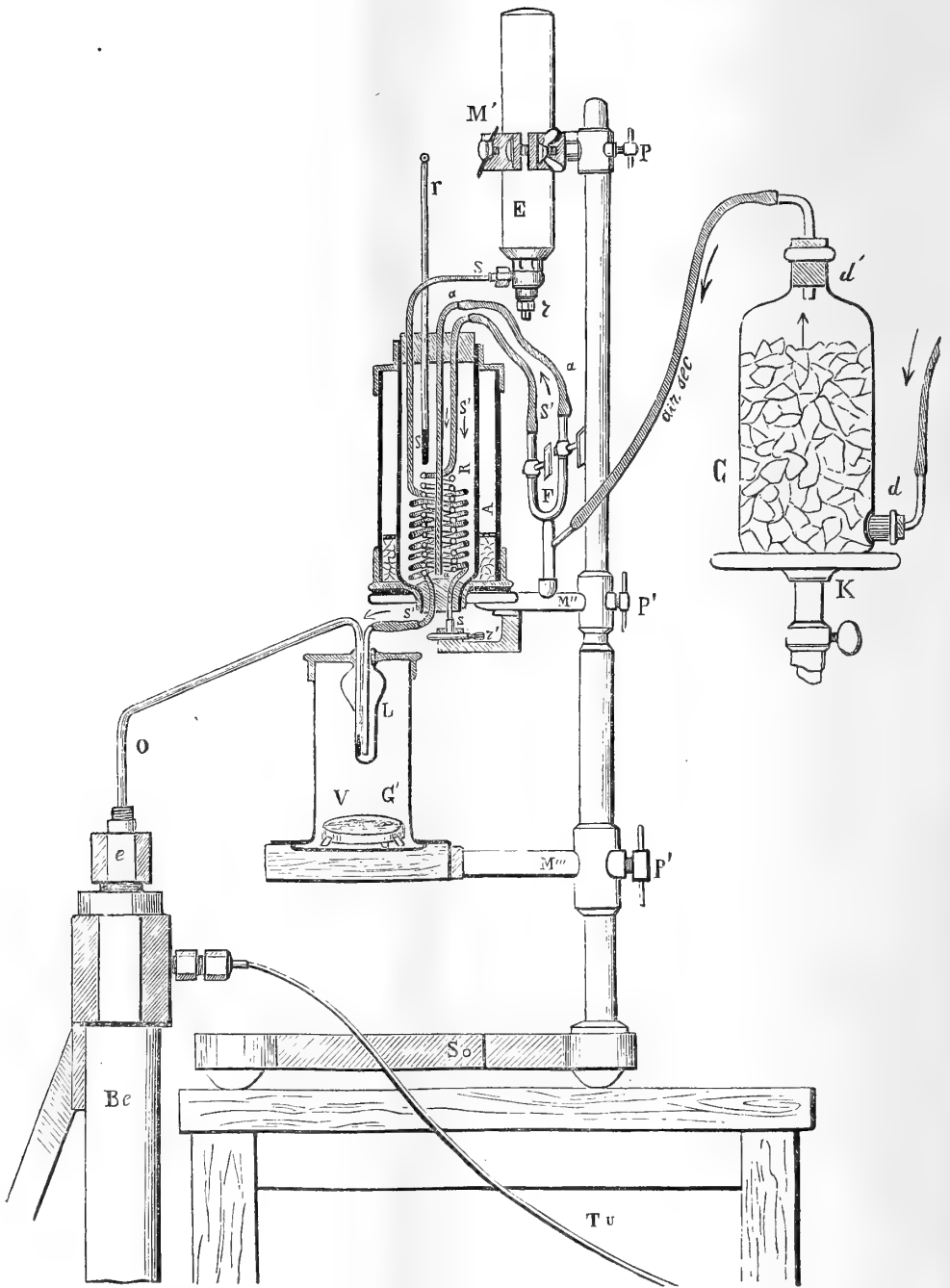
« J'ai pensé que malgré ces avantages, l'éthylène qui est si facile maintenant de préparer et de manier [1] doit être préféré au formène et je suis arrivé à obtenir au moyen de l'éthylène bouillant dans des vases ouverts un abaissement de températnre suffisant pour amener la liquéfaction complète de l'oxygène.

« Le procèdé que j'emploie est extrêmement simple, puis qu'il consiste à activer l'evaporation de l'éthylène en lançant dans sa masse un courant d'air ou d'hydrogène réfroidi à très-basse température.

« Dans l'appareil que j'ai construit, le récipient en acier qui contient l'éthylène liquide, est fixé à un support vertical au moyen des vis et du collier M′ et p. Lorsqu'on ouvre le robinet (*r*), l'éthylène pénètre dans le serpentin SS, formé d'un tube de cuivre de 3^{mm} ou 4^{mm} de diamètre interieur. Un robinet à vis (*r′*) est placé à son extrémité inférieure.

« En réfroidissant vers — 70° le serpentin au moyen du chlorure de méthyle, ainsi que je l'expliquerai plus loin, l'éthylène qui s'y accumule n'a plus à cette température qu'une faible tension et s'ecoule sans perte sensible dès qu'on ouvre le robinet de sortie (*r*). Cette disposition nouvelle, que j'ai adoptée pour l'éthylène et le formène, permet de réfroidir ces gaz condensés, comme si le réservoir tout entier, qui les contient, était réfroidi à la temperature du serpentin.

[1] En ajoutant au mélange d'alcool et d'acide sulfurique une petite quantité de vaseline, on empèche le boursouflement de la matière qui se produit si souvent dans la préparation de l'éthylène et oblige de mettre fin à l'expérience.

M'
P
r
E
S
a
a
S'
S
S'
R
A
F
air sec
d'
C
d
K
M''
P'
S'
S
Z'
L
O
V
G'
e
M'''
P'
So
Be
Tu

« On recoit l'éthylène dans une éprouvette en verre mince L, disposée dans un vase en verre V contenant de l'air parfaitement desseché au moyen de ponce sulfurique C'.

« L'air ou mieux l'hydrogène, avant de venir barboter dans l'éthylène se réfroidit dans le flacon C qu'on a rempli de chlorure de calcium; il arrive par un tube de caoutchouc au robinet de distribution F, puis, après avoir suivi le tube S'S', vient se refroidir dans un second serpentin, egalement disposé dans le vase de chlorure de méthyle R, qui est à double paroie A, afin d'éviter le dépot de l'humidité contenue dans l'air ambiant; il suffit alors d'activer l'évaporation de l'éthylène au moyen du courant d'air ou d'hydrogène réfroidi pour permettre à l'oxygène contenu dans le tube O, et comprimé au moyen de ma pompe, de se résoudre en un liquide circulaire, transparent et séparé du gas qui le surmonte par un ménisque absolument net.

« J'ai mesuré au moyen d'un thermomètre à hydrogène dont je ferai bientôt connaître la nouvelle disposition, la temperature de l'éthylène qui dans une de mes expériences à été trouvée de — 123°: j'éspère qu'en réfroidissant avec plus de soin le courant d'hydrogène, la température pourra encore être abaissée.

« Les serpentins S et S', dans lesquels circulait l'air et l'éthyléne, sont plongés dans du chlorure de méthyle qu'on évapore rapidement au moyen d'un courant d'air préalablement réfroidi et lancé par le tube (*a a*).

« En résumé, j'ai constaté qu'en activant l'evaporation de l'éthylène liquide au moyen d'un courant d'air ou d'hydrogène fortement réfroidi, on abaisse sa température bien au dessous du point critique de l'oxygène, qui dans ce milieu se liquéfie de la manière la plus nette.

« Cette expérience est tellement simple et facile à exécuter qu'elle peut entrer dès aujourd'hui dans la pratique des laboratoires et étre répétée dans le cours publics ».

Fisica. — *Sulla fotografia delle scintille elettriche, ed in particolare di quelle prodotte nell' acqua.* Nota del prof. A. Righi, presentata dal Socio P. Blaserna.

« Essendosi compiuta la costruzione d'una grande batteria di Leyda, eseguita per mio ordine, mi venne desiderio di ripetere alcune delle esperienze da me fatte in passato sulle scariche elettriche, e pubblicate in diverse successive Memorie [1].

[1] *Ricerche sperimentali sulle scariche elettriche.* Mem. della Acc. di Bologna 1876. — Id. 2a Memoria. R. Acc. dei Lincei 1877. — *Descrizione ed uso d'una macchina d'Holtz* etc. Mem. dell'Acc. di Bologna 1879. — *Le ombre elettriche.* Mem. dell'Acc. di Bologna 1881. — *Spostamenti e deformazioni delle scintille* etc. Mem. dell'Acc. di Bologna 1881. — *Di al-*

« La detta batteria è composta di 72 grandi vasi o bicchieri cilindrici di vetro, aventi ciascuno circa 13 decimetri quadrati di superficie armata su ogni faccia, ed uno spessore medio di $1^{mm},5$, riuniti in quattro gruppi di 18. In generale le quattro batterie parziali di 18 vasi ciascuna, furono disposte in cascata, ed in tal modo, con una capacità equivalente a quella di $^{18}/_{4}$ ossia a quattro volte e mezzo la capacità di ciascuno dei bicchieri, potevansi ottenere scintille di 12 e più centimetri di lunghezza, grosse e brillantissime, senza pericolo di rotture.

« Tutti i risultati da me ottenuti in precedenza con mezzi più limitati, si verificarono con queste potenti scariche, acquistando in generale maggiore evidenza.

« Così si dica per esempio, dei fenomeni di *valvola elettrica,* dei cambiamenti d'aspetto e delle singolari modificazioni che l'aumento di resistenza del circuito di scarica induce nella scintilla, dei cambiamenti di forma che subiscono in vari casi le scintille ecc.

« Le ombre elettriche semplici e composte, e le figure in forma d'anello possono assumere dimensioni grandissime con scariche così potenti. Infine è possibile ottenere l'immagine fotografica delle scintille anche in quei casi in cui con scariche più deboli non si avrebbe intensità luminosa sufficiente. È appunto di alcune particolarità osservate in queste immagini fotografiche che mi occuperò nella presente Nota.

« La fotografia delle scintille elettriche costituisce un mezzo di ricerca che ha dato, e darà certo in seguito, risultati interessanti, poichè permette di studiare con comodità le particolarità d' un fenomeno fuggevolissimo. Le prime fotografie di scintille le feci nel 1876, ignorando allora che qualche tempo prima il Tait aveva avuto la stessa idea, come d'altronde dichiarai nella mia seconda Memoria sulle scariche.

« Invece d'adoperare le lastre al collodio umido, ho adoperato ora quelle secche assai più sensibili preparate al gelatino-bromuro d'argento. Ho potuto così ottenere le immagini delle scintille anche interponendo nel circuito delle forti resistenze, tali da far assumere alle scintille stesse i diversi *tipi* che ho distinti altra volta (2^a Memoria sulle scariche), cioè scintille bianche ordinarie (con piccole resistenze), scintille con aureola gialla (con resistenza più grande), scintille composte rosse o rosee (con resistenza anche maggiore) e scintille composte bianche o violette (colle più forti resistenze). È a notarsi che le scintille che danno le più deboli immagini non sono quelle ottenute colle più forti resistenze, ma bensì quelle ad aureola gialla (2^o tipo). Ad ogni modo ho potuto ottenere colla fotografia in modo abbastanza distinto, tutte

cune curiose conformazioni della scintilla. Mem. dell'Acc. di Bologna 1881. — *Sulle figure elettriche in forma d'anelli.* Mem. dell'Acc. di Bologna 1882. — *Le ombre elettriche*, 2^a Memoria. Mem. dell'Acc. di Bologna 1882.

le figure che disegnai a memoria nella tav. II della 2ª Memoria sulle scariche elettriche, comprese le figure 9 ed 11, che mostrano l'azione d'una corrente d'aria sulla scintilla.

« Fatte varie prove fotografiche di scintille, con circuito di piccolissima resistenza, e variando o la capacità del condensatore o il potenziale (e quindi la distanza esplosiva), ho trovato confermati i risultati già altravolta esposti, e cioè che l'area di sezione della scintilla è sensibilmente indipendente dal potenziale, a partire da una certa distanza esplosiva, che cresce quasi proporzionalmente, ma un po' meno rapidamente della capacità del condensatore, e che diminuisce assai applicando all'obbiettivo fotografico dei diaframmi con fori di più in più piccoli. Quest'ultimo fatto dipende, come spiegai altravolta, dall'essere le scintille luminose in tutto il loro volume e trasparenti per la propria luce, cosicchè nell'immagine fotografica la parte centrale è sempre più intensa e va sfumandosi verso i contorni. Per questa circostanza e per essere spesso più o meno irregolare ed incerto il limite fra scintilla ed aureola, riesce assai difficile il misurare con esattezza il diametro delle scintille. Infine ho ottenuto con speciale evidenza le immagini di quelle singolari conformazioni che assume la scintilla, quando contorna una lastra coibente o quando passa per un foro sottile, e di cui le fig. 3 ed 11 della tav. IV della Memoria citata, offrono in piccolo un esempio.

« Ho fatto moltissime immagini fotografiche delle scintille prodotte nel seno dell'acqua, per mezzo di elettrodi assai lunghi circondati da robusti tubi di vetro coperti di gomma lacca, che ne lasciano libere solo le estremità.

« Si possono ottenere così scintille nell'acqua di 7 od 8 centimetri di lunghezza. Bisogna però che il recipiente che contiene il liquido sia di gran robustezza, giacchè con una scintilla di appena un centimetro di lunghezza prodotta entro un gran bicchiere di vetro da pila pieno d'acqua, il vetro va in pezzi, specialmente se la scintilla si produce a piccola distanza dalle pareti, che pure possono essere grosse quattro o cinque millimetri.

« Per ottenere senza pericolo lunghe scintille nell'acqua e ritrarne l'immagine fotografica, ho dovuto adoperare una robusta cassetta di legno coperta internamente di mastice, avente una finestra rettangolare in una delle pareti chiusa da una lastra grossissima di cristallo. La scintilla potevasi osservare o fotografare attraverso di questa.

« Naturalmente, nel circuito di scarica devesi introdurre anche una scintilla nell'aria fra grosse palline d'ottone, senza di chè i condensatori non potrebbero caricarsi.

« Le scintille nell'acqua sono rosse o rosee, se ottenute con scariche deboli, e bianchissime con forti scariche. In questo caso si possono mettere diaframmi con piccoli fori all'obbiettivo fotografico, e tuttavia si ottengono delle immagini nerissime nelle negative. Queste scintille, a differenza di quelle prodotte nell'aria, non hanno aureola, cioè una parte esterna meno brillante

e più o meno distinta dalla parte centrale. Esse si presterebbero quindi meglio alla misura della loro grossezza, se al contorno non mostrassero innumerevoli diramazioni laterali, dirette perpendicolarmente all'asse della scintilla, che rassomigliano ad una specie di peluria finissima.

« La causa di questa particolare conformazione, parmi debba cercarsi nella conducibilità del mezzo in cui la scintilla si produce. È noto che se ad un filo percorso dalla scarica si accosta un conduttore, scocca fra questo ed il filo una scintilla, che è dovuta a *scarica laterale* (v. la 2ª Mem. citata).

« Secondo me quelle innumerevoli scintillette brevissime e finissime che partono dalla scintilla principale e si dirigono normalmente ad essa, hanno un' origine analoga.

« Spesso le scintille nell'acqua sono biforcate, o anche suddivise in più di due rami. Sembra che, come colle scintille biforcate nell'aria, la somma delle aree di sezione dei rami secondari, eguagli l'area della scintilla intera.

« Se la scintilla nell'aria, che si produce nel circuito simultaneamente con quella nell'acqua, non ha una lunghezza sufficiente, in rapporto alla distanza degli elettrodi che sono immersi nell'acqua, cessa di prodursi fra questi la scintilla. Ma allora mostransi su di essi delle apparenze luminose, analoghe al fiocco ed alla stelletta che veggonsi sulle punte nell'aria, e che ho descritte nella Memoria più volte citata e delineate nella tav. III annessa alla medesima.

« Colle scariche deboli che allora adoperavo, le diramazioni poco numerose, ma lunghe e contorte a guisa di serpentelli, che si formavano sull'elettrodo positivo, erano rosse o rosee. Ora invece con scariche più energiche sono bianche e brillanti, e tanto numerose, da dare al fenomeno l'aspetto di un fiocco luminoso. Così pure le diramazioni negative son bianche con forti scariche, ma si distinguono sempre dalle positive, per essere formate da filetti luminosi assai più corti, sottili, numerosi, e meno contorti.

« Onde le diramazioni positive riescano molto ricche e sviluppate, devesi porre l'elettrodo negativo in comunicazione con un'ampia lastra metallica immersa nell'acqua, la quale ha per iscopo di diminuire la resistenza che l'acqua introduce nel circuito di scarica. Studiando attentamente le immagini fotografiche del fiocco positivo, ho potuto constatare che si produce un curioso fenomeno d'assorbimento luminoso.

« I filetti luminosi che formano il fiocco, partono da uno a più punti (in generale 2 o 3) dell'elettrodo, e si proiettano in ogni direzione, disegnando linee sinuose. Alcuni si veggono affatto neri nella negativa fotografica; altri sono più o meno pallidi. In molti punti dell'immagine i rami s'intersecano per ragione di prospettiva, coprendosi in parte reciprocamente, visti dall'obbiettivo fotografico. Osservando questi punti d'intersezione m'accorsi che in molti casi in cui un ramo pallido ne intersecava uno intenso, quest'ultimo nel punto d'intersezione era pallido esso pure. Pensai subito

che la causa di questo fatto fosse un assorbimento operato dal ramo più pallido, probabilmente quindi formato da materia gassosa a temperatura relativamente bassa, sulla luce emanata dal ramo più brillante, formato da materia a temperatura più elevata, precisamente come in una nota esperienza una piccola fiamma con sodio sembra nera osservata che sia contro una grande più calda. Ma per essere di ciò sicuro, feci le esperienze seguenti.

« Dapprima adoperai due elettrodi positivi fra i quali la scarica si bipartiva, disposti in modo che il fiocco dell'uno si trovasse davanti a quello dell'altro, per rapporto all'obbiettivo fotografico. Osservando le negative fotografiche vidi che effettivamente il fenomeno d'assorbimento luminoso si produceva là dove un ramo pallido del fiocco posto davanti, intersecava un ramo più brillante del fiocco più lontano, ciò che conferma pienamente la spiegazione data. Alcuni rami del fiocco lontano mostraronsi in molti casi interrotti da rami appena visibili, o anche invisibili affatto del fiocco anteriore.

« Feci in seguito altre prove con un solo elettrodo positivo, ma con un obbiettivo fotografico doppio, vale a dire con una macchina da vedute stereoscopiche. In ciascuna coppia d'immagini vedevansi le solite intersezioni di rami. Ma guardandole collo stereoscopio (dopo avere tagliata in due parti ogni negativa e cangiato di posto alle due immagini, come deve farsi per avere il rilievo esatto e non pseudoscopico), vidi chiaramente che dove un ramo pallido attraversava prospetticamente un ramo più lontano ed intenso, quest'ultimo era in quel punto dell'immagine reso più pallido; cioè nell'atto in cui la fotografia si produsse, la luce emessa dal ramo lontano fu in parte assorbita nell'attraversare il ramo più vicino.

« I vari rami dei fiocchi positivi nell'acqua sono dunque verosimilmente costituiti tutti dai medesimi gas incandescenti, ma a temperature differenti, e così possono dar origine al fenomeno d'assorbimento descritto. Ciò non avviene colle scintille nell'aria, le quali, come altravolta dimostrai, sono trasparenti per la propria luce.

« M'è mancato il tempo per studiare in modo simile le scariche in liquidi diversi dall'acqua, ma ciò farò forse in seguito ».

Fisica. — *Nuove ricerche sul fenomeno di Kerr.* Nota preventiva del prof. A. Righi, presentata dal Socio P. Blaserna.

« Nella Memoria avente per titolo: *Ricerche sperimentali e teoriche intorno alla riflessione della luce polarizzata sul polo d'una calamita* (¹) ho esposti i risultati dei miei primi studî sul fenomeno di Kerr, secondo i quali, quando si abbia cura di rendere uniforme la magnetizzazione dello specchio d'acciaio che collocato sul polo riflette la luce polarizzata, questa

(¹) Memorie della R. Accademia dei Lincei, 1885. — Ann. de Ch. et Phys. 1885.

subisce speciali modificazioni nella forma delle sue vibrazioni, che solo in qualche caso particolare corrispondono a quelle che furono indicate dal Kerr e dal Fitzgerald. Ho esposto inoltre una nuova teoria la quale rende conto completo dei fenomeni da me constatati, e particolarmente della reciprocità da me trovata negli effetti che si ottengono girando o il polarizzatore o l'analizzatore a partire dall'estinzione, e da quelle orientazioni del polarizzatore che forniscono vibrazioni o perpendicolari o parallele al piano di incidenza.

« Ho continuato in seguito ad occuparmi del fenomeno di Kerr, studiando in particolare i casi nei quali le vibrazioni riflesse restano rettilinee. Risulta infatti dalla mia teoria, che ad eccezione di quando il raggio che cade sul polo faccia un piccolo angolo d'incidenza, esistono per tutte le incidenze maggiori fino a 90°, due orientazioni particolari delle vibrazioni sul raggio incidente, per le quali il raggio riflesso possiede pure la polarizzazione piana. Queste due orientazioni sono tali che per l'una le vibrazioni incidenti fanno un piccolo angolo col piano d'incidenza, e per l'altra un piccolo angolo colla perpendicolare al medesimo piano.

« Si arriva praticamente ad ottenere queste speciali orientazioni nel modo seguente. Si dispone il polarizzatore in modo da dare vibrazioni all'incirca parallele o perpendicolari al piano d'incidenza, e l'analizzatore in modo da dare presso a poco l'estinzione. Lanciata la corrente nella elettrocalamita, si girano alternativamente il polarizzatore e l'analizzatore in modo da rendere ogni volta minima la luce trasmessa. Si giunge così ben presto ad avere nuovamente l'estinzione, o per meglio dire, a collocare i nicol in tal posizione, che la debolissima luce trasmessa (principalmente dovuta a diffusione o ad imperfezioni dei nicol) si accresca al più piccolo spostamento d'uno qualunque dei nicol in qualunque senso.

« Coll'inversione della corrente si otterrà una nuova posizione analoga dei nicol, e se essi sono mobili al centro di circoli graduati, si otterranno così simultaneamente, 1° le orientazioni delle vibrazioni incidenti che forniscono vibrazioni riflesse rettilinee; 2° l'orientazione di queste; 3° la posizione esatta del polarizzatore, che fornisce vibrazioni o parallele o perpendicolari al piano d'incidenza, e quella corrispondente dell'analizzatore la quale, se lo specchio non fosse magnetizzato, darebbe l'estinzione, le quali posizioni si trovano mettendo ciascuno dei nicol nella posizione media fra quelle che ebbe prima colla corrente in un senso e poi colla corrente in senso contrario.

« Le esperienze numerosissime da me fatte con disposizioni anche più perfette di quelle descritte nella Memoria citata, confermano esattamente le varie particolarità che la teoria faceva pronosticare.

« Inoltre, la determinazione delle orientazioni suddette, unita a quella delle rotazioni dei due nicol capaci di rendere minima la luce trasmessa

dall'analizzatore, hanno fornito il modo di calcolare per le varie incidenze le costanti introdotte dalla teoria, e cioè il rapporto degli assi delle vibrazioni elittiche in cui si suppone decomporsi la vibrazione incidente, il rapporto delle ampiezze delle medesime, e la loro differenza di fase.

Ho pure studiato in modo più completo la speciale dispersione che ha luogo nella riflessione sul polo d'una calamita. Come annunciai nella citata Memoria, e come riconobbe il Kundt ([1]), ho trovato che questa dispersione è anormale, vale a dire che gli effetti diminuiscono al crescere della rifrangibilità della luce adoperata.

« L'esposizione dettagliata delle mie nuove ricerche, di cui qui non ho dato che un breve ed incompleto cenno, sarà fatta in una Memoria che mi pregierò inviare a questa R. Accademia nel venturo anno accademico ».

Fisica. — *Sopra le correzioni di calibrazione.* Nota I. del dott. M. Ascoli, presentata dal Socio P. Blaserna.

1. « Nella Nota: *Sopra un metodo per la calibrazione elettrica di un filo metallico,* presentata nella seduta del 1° marzo 1885 ([2]), ho dato un metodo grafico per ricavare le correzioni di calibrazione dai risultati delle esperienze. In questo metodo, che vale anche per la calibrazione dei termometri, si costruisce una curva avente l'equazione

$$y=\frac{dR}{dx}$$

dove R è la resistenza del tratto x di filo; la possiamo chiamare *curva differenziale.* Perciò si prende, in luogo della derivata $\frac{dR}{dx}$ nel punto d'ascissa x, il suo valore approssimato $\frac{R_2-R_1}{x_2-x_1}$ dove è $\frac{x_1+x_2}{2}=x$ cioè

$$x_1=x-h$$
$$x_2=x+h$$

ed R_1, R_2 sono le resistenze corrispondenti ai punti di ascisse x_1, x_2. Così si commette un errore tanto più vicino a zero quanto più il filo è vicino alla perfetta omogeneità; in ogni caso però l'errore si può ridurre piccolo quanto si vuole prendendo abbastanza piccola la resistenza di confronto (o, nei termometri, la colonnina di mercurio), col che si diminuisce la lunghezza dell'intervallo $2h$. Tuttavia non conviene spingere troppo oltre la diminuzione per non aumentare gli errori relativi di osservazione. Si aggiunge la circostanza che l'errore in questione non ha carattere di errore

([1]) Wied. Ann. 1884 n. 10.

([2]) In una Memoria del sig. F. de Nerville (*Le bureau d'étalonnement des resistances électriques*) pubblicata negli Annales télégraphiques 1884, è esposto un metodo di calibrazione adottato dal sig. Benoit e fondato sul medesimo principio enunciato nel § 1 della mia Nota. Il fascicolo degli Annales ci giunse dopo la presentazione della mia Nota.

accidentale, perchè, come sarà spiegato, ha l'effetto costante di rendere le sinuosità della curva tracciata meno sentite di quelle della vera. Per ciò è utile ricercare il modo di correggerlo, anche nell'ipotesi che gl'intervalli $2h$ non siano piccoli, semprechè lo richiegga la precisione che si vuol raggiungere nelle misure.

2. « A questo scopo osserviamo che la relazione evidente

$$\frac{1}{x_2 - x_1}\int_{x_1}^{x_2} \frac{dR}{dx} dx = \frac{R_2 - R_1}{x_2 - x_1} \tag{1}$$

dimostra come il valore $\frac{R_2 - R_1}{x_2 - x_1}$ sia uguale alla media aritmetica di tutti gli infiniti valori che prende la $\frac{dR}{dx}$ lungo l'arco compreso tra le ordinate R_1 R_2, cioè nell'intervallo $2h$. Onde possiamo immaginare che, per costruire la curva differenziale, si sieno raccolte in gruppi le infinite ordinate e le corrispondenti ascisse e, per ciascun gruppo si sia calcolato un valor medio, analogo a quelli che, per un numero finito, si sogliono chiamare *valori normali* ed *argomenti normali*. Anzi, poichè gli estremi omologhi degli intervalli $2h$ si succedono a distanze molto minori della lunghezza dell'intervallo stesso, le nostre ordinate sono perfettamente analoghe a quelle che lo Schiaparelli chiama *ordinate perequate*, nella nota Memoria: *Sul modo di ricavare la vera espressione delle leggi della natura dalle curve empiriche* (¹); solo, nel nostro caso, ciascuna ordinata rappresenta la media di un numero infinito invece che di un numero finito di termini, e, nel passare da ciascun gruppo al successivo, invece di omettere una sola ordinata da una parte ed aggiungerne una sola dall'altra, si omette ed aggiunge un piccolo gruppo di infinite ordinate.

« Per trovare le correzioni che cerchiamo, è possibile procedere in modo analogo a quello seguìto nella Memoria citata.

3. « Indichiamo con Y il valore dell'ordinata perequata, corrispondente all'ascissa x, con y quello di una qualunque delle ordinate vere comprese nell'intervallo $x_2 - x_1$ e con y_0 l'ordinata vera corrispondente all'ascissa x. Si vuol esprimere y_0 in funzione di Y. La (1) si può scrivere

$$Y = \frac{1}{2h}\int_{x-h}^{x+h} y\, dx\,. \tag{2}$$

« Il sostituire Y al vero valore y_0 equivale a confondere l'arco, compreso nell'intervallo $2h$, con un segmento rettilineo. Poniamo invece, collo Schiaparelli,

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 \tag{3}$$

(¹) Milano, stamperia reale, 1867 e Nuovo Cimento XXV 1867. Un'*ordinata perequata* è la media di un gruppo di n ordinate osservate. I successivi gruppi sono composti dalle ordinate comprese tra la 1ª e l'n^a, la 2ª e $(n+1)^a$ la 3ª e $(n+2)^a$ e così di seguito.

cioè supponiamo che, nel detto tratto, la curva si possa confondere con una parabola di terzo grado. Allora la (2) dà

$$\mathrm{Y} = \frac{1}{2h}\left[\mathrm{A}\,x + \frac{\mathrm{B}}{2}x^2 + \frac{\mathrm{C}}{3}x^3 + \frac{\mathrm{D}}{4}x^4\right]_{x-h}^{x+h}$$

$$= \mathrm{A} + \mathrm{B}x + \mathrm{C}x^2 + \mathrm{D}x^3 + \frac{h^2}{3}(\mathrm{C} + 3\,\mathrm{D}x)$$

cioè

$$\mathrm{Y} = y_0 + \frac{h^2}{3}(\mathrm{C} + 3\mathrm{D}x) \tag{4}$$

« Sieno ora y_{-h}, y_{+h} le ordinate vere estreme dell'arco considerato; la differenza

$$y_0 - \frac{y_{-h} + y_{+h}}{2} = \mathrm{S} \tag{5}$$

rappresenta la saetta dell'arco, cioè il segmento dell'ordinata y_0 compreso tra la corda e la curva. S è positiva quando la curva è al disopra della corda, negativa quando la convessità è volta verso la regione delle ordinàte negative. Sostituendo nella (5), per y_0, y_{-h}, y_{+h} i valori dati dalla (3), si ha

$$-h^2(\mathrm{C} + 3\,\mathrm{D}x) = \mathrm{S}$$

« La (4) diventa

$$\mathrm{Y} = y_0 - \frac{1}{3}\mathrm{S}$$

ossia

$$y_0 = \mathrm{Y} + \frac{1}{3}\mathrm{S} \tag{6}$$

« Questa relazione dimostra che la formola data dallo Schiaparelli

$$y_0 = \mathrm{Y} + \frac{1}{3}\frac{n+1}{n-1}\mathrm{S}$$

è valida anche per $n = \infty$.

4. « Per dedurre la ordinata vera dalla perequata si deve dunque aggiungere a questa $\frac{1}{3}$ della saetta vera. Quando la curva volge la concavità verso l'asse delle ascisse, è $y_0 > \mathrm{Y}$, se dalla parte opposta, $y_0 < \mathrm{Y}$; onde si vede come le correzioni tendano ad ingrandire le sinuosità della curva.

« Invece della saetta vera S, come è notato nella citata Memoria, si può prendere, per prima approssimazione, quella della curva tracciata colle ordinate Y; mediante i valori così ottenuti si costruisce una nuova curva che dà valori più approssimati di S da sostituirsi nella (6); e così si procede per successive approssimazioni. È però più agevole calcolare le saette, anzichè misurarle sul tracciato grafico, ed applicare a questo l'ultima approssimazione adottata. Le saette si calcolano rapidamente colla formola (5) dove, invece delle ordinate vere, si pongano le perequate Y ed in seguito quelle date dalle successive approssimazioni.

« Nel nostro caso l'intervallo $2h$, entro il quale Y rappresenta la media

delle ordinate vere, non è rigorosamente costante; ma, essendone le variazioni molto piccole se ne può prendere il valor medio lungo tutta la curva, senza alterare sensibilmente il valore delle saette. Del resto il metodo non suppone la costanza di h, onde, volendo, si potrà prendere per ciascuna ordinata, il valore di h che le conviene $\left(\frac{x_2 - x_1}{2}\right)$; allora però, siccome le ordinate estreme di un intervallo in generale non coincideranno colla media di altri intervalli, il calcolo sarebbe alquanto meno semplice.

5. « Per dare un'idea dell'importanza delle correzioni così determinate, riprendo l'esempio della Nota citata, riportando i risultati relativi ad alcune delle ordinate. Il seguente quadro dà i valori x, Y delle ascisse e delle corrispondenti ordinate perequate, le successive approssimazioni S_1, S_2, S_3, S_4 delle saette e quelle y_1, y_2, y_3, y_4 delle ordinate. Un valore approssimato qualunque y_i è dato dalla relazione

$$y_i = Y + \frac{1}{3} S_i$$

x	Y	S_1	y_1	S_2	y_2
154	0,9833	+ 0,0034	0,9844	+ 0,0041	0,9846
190	0,9875	+ 0,0059	0,9894	+ 0,0076	0,9900
226	0,9885	+ 0,0060	0,9905	+ 0,0082	0,9912
262	0,9856	+ 0,0018	0,9862	+ 0,0028	0,9861
298	0,9816	— 0,0043	0,9802	— 0,0052	0,9799
334	0,9803	— 0,0085	0,9774	— 0,0093	0,9770
370	0,9835	— 0,0096	0,9803	— 0,0106	0,9799
406	0,9911	— 0,0120	0,9871	— 0,0159	0,9858
442	1,0046	— 0,0087	1,0017	— 0,0136	1,0000
478	1,0263	+ 0,0072	1,0287	+ 0,0080	1,0290
514	1,0431	+ 0,0216	1,0503	+ 0,0281	1,0525

x	S_3	y_3	S_4	y_4
154	+ 0,0041	0,9846	+ 0,0040	0,9846
190	+ 0,0080	0,9901	+ 0,0081	0,9902
226	+ 0,0090	0,9915	+ 0,0093	0,9916
262	+ 0,0031	0,9867	+ 0,0031	0,9867
298	— 0,0057	0,9797	— 0,0060	0,9796
334	— 0,0092	0,9770	— 0,0090	0,9771
370	— 0,0100	0,9801	— 0,0093	0,9804
406	— 0,0171	0,9854	— 0,0176	0,9853
442	— 0,0162	0,9997	— 0,0176	0,9987
478	+ 0,0081	1,0290	+ 0,0081	1,0290
514	+ 0,0310	1,0535	+ 0,0326	1,0538

« I numeri delle colonne sotto y_3 y_4 differiscono di pochissimo tra loro, perciò è sufficiente fermarsi alla terza approssimazione; anzi potrebbe bastare la seconda se non fossero nella curva alcuni tratti dove la saetta è molto grande, cioè dove è forte la curvatura.

« Colle ordinate dell'ultima approssimazione adottata si costruisce la curva differenziale corretta, e, mediante la determinazione delle aree, da questa si deducono le ordinate della *curva integrale*, cioè della $y = \mathrm{R}(x)$, oppure di quella che abbiamo indicato con $y = x - \mathrm{R}(x)$ ».

Fisica. — *Variazioni che sono prodotte nel valore del momento d'inerzia di un corpo dall'ineguale distribuzione della materia in esso.* Nota del dott. A. MORGHEN, presentata dal Socio P. BLASERNA.

« Per potere assegnare il valore dei momenti magnetici delle sbarre che servono alle misure sul magnetismo, è necessario conoscere i momenti d'inerzia di tali sbarre. Ora siccome queste non hanno in generale forme geometriche semplici dalle quali si possano dedurre i valori di tali momenti, si usa più comunemente nel determinarli un metodo indiretto, che consiste nell'aggiungere alle sbarre magnetiche corpi non magnetici di forma geometrica dei quali si possano valutare i momenti d'inerzia dalla forma e dalla massa, e nel trovare quindi, per confronto, col metodo delle oscillazioni, i momenti d'inerzia delle sbarre magnetiche.

« Questi corpi addizionali sono comunemente anelli circolari o sbarre cilindriche; e in ambedue i casi dalla loro forma e dal loro peso si deducono i momenti d'inerzia rispetto ad un asse passante pel centro geometrico, e che è diretto, per il cilindro, perpendicolarmente all'asse di rotazione, e per l'anello, perpendicolarmente alle sue facce piane; e si ritiene che la materia sia in tutta l'estensione di questi corpi distribuita uniformemente, e quindi la loro densità eguale in oni punto della massa.

« È importante per conseguenza di risolvere il problema: se questa uniformità di distribuzione possa ritenersi verificata, e come le irregolarità che essa presenta possano influire sul valore dei momenti d'inerzia.

« Alla soluzione di questo problema mi sono applicato per suggerimento del prof. Filippo Keller.

« Come primo caso ho considerato quello dell'anello circolare generato dalla rotazione di un rettangolo attorno ad un asse parallelo ad uno dei suoi lati.

« Supponendo innanzi tutto quest'anello di grossezza infinitesima nel senso del raggio, il suo momento d'inerzia attorno all'asse di rotazione è espresso da $\mathrm{M}\rho^2$, essendo M la massa e ρ il raggio dell'anello, ritenendo tutte le sue parti della medesima densità. Se questa omogeneità perfetta non si verifica, quando si sospenderà l'anello in modo che la sua sezione

equatoriale si disponga orizzontalmente, l'asse di sospenzione, che deve necessariamente passare per il centro di gravità dell'anello, non coincide più coll'asse di rotazione di questo; e quindi il momento d'inerzia riferito a questo nuovo asse di sospensione è:

$$M\rho^2 - Mh^2 = M\rho^2 \left\{1 - \frac{h^2}{\rho^2}\right\} \tag{1}$$

indicando h la distanza dei due assi.

« La quantità $1 - \frac{h^2}{\rho^2}$ può chiamarsi il fattore di correzione, cioè il fattore per il quale si deve moltiplicare il momento d'inerzia nell'ipotesi della distribuzione uniforme della materia nell'anello, per ottenere il vero momento quando questa uniformità non è verificata.

« Non si può stabilire a priori il valore che questo fattore avrà; inquantochè non può farsi alcuna ipotesi generale sulla distribuzione della materia nei corpi che servono nelle esperienze; e quindi si risolverà il problema per alcuni casi particolari con supposizioni semplici, riguardo a questa distribuzione, ma che sieno verosimilmente le più vicine alla realtà.

« Suppongasi pertanto che nell'anello considerato la densità vada crescendo a partire da una sezione qualunque in ragione dell'angolo φ che le successive sezioni formano al centre dell'anello con una presa come punto di partenza, ed alla quale compete la densità minima μ: si indichi con γ il rapporto della differenza fra questo valor minimo e il massimo al valor minimo stesso. La densità in una qualunque sezione dell'anello sarà:

$$\mu\left(1 + \gamma \frac{\varphi}{2\pi}\right)$$

« Per dedurre ora la posizione del centro di gravità in quest'anello si assuma un sistema di assi ortogonali coll'origine nel centro geometrico di esso, e situati nel suo piano equatoriale; e si faccia passare l'asse delle x per la sezione di densità μ. Evidentemente in questo caso il centro di gravità sta sull'asse y, e la sua ordinata y, che è pure la distanza già indicata con h, è:

$$y = \frac{\rho^2\mu \int_0^{2\pi} \left(1 + \gamma \frac{\varphi}{2\pi}\right) \operatorname{sen} \varphi \, d\varphi}{\rho\mu \int_0^{2\pi} \left(1 + \gamma \frac{\varphi}{2\pi}\right) d\varphi} = - \frac{\rho\gamma}{2\pi\left(1 + \frac{\gamma}{2}\right)} = h$$

e quindi il fattore di correzione ha il valore

$$1 - \frac{\gamma^2}{4\pi_2\left(1 + \frac{\gamma}{2}\right)^2}$$

« Siccome nella pratica sarà γ sempre assai piccolo, si potrà assumere per il fattore di correzione la espressione più semplice

$$1-\frac{\gamma^2}{4\pi^2}=1-0{,}02533.\gamma^2$$

« Se nell'anello la densità dalla sezione per la quale passa l'asse x cresce simetricamente a destra e a sinistra e proporzionalmente all'angolo φ che le successive sezioni fanno con quella di partenza, il valore di questa densità per una sezione qualunque è

$$\mu\left(1+\gamma\frac{\varphi}{\pi}\right)$$

ove a φ si dia il segno positivo tanto quando si va verso destra come quando si va verso sinistra. Il centro di gravità si troverà qui sull'asse delle x ad una distanza dall'origine:

$$x=\frac{\rho^2\mu\int_0^\pi\left(1+\gamma\frac{\varphi}{\pi}\right)\cos\varphi\,d\varphi}{\rho\mu\int_0^\pi\left(1+\gamma\frac{\varphi}{\pi}\right)d\varphi}=-\frac{2\gamma\rho}{\pi^2\left(1+\frac{\gamma}{2}\right)}=h$$

e quindi il fattore di correzione è:

$$1-\frac{4\gamma^2}{\pi^4\left(1+\frac{\gamma}{2}\right)^2}$$

o, con sufficiente approssimazione

$$1-\frac{4}{\pi^4}\gamma^2=1-0{,}04106\,\gamma^2$$

« Finalmente se la densità nell'anello cresce a partire da una sua come $1:1+\frac{\gamma}{2}$ sen φ, intendendo qui con γ il rapporto della differenza fra il massimo e il minimo valore di μ al suo valor medio, il centro di gravità si trova sull'asse y, e ad una distanza dall'origine che è data da:

$$y=\rho\frac{\int_0^{2\pi}\left(1+\frac{\gamma}{2}\operatorname{sen}\varphi\right)\operatorname{sen}\varphi\,d\varphi}{\int_0^{2\pi}\left(1+\frac{\gamma}{2}\operatorname{sen}\varphi\right)d\varphi}=\frac{\rho\gamma}{4}=h$$

« Dunque il fattore di correzione per questo caso è:

$$1-\frac{\gamma^2}{16}=1-0{,}0625\,\gamma^2$$

« Quindi basterebbe nei singoli casi determinare il valore di γ, e si potrebbe assegnare senz'altro il vero valore del momento d'inerzia.

« Se invece delle supposizioni fatte finora riguardo alla distribuzione della materia, si considera l'anello come costituito da più segmenti in numero qualunque, purchè diverso dall'unità, e in ciascuno dei quali la densità cresce colla medesima legge da un estremo all'altro, partendo però in ciascuno dal medesimo valore; allora i centri di gravità dei singoli segmenti sono i vertici di un poligono regolare, ed è evidente che il centro di gravità e il centro geometrico dell'anello coincidono, e il fattore di correzione diviene l'unità.

« Nei casi pratici si avrà da fare sempre con distribuzioni della materia alquanto diverse da quelle ora considerate. Perciò i fattori di correzione fin qui trovati hanno valore soltanto per il loro modo di disperdere da quantità determinabili sperimentalmente.

« Bisognerà quindi partire dai valori che per la densità si troveranno coll'esperienza per farsi un'idea giusta della entità di questi fattori nelle determinazioni della pratica. Allora saranno da considerare anelli non più di grossezza infinitesima nel senso del loro raggio, ma quali nelle misure si adoperano, e non si faranno più delle ipotesi sulla loro costituzione, ma la si dedurrà da misure dirette, fatte nelle condizioni più opportune.

« Ancora sotto questo aspetto il problema è suscettibile di una soluzione abbastanza generale, che costituisce appunto lo scopo principale di questa mia Nota.

« Si consideri il caso di un anello di sezione finita e costituito in modo che la densità sia uniforme in ogni sezione assiale, però varii da sezione a sezione in qualunque modo.

« Intanto mantenendo le stesse notazioni, intendendo però con ρ il raggio del cerchio su cui si trovano i centri di gravità delle sezioni dell'anello, è chiaro che se ρ diviene $2, 3 \ldots n$ volte più grande, anche h cresce nella medesima proporzione, e quindi $\frac{h^2}{\rho^2}$ ha un valore costante qualunque sia la grandezza della sezione assiale dell'anello. Per conseguenza facendo la somma di tutti gli anelli elementari de' quali può considerarsi formato quello preso in considerazione, il momento d'inerzia di ciascuno avrà il medesimo fattore di correzione; e quindi la formula (1) stabilita per la prima ipotesi dell'anello di sezione infinitesima, vale anche per quelli di sezione finita.

« Se dunque si immagina l'anello costituito da un numero di settori eguali, in ciascuno dei quali la materia sia distribuita con densità uniforme, ma diversa da un settore all'altro, l'ipotesi già stabilita si verifica; e perciò si può immediatamente applicare la formula (1) della quale si dovrà determinare la quantità h.

« È evidente che con tale distribuzione delle densità i centri di gravità dei settori si trovano sopra un cerchio che è in un piano perpendicolare all'asse dell'anello, ed ha con esso in comune il centro.

« Assumendo allora un sistema di assi ortogonali coll'origine nel centro dell'anello, situati nel piano equatoriale di esso e coll'asse x passante pel centro di gravità del settore di densità μ_1, indicando con $\mu_2, \mu_3 \ldots \mu_n$ le densità degli altri settori che si succedono nell'anello andando da sinistra a destra, il momento statico di questo rispetto all'asse x è

$$\rho\left\{(\mu_2-\mu_n)\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{n}\right)+(\mu_3-\mu_{n-1})\operatorname{sen}2\left(\frac{2\pi}{n}\right)+\ldots+(\mu_{i+1}-\mu_{n-(i-1)})\operatorname{sen}i\left(\frac{2\pi}{n}\right)+\ldots\right\}$$

« Quindi l'ordinata del centro di gravità dell'anello è:

$$(a)\quad y=\frac{\rho\left\{(\mu_2-\mu_n)\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{n}\right)+(\mu_3-\mu_{n-1})\operatorname{sen}2\left(\frac{2\pi}{n}\right)+\ldots+(\mu_{i+1}-\mu_{n-(i-1)})\operatorname{sen}i\left(\frac{2\pi}{n}\right)+\ldots\right\}}{\mu_1+\mu_2+\ldots+\mu_n}$$

« Analogamente il momento statico dell'anello rispetto all'asse y è

$$\rho\left\{\mu_1+(\mu_2+\mu_n)\cos\left(\frac{2\pi}{n}\right)+(\mu_3+\mu_{n-1})\cos 2\left(\frac{2\pi}{n}\right)+\ldots+(\mu_{i+1}+\mu_{n-(i-1)})\cos i\left(\frac{2\pi}{n}\right)+\ldots\right\}$$

e l'ascissa del centro di gravità è:

$$(b)\quad x=\frac{\rho\left\{\mu_1+(\mu_2+\mu_n)\cos\left(\frac{2\pi}{n}\right)+(\mu_3+\mu_{n-1})\cos 2\left(\frac{2\pi}{n}\right)+\ldots+(\mu_{i+1}+\mu_{n-(i-1)})\cos i\left(\frac{2\pi}{n}\right)+\ldots\right\}}{\mu_1+\mu_2+\ldots+\mu_n}.$$

« Per conseguenza colle formule (a) e (b), conoscendo i valori di μ per i diversi settori dell'anello e il valore di ρ, si calcoleranno le coordinate del centro di gravità di esso rispetto al suo centro geometrico. Il quadrato della distanza di questi due centri sarà

$$h^2=x^2+y^2$$

e il momento d'inerzia dell'anello rispetto ad un asse passante pel centro di gravità sarà:

$$(c)\qquad \mathrm{K}=\mathrm{M}\rho^2\left(1-\frac{x^2+y^2}{\rho^2}\right)$$

« Allo scopo di illustrare con qualche esempio queste considerazioni ho fatte delle determinazioni sopra tre anelli: uno di ottone fuso già in forma di anello e poi tornito, e due di bronzo uno dei quali preparato come quello di ottone l'altro tagliato col tornio da un disco di bronzo.

« Questi tre anelli erano di dimensioni identiche: avevano un raggio esterno di mm. 38 mentre l'interno era di mm. 26, ed una grossezza di mm. 10,6. Ciascuno di essi è stato tagliato in otto settori eguali, dei quali

ho determinata la densità. Indicando con μ_1, μ_2, ... μ_8 le densità dei settori seguentisi negli anelli andando da sinistra a destra, ho trovato:

Per l'anello di ottone

$\mu_1 = 8,47963$ $\mu_2 = 8,41168$ $\mu_3 = 8,38524$ $\mu_4 = 8,37553$
$\mu_5 = 8,36580$ $\mu_6 = 8,37928$ $\mu_7 = 8,41314$ $\mu_8 = 8,52964$

Per l'anello di bronzo fuso colla cavità interna

$\mu_1 = 8,73389$ $\mu_2 = 8,63487$ $\mu_3 = 8,68696$ $\mu_4 = 8,68761$
$\mu_5 = 8,70904$ $\mu_6 = 8,72593$ $\mu_7 = 8,71406$ $\mu_8 = 8,71119$

Per l'anello tagliato dal disco

$\mu_1 = 8,72816$ $\mu_2 = 8,67096$ $\mu_3 = 8,66550$ $\mu_4 = 8,72766$
$\mu_5 = 8,73461$ $\mu_6 = 8,66912$ $\mu_7 = 8,74002$ $\mu_8 = 8,75295$

« Come si vede grandi assai sono le differenze di densità da un settore all'altro; pur tuttavia ben piccola è l'influenza che esse recano sul valore dei momenti d'inerzia. Infatti il fattore di correzione della formula (c) è per l'anello di ottone

$$1 - 0,00004981 = 0,99995019$$

per il primo anello di bronzo

$$1 - 0,00000670 = 0,99999330$$

e per l'altro anello di bronzo

$$1 - 0,00000181 = 0,99999819$$

« Questi valori trovati coll'esperienza mostrano che la differenza nella densità delle varie parti degli anelli, sebbene in valore quasi eguale a 0,02 del totale, pure non influisce tutt'al più che sulla quinta cifra decimale del valore del momento d'inerzia.

« Ora venendo proprio al caso delle misure magneto-telluriche, si deve rammentare che il momento d'inerzia dell'anello non serve ad altro che a desumere il momento d'inerzia della sbarra magnetica dell'istrumento adoperato. Il passaggio dall'uno all'altro di tali momenti introduce nuovi errori di osservazione; però non è intenzione mia di studiare questa questione essendo in gran parte trattata dal Wild [1].

« Di più è da considerare che il momento d'inerzia entra nella formula della componente orizzontale del magnetismo terrestre coll'esponente $^1/_2$, in modo che gli errori riportati influiscono su questa soltanto colla metà del loro valore.

« Dall'insieme delle cose esposte mi sembra di poter concludere che nei casi degli anelli da me considerati la distribuzione non uniforme della materia non può produrre un errore della componente orizzontale nei limiti di esattezza che ci si possono prefiggere ».

[1] Exner, Repertorium der Physik, vol. 19, pag. 776.

Fisica. — *Sull'igrometro di Edelmann.* Nota del dott. A. Cancani, presentata dal Socio P. Blaserna.

« La conferenza internazionale per la meteorologia agricola e forestale, tenuta a Vienna nel settembre 1880, raccomandò che venissero eseguite osservazioni comparative col volumigrometro complicato di Schwackhöfer di Vienna, e quello più semplice di Edelmann di Monaco, per poter decidere quale di questi due apparecchi debba essere definitivamente raccomandato per le stazioni meteorologiche di prim' ordine.

« L'igrometro di Schwackhöfer fu studiato dal dott. Hann, il quale concluse che per avere con quest' apparecchio la tensione del vapore coll'approssimazione del $0{,}1^{mm}$ occorrono le seguenti condizioni (1).

1° « Il percento di volume del vapore si deve avere con certezza fino all' unità della 2ª decimale.

2° « La pressione atmosferica deve conoscersi esattamente fino ai tre millimetri.

3° « L' errore nella determinazione della variazione di temperatura nell' apparecchio non deve superare 0°,03.

« Io mi sono prefisso di fare delle ricerche comparative sull' igrometro di Edelmann. Quest' apparecchio trovasi descritto nella « Zeitschrift der Oesterreichischen Gesellschaft für Meteorologie, XIV Band » e nell' Edelmann, Neuere Apparate ecc.

« Non avendo potuto direttamente confrontare l' igrometro di Edelmann con l' igrometro chimico, perchè con questo non può ottenersi lo stato igrometrico in un dato istante, ho invece confrontato con l' igrometro chimico uno ad appannamento quello costruito dal dott. Chistoni, onde poi servirmi di questo come campione per lo studio dell' igrometro di Edelmann.

« L' igrometro chimico di cui mi sono servito era costituito da un aspiratore di zinco da cui effluivano costantemente litri 7,370 di acqua in $0^h,30^m$. Per essere sicuro che al termine dell' efflusso l' aria si trovasse alla medesima pressione dentro e fuori dell' aspiratore, lo avea munito di un manometro a mercurio. Questo segnava durante tutta l' esperienza un dislivello di 15 a 17 millimetri dovuto, almeno in parte, alla resistenza incontrata dall' aria nell' interno dei quattro tubi essiccanti che contenevano cloruro di calcio gli estremi, anidride fosforica i medi. Cessato l' efflusso attendeva uno o due minuti acciò il dislivello manometrico scomparisse e chiudeva i tubi. I primi due di questi assorbivano completamente il vapore acqueo dell' aria poichè negli altri due tubi non ho trovato aumento di peso,

(1) Zeitschrift der Oesterreichischen Gesellschaft für Meteorologie. XIII Band.

ed è tale l'avidità dell'anidride fosforica per l'acqua che non può supporsi ne sia passata quantita apprezzabile senza venire assorbita. È noto che il cloruro di calcio non è sufficiente per assorbire completamente il vapore acqueo. Da una serie di esperienze fatte con quattro tubi a solo cloruro di calcio mi sono convinto che quando il vapore acqueo è arrivato alla pressione di circa 1^{mm} passa senza venire assorbito per quanto sia lento l'efflusso dell'aria, come risulta dai valori che riporto nella seguente tabella:

Igrometro chimico a solo cloruro di calcio	Igrometro ad appannamento di Chistoni	Igrometro chimico a solo cloruro di calcio	Igrometro ad appannamento di Chistoni
mm. 6,23	mm. 7,05	mm. 6,36	mm. 7,38
» 6,04	» 7,05	» 6,64	» 7,62
» 4,83	» 5,76	» 6,43	» 7,21
» 5,15	» 6,44	» 6,05	» 6,52
» 6,73	» 7,58	» 6,48	» 7,21

« Nelle pesate ho fatto uso di una bilancia della portata di 200 grammi sensibile al decimo di milligramma, di pesi appositamente da me campionati e del metodo di sostituzione. Ho avuto inoltre l'avvertenza di equilibrare la bilancia con un identico tubo ad U, onde evitare errori provenienti dallo spostamento dell'aria e dalla umidità che si deposita sul vetro.

« Ho fatto uso dell'igrometro ad appannamento di Chistoni, con cui si percepisce meglio che con quello di Regnault l'istante della formazione e della scomparsa della rugiada. L'ho tenuto a meno di 10 centimetri di distanza dall'orifizio per cui entrava l'aria nell'igrometro chimico, al riparo da qualunque radiazione e da correnti d'aria che potessero alterare i risultati, essendo note le obbiezioni fatte specialmente dal Crova [1] all'uso degli ordinari igrometri ad appannamento.

« Ho confrontato il termometro che mi ha servito nell'igrometro Chistoni con due termometri campioni ed ho trovato per quello la correzione costante di $-0°,7$. Durante la mezz'ora in cui era in azione l'igrometro chimico ho fatto da 8 a 10 misure coll'igrometro Chistoni; le relative medie sone riportate nella tabella qui appresso. I risultati poi che si riferiscono all'igrometro chimico riportati nella tabella medesima sono stati calcolati mediante la formola

$$f = \frac{760\,\mathrm{H}p\,(1+\alpha t)}{(\mathrm{H}_1 - \mathrm{F})\,\delta \mathrm{V}_0\,(1+kt) + 760\,p\,(1+\alpha t)}$$

[1] Journal de Physique, II. série, 2me tome.

nella quale sono indicati con

f la tensione del vapor d'acqua nell'aria durante l'esperienza,
H l'altezza barometrica media durante l'esperienza,
p il peso di vapore che è rimasto nei tubi,
t la temperatura nell'aspiratore,
H_1 l'altezza barometrica alla fine dell'esperienza,
F la tensione massima del vapore alla temperatura t^o,
δ la densità del vapore acqueo a 0° ed a 760^{mm},
V_0 il volume dell'aspiratore a 0°,
$1+kt$ il suo binomio di dilatazione,

ed i valori della forza elastica del vapore acqueo dedotti dall'igrometro ad appannamento sono ricavati dalle tavole di Regnault corrette dal Morit'.

Igrometro chimico a cloruro di calcio ed anidride fosforica	Igrometro ad appannamento di Chistoni	Differ.	Igrometro chimico a cloruro di calcio ed anidride fosforica	Igrometro ad appannamento di Chistoni	Differ.
mm. 8,30	mm. 8,20	+ 0,10	mm. 6,10	mm. 6,85	— 0,75
» 8,29	» 8,21	+ 0,08	» 6,04	» 6,70	— 0,66
» 7,00	» 7,19	— 0,19	» 7,39	» 7,37	+ 0,02
» 6,75	» 7,03	— 0,28	» 6,60	» 7,06	— 0,46
» 6,28	» 7,01	— 0,73	» 7,57	» 7,48	+ 0,10

Confronto fra l'igrometro Chistoni e l'igrometro Edelmann.

« Nell'eseguire questo confronto mi sono attenuto scrupolosamente in quanto all'uso dell'igrometro di Edelmann al metodo descritto dall'autore (1) ed ho fatto uso di acido solforico concentrato e rinnovato parecchie volte nella serie di misure da me eseguite.

« Secondo l'autore, l'assorbimento del vapore acqueo prodotto dall'acido solforico è quasi istantaneo e quindi la misura potrebbe farsi appena l'acido è disceso nell'apparecchio. Per assicurarmi di ciò ho voluto fare in ogni esperienza parecchie letture sul manometro, ad intervalli di tempo di molte ore, per vedere se vi fosse un'assorbimento lento nell'interno dell'apparecchio. Per conseguenza ho dovuto tener conto delle variazioni nell'altezza barometrica e nella temperatura.

« La relazione con cui si ottiene il dislivello finale del manometro (cioè dopo alcune ore) in funzione del dislivello primitivo (dopo pochi

(1) Edelmann, Neuere Apparate etc.

minuti da che l'acido è disceso nell'apparecchio) e delle altezze barometriche e delle temperature iniziali e finali si ricava dalla seguente

$$(H_1 - h_1)\, v_1 \frac{1+\alpha t}{1+\alpha t'} = (H - h)\, v \qquad (\alpha)$$

ove sono indicati con

H_1 l'altezza barometrica iniziale
h_1 il dislivello manometrico iniziale
v_1 il volume interno dell'apparecchio al principio dell'esperienza
t la temperatura iniziale nell'interno dell'apparecchio
t' » finale » » »
H l'altezza barometrica finale
h il dislivello manometrico finale
v il volume interno dell'apparecchio alla fine dell'esperienza.

« Sostituendo in v il suo valore espresso in funzione di h

$$v = v_1 - \frac{\omega}{2}(h - h_1) \qquad (\beta)$$

ove ω è l'area della sezione retta del tubo manometrico, si ha con sufficiente approssimazione

$$(H_1 - h_1)\, v_1 \left\{ 1 + \alpha (t - t') \right\} = (H - h) \left\{ v_1 - \frac{\omega}{2}(h - h_1) \right\}$$

ossia

$$\frac{\omega}{2} h^2 - \left\{ \frac{\omega}{2}(H + h') + v_1 \right\} h + H \left(v_1 + \frac{\omega}{2} h' \right) - v_1 \left\{ h_1 \left[1 + \alpha (t - t') \right] - H_1 \right\} = 0.$$

« Ma il rapporto $\frac{v_1}{v}$ è sempre vicinissimo all'unità; infatti la (β) dà $\frac{v_1}{v} = 1 + \frac{\omega}{2} \frac{h - h'}{v}$; nel nostro caso $\omega = 12^{mmq}\,9$, $v = 270{,}000^{mmc}$, ed $h - h'$ non è giunto mai a 10^{mm} dunque dalla (α) si ha

$$h = H - H_1 + h_1 \left\{ 1 + \alpha (t - t') \right\}.$$

« Di questa mi sono servito per calcolare il dislivello che dovea presentare il manometro dopo un certo tempo per essere variata l'altezza barometrica da H_1 ad H e la temperatura da t a t', nella supposizione che in quell'intervallo di tempo non fosse avvenuto ulteriore assorbimento nell'interno dell'apparecchio. Mentre ho aspirato l'aria con una pompa nell'igrometro di Edelmann ho fatto tre determinazioni ogni volta coll'igrometro di Chistoni che trovavasi a pochi centimetri di distanza.

« Nella seguente tabella trovansi, nella 1ª colonna i valori della tensione del vapore acqueo ottenuti coll'igrometro Chistoni, nella 2ª i valori

ottenuti coll'igrometro di Edelmann dopo 10 minuti da che l'acido è disceso nell'apparecchio; nella 3ª i valori ottenuti dopo varie ore, corretti per le variazioni della temperatura e della pressione atmosferica.

Igrometro Chistoni	Igrometro di Edelmann	
mm. 9,30	Dopo 10^m mm. 6,0	Dopo 1^h mm. 6,5
» »	» » » »	» 4^h » 6,5
» 9,32	» » » 8,0	» 2^h » 9,0
» »	» » » »	» 18^h » 9,5
» 9,96	» » » 8,5	» 3^h » 10,4
» 9,64	» » » 6,0	» 1^h » 6,0
» 11,28	» » » 7,0	» 1^h » 8,0
» 10,57	» » » 8,0	»
» 9,96	» » » 7,0	» 16^h » 8,4
» 9,14	» » » 8,5	» 24^h » 7,9
» 9,45	» » » 8,5	»
» 8,49	» » » 8,0	» 22^h » 8,0
» 8,55	» » » 6,0	» 22^h » 8,6
» »	» » » »	» 28^h » 9,1
» 9,64	» » » 8,0	» 17^h » 8,0
» 12,12	» » » 10,0	» 2^h » 10,0
» 12,12	» » » 9,5	» 21^h » 9,8
» 12,12	» » » 10,0	» 6^h » 10,4
» 6,20	» » » 5,0	»
» 6,42	» » » 5,0	» 16^h » 5,3
» 7,67	» » » 6,0	» 15^h » 7,3
» 9,26	» » » 8,0	» 7^h » 7,2
» 10,30	» » » 8,5	»
» 11,50	» » » 8,0	» 6^h » 8,8

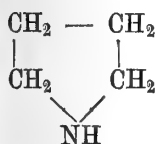
« Da questa tabella apparisce, confrontando la 1ª colonna colla 2ª, che l'igrometro di Edelmann dà risultati molto inferiori al vero, se si faccia la lettura manometrica dopo pochi minuti come vuole l'autore. Dalla 3ª colonna apparisce che nell'interno dell'istrumento ha luogo probabilmente un lento assorbimento il quale avvicina i risultati al vero valore, che per altro viene rare volte raggiunto.

« L'apparecchio nella forma attuale ha gl'inconvenienti di richiedere una preparazione troppo lunga ed un numero troppo grande di congiunture per le quali vi è sempre da temere qualche piccola fuga d'aria. Questi difetti veramente non sono per dir così, inerenti al modo d'agire dell'istrumento e forse in parte possono venire eliminati; in nessun modo però potrei raccomandare il suo uso per fare misure di precisione e di servirsene per determinare la costante dei psicrometri come venne proposto dall'autore ».

Chimica. — *Sugli alcaloidi derivanti dal pirrolo.* Nota di G. CIAMICIAN e P. MAGNAGHI, presentata dal Socio S. CANNIZZARO.

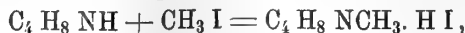
« Due anni fa il pirrolo fu trasformato per azione dell'idrogeno nascente che si svolge dallo zinco ed acido acetico in una base della formola « $C_4 H_6 NH$ », chiamata *pirrolina* (¹). Noi abbiamo potuto ottenere dal metilpirrolo una base omologa, *la metilpirrolina*, che abbiamo descritto brevemente in una Nota presentata a questa Accademia il 1 marzo 1885.

« Secondo la costituzione che si suole attribuire al pirrolo, la pirrolina dovrebbe poter addizionare ancora una molecola di idrogeno per trasformarsi in un composto della formola

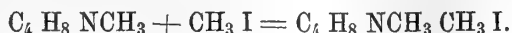
$$\begin{array}{ccc} CH_2 & - & CH_2 \\ | & & | \\ CH_2 & & CH_2 \\ & \diagdown \diagup & \\ & NH & \end{array}$$

il quale a sua volta potrebbe dare per ulteriore idrogenazione una butilamina $C_4 H_9 NH_2$. Nella presente Nota noi pubblichiamo un sunto dei risultati delle nostre ricerche in proposito, le quali confermano queste vedute, e ci riserbiamo di dare in un'estesa Memoria la descrizione esatta e completa delle medesime.

« Per azione prolungata dell'acido acetico e zinco sul pirrolo e sul metilpirrolo la riduzione si limita a formare la pirrolina e la metilpirrolina; per trasformare queste in altre basi più idrogenate è necessario riscaldarle con acido jodidrico e fosforo in tubi chiusi alla temperatura di 240°-250°.

« In queste condizioni la pirrolina dà una base della formola « $C_4 H_8 NH$ » e piccole quantità di un altro alcaloide meno volatile il di cui cloroplatinato è una sostanza amorfa che poco si presta ad ulteriori ricerche. Oltre a questi prodotti si forma poco abbondantemente una base che ha la formola di una butilamina. Noi daremo nella Memoria di prossima pubblicazione i dettagli del modo con cui abbiamo separato queste sostanze. La nuova base è un liquido incoloro che bolle fra 82° e 83° ed ha un odore ammoniacale e pungente che ricorda quello della piperidina. Essa forma un cloroplatinato molto solubile, ed un cloroaurato poco solubile che cristallizza dall'acqua bollente in bellissimi aghi gialli raggruppati a guisa di spine di pesci. Noi chiamiamo questa base, che è una diidropirrolina, *pirrolidina*, per la grande analogia che essa ha colla piperidina, come si vedrà in seguito. Essa forma col joduro di metile prima la metilpirrolidina, secondo l'equazione:

$$C_4 H_8 NH + CH_3 I = C_4 H_8 NCH_3 . HI ,$$

(¹) Vedi: Ciamician e Dennstedt, *Studi sui composti della serie del pirrolo.* IV Parte. *Azione dell'idrogeno nascente sul pirrolo.*

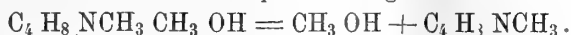
la quale per ulteriore azione del joduro metilico si trasforma nel joduro di *dimetilpirrolidilammonio*:

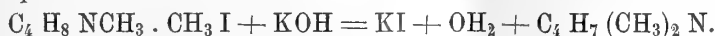
$$C_4 H_8 NCH_3 + CH_3 I = C_4 H_8 NCH_3 CH_3 I.$$

« Questo composto è una sostanza deliquescente, solubile nell'alcool dal quale cristallizza in grossi prismi incolori.

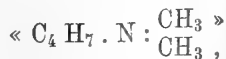
« L'istesso joduro di dimetilpirrolidilammonio si ottiene dalla *metilpirrolidina* che si forma per azione dell'acido jodidrico e fosforo a 240°-250° sulla metilpirrolina. In questa reazione oltre alla base della formola $C_4 H_8 NCH_3$ si formano anche piccole quantità di butilamina, alla quale formazione corrisponde probabilmente un poco di joduro di metile che costantemente si ottiene in questa reazione.

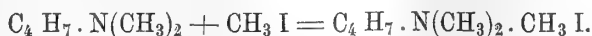
« La metilpirrolidina è un liquido che ha quasi l'istesso punto di ebollizione della pirrolidina, cioè a 81°-83°. Essa dà pure un cloroplatinato molto solubile nell'acqua ed un cloroaurato quasi insolubile nell'acqua fredda, che cristallizza in squamette gialle.

« Il joduro di dimetilpirrolidilammonio, che si può ottenere tanto dalla pirrolidina che dalla metilpirrolidina, si trasforma coll'ossido d'argento nell'idrato corrispondente, il quale col riscaldamento si scinde in metilpirrolidina ed alcool metilico secondo l'equazione seguente:

$$C_4 H_8 NCH_3 CH_3 OH = CH_3 OH + C_4 H_8 NCH_3 .$$

« Distillando invece il joduro di questo ammonio con potassa solida avviene una decomposizione affatto analoga a quella descritta per la prima volta da Hofmann (¹) per il joduro di dimetilpiperidilammonio. Si forma acqua e *dimetilpirrolidina*.

$$C_4 H_8 NCH_3 . CH_3 I + KOH = KI + OH_2 + C_4 H_7 (CH_3)_2 N.$$

« La dimetilpirrolidina ha, come avviene nella serie della piperidina, un punto di ebollizione superiore a quello della metilpirrolidina, e bolle a 89°-92°. Essa forma un cloroaurato che è come quello della dimetilpiperidina oltremodo decomponibile, e che si separa allo stato oleoso. La costituzione di questa base deve essere quella espressa dalla formola

$$« C_4 H_7 . N : \begin{matrix} CH_3 \\ CH_3 \end{matrix} » ,$$

ossia deve avere i due metili legati all'azoto come li ha la dimetilpiperidina se si segue l'interpretazione che di questa reazione ha dato recentemente il Ladenburg (²). Questa base è terziaria e si combina per conseguenza ancora una volta col ioduro di metile formando il *joduro di trimetilpirrolidilammonio*

$$C_4 H_7 . N(CH_3)_2 + CH_3 I = C_4 H_7 . N(CH_3)_2 . CH_3 I.$$

« Il ioduro di trimetilpirrolidilammonio cristallizza dall'alcool assoluto in

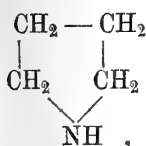
(¹) Berl. Ber. XIV, 659.
(²) Berl. Ber. XVI, 2057.

piccoli aghetti bianchi e si decompone anch'esso distillandolo con la potassa solida in modo analogo all' idrato di trimetilpiperidilammonio. L'azoto ne viene eliminato in forma di trimetilamina ed assieme a questa si produce un idrocarburo che può avere la formola « $C_4 H_6$ ».

$$C_4 H_7 N (CH_3)_3 I + KOH = C_4 H_6 + N (CH_3)_3 + OH_2 + KI$$

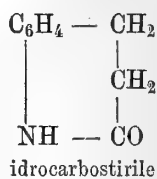
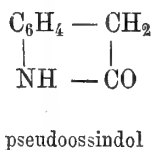
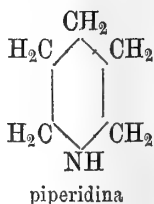
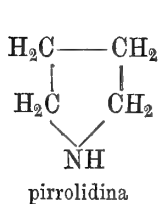
« Questo idrocarburo che dovrebbe essere un *butino*, cioè l'omologo inferiore del piperilene ($C_5 H_8$) ottenuto da Hofmann, deve essere gassoso a temperatura ordinaria, per cui non abbiamo potuto ottenere finora che piccole quantità di un bromuro di questa sostanza, del quale speriamo poter dare a suo tempo una descrizione più completa.

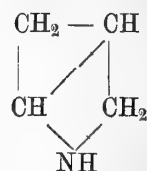
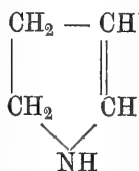
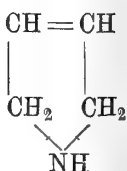
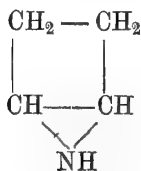
« Qualunque sia la costituzione che si voglia attribuire al pirrolo, ne risulta per la pirrolidina l'unica formola

$$\begin{array}{ccc} CH_2 & - & CH_2 \\ | & & | \\ CH_2 & & CH_2 \\ & \diagdown \diagup & \\ & NH & \end{array} ,$$

tenendo conto che il pirrolo non può essere rappresentato in altro modo che in forma di una catena chiusa di quattro atomi di carbonio ed uno di azoto, e che la pirrolidina è un' amina secondaria.

« Questa base è analoga alla piperidina come risulta dalle sue proprietà fisiche e da tutte le reazioni suaccennate, anzi in questo caso si ha da fare con una omologia, diversa da quella che si suole ordinariamente esprimere con questo termine, e che si potrebbe chiamare *omologia nel nucleo.* Questa omologia trova riscontro p. es. nelle relazioni che passano fra il pseudoossindol e l'idrocarbostirile:

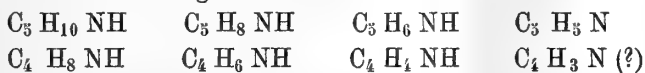
$$\begin{array}{ccc} H_2C & - & CH_2 \\ | & & | \\ H_2C & & CH_2 \\ & \diagdown \diagup & \\ & NH & \end{array}
\qquad
\begin{array}{ccc} & CH_2 & \\ H_2C & \diagup \diagdown & CH_2 \\ | & & | \\ H_2C & \diagdown \diagup & CH_2 \\ & NH & \end{array}
\qquad
\begin{array}{ccc} C_6H_4 & - & CH_2 \\ | & & | \\ NH & - & CO \end{array}
\qquad
\begin{array}{ccc} C_6H_4 & - & CH_2 \\ | & & | \\ | & & CH_2 \\ | & & | \\ NH & - & CO \end{array}$$

pirrolidina — piperidina — pseudoossindol — idrocarbostirile

« La pirrolina invece può avere diverse costituzioni che sono rappresentate dalle seguenti formole:

$$\begin{array}{ccc} CH_2 & - & CH_2 \\ | & & | \\ CH & - & CH \\ & \diagdown \diagup & \\ & NH & \end{array}
\qquad
\begin{array}{ccc} CH & = & CH \\ | & & | \\ CH_2 & & CH_2 \\ & \diagdown \diagup & \\ & NH & \end{array}
\qquad
\begin{array}{ccc} CH_2 & - & CH \\ | & & \| \\ CH_2 & & CH \\ & \diagdown \diagup & \\ & NH & \end{array}
\qquad
\begin{array}{ccc} CH_2 & - & CH \\ | & \diagup & | \\ CH & & CH_2 \\ & \diagdown \diagup & \\ & NH & \end{array}$$

« Noi crediamo che a maggior conforto delle idee finora esposte giovi riunire in uno specchietto i derivati della pirrolidina e quelli della piperidina.

	Punto d'ebollizione
Pirrolidina ($C_4 H_8 NH$)	82°-83°
Metilpirrolidina ($C_4 H_8 NCH_3$)	81°-83°
Dimetilpirrolidina ($C_4 H_7 N (CH_3)_2$) . . .	89°-92°
Piperidina ($C_5 H_{10} NH$)	106°
Metilpiperidina ($C_5 H_{10} NCH_3$)	107°
Dimetilpiperidina ($C_5 H_9 N(CH_3)_2$)	118°

« Se si comparano la piperidina e la pirrolidina coi due composti da cui esse hanno origine si nota che fra il composto originario ed il derivàto può esistere una serie di sostanze intermedie che differiscono l'una dall'altra per due atomi di idrogeno.

$C_5 H_{10} NH$ $C_5 H_8 NH$ $C_5 H_6 NH$ $C_5 H_5 N$
$C_4 H_8 NH$ $C_4 H_6 NH$ $C_4 H_4 NH$ $C_4 H_3 N$ (?)

« Al di là del composto più idrogenato si arriva per la piperidina ad una amilamina e per la pirrolidina ad una butilamina. Ed è probabile che l'azione dell'acido jodidrico su queste due sostanze possa produrre le due amine primarie. L'ulteriore azione dell'acido jodidrico a temperature sopra i 300° trasforma la piridina in ammoniaca e quintano normale (1) ($C_5 H_{12}$) e noi crediamo che anche nel nostro caso si formi un butano normale che essendo gassoso a temperatura ordinaria è difficilmente afferrabile. Noi abbiamo però notato la formazione di ammoniaca.

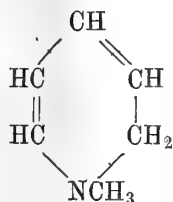
« Le relazioni fra i due primi termini delle due serie sono state già discusse più sopra. L'omologo nel nucleo della pirrolina ($C_4 H_6 NH$), sarebbe una tetraidropiridina, che finora non si conosce, ma che troverebbe riscontro nelle coniceine (β e γ) secondarie descritte recentemente da Hofmann (2).

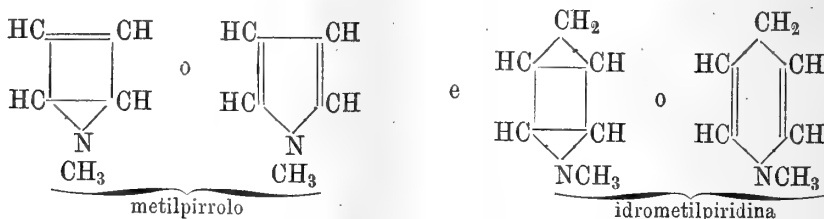
« Il pirrolo come amina secondaria non corrisponde alla piridina, ma bensì ad un composto della formola $C_5 H_6 NH$. Una sostanza di questa composizione non esiste, ma si conosce bensì un metilderivato della medesima ($C_5 H_6 NCH_3$), una *idrometilpiridina*, che Hofmann (3) ottenne distillando con potassa solida il joduro di metilpiridilammonio. Ora è veramente sorprendente che questo corpo, che è l'omologo nel nucleo del metilpirrolo, abbia proprietà affatto differenti da quelle della piperidina e della piridina, come affatto diverse da quelle della pirrolidina sono le proprietà del pirrolo.

(1) Vedi Hofmann Berl. Ber. XVI; 590.
(2) Berl. Ber. XVIII, 5 e 109.
(3) Berl. Ber. XIV, 1497.

« L'idrometilpiridina di Hofmann ricorda per le sue proprietà fisiche e chimiche il metilpirrolo. Essa bolle a 129° per cui il suo punto di ebollizione è molto superiore a quello della piperidina (107°), come si osserva lo stesso nel caso del metilpirrolo (114°-115°) e della pirrolidina (82°-83°). Ha un odore pungente affatto diverso da quello della piperidina, come il metilpirrolo non somiglia affatto nel suo odore alla pirrolidina. Tanto il metilpirrolo come la idrometilpiridina sono insolubili nell'acqua e non hanno più una reazione alcalina spiccata. Con acido cloridrico l'idrometilpiridina si trasforma in una massa gelatinosa bruna, che si scioglie in molta acqua, ed anche il metilpirrolo si scioglie nell'acido cloridrico (formando poi una gelatina giallobruna) e resta sciolto anche coll' aggiunta di acqua. Però in entrambi i casi, rendendo alcalina la soluzione non si riottiene già la base, ma si ottiene una sostanza amorfa. Riscaldandoli con acido cloridrico a 180° si ottiene con tutti e due i corpi oltre a sostanze resinose, metilamina. La soluzione di entrambe le sostanze nell' acido cloridrico dà con cloruro di platino un precipitato amorfo giallo sporco.

« La formola proposta da Hofmann per l'idrometilpiridina è

```
      CH
    /    \\
  HC      CH
  ||      |
  HC      CH2
    \    /
     NCH3
```

dalla quale però non risulterebbe la sua analogia col pirrolo, se si vogliono ammettere per questo le formole ordinarie ([1]). La analogia con la idrometilpiridina si rende manifesta, se si dà a quest'ultima una delle due seguenti formole:

```
HC═══CH       HC───CH              CH2              CH2
|    |        ||    ||           /    \           /    \
HC───CH   o   HC    CH    e   HC ──── CH   o   HC      CH
 \  /          \  /           |       |        ||      ||
  N             N             HC ──── CH       HC      CH
 CH3           CH3              \    /           \    /
                                 NCH3             NCH3
   metilpirrolo                     idrometilpiridina
```

le quali nell'istesso tempo stanno in buona armonia con la nuova formula (prismatica) della piridina proposta per la prima volta da uno di noi ([2])

([1]) Abbenchè io abbia ultimamente fatto notare come il pirrolo potesse avere una formola asimmetrica, pure credo fino a che le esperienze non avranno indubbiamente dimostrato il contrario, per ora più probabile una delle due formole soprascritte. Ciamician.

([2]) Vedi: Ciamician e Dennstedt, *Sull'azione del cloroformio sul composto potassico del pirrolo.* Gazz. Chim. XI, 312.

nel 1881, e che le ricerche di questi ultimi tempi vanno rendendo sempre più probabile [1].

« Il composto che corrisponderebbe alla piridina dovrebbe essere una base terziaria della formola « $C_4 H_3 N$ ». Probabilmente un corpo di questa composizione non potrà essere ottenuto, ed allora la serie terminerebbe col pirrolo.

« Le vedute da noi finora esposte contribuiscono a schiarire maggiormente le relazioni che esistono fra la piridina ed il pirrolo; e come è possibile di trasformare il pirrolo in piridina, sarà possibile di passare dalla pirrolina all'idropiridina suaccennata. Infatti noi facciamo notare che il joduro del dimetilpirrolilammonio si decompone in modo identico [2] al joduro di metilpiridilammonio ed è possibile che in questa decomposizione si formi la idrometilpiridina.

« La grande analogia della pirrolidina colla piperidina fa nascere l'idea che qualche alcaloide naturale possa contenere questo gruppo invece del gruppo piridico. Sarebbe inoltre interessante di vedere se la propilpirrolidina avesse proprietà simili alla conïna ».

Geologia. — *Specialità rimarchevoli nella zona granitico-schistosa della Sardegna.* Nota del prof. D. Lovisato, presentata dal Socio G. Capellini.

1. « Nella zona schistoso-granitica che si stende dalla sella di Correboi a Fonni, dopo aver visti i porfidi costantemente diretti da N. a S. attraversare gli schisti e formare delle superbe apofisi, noi troviamo improvvisamente lo schisto invaso da vene più o meno grosse e ramificate di quarzo, formante belle cristallizzazioni, per lo più radiate e con tendenza ad una superficie paraboloide alla parte esterna, con acute piramidi esagonali, che sormontano i corti prismi.

« Scendendo verso Fonni compaiono i graniti, che hanno sollevato gli schisti, nè mancano i filoni di porfido e di diabase, che da N. a S. sempre li attraversano.

« In un granito porfirico bigio, ad un'ora e mezzo da Fonni, compare un banco di quarzo della potenza di 40 cent. diretto da E. ad O., con angolo di circa 45° verso N. In questo banco troviamo una specialità, che l'illustre prof. G. vom Rath dichiarò nettamente di non aver visto mai in alcun altro posto. Coll'asse perpendicolare alla salbanda veggonsi dentro

[1] Vedi: Lieben e Haitinger, Monatshefte f. Chemie IV, 340 e VI, 326. Riedel Berl. Ber. XVI, 1612. Bernthsen e Bender Berl. Ber. XVI, 1808.

[2] Vedi: Ciamician e Dennstedt, l. c.

questo banco degli individui isolabili di quarzo in forma di tronchi di cono col vertice in forma di calotta sferica o di superficie paraboloide, della lunghezza dai 6 ai 10 cent. e del diametro alla base fino di 5 cent.: formati intieramente da un quarzo a struttura raggiata, alle volte anche fibroso, colle fibre che in maniera regolarissima si dipartono costantemente dall'asse centrale e vanno alla periferia, ove finiscono in modo scabro con qualche accenno a facce rudimentali delle teste dei cristalli, che sono coperti da una sostanza untuosa saponacea bianco-verdognola, una specie di *smectite*: il più delle volte sono involti, come da vera guaina, in una seconda zona periferica dello spessore da un centimetro fino ad un centimetro e mezzo, che nella frattura fresca facilmente è isolabile dal nucleo e come esso è coperta esteriormente, almeno per quella parte che sta dentro al quarzo matrice, da un sottile straterello di *smectite*. Molto raramente avviene che una seconda guaina involga la prima, ma difficilmente in questo caso sono isolabili i nuclei, che in modo molto facile si rompono nella parte centrale, la quale allora mostra stupendamente la zona delle fibre, che partendo dall'asse centrale radialmente se ne vanno alla periferia, ma non si continuano come potrebbe sembrare nella guaina o nelle guaine di rivestimento, che risultano formate da fibre quarzose ordinate a fascetti, vedendosi appunto in questi involucri in numero immenso i centri di irradiazione.

« Questi curiosissimi nuclei di quarzo sono tanto più perfetti, quanto meglio sono isolati, mentre divengono tanto più corti e tanto meno belli, dove si uniscono fra loro; sono per lo più senza la guaina involgente ed il loro asse perde alquanto la perpendicolarità alla salbanda.

2. « Altra specialità che pure l'illustre prof. G. vom Rath dichiarò di non aver veduto ancora in alcun altro luogo, son certe inclusioni di granito dentro il granito, sempre sulla strada da Correboi a Fonni a 20 minuti da questa ospitale borgata. A questo punto si arriva dalla località dei quarzi dopo aver lasciato la zona schistosa, tormentata dai graniti e dai porfidi, e che prima d'arrivare alla cantoniera di Sa Rena involge una bellissima lente di granati in splendidi rombododecaedri.

« Dalla cantoniera a Fonni siamo in piena zona granitica, dapprima con un granito a grossi cristalli di feldispato, che ricorda il serizzo ghiandone di Lombardia, passante al granito porfirico e con pochi filoni di porfido e di diabase, e poi al granito normale.

« In questo sulla sinistra della strada e come dissi a 20 minuti da Fonni presentasi in una piccola lente della larghezza di 4 metri e non più lunga di 8, che attraversa la strada e sopra di essa alla sinistra si solleva di poco più di un metro nella stessa massa granitica, in grande quantità degli inclusi in forma di sferoidi schiacciati, di ellissoidi compressi, di masse tondeggianti, sempre ben definite ed isolabili dalla massa, coll'asse maggiore che varia dai 5 ai 30 centimetri.

« Questi sferoidi sono composti da straterelli con deciso carattere sferoidico e formanti delle vere bucce che variano in numero andando da una a 5 e più, facilmente separabili e costituite per la maggior parte da biotite in piccole lamelle, così fittamente disposte in straterelli le une accanto alle altre, che le bucce in frammenti, staccandosi dal nucleo, offrono l'aspetto di un vero schisto.

« La massa interna al confine colle zone accennate presentasi raramente in forma di vero granito, ma per lo più offresi bianca o bianco rosea, costituita dal feldispato plagioclasio bianco, caratteristico per le sue strie di geminazione, che presenta e che predomina sopra l'ortosio. Procedendo verso il centro nel maggior numero di nuclei passiamo dalla disposizione a zone a quella ancora a zone, ma rotta dalla biotite, disseminata in piccole lamelle, e finalmente alla disposizione granulare di un vero granito col quarzo a grani colla medesima mica biotite, alla quale non è infrequente il caso si aggiunga, però non in grande quantità, la muscovite.

« In alcuni di questi nuclei la massa interna è quasi completamente feldispatica non vedendosi che pochissimi granuli di quarzo e rari e piccoli nidi di mica; in altri invece, sebbene inclusi nettamente isolabili, ma nei quali verso la periferia il carattere sferoidico non è tanto bene marcato, abbiamo che la massa interna presentasi nettamente granulare, come un granito normale, sempre coi due feldispati, predominandovi forse in questi casi l'ortosio.

« In questi ultimi particolarmente si osservano alcuni punti verdi che a bella prima si potrebbero credere clorite, sostanza nella quale s'è in parte convertita la mica interna, ma sono piuttosto di epidoto, che in un campione ho potuto osservare alla parte esterna di un nucleo in bella massa fibrosa e con cristalli perfettamente determinabili.

« In vicinanza alla lente, racchiudente questa rara specialità sarda, vediamo il feldispato presentarsi in lunghi cristalli, che talvolta rinveniamo anche dentro di qualcuno degli inclusi nel senso di quello dello sferoide.

« Il vom Rath crede che parecchi di questi sferoidi potrebbero risultare essenzialmente costituiti da un grosso plagioclasio polisintetico, la di cui brachipinacoide è disposta parallelamente al piano d'appiattimento dello sferoide stesso.

« Sebbene queste sferoidi del granito di Fonni con nessun'altra roccia possansi confrontare all'infuori che colla diorite orbicolare di Corsica, pure da essa siamo molto lontani, essendo gli inclusi punto dioritici, ma nettamente granitici, mancando assolutamente l'amfibolo.

3. « Nel granito normale grigio di Capo Carbonara a sud di Porto Giunco noi troviamo filoni di porfido dioritico della potenza dai 4 ai 5 metri e banchi di diabase compattissima e di diorite tenacissima quasi verticali e diretti da N. a S. nettamente. I piani sono pieni di noccioli di

epidoto, alle volte della grandezza di un uovo di gallina. Essi sono disseminati tanto nella massa compatta dal colore giallognolo oscuro, quanto nelle masse sferoidali più consistenti e tendenti al bigio involte nella massa generale e comprendenti in quantità la pirrotina.

« I bei noduli di epidoto sono compatti alla periferia e mano mano van divenendo verso l'interno radiato-fibrosi con cristalli allungati e perfetti dal colore del pistacchio, e sempre con una costante orientazione dentro i noduli, tanto da poter dire che essi costituiscono una vera specialità minerale, e non epigenizzano punto altri minerali compresi nella massa, non potendo pel loro numero e per la loro disposizione risultare dalla composizione del porfido dioritico durissimo, che li comprende e che è d'una tenacità sorprendente, e specialmente poi dal feldispato plagioclasio che ne forma il magma, e che pur si vede disseminato in numerosi e bei cristallini. Si noti ancora che questi noduli sono assolutamente e nettamente isolati, non vedendosi in alcuno di essi l'associazione dell'epidoto con altri minerali, come avviene negli altri noduli bellissimi della stessa sostanza nei graniti di Caprera, di Maddalena e di Lanusei, dove però gli inclusi non sono così bene definiti come a Capo Carbonara e dove l'epidoto trovasi associato molto frequentemente alla turingite, più raramente al granato ed alla pirite cubica, in nidi speciali, nei quali il quarzo ed il feldispato si presentano a grossi elementi all'intorno.

« I noduli si ripetono dall'altra parte alla *cava dei forni,* dove vedesi l'inclinazione del filone ad est, mentre in generale appare verticale. Del resto l'epidoto compare frequentissimo anche nei graniti, non solo in questa superba parte dell'isola, che è Capo Carbonara, ma dovunque in Sardegna, apparendo esso costantemente come elemento di confine, fra le rocce attraversanti e le rocce attraversate, presentandosi talvolta fra i graniti ed le diabasi o fra i graniti ed i porfidi che sono per lo più felsitici, o fra i graniti e le dioriti delle vene o dei veri filoncelli di *epidosite.*

« Nel granito in decomposizione, che s'incontra prima d'arrivare alla imponente massa granitico-diabasica, che sopporta la Torre di Fortezza Vecchia si vede l'epidoto in venuzze coi cristallini lucentissimi di una sorprendente bellezza coll'asse principale sempre normale alle salbande.

« Quando lo studio microscopico delle sezioni sottili m'avrà svelato altro d'importante anche su questa specialità sarda, m'affretterò a farne comunicazione alla r. Accademia dei Lincei. Non posso però lasciare questa superba massa, che senza dubbio per la geologia dell' isola desta il maggiore interesse, perchè sede di stupendi fenomeni che difficile sarebbe di vedere riuniti in così grande numero in tanto piccolo spazio, senza ricordare il potentissimo filone di diorite che forma la parte estrema e più elevata di Capo Carbonara, comprendente dei cristalli di amfibolo della lunghezza perfino di 15 centimetri.

« Il geologo, che visiterà quella zona ne avrà compenso ad usura e troverà anche conforto nella ospitalissima Villasimius ».

Geologia. — *È la Sardegna parte dell'asse centrale della catena tirrenica?* Nota del prof. D. Lovisato, presentata dal Socio G. Capellini.

« L'amore immenso che porto agli studî geologici da me coltivati mi spinge a dire una parola sopra un grandioso fatto, che rilevai nel cristallino della Sardegna in una serie di escursioni lunghe e specialmente nell'ultima fatta in compagnia dell'illustre prof. G. vom Rath.

« Il fatto grandioso che altamente colpisce chiunque visiti la zona granitico-schistosa sarda orientale e centrale è il ripetersi in colossali e stupende proporzioni dei filoni di porfidi, di diabasi, di dioriti ecc. che costantemente sono diretti da N. a S., deviando solo qualche volta da N. N. E. a S. S. O. o da N. N. O. a S. S. E., mai da E. a O.

« La constatazione di questo fatto deve senza dubbio portare novella luce per la orografia italiana e quindi alla risoluzione dell'ardito quanto geniale problema di una antica catena tirrenica sommersa presentato dal genio potente del nostro venerato Paolo Savi, ed in seguito risollevato ed esteso dall'illustre Suess di Vienna.

« Il Savi fu il primo che occupandosi con passione dell'orografia italiana ci apprese lo sprofondamento occidentale delle nostre montagne littorali, le quali in epòca non molto lontana eransi subissate nel mare, ed alcune isole, scogli e lembi pur attaccati al continente stavano fuori del mare, come avanzi di quella catena tirrenica scoscesa nelle onde.

« Molto più tardi la nuova e geniale idea fu risollevata dal Suess, pel quale il vero e proprio Apennino, mancante di ogni sorta di rocce, che potessero paragonarsi alle paleozoiche, sarebbe una zona laterale di ripiegature, mentre le rocce paleozoiche più o meno allineate, che ricompariscono nel superbo massiccio cristallino di Calabria con forme litologiche perfettamente identiche alle più antiche delle Alpi, nei Peloritani di Sicilia, nell' isola Zannone, nel promontorio di Circe a mare fra Napoli e Roma, nelle isole dell'Arcipelago toscano e specialmente all'Elba, nelle Alpi Apuane, in Corsica ed in Sardegna, rappresenterebbero le sparse rovine dei monti sconquassati di quella catena.

« Questa opinione ormai generalmente accettata ed oggi coltivata con tanta intelligenza d'amore dal mio egregio amico il dott. C. I. Forsyth Major nella sua *thyrrenis*, lascia molti dubbî pella soluzione del problema, se questo o quell'altro centro di rocce paleozoiche o secondarie sia a riguardarsi come una zona laterale o centrale, oppure se sia a considerarsi come rappresentante di una o più flessioni parallele all'asse centrale.

« Il grande fatto sopra enunciato, unitamente ad altri rilevati sull'isola e di non minore importanza, sembrami debba portare non poca luce fra i geologi sulla risoluzione del grande problema.

« Non è infatti possibile che un cultore degli studî geologici si trovi in presenza dei numerosissimi filoni di porfidi, di diabasi, di dioriti ecc. con quella costanza di direzione sopra enunciata, e non sia portato a supporre che quei filoni non segnino colla loro costante direzione da N. a S. la spina dorsale della zona centrale tirrena, oppure la dorsale di una zona laterale occidentale, rappresentando il triassico, il giurese ed il cretaceo sardo forse altrettanti piccoli lembi delle flessioni laterali di un principio di zona occidentale, contrapposta a quella che vediamo distesa dai colli di Cadibona al M. Polino, che ultimo gigante di essa torreggia a settentrione della valle del Crati in cui sta l'antica Sibari.

« In una parola s'affaccia la questione: sarebbe la Sardegna una zona metallifera occidentale o meglio rappresenterebbe essa una piccola porzione della zona centrale e quindi avremo in essa il vero asse orografico centrale di questa sprofondata catena metallifera?

« Io non sarei lungi dal credere che la Sardegna, specialmente col suo versante orientale, unitamente alla Corsica, formi proprio parte dell'asse centrale dell'antica *tirrenide*, cioè rappresenti il maggiore avanzo delle rovine oggi sporgenti da quel mare, che ha inghiottito quel grande continente dopo averne sconquassato le sue viscere, le sue membra.

« Tutto ciò in base a questi fatti:

I. « L'andamento dei filoni di porfido, di diabasi, di diorite, ecc. è costantemente da N. a S. sia che essi attraversino gli schisti o passino i graniti.

II. « Il permiano e il triassico si trovano allineati da N. a S. proprio nella parte più occidentale dell'isola, dove troviamo i monti franti, sprofondati, proprio secondo una linea che va da S. a N.

III. « Anche i bianchi calcari del giurese e della creta che torreggiano nella parte orientale dell'isola, e gli altri che unitamente al triassico formano il sistema mammellonato della Nurra, vanno grossolanamente col loro crinale da S. a N. Essi potrebbero rappresentare le teste degli strati di una o più flessioni parallele all'asse centrale del lenzuolo apenninico, oggi visibile da Cadibona al Polino e sommerso quindi nelle flessioni occidentali, come son là a mostrarlo le bianche infrante rocce calcari, che a picco scendono al mare a Capo Caccia e le permiane e triassiche dilacerate infrante, che come testimoni della demolizione restano a noi nella linea dal M. Caparone alle Gessiere e nell'altra più breve da Cala-Bona al Cantaro a sud di Alghero.

IV. « Il vulcanico sardo ha anch'esso in generale un allineamento da N. a S.; cioè in questa direzione abbiamo la maggiore delle linee di frattura sarda, rappresentata da un immenso campo di depressione interalpina riempito dal terziario, rotto dai vulcani recenti che s'affollano in certi punti ma generalmente vanno da N. a S. Questa sarebbe anche la linea dei

terremoti, che in tempi relativamente non tanto lontani hanno tormentato l'isola così, che forse nessun paese d'Italia ebbe tanto sconquassate le viscere per quella causa. Sui margini di questo vulcanico non mancano le terme.

V. « Il terziario medio, che forma il superbo sistema collinesco di Cagliari va quasi interrottamente fino a Porto Torres, seguendo una linea che grossolanamente si porta da S. a N.

« Dunque l'asse orografico della Sardegna andrebbe nettamente da S. a N. Per trovare la continuazione dell'asse curvato ad arco delle Alpi settentrionali, noi dovremo cercarla per una parte a S. O. della Sardegna e per l'altra al suo sud, che andrebbe poi a congiungersi ai Peloritani di Sicilia ed alle Alpi Calabresi, le quali poi s'affondano nell'Jonio, e non compariscono più nell' Adriatico, in questo lago, dove noi dovremo trovarle con un'Adriatide, che dovrebbe risorgere sotto i marmi dell'Istria, se quella terra pe' tempi che corrono non s'adimesse, ma fosse invece sull'opposto periodo di sollevamento.

« Dalla *Tirennide* si passa all'*Adriatide*, da questa all'*Atlantide* e le idee sempre più s'affollano, ma la vita è breve »!

Storia. — *I diritti di casa di Savoja sopra il Marchesato di Saluzzo.* Nota II. del dott. Camillo Manfroni, presentata dai Socî Carutti e Tommasini.

I. « Nell'anno 1215, sorta fra Tommaso di Savoia e Manfredo una guerra perchè l'uno era fautore di Filippo di Svevia, l'altro d'Ottone, il nostro marchese morì, e Alasia restò tutrice di Manfredo V del nome, III di Saluzzo, e figlio di Bonifacio, premorto al padre. I Milanesi al servizio di Tommaso distrussero molte terre del marchesato e costrinsero Adelaide a venire a patti ed a cedere al conte tutti i suoi diritti su Barge, ricevendo in cambio Fontanili e Roncaglia: il conte poi « de omni alio feudo quod ipse vel ante- « cessores sui antiquitus vel noviter ab eo tenerent (eum) investivit ». Contemporaneamente sciolse Adelaide da ogni obbligo contratto nel 1213 dal suo defunto marito Manfredo verso la Casa di Savoia. Su questo atto si fondarono quei Conti nella causa del 1390, e la sentenza ci riferisce le conclusioni dei loro procuratori « ex quibus apparebat evidenter quod ipsa « (Adelaide) tenebat et reputabat dictum comitem suum dominum superio- « rem de dicto marchionatu » — Rispondevano d'altra parte i procuratori del Delfinato che anzi il conte di Savoia avea rinunziato, ceduto, rimesso ad Adelaide ogni diritto che potesse avere sul marchesato « et in ipso « instrumento nulla mentio fiebat de feudo Marchionatus antedicti ».

« E i conti alla lor volta ripetevano che Adelaide avea promesso « quod « cum dictis habitantibus seu opidanis aliquas petitiones non facerent, quia

« semper dominum Comitem exciperet, per quod apparebat quod idem Comes « eorum dominus superior existebat » e che, avendo questi rimesso ad Adelaide tutto ciò che avea diritto di pretender da lei, pur tuttavia non l'aveva dispensata dall'omaggio pel feudo, che da lui teneva e che non poteva comprendersi nei termini generali.

« Gli uni dunque affermavano che, se anche il conte avesse avuto fin dal 1169 l'alta sovranità del marchesato, l'avrebbe perduta in quest'anno: gli altri negavano l'asserto e sostenevano che Tommaso coll'atto del 1216 non avea perduto quei diritti che i suoi maggiori già fin dal 1169 possedevano. Ma, dimostrata falsa la carta del 1169, e provato che non esisteva ancora alcuna sovranità di Savoia su tutto il marchesato, la questione, tal quale i giureconsulti l'avean posta, non ci può interessare. A noi basta ricordare che con quest'atto del 1216, il conte di Savoia ebbe una conferma dei suoi diritti su Barge, Scarnafigi, e gli altri luoghi nominati più sopra.

II. « Nessun' altra notizia abbiamo delle relazioni fra Savoia e Saluzzo prima dell' anno 1223. In quest' anno Tommaso mosse guerra al marchese perchè questi avea fatta lega coi Torinesi, suoi nemici: ma poi si venne ad un accomodamento. Il conte promise di dare sua nipote, figlia di Amedeo, in moglie a Manfredo con dote di mille marche d'argento e d'altra parte Manfredo promise di « dare la fidelità al conte de quelo che « teneva et recognosceva da esso conte e *non d'altro* . . . . . . et cossy « fatto questo accordio . . . . el conte investy el marchexe de tuto « quello che soi predecessori teniano altre volte ne *bagni* (leggi Barge), « ne' fontanili, ne la ronchagla e in ogny altro loco dove tenesse feudo de « luy, cio he Buscha, Bernezo ».

« È così ad evidenza posto in sodo che di sovranità su tutto il marchesato non s' era ancora fatto parola: vedremo in seguito che per molti anni ancora non se ne parlò.

« Ma il matrimonio stabilito in quest'anno non fu celebrato se non dopo la morte del conte Tommaso che rimase sempre in buona amicizia col marchese Manfredo V. Anche con Amedeo IV, successore di Tommaso, stette in pace per un certo tempo il nostro marchese e ne ricevette grandi benefici. Fin dal 1236 sposò, secondo le promesse, Beatrice, figlia di esso Amedeo. Il Muletti dice che la sposa portò in dote l'alta sovranità di Busca, Bernezzo, Barge, Scarnafigi, Fontanili e Roncaglia; sicchè sembrerebbe che in questo modo il conte Amedeo IV avesse rinunciato ad ogni diritto di sovranità su quelle terre. Io non so donde il Muletti abbia tolta questa notizia: perchè ben altrimenti scrissero Monsignor Della Chiesa, ch' egli cita, e il cronista Gioffredo.

« Dice infatti quest' ultimo: « *investì* el marchese Manfredo di Salucio « suo genero . . . . . . et sel si può trouare che esso marchexe Manfredo « et soy antecessory abbiano tenuto altro de essi conti in feudo promette el

« marchese de recognoscere da lui. » E Monsignor Della Chiesa: « Tandem « Bernetio, Bargiis, Fontanili et Roncalia *dotis et feudi nomine* susceptis etc. »

« Io inclino pertanto a credere che il Muletti abbia frainteso il documento, ch'egli non pubblica e che io in nessun luogo ho potuto trovare: in questa opinione mi conforta un passo della consultazione di Ottavio Cacherano che scrive: « Anno 1235 alium Manfredum Marchionem Salutiarum « generaliter recognovisse se tenere in feudum ab Amedeo *tertio* (?) Comite « Sabaudiae totum illud quod Marchio ipse a praedicto Comite habebat et « tenebat ubicumque sit et haberet et specialiter castra et territoria « Bargiarum Fontanilii, Roncaliae, Buschae, Scarnafisii et Bernetii, clausula « adiecta quod si comperi poterit quod aliquid aliud ipse vel eius antecessores « tenuerint in feudo ab ipso Comite, quod totum id eidem vel eius haeredibus « consignaret . . . . . et ita in genere et specie ut supra *fuit investitus* « a praedicto Comite . . . . . . »

« Queste parole, che senza dubbio devono essere letteralmente copiate dal documento originale, corrispondono esattamente a quello che ci ha tramandato il nostro cronista; è dunque logico il concludere che il Muletti ha errato.

III. « Manfredo V lasciò erede Tommaso, suo figlio, che ebbe per tutore Tommaso II di Savoia. Appena uscito di minorità, prestò aiuto al conte Bonifazio di Savoia contro la città di Torino, che gli si era rivoltata; anzi un cronista afferma che il marchese di Saluzzo seguì anch'egli la sorte del suo alleato e morì, come questi, in prigione; ma la morte del conte Bonifazio nelle carceri di Torino è una favola.

« Durante la guerra che il nostro marchese ebbe a sostenere contro Carlo d'Angiò che pretendeva aver diritti sulla valle di Stura, Tommaso III di Savoia non si fece vivo; ma morto lui (1282) Amedeo V che gli successe, non tardò a chiedere l'omaggio per le solite terre al marchese nostro: questi era assente: rispose per lui il suo primogenito Manfredo: « Sibi nullatenus apparere quod dicta castra sive loca in feudum a dicto « Comite teneri deberent; et de hoc suum debitum faceret, si de hoc constaret eidem » e poi, dopo aver consultato il padre, rispose: « quod sibi « non apparebat, nec etiam patri suo, quod unquam homagium factum fuis- « set eidem Comiti per dictum Marchionem aut eius praedecessores de « dictis castris aut aliis quibuscumque ». Tali sono le parole della sentenza del 1390 e con questo documento il procuratore del Delfinato intendeva mostrare come in quest'anno il conte di Savoia non chiedesse omaggio se non per quelle sei terre, tante volte ricordate.

« Di questa risposta del marchese, com'è facile comprendere, non si contentò Amedeo V; raccolte le sue soldatesche, coll'aiuto degli Astigiani entrò nel territorio di Saluzzo e conciò in tal modo quei paesi che Tommaso dovette cedere e mandò i suoi procuratori a prestar omaggio e

ricever investitura per Barge, Bernezzo, Scarnafigi e gli altri feudi: omaggio ch'egli era in dovere di prestare, come già nel 1235 l'aveva prestato suo padre Manfredo. Dice la citata sentenza del 1390 che in questo medesimo anno (1291) il nostro Tommaso, avuta cognizione dell'omaggio fatto al Delfino nel 1210 dalla sua bisnonna Adelaide, lo ratificò e per mezzo di un tale Ancelino, procuratore del Delfinato, ricevette formale investitura. Ma i conti di Savoia non prestaron fede a tal documento, perchè non originale; e Ottavio Cacherano su tale argomento scrisse: « Respondetur « non constare de dicta recognitione et fidelitate nisi per relationem factam « in dicto exemplo sententiae prolatae anno 1390, cui non creditur: et « dato quod constaret, dicitur facta ex erronea et infecta causa propter of- « fertam recognitionem Adelaydae nullam et invalidam, ut supra proba- « vimus ».

« Il Muletti, diligentissimo raccoglitore di tutte quelle notizie che pur lontanamente si riferiscono ai nostri marchesi, non fece alcun cenno di questa investitura: segno manifesto che non esisteva più ai suoi tempi alcun documento in proposito. E nemmeno l'anonimo scrittore della Storia del Delfinato ne parla: Gioffredo sotto la rubrica dell'anno 1292 (e non 1291) dice: « Poi quelo ano medemo el marchexe Thomas padre dy Man- « fredo a 29 de iugno mandò questo nel delfinato, el quale dalphino el « mandò poi al re Carlo de Sicilia in provenza et si diceva ly volia dare « una soa figlola per moglie ». Ma in queste righe non si parla affatto di omaggi prestati o ricevuti: e solo possiamo argomentarne che in quel tempo i marchesi di Saluzzo erano in buone relazioni coi Delfini di Vienna. Di più, nel 1303 quando si trattò del matrimonio di Federigo di Saluzzo con Margherita, figlia del Delfino Umberto, nessun cenno si fece della superiorità dei Delfini sul marchesato: sicchè anche questa affermazione della Corte di Francia presenta moltissimi caratteri di falsità.

IV. « Morto il marchese Tommaso nel 1297, gli successe il figlio Manfredo, VI di questo nome. Questi volle gareggiare colla casa di Savoia per la successione di Giovanni di Monferrato; ma alla fine (1305), vedendo che Amedeo V era forte e potente e certo non avrebbe tollerato che egli riunisse sotto di sè le due signorie, venne con lui ad accordi. I consultori di Savoia nel 1500 parlano di un documento di omaggio prestato dal marchese Manfredo al conte Amedeo pel marchesato di Saluzzo e per quel di Monferrato che ancor non possedeva, ricevendone da lui regolare investitura per l'uno e per l'altro ([1]). Il Guichenon di questo omaggio non fa cenno,

([1]) Il Muletti afferma che questo documento è pubblicato nel « Summarium jurium « Serenissimi Sabaudiae ducis super marchia Salutiarum »: ma io non ho potuto trovare questo libro e perciò devo contentarmi di riferire quel che in proposito scrive il Muletti stesso.

nè io credo che il documento sia stato presentato alla corte di Francia nel 1390: la sentenza infatti non ne parla e non lo combatte. Solo Ottavio Cacherano a pag. 62 della sua consultazione dice: « Tertio praemissis ad-« ditur quod de a. d. 1305 Manfredus dicti Thomae filius Marchio tunc Salu-« tiarum constituit procuratorem specialem Iohannem Franciscum de Sua-« vis ad contrahendum transigendum donandum et remittendum omnia eius « bona *allodialia* et *feudalia* quae *habebat in toto Marchionatu Salutiarum,* « *marchionatuque Montisferrati* et tota Italia Amedeo quarto (leggi quinto) « ab eoque investituram accipiendum et iuramentum fidelitatis eidem prae-« standum. . . . praedicto Amedeo Comiti donationem fecerunt (procuratores) « de castris, oppidis et territoriis Salutiarum, Revelli, Carmagnoliae, Raconisii, « Polongheriae, Fossani, Cervigliaschi. . . . . . ut constat instrumento recepto « per quondam Petrum Velli notarium a Chiamberiaco dicto anno 1305 « die XXVI Augusti ».

« Ma contro questo documento militano fortissime ragioni. E in primo luogo perchè non fu presentato alla corte di Francia durante la lite del 1390? E perchè la prima notizia che noi ne abbiamo, è posteriore a quest'epoca di più d'un secolo? E perchè Amedeo V, che in virtù di quest'omaggio avrebbe acquistata l'alta sovranità sul Monferrato, non aiutò Manfredo, *suo vassallo*, nell'impresa? E quando, come vedremo fra breve, il principe di Acaia mosse guerra al marchese per alcune città che in questo documento sono ricordate, perchè Amedeo V non fece valere i suoi diritti di sovranità? Perchè invece egli entrò come paciere fra i due contendenti e nell'atto (1310) di arbitrato disse: « salve le ragioni di Carlo re di Napoli »? Queste osservazioni mi sembrano abbastanza gravi, ma non bastano a dimostrare la falsità del documento, che non si trova più nominato in alcun luogo, se non in un frammentario « Discorso sulla sentenza del 1390 » da me trovato nell'archivio di Torino, nel quale si legge « Poi dovevasi ancor considerare se pur « cum esso (Amedeo VII) si dovea rinovar il processo. . . . . et se voleva « produre alcune ragioni e titoli, come veramente ve n'erano da produr « non prodotti, specialmente lo istrumento di fidelità et homagio di Man-« fredo marchese al conte Amedeo de l'anno 1305 ».

« Come mai Amedeo VII dimenticò di presentare un titolo così importante, l'unico forse che meritasse fede e che gli avrebbe probabilmente data vinta la causa? Se mancano le prove della falsità di questo documento, mi si permetta di dichiarare almeno che non v'è proprio alcuna ragione per ritenerlo vero.

« Nell'anno 1319 troviamo un trattato di alleanza tra Federico, figlio del marchese Manfredo, e Filippo d'Acaia. Federico, ribellatosi al padre che voleva ingiustamente diseredarlo, cercò l'aiuto della casa di Savoia che da queste domestiche dissenzioni guadagnò l'omaggio di tre ricche città, poichè in compenso dei suoi servigi il principe d'Acaia volle da Federigo

omaggio per Carmagnola, Revello e Racconigi; il padre a sua volta prestò omaggio per le solite quattre terre a Odoardo conte di Savoia; un altro ad Aimone, successore di Odoardo, ne prestò Federigo nel 1330, in qualità di marchese; un terzo infine al principe d'Acaia nel 1331.

V. « Il figlio di Federigo, Tommaso, privo dello stato, in continue lotte collo zio e col nonno, imprigionato da Giacomo d'Acaia che parteggiava per l'illegittimo marchese, si volse al Delfino, cognato del padre suo e ad ottenerne aiuto per ricuperare lo stato che gli spettava di diritto, gli fe' omaggio pieno ed assoluto di tutto il marchesato e ne ricevette investitura formale (1343). Il documento è fuor di ogni dubbio autentico ed è stato pubblicato nel Codice diplomatico di Lunig: in esso non si fa alcuna menzione di omaggi precedentemente prestati ai Delfini, indizio evidente che non esistevano: si escludono solo le sette terre ch'erano precedentemente passate sotto l'alta sovranità della Casa di Savoia. In compenso di questa spontanea sottomissione, il Delfino promise a Tommaso sedicimila fiorini d'oro, somma che non fu mai pagata.

« Ciò porse appiglio ai consultori di Savoia per impugnare la validità di quest'atto; perchè, essi dicono, se non sono state mantenute le condizioni del contratto, questo è naturalmente nullo e privo di qualsiasi effetto legale. Di più, aggiungevano sempre i procuratori di Savoia, « dicta « donatio castra de Salutiis et de Draghonerio comprehendere non poterat, « cum tempore dictae donationis ipsa castra dictus Marchio non teneret, « nec possideret, et sic eadem in dictum Delphinum transferre non poterat ». Ma rispondevano i procuratori del Delfinato che « dictus Marchio erat tunc « temporis ipsarum villarum et castrorum verus dominus, licet ab aliis « tunc occuparentur de facto temerario et iniusto et sic de eisdem homagium « facere poterat ».

« Queste ed altre questioni di simil genere furono a lungo dibattute fra i giureconsulti; ma per noi non hanno molto valore. A noi basta notare questo importantissimo fatto, che per la *prima volta* si è prestato da un marchese di Saluzzo un pieno ed irrevocabile omaggio per l'intero marchesato. A Tommaso spettava per diritto la corona, i suoi zii coll'aiuto della Casa di Savoia glie la avevan tolta, ei non poteva sperar soccorsi da chi era stato causa di tanti mali, e non voleva rinunciare a ciò che era suo: e perciò si rivolse ad un vicino forte e potente, a lui congiunto per sangue, nemico dei suoi nemici, e lo riconobbe per signore feudale.

« Poco dopo spentasi la casa dei Delfini, l'alta sovranità di Saluzzo, come parte dell'eredità di quella famiglia, passò alla corona di Francia; ma non un solo omaggio prestarono i marchesi nostri; vedremo anzi che anche la Casa di Savoia molti ne ebbe e, come questo, pieni ed interi ».

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

F. Cerroti. *Saggio di una teoria razionale sulla spinta dei terrapieni; e particolarmente sulla stabilità dei muri di sostegno contro la rotazione.* Presentazione del Socio P. Barilari.

A. Porchesi. *Una rappresentazione del complesso lineare sullo spazio ordinario.* Presentazione del Socio U. Dini.

L. Chiappelli. *Glosse d'Irnerio e della sua scuola tratte dal manoscritto capitolare pistoiese dell'Authenticum.* Presentazione del Socio F. Schupfer.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Cannizzaro, relatore, a nome anche del Socio Cossa, legge una Relazione sulla Memoria dei dott. G. Ciamician e P. Silber, intitolata: *Sull'azione dell'acido nitrico sul pirrilmetilchetone*, concludendo per l'inserzione di essa negli Atti accademici.

Le conclusioni della Commissione, messe ai voti dal Presidente, sono approvate dall'Accademia, salvo le consuete riserve.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Brioschi annuncia con rammarico all'Accademia la perdita che essa ha fatto nella persona del suo Presidente onorario conte Terenzio Mamiani, mancato ai vivi il 21 maggio 1885. Lo stesso Presidente comunica inoltre che in una delle sedute del nuovo anno accademico sarà letta dal Socio Ferri una *Comemorazione* dell'illustre estinto.

Il Segretario Carutti dà parte all'Accademia dei telegrammi e lettere di condoglianza inviate in occasione della morte del conte Terenzio Mamiani, dalla Società di lettere e filosofia della Università di Palermo, dalla Società letteraria Minerva di Trieste e dalla Società educatrice Marrucino-Frentana di Chieti.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

I Segretari Carutti e Blaserna presentano le pubblicazioni giunte in dono, segnalando tra esse le seguenti inviate da Soci e da estranei.

B. Paoli. *Esposizione storica e scientifica dei lavori di preparazione del Codice penale italiano, dal* 1866 *al* 1884. Lib. I, II.

J. vom Rath e F. A. Genth. *On the Vanadetes and Jodyrite, from Lake Valley, Sierra Co., New Mexico.*

L. Bombicci. *Corso di litologia.*

I. Zvetaieff. *Inscriptiones Italiae mediae dialecticae*, con atlante.

P. Lucascevic. Pubblicazioni filologiche varie, in lingua russa.

Il Segretario Blaserna presenta inoltre il Vol. I. Parti 1ª e 2ª della *Relazione* sui risultati scientifici ottenuti colla spedizione del « Challenger »,

Il Socio Cannizzaro presenta la: *Relazione delle esperienze fatte nel laboratorio speciale della Commissione annesso all' Istituto Chimico della R. Università di Roma, sulle così dette ptomaine in riguardo alle perizie tossicologiche* accompagnando la presentazione colle seguenti parole: « Ho l'onore di presentare all'Accademia una Relazione sulle così dette *ptomaine* in riguardo alle perizie tossicologiche. L'Accademia rammenta le molte comunicazioni fatte su questo argomento dal defunto Socio Selmi; rammenterà altresì che in una seduta io insistetti sulla convenienza di riesaminare nell' interesse della giustizia penale i fatti osservati dal Selmi.

La sezione di chimica del congresso degli scienziati tenutosi in Palermo nell'anno 1885 richiamò l'attenzione del Ministro della giustizia sui dubbî che i lavori del Selmi aveano sparso su tutte le perizie tossicologiche, e presentò la proposta di fare esaminare da una commissione l'argomento. Il Ministro di giustizia sollecitato anche da alcuni magistrati che aveano presieduto la Corte di Assise in processi di avvelenamenti, accolse la proposta del congresso di Palermo e nominò una commissione presieduta dal Selmi. Dopo la morte del Selmi la presidenza di quella commissione è stata affidata a me.

La Relazione, che presento, contiene i risultati delle più recenti esperienze fatte per incarico della commissione dal dott. Marino, in un laboratorio speciale adattato a spese del Ministero di giustizia dentro l' Istituto chimico dell' Università di Roma ».

Il Socio Respighi presenta all'Accademia, a nome dell'autore, prof. Ottavio Zanotti Bianco, un'opera intitolata: *Il problema meccanico della figura della terra;* facendo rilevare l' importanza di questo lavoro, principalmente per la grande chiarezza ed ordine nell'esposizione, e per la ricchezza delle notizie bibliografiche relative a questa difficilissima e complicatissima questione.

Il Socio Ferri presenta l'opera del sig. E. Soulier: *Eraclito Efesio*, a nome del Socio Mancini, il quale richiama l'attenzione dell'Accademia su questa pubblicazione.

Presenta inoltre da parte dell'autore, un opuscolo del prof. PIETRO RAGNISCO intitolato: *Un autografo del Cardinale Bessarione.* « Questo manoscritto della Biblioteca di S. Marco si riferisce alla questione delle idee e alla dottrina platonica della quale il Bessarione fu seguace. Come l'autore stesso lo dichiara, in una avvertenza premessa alla sua dissertazione, questo breve manoscritto non era ignoto ai cultori della Storia della filosofia. Ma non essendone, per avviso dell'autore, stata intesa e rilevata tutta la significazione, egli si è proposto di tradurlo e pubblicarlo, aggiungendovi illustrazioni tratte dalle opere del Bessarione e notizie attinenti alla disputa sorta fra i dotti greci venuti in Italia verso la metà del quattrocento, a cui diede origine uno scritto di Giorgio Gemisto Pletone sulla differenza fra la dottrina platonica e la aristotelica.

Il prof. Ragnisco si propose di dimostrare, che l'autografo da lui studiato concorda nella sostanza colle opere a stampa del Cardinal Bessarione e, al pari di queste, rivela in lui il platonico cristiano ».

Il Socio TOMMASINI presenta, in particolar modo parlando della loro importanza, le seguenti pubblicazioni edite per cura dei signori G. Marcotti e G. Temple-Leader: *Il giubileo dell'anno* 1450 e *Un'ambasciata*, dell'abate G. F. Rucellai, nonchè il *Libro dei nobili veneti*, per la prima volta messo in luce da G. Temple-Leader.

CORRISPONDENZA

Il Segretario BLASERNA comunica all'Accademia la corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia della Crusca; la Società filosofica di Birmingham; la Società delle scienze di Danzica; la Società zoologica di Amsterdam; la Biblioteca provinciale S. Tommasi di Aquila; il New-College di Oxford; la Scuola politecnica di Delft.

Annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

L'Ufficio idrografico di marina, di Genova; la Società istriana di Archeologia e Storia patria di Parenzo.

P. B.
D. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 21 giugno 1885.

G. Fiorelli Vice-Presidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Filologia. — *La lettera di Xenaias* (*Philoxenos*) *ai monaci di Teleda.* Memoria del Socio I. Guidi.

Questa Memoria sarà pubblicata nei volumi accademici.

Filologia. — *Sulle divergenze dei canzonieri nelle attribuzioni delle poesie.* Nota del Socio E. Monaci [1].

Storia. — *I diritti di casa di Savoja sopra il Marchesato di Saluzzo.* Nota III del dott. Camillo Manfroni, presentata dai Socî Carutti e Tommasini.

I. « Nell'anno 1347, Tommaso stesso fece atto di sottomissione ad Amedeo VI per Barge, Busca, Scarnafigi e Bernezzo, mentre tentava con un esercito mercenario di riprendere il dominio occupato dai suoi zii. Morto lui nel 1357, Federico, suo figlio, continuò la guerra e finalmente riuscì a far la pace con Giacomo d'Acaia, rinnovandogli la dichiarazione di fedeltà fattagli dal padre, per Carmagnola, Revello e Racconigi, e in questo modo riacquistò tutti i suoi stati. Ma ben presto una nuova e più terribile guerra egli ebbe a sostenere. Quando Amedeo VI, prese le armi contro il proprio parente Giacomo d'Acaia, a causa di certi tributi (V. Guichenon vol. I, pag. 331), lo ebbe vinto e privato di tutti gli stati, richiese a Federigo l'omaggio di quelle terre

(1) Questa Nota sarà pubblicata in uno dei prossimi Rendiconti.

ch'ei teneva in feudo del principe Giacomo, cui poco prima egli avea riconosciuto legittimo signore.

« Federigo rifiutò e mal glie ne incolse, perchè il Conte Verde entrò colle armi nelle terre del marchesato; prese Racconigi, ed assediò Saluzzo. Già stava per impadronirsene colla forza, quando, mosso dalle istanze dei parenti e dei cittadini che la guerra avea ridotti in estrema penuria d'ogni cosa, Federigo venne a chieder pace. La questione fu rimessa ad un arbitrato: furono nominati arbitri quattro Vassalli del Conte di Savoia, i quali dichiararono « quod dictus marchio et eius heredes ac successores Marchiones « Salutiarum tenerent et tenere deberent in fide et homagio ligio in perpe- « tuum a dicto comite Sabaudiae et eius heredibus et successoribus castra, « villas et mandamenta *Marchionatus Salutiarum* et Dragonerii, ac omnes « alias villas, castra, terras, iurisdictiones et nobilitates quascumque dictus « Marchio tenebat, *exceptis tamen illis, quas infra tres septimanas eidem « Comiti ostenderet ab aliis dominis in feudum se tenere* » e inoltre che « dimitteret omnino eidem Comiti castrum, villam et mandamentum de « Bargiis . . . , villam Busquae, Scarnafisii, Monasterolii et plura alia castra « usque ad numerum sexdecim ».

« Il marchese, spinto dalla paura, fece atto di fedeltà e ricevette l'investitura per tutto il marchesato. Dice la sentenza della corte (1390) che presto si pentì di aver ceduto al conte Amedeo; per riparare al mal fatto si recò in quel medesimo anno nel Delfinato e quivi ratificò ed approvò l'omaggio fatto dal padre suo al Delfino Umberto; e riconobbe come assoluto signore Carlo, primogenito del re Carlo V di Francia erede del Delfinato. Ma poi nell' anno successivo (1364) a la Bastia, in presenza del Governatore del Delfinato stesso, egli, costretto colla violenza dal conte Amedeo VI, che gli pose il pugnale alla gola, tornò a protestarglisi fedele vassallo, ripetendo la dichiarazione di fedeltà poco prima fattogli per l'intero marchesato. Abbiamo dunque nel breve corso di due anni, tre prestazioni di omaggi: due al conte di Savoia, uno a Carlo, erede del Delfinato.

II. « Se si volesse raccogliere tutto quanto è stato scritto su questi tre soli documenti si potrebbe formarne un ampio volume. I procuratori del Delfinato negarono ogni valore agli omaggi dati ad Amedeo VI perchè estorti colla violenza e con le minacce: i consultori di Savoia li difesero e tentarono di mostrar la nullità di quello prestato a Carlo.

« È innegabile, e gli stessi consultori di Savoia lo confessano, che da parte del Conte vi sia stata violenza; è innegabile pure che la sentenza degli arbitri sia stata ingiusta e non disinteressata: ma io non so comprendere perchè il governatore del Delfinato, in presenza del quale Federigo aveva riconosciuto il conte come suo signore, non abbia protestato e non abbia chiesto la revoca dell'investitura, fondandosi su quelle parole dell'arbitrato « salvo ciò che potesse dimostrare di tenere da altri ». Nè si può

dire che questo procuratore non avesse avuto contezza della fedeltà giurata a Carlo l'anno prima, perchè nelle sue proprie mani Federico aveva giurato: perchè dunque assistè tacito alle violenze del conte Verde che riuscivano a danno del suo signore?

« Quest'argomento mi fa dubitare assai dell'autenticità dell'atto d'omaggio fatto nel 1363 a Carlo; tanto più che in quello Federigo si dichiara pienamente soddisfatto della somma di 16,000 fiorini, che noi sappiamo, per confessione del nostro cronista, non essere mai stati pagati nè a Federigo nè a Tommaso suo padre. Ma, non avendo potuto trovare nè aver tra le le mani il documento originale e nemmeno una copia esatta, non sono in grado di nulla affermare. Ad ogni modo questo documento è di importanza affatto secondaria; poichè già l'altro del 1343 riconoscava l'alta sovranità sovranità dei Delfini *e loro eredi* sul marchesato.

« Abbiamo dunque da una parte l'omaggio del 1343 ai Delfini, dall'altra quello del 1363 a Savoia; l'uno e l'altro hanno contro di sè delle gravi accuse, che potrebbero diminuirne l'importanza giuridica: io sono stato fedelissimo nel riferire il *pro* ed il *contra*: chi legge può dare facilmente il suo giudizio.

« Non dimentichiamo però che l'omaggio fatto ai conti di Savoia, ebbe poco appresso la sanzione dell'imperatore, al quale, secondo l'antico diritto feudale, spettava la vera sovranità della marca (1365, 1372).

III. « Nel 1375 il conte di Savoia assalì Federigo, ed egli per ottenere l'aiuto del Delfino gli rinnovò l'omaggio, già più volte prestato; questi dal canto suo concesse al marchese il diritto di rizzare sulle sue torri le bandiere coi gigli di Francia, e nel tempo stesso fece scrivere al Conte Verde di cessare da ogni ostilità contro il marchese, vassallo ligio della sua Corona.

« Amedeo VI protestò ch'egli era signore feudale del marchesato, ma indarno: alla fine per non inimicarsi il re concesse una tregua, durante la quale Carlo V di Francia, padre del Delfino, avrebbe dovuto render giudizio dei suoi diritti su Saluzzo.

« Ma mentre l'una parte e l'altra presentava i suoi titoli e i suoi documenti, l'imperatore Carlo IV, affermando che il marchesato era un feudo imperiale e che Federigo aveva rinnegato l'alta sovranità sua, prestando omaggio ad altri senza suo permesso, lo dichiarò decaduto da ogni diritto ed autorità, e diede il marchesato (1375) al conte di Savoia. (Vedi Consultazione Cacherano p. 65). Nel medesimo tempo proibì al Conte « ne « controversiam ageret coram alio principe vel iudice sed solum coram sua « maiestate ».

IV. « Nessuna sentenza e nessun bando fu pronunciato durante la vita del conte Amedeo VI: ma, morto questi nel 1383, Amedeo VII non essendo più obbligato dalla tregua giurata dal padre, mosse le armi contro Federigo e assediò la città di Saluzzo: l'avrebbe certamente presa, se, cedendo

all'tnvito del re Carlo, non fosse subitamente partito verso la Francia per combattere gli inglesi (1379). Per quel momento il nostro marchese fu salvo; corse tosto a Parigi, si presentò alla corte, parlò col re, coi ministri, mostrando la sua fedeltà alla casa di Francia, ed ottenne di stare in giudizio insieme col procuratore del Delfino contro il Conte di Savoia.

« La sentenza fu pronunciata dal re Carlo VI nel 1390: non posso riferirla tutta, come vorrei, perchè lunghissima; mi limiterò a riportare uno dei passi più importanti e le conclusioni, tanto più che qua e là a proposito dei singoli documenti io ne ho trascritto qualche brano. Ma prima credo necessario riassumere per mezzo di un quadro sinottico tutti i diritti veri o falsi che ciascuna delle due parti contendenti pretendeva avere all'alta sovranità del marchesato.

PROSPETTO DEI DOCUMENTI PRESENTATI ALLA CORTE DI FRANCIA

dalla Casa di Savoia

« 1163 Sentenza arbitrale di Bonifacio di Monferrato che condanna il marchese di Saluzzo all'omaggio al conte di Savoia *per tutto il marchesato* e per i luoghi di Busca, Bernezzo. Barge e Scarnafigi (Falso).

« 1216 Omaggio per Barge, Busca, Scarnafigi e Bernezzo fatto da Adelaide a Tommaso I di Savoia.

« 1223 Conferma dell'omaggio del 1216, con aggiunta di Fontanili e Roncaglia.

« 1235 Conferma dei due precedenti omaggi.

« 1291 Conferma come sopra.

« 1305 Omaggio per tutto il marchesato di Saluzzo e per tutto il marchesato di Monferrato, fatto da Manfredo ad Amedeo V (Falso?).

« 1324 Omaggio al principe d'Acaia per Revello, Carmagnola e Racconigi.

« 1330 Conferma degli omaggi 1223, 1235, 1291 fatta al conte Aimone.

« 1330 Conferma dell'omaggio 1324 a Filippo d'Acaia.

« 1347 Conferma dell'omaggio 1330 al conte di Savoia.

« 1357 Conferma dell'omaggio 1330 al principe d'Acaia.

« 1363 Omaggio pieno ed intero di tutto il marchesato prestato da Federico ad Amedeo VI.

« 1364 Conferma del precedente.

« 1365 Diploma imperiale che riconosce i diritti dei conti di Savoia su Saluzzo.

« 1372 Diploma imperiale id. id.

« 1375 Diploma imperiale che investe del marchesato Amedeo VI.

dagli eredi del Delfinato

« 1210 Omaggio della Contessa Adelaide a Guido Delfino per tutto il marchesato (Falso).

« 1291 Conferma dell' omaggio di Adelaide, fatta da Tommaso di Saluzzo al Delfino Umberto (Falso).
« 1343 Pieno omaggio di tutto il marchesato fatto al Delfino da Tommaso.
« 1363 Ratifica dell'atto 1343.
« 1375 Omaggio a Carlo di Francia.
« 1375 Lettera del re.

« Questo quadro sinottico non ha bisogno di commenti: si vede chiaramente che la Casa di Savoia (comprendendovi anche, benchè impropriamente, il ramo d'Acaia) sin da remoti tempi avea diritto all' omaggio per nove terre, cioè Barge, Bernezzo, Busca, Fontanili, Roncaglia, Scarnafigi, Carmagnola, Revello e Racconigi; ma che non avea diritto all'alta sovranità su tutto il marchesato se non in causa dell' omaggio estorto colla violenza nel 1363. Si vede invece che gli eredi del Delfinato avean di recente acquistato un vero ed assoluto diritto per *spontanea* dedizione dei marchesi, che, appunto per isfuggire alle guerre devastatrici mosse loro dai conti di Savoia o dai principi di Acaia, erano stati costretti, lor malgrado, a cercarsi un protettore e un signore feudale nel Delfino di Vienna.

V. « Ma, ammessa la priorità e la spontaneità degli omaggi prestati ai Delfini, ne vien di logica conseguenza che la sentenza del re Carlo sia valida? Di questo parleremo ben presto: ora giova riferire alcuni dei primi e degli ultimi periodi della sentenza stessa:

« Carolus Dei Gratia Francorum rex universis praesentes literas inspe-
« cturis salutem ..... Tandem convocatis .... et visis per eos inquesta ...
« per arrestum dici et pronuntiari fecimus quod inquesta praedicta poterat
« atque potest sine reprobationibus iudicari; certasque litteras et instru-
« menta factas seu facta *coram Salutiis V die Aug. a. d.* 1363 *et quoddam*
« *aliud instrumentum factum ultima die Februarii a.* 1364 in Bastida de
« Johanages homagium dicti Marchionatus Salutiarum tangentia seu con-
« cernentia, quibus dictus Comes in hac causa se iuvaverat et iuvabat ut
« praefertur, *nulla et invalida declaravimus et declaramus;* annullavi-
« musque et annullamus. Praetereas nos ad causam dicti nostri Dalphina-
« tus *tenebimur et conservabimur in possessione et saysina* soli et inso-
« lidum directi dominii feudalis ac fidei, homagii ligii totius praedicti Mar-
« chionatus Salutiarum eiusque pertinentiarum ac appendentiarum quarum-
« cumque. Et pari forma tenebitur et conservabitur dictus Marchio in
« possessione et saisina dicti Marchionatus .... *in fide et homagio a no-*
« *bis ..... et non ab alio quocumque* ..... Insuper praenominatum comi-
« tem ad reddendum et restituendum praefato Marchioni villas et castra
« quae sequuntur videlicet » (e qui segue una lunga lista di tutte le terre di proprietà dei marchesi, o sulle quali essi aveano sovranità) « per dictum
« comitem torcionarie occupata, nec non in expensis dictorum procuratoris

« nostri Dalphinatus et Marchionis in praesenti causa factis condemnavimus « et etiam condemnamus ».

« Pronuntiatum decima die Maij a. d. 1390 ».

« Ed ora possiamo ripeterci la domanda: È valida la sentenza del re Carlo? A prima giunta parrebbe che si. Nulla di più naturale infatti che un re di Francia pronunciasse un laudo arbitrale nella contesa sorta fra il conte di Savoia da un lato e il marchese di Saluzzo e gli eredi del Delfinato dall'altro, poichè l'una parte e l'altra avea dato al re la facoltà di esaminare i documenti e di emettere la sentenza; come chiaramente ce lo prova una lettera del conte Amedeo VII ad un officiale del re (Vedi *Responsa ad causam Marchiae Salutiarum Pag.* 1ª). Ma quando considereremo che l'erede del Delfinato è appunto il figlio del re di Francia e che questo figlio, alla morte del padre, assume la corona e pronuncia quella sentenza che i contendenti volevano emessa dal padre suo, ci accorgeremo facilmente che egli diventa giudice, senza cessare di essere parte e che perciò la sua sentenza non può e non deve aver valore alcuno.

« Nè basta: questa sentenza è un laudo arbitrale, e come tale richiede che il giudice goda la fiducia delle parti e da queste gli sia data autorità di giudicare e sentenziare: ora, se il re defunto godeva tal fiducia ed aveva avuto tale autorità, chi l'aveva confermata e prorogata al figlio, suo successore? Il conte di Savoia Amedeo VI no certamente, e neppur Amedeo VII che gli successe nel 1383: perch'essi non potean certo volere la propria condanna. Nè vale il dire che, avendo fiducia nel padre, che pur era nella causa interessato, doveano quei conti averla anche nel figlio di lui. Perocchè il re Carlo V era amicissimo del conte Amedeo VI e avrebbe potuto esser imparziale in una causa che danneggiava il Delfino, suo figliuolo: ma sarebbe stato assurdo sperare che Carlo VI condannasse se stesso. Dunque i conti di Savoia non prorogarono l'autorità d'arbitro al re Carlo VI, come con molte prove, oltre a quelle che ho addotte qui sopra, evidentemente dimostrarono i consultori legali di Carlo Emanuele I: ne consegue che questa sentenza non ha alcun valore, se pur non vuolsi prestar fede alla ridicola asserzione dei procuratori del Delfinato, che dicevano essere i conti di Savoia vassalli della corona di Francia e come tali dover riconoscere quel re come loro legittimo ed unico giudice.

« I consultori di Carlo Emanuele I impugnarono questa sentenza sotto tuttti gli aspetti, la stritolarono, l'annientarono quasi: ma le loro argomentazioni e le loro accuse, ben considerate, si riducono a queste due che ho accennate; la mancanza di autorità nel re Carlo VI°, e l'assurdità di una sentenza da lui data in causa propria contro un principe non vassallo della sua corona. A queste ragioni di nullità essi ne aggiunsero altre, ricavate dall'esame dei documenti addotti dall'una parte e dall'altra: ma di queste io non mi occuperò, avendone già parlato qua e là nel corso del presente lavoro.

« Noi abbiamo però un altro potentissimo argomento per negarle ogni valore: l'imperatore Carlo IV, ricordiamolo, avea confiscato il marchesato e ne avea investito il conte di Savoia, nell'anno 1375: il re di Francia non poteva ignorare l'esistenza di quell' atto, perchè presentato insieme agli altri documenti dalla Casa di Savoia: con qual diritto egli annullò quel diploma imperiale e non ne tenne alcun conto? I signori di Savoia potevano, come infatti fecero, fondarsi su quel diploma, come ottenuto non monta, e non obbedire alla sentenza arbitrale del re. Di più, secondo il medesimo diritto, un vassallo maggiore non poteva prestar omaggio del feudo ad un altro, senza il consenso dell'imperatore; questi aveva riconosciuti implicitamente gli omaggi fatti a Savoia, non quelli ai Delfini e che però secondo il *jus feudale* erano nulli.

« Da tutte queste considerazioni, pur non volendo entrare nel merito della causa, possiamo concludere che essa era e dovea essere invalida e nulla, e che i conti di Savoia pel solo fatto della sentenza medesima non erano obbligati nè a restituire le terre occupate in pregiudizio del marchese, nè a pagare il richiesto indennizzo ».

Bibliografia. — *Notizia del Prochiron legum, contenuto nel Codice vaticano greco, 845.* Nota del dott. BRANDILEONE, presentata dal Socio SCHUPFER.

« Il primo a dar notizia del codice vaticano greco 845 fu il Capasso, il quale, pubblicando una novella greca di Ruggiero Re di Sicilia e di Puglia, contenuta nel codice medesimo [1], riferiva anche l'indice degli altri scritti in esso compresi. Secondo quell'indice, redatto da mano ignota probabilmente nel secolo scorso, i primi 90 foll. del ms. sono occupati da un « *Ius Canonicum, sive potius Nomocanon, quo Calabriae, sive Magnae Graeciae Provincia olim utebatur* ».

« Per quali ragioni lo sconosciuto redattore dell'indice abbia creduto di apporre un simile titolo a quel compendio legale, che nel ms. non ha alcun titolo originale e nell'Inventario ms. dei codici greci della Vaticana è semplicemente detto *πρόχειρον νόμων διῃρημένων ἐν τίτ. μ'*, non mi è riuscito di saperlo; non ostante che i Bibliotecarii della Vaticana abbiano dimostrato

[1] Novella di Ruggiero re di Sicilia e di Puglia, promulgata in greco nel 1150 ed ora per la prima volta edita dai codd. delle biblioteche di S. Marco in Venezia e Vaticana di Roma, con la traduzione latina ed alcune osservazioni di Bartolommeo Capasso. Napoli, 1867. — La parte della novella, secondo la redazione del cod. vat., pubblicata dal Capasso gli fu comunicata dal p. Cassinese d. S. Kalefati, il quale non si accorse che alla finestra del codice, fol. 141ª, trovasi anche il resto della novella normanna, la quale ci è pervenuta tutt'intera in due redazioni. Lo Zachariae von Lingenthal ne avea già dato il testo secondo il codice Marciano 172, negli *Heidelberger Jahrbücher der Literatur* (1841), p. 554 e seg.

la migliore volontà per aiutare le mie ricerche. Studiando però in quel compendio, ho potuto vedere che se la prima parte del titolo, in quanto lo designava come un « *Ius Canonicum* » (1) o « *Nomocanon* » era sbagliata, non era del pari errata la seconda parte, che lo attribuiva alla Calabria, o Magna Grecia; perchè, difatti, molteplici relazioni e di forma e di sostanza si possono scorgere fra quella raccolta compendiaria di leggi e le contrade abitate dai Greci nell'Italia meridionale.

« Il cod. è membranaceo, in 8°, scritto a due colonne, con caratteri molto simili, come fu già osservato (2), a quelli, che il Montfaucon riferisce nella Palaeographia graeca, quale saggio della scrittura greca calabrese della seconda metà del secolo XII. — Nei primi due foll. si trova il prospetto delle 40 rubriche apposte ai 40 titoli, nei quali è diviso il *Prochiron*. È scritto da mano evidentemente posteriore e con pessima ortografia. Lo riferisco, notando la fonte di ciascuna rubrica, per dare un'idea esteriore del modo onde fu composto questo manuale.

τίτ. α'. — περὶ μνηστίας = Ecloga Leonis et Constantini, I (3).

τίτ. β'. — περὶ γάμων ἐπιτετραμμένων καὶ κεκωλυμένων, πρώτου καὶ δευτέρου καὶ λύσεως αὐτῶν = Ecloga, II.

τίτ. γ'. — περὶ λύσεως γάμου = Ecloga, II (4).

τίτ. δ'. — περὶ τῆς καταγραφείσης προικὸς καὶ μὴ ἐπιδοθείσης καὶ περὶ δικαίου προικός = Ecloga, III.

τίτ. ε'. — περὶ δωρεῶν ἁπλῶν ἤ γουν ἀπεντεῦθεν ἔχει τό βέβαιον ἢ διαχρήσεως καὶ δεσποτείας αὐτῶν, ἢ μετὰ θάνατόν τισι καταλιμπανομένων, καὶ περὶ τῶν αἰτιῶν, ἐξ ὧν αἱ δορεαὶ ἀνατρέπονται = Ecloga,. IV.

τίτ. ϛ'. — περὶ τῶν κεκωλυμένων διατίθεσθαι προσώπων καὶ περὶ διαθηκῶν ἐγγράφων καὶ ἀγράφων = Ecloga, V.

τίτ. ζ'. — περὶ πράσεως καὶ ἀγορασίας = Prochiron Basilii, Constantini et Leonis, XIV (5).

τίτ. η'. — περὶ τῶν ἐξ ἀδιαθέτου κληρονόμων καὶ λεγάτων καὶ περὶ τῶν ἐξ ἀχαριστίας ἐκπιπτόντων = Ecloga, VI.

τίτ. θ'. — περὶ κουρατώρων καὶ κουρατωρίων = Ecloga, VII (6).

(1) Questa prima denominazione di « Ius Canonicum » pare sia anteriore all'indice del secolo passato; essa trovasi scritta sul foglio di risguardo del codice, ed è ripetuta in cima al primo fol., dove comincia il Prochiron. Del resto, il compilatore dell'indice ebbe, pare, un concetto abbastanza chiaro di questo compendio, perchè non solo al « Ius Canonicum » aggiunse « Nomocanon », ma dopo il titolo surriferito, a spiegarsi meglio soggiunge: « Ut plurimum autem sunt leges civiles ».

(2) Capasso, l. c. pag. 6.

(3) Edidit C. E. Zachariae a Lingenthal, Lipsiae, 1852.

(4) Per questo tit. II dell'*Ecloga Isaurica*, diviso in due nel nostro compendio, v. Zachariae, l. c., *Prolegomena*, pag. 5.

(5) Edidit C. E. Zachariae, Heidelbergae, 1837.

(6) V. Zachariae, *Ecloga*, p. 29, nota 1.

τίτ. ι'. — περὶ ἐλευθεριῶν = Ecloga, VIII.
τίτ. ια'. — περὶ ἐμφυτεύσεως = Prochiron, XV.
τίτ. ιβ'. — περὶ δανείου καὶ ἐνεχύρου = Proch., XVI.
τίτ. ιγ'. — περὶ μισθώσεων = Proch., XVII.
τίτ. ιδ'. — περὶ παρακαταθήκης = Proch., XVIII.
τίτ. ιε'. — περὶ συστάσεως κοινωνίας = Proch., XIX.
τίτ. ις'. — περὶ λύσεως κοινωνίας καὶ ἀγωγῆς = Proch., XX.
τίτ. ιζ'. — περὶ διαθήκης αὐτεξουσίων = Proch., XXI.
τίτ. ιη'. — περὶ διαθήκης ὑπεξουσίων = Proch., XXII.
τίτ. ιθ'. — περὶ διαθήκης ἀπελευθέρων = Proch., XXIII.
τίτ. κ'. — περὶ διαθήκης ἐπισκόπων καὶ μοναχῶν = Proch., XXIV.
τίτ. κα'. — περὶ ἀνατροπῆς διαθήκης = Proch., XXV.
τίτ. κβ'. — περὶ λύσεως ὑπεξουσιότητος = Proch., XXVI.
τίτ. κγ'. — περὶ μαρτύρων = Proch., XXVII.
τίτ. κδ'. — περὶ χειροτονίας ἐπισκόπων καὶ πρεσβυτέρων = Proch., XXVIII.
τίτ. κε'. — περὶ κωδικέλλου = Proch., XXIX.
τίτ. κε'2. — περὶ κληρονόμων = Proch. XXX.
τίτ. κς'. — περὶ ἀποκαταστάσεως ἀνηλίκων πρὸς τὰ ἴδια = Proch., XXXI.
τίτ. κζ'. — περὶ φαλκιδίου νόμου = Proch., XXXII.
τίτ. κη'. — περὶ ἀποκλήρων = Proch., XXXIII.
τίτ. κθ'. — περὶ ἐλευθερίων = Proch., XXXIV.
τίτ. λ'. — περὶ λιγάτων = Proch., XXXV.
τίτ. λα'. — περὶ ἐπιτρόπων = Proch., XXXVI.
τίτ. λβ'. — περὶ τοῦ πῶς δεῖ ἀνάγειν τοὺς δανιστὰς κατὰ τῶν κληρονόμων = Proch., XXXVII.
τίτ. λγ'. — περὶ καινοτομιῶν = Proch., XXXVIII.
τίτ λδ'. — περὶ ποινῶν = Proch., XXXIX.
τίτ. λδ'2. — περὶ διαμερισμοῦ σκύλων ἤγουν πραίδας = Proch., XL.
τίτ. λε'. — περὶ βίας καὶ ἁρπαγῆς πραγμάτων καὶ ἀγρῶν καὶ περὶ στασιαστῶν καὶ ἀπελατῶν καὶ περὶ καταστάσεων (l. καταπτώσεων) καὶ ἐμπρισμῶν καὶ περὶ τάφων = Epitome legum, XL (¹).
τίτ. λς'. — περὶ τῶν δημευομένων ἐν τῷ φίσκῳ καὶ περὶ ἀνατμημένων (l. ἀναζητουμένων) καὶ περὶ δεπορτατευομένων καὶ περὶ αἱρέσεων = Epitome, XLI.
τίτ. λζ'. — περὶ ὕβρεως καὶ περὶ ἁμαρτημάτων ἐλευθέρων καὶ δούλων = Epitome, XLII.
τίτ. λη'. — περὶ συκοφαντιῶν καὶ κατηγορίων καὶ περὶ διλατόρων καὶ περὶ πλαστοῦ καὶ δούλου διπλασιαζομένου καὶ θησαυροῦ = Epit., XLIII.
τίτ. λθ'. — περὶ κλεπτῶν καὶ ὑποδεκτῶν καὶ ἱερουσύλων καὶ ἐξανδραποδεκτῶν (= Epit. XLIV), ἤγουν τῶν ποιούντων φυγαδεύειν τούς δούλους.

(¹) Edidit C. E. Zachariae, nel *Ius G-R.*, pars II et VII.

τίτ. μ'. — *περὶ κεφαλικῶν ἐγκλημάτων καὶ περὶ φόνων ἑκουσίων καὶ ἀκουσίων καὶ περὶ εὐνουχιζομένων καὶ περὶ αἰσχρότητος* = Epit., XLV.

« Come vedesi da questo prospetto, trattasi di una compilazione di leggi bizantine, eseguita principalmente sull'Ecloga Isaurica, il Prochiro di Basilio il Macedone e l'*Ἐπιτομὴ τῶν νόμων*, compendio privato fatto nell'a. 920, sotto Romano Lacapeno. Spesso però vi è messa a profitto anche l'Epanagoge di Basilio, Leone ed Alessandro (1) e qualche volta anche alcune Novelle degli altri Imperatori, che non furono adoperate nei compendii suddetti. — Il lavoro del compilatore, in quanto alla sostanza, riducesi a raggruppare, sotto i titoli surriferiti, le disposizioni che trovava nei suoi fonti. Di suo aggiunge qualche esempio, l'esplicazione di quanto poteva esservi di tecnico nella legge, e, ciò che più importa, qualche principio di diritto interamente estraneo agli istituti bizantini. Per la forma, egli fa, direi quasi, un lavoro di volgarizzamento, preoccupandosi di sostituire alle voci meno usate altre più comuni ed usuali, e studiandosi di fare scomparire ogni inversione nel collocamento delle parole, quasi col *prendere*, come si costumava una volta nelle nostre scuole, la *costruzione*. Tutto ciò che poteva dare vigore e nervi all'espressione della legge, egli lo elimina e parmi sopratutto notevole il suo uso frequente di sciogliere i participii. Per quanto bassa fosse discesa la cultura bizantina, pure non parmi che a Costantinopoli si scrivesse mai a quel modo. Solo così poteva scriversi in qualche provincia, nella quale, se bene vi si parlasse il greco, pure, per non esservi centri importanti di vita e per deficienza di gente colta, la lingua, imbastardendosi, veniva perdendo tutta la proprietà dell'espressione.

« Del resto, che questo *Prochiron legum* sia stato composto in una provincia, e per uso dei provinciali, lo provano diversi epiteti e specificazioni aggiunte dal compilatore ai nomi dei magistrati, a quei luoghi stessi dove i compendii ufficiali, parlanti in maniera generica, si contentano di mettere i semplici nomi dei magistrati medesimi.

« Così a fol. 17^{a2} si accenna agli *ἄρχοις τῆς χώρας*, mentre l'Ecloga Isaurica VIII, 5 parlava soltanto di *προσφόροις ἄρχουσι*. — Poco più giù, fol. 17^{b1}, si ha: *τῷ ἄρχοντι ἢ τῷ δικαστῇ τῆς πόλεως* (2), al posto di *ἄρχοντι ἢ δικαστῇ*, senz'altro, dell'Ecloga VIII, 8. — A fol. 18^{a1} il *μητροπολίτης* generico del Prochiro XV, 2 diventa *μητροπολίτης τῆς χώρας*. — A fol. 18^{a2} si parla di un *τοῦ κριτοῦ τῆς χώρας*, che non figura affatto nè nel Prochiro XV, 3 nè nell'Epanagoge X, 8, donde è derivata quella disposizione. — A fol. 21^{b2} si vede sostituito un *ὁ ἐπὶ τῷ τόπῳ κριτὴς* all'*ὁ τῷ πράγματι καθήμενος δικαστὴς* del Prochiro XVI, 10 e dell'Epanagoge XXVIII, 11. — A fol. 31^{b1} si parla di una *τιμωρίας τοῦ ἄρχοντος τῆς χώρας*, mentre

(1) Edita anche dallo Zachariae, insieme con l'*Ecloga*.

(2) Nel codice il *ι* sottoscritto non è mai segnato.

l'Epanagoge XXX, 6 parla in generale di *τιμωρίας ἀρχοντικῆς*. — A fol. 37[b2] vediamo del pari sostituito *τῷ τῆς χώρας κριτῇ* al *τῷ ἁρμοδίῳ δικαστῇ* del Prochiro XXVI, 5 e dell'Epanagoge XXXI, 10.

« Questi esempî parmi bastino a provare come il compilatore, anzichè l'impero, tenesse presente una particolare regione: altrimenti non vi sarebbe stato verun motivo per aggiungere tutte quelle limitazioni locali ai nomi delle autorità. Che questa regione sia stata l'Italia Meridionale, oltre la lingua del *Prochiron legum*, la quale ha molte e spiccate affinità con quella delle carte greche edite nel Syllabus del Trinchera e coi diplomi greci di Sicilia pubblicati dal Cusa, lo provano talune espressioni e certi principî di diritto locale, che s'incontrano nel nostro compendio, i quali non potrebbero avere un significato soddisfacente fuori di quelle contrade.

« Nel tit 3°, riferendosi il c. 6 tit. XI del Prochiro di Basilio il Macedone, invece dell'espressione da questo adoperata: *κατὰ τῆς βασιλείας βουλομένοις*, si fa uso di quest'altra: *κατὰ τοῦ βασιλέως τῆς χώρας ἐπιβουλομένους*, la quale, (mentre ci conferma sempre più che il compilatore parlava per una regione speciale), non si può in nessun modo riferire all'Imperatore di Costantinopoli, che, com'è noto, nelle fonti è sempre e solo il *βασιλεὺς* per eccellenza. Or questo *βασιλεὺς τῆς χώρας*, che fa capolino non solo nel luogo citato, ma anche in altri del *Prochiron legum*, io non veggo a chi potrebbe riferirsi, se per esso non si volesse intendere qualcuno dei Re normanni dell'Italia Meridionale. Ma ciò mi par messo fuori di dubbio da altri luoghi, fra i quali per ora accenno soltanto ad alcuni.

« A fol. 15[a2] si ha questa disposizione, a proposito della successione ab intestato:

« *Εἰ δὲ οὔτε συγγενεῖς ὑπάρχουσιν* (¹) *τῷ τελευτήσαντι, γυναῖκα δὲ κατέλιπεν, ταύτῃ λαβούσῃ* (²) *τὸ ὑπόβολον αὐτῆς, ἅπασα ἡ ἄλλη περιουσία αὐτοῦ τῷ δημοσίῳ ἀπελθέτω· εἰ δὲ οὔτε γυνὴ ὑπάρχει τῷ τελευτήσαντι, ἅπασαν τὴν αὐτὴν περιουσίαν τὸ δημόσιον ἐχέτω.*

« Come vedesi, la moglie, dopo che avea preso il suo hypobolo, non potea vantare alcun altro diritto sulla eredità del marito. Il che è perfettamente contrario alla disposizione dell'Ecloga Isaurica, che il nostro compilatore in questo luogo teneva presente, e la quale attribuiva alla moglie superstite, in difetto di ascendenti, discendenti e collaterali, la metà delle sostanze del marito morto intestato. Riferisco anche il testo dell'Ecloga VI, 6, perchè veggasi come il cangiamento sia stato fatto a bello studio:

« *Εἰ δὲ οὔτε συγγενεῖς εἰσὶν, ἔστι δὲ γυνὴ τοῦ τελευτήσαντος, τὸ μὲν ἥμισυ μέρος ἁπάσης αὐτοῦ τῆς περιουσίας ἐκείνη κληρονομείτω, τὸ δὲ ἕτερον ἥμισυ μέρος τῷ δημοσίῳ εἰσκομίζεσθαι.*

(¹) Questo verso *ὑπάρχειν* adoperato per *εἶναι* s'incontra in ogni proposizione, proprio come nelle carte greche dell'Italia meridionale.

(²) Il dativo adoperato invece del genetivo assoluto non si incontra solo in questo luogo.

« Ora chi guardi alla disposizione del *Prochiron legum* e ricordi che Guglielmo Re di Sicilia, probabilmente il secondo, ispirandosi al diritto longobardo, non annoverò la moglie fra gli eredi ab intestato (Assise Normanne, cod. Cass., 37; Const. Sic. I, 62), (¹) scorgerà facilmente il rapporto fra il nostro manuale e l'Italia Meridionale.

« Inoltre, nel tit. 15, parlandosi dei differenti modi come può originarsi un contratto di società, alla disposizione del Prochiro basiliano XIX, 5 si aggiunge dal compilatore un esempio. Fol. 27^{a2}: *ἡ κοινωνία γίνεται ..... καὶ δι' ἀγγέλου, τουτέστιν ἐὰν ἐγὼ μένω εἰς τὴν ῥωμεν καὶ σὺ εἰς τὴν πόλιν, καὶ μηνύσεις διὰ τοῦ σοῦ ἀποκρισιαρίου ἐμοὶ γενέσθαι τὴν κοινωνίαν ἀναμεταξὺ ἐμοῦ καὶ σοῦ.* — Egli ha messo, certo, i due nomi di Roma e Costantinopoli, come delle città più conosciute; ma l'aver collocato sè in Roma e l'altro contraente in Costantinopoli non mi pare sia senza significato.

« In fine, a fol. 45^{b1}, a proposito della disposizione, che non permetteva nel codicillo imporsi una condizione all'erede nominato nel testamento, si ha quest'altro esempio, che nemmeno ha riscontro nelle fonti: *ἔστω κληρονόμος οὗτος, ἐὰν ἔλθῃ ἀπὸ τῶν Ἱεροσολύμων*. Gli esempî ed i nomi di località in simili casi adoporati dei fonti romani sono notissimi; e questo insolito bisogna che accenni a qualche fatto, che dovette vivamente colpire l'immaginazione del nostro compilatore, tanto da fargli mettere da parte i nomi abituali dei suoi fonti. Ciò furono le Crociate. A quell'avvenimento l'impero greco, che vedeva entrarsi in casa della gente assai più pericolosa dei Turchi stessi, come i fatti più tardi dinostrarono, è noto che non fece buon viso; cercò anzi di osteggiarlo e apertamente e secretamente. L'Italîa meridionale invece, quantunque non vi avesse preso una parte ufficiale, pure si sa che diede molti guerrieri alle spedizioni in Terrasanta; e i cronisti contemporanei, quali Goffredo Malaterra e Guglielmo Appulo, ci attestano che il grido « Dio lo vuole » echeggiò anche nella Puglia e nella Calabria (²), dove, con ogni probabilità doveasi trovare il compilatore, o meglio raffazzonatore del nostro manuale. Giacchè per parecchie ragioni mi sembra di dover ritenere che il medesimo, compilato originariamente sui primordî di quel periodo, che segnò l'ultimo rifiorire della dominazione

(¹) Cfr. Brandileone, *Il diritto romano nelle leggi normanne e sveve del regno di Sicilia.* Torino, 1884, p. 81.

(²) Fra le « Pergamene greche » pubblicate da G. Spata, (Palermo, 1862), vi è al n. VI il testamento di Gregorio categumeno di S. Filippo di Fragalà, dell'an. 1105, il quale, sentendosi presso a morte, costituisce afigumeno il suo discepolo Blasio e soggiunge che, se costui fosse andato a Gerusalemme (*εἰ δὲ πορεύσαιτο οὗτος .... εἰς Ἱεροσόλυμα*), i monaci avessero facoltà di aspettarlo per tre anni. Questa stessa carta è stata ripubblicata dal Cusa. *I diplomi greci ed arabi di Sicilia*, Palermo, 1868, pag. 596, diploma VIII di S. Filippo di Fragalà e di S. Maria di Maniaci.

bizantina in Italia, sia stato poscia rimaneggiato nei primi anni del regno di re Ruggiero.

« Ma riserbandomi a trattare di ciò nella prossima edizione che spero di dare del *Prochiron legum*, per ora, con questa notizia non ho voluto far altro, che mettere in evidenza l'importanza che il medesimo ha per la storia del diritto nell'Italia meridionale, dove così scarsi sono i fonti giuridici per il periodo anteriore ai Normanni ».

Archeologia. — Il Socio Fiorelli presenta le *Notizie* sulle scoperte di antichità, delle quali fu informato il Ministero durante lo scorso mese di maggio, e che si riferiscono ai seguenti luoghi:

« *Ventimiglia.* Frammenti epigrafici dell'agro intemeliese, posseduti dalla signora Hennedy in s. Remo. — *Torino.* Spade barbariche trovate lungo la via di Nizza. — *Grandate* (prov. di Como). Sepolcri con suppellettile funebre di età preromana rimessi in luce in contrada *Cà - Morta.* — *Concordia-Sagittaria.* Nuove scoperte epigrafiche nell'area del sepolcreto. — *Todi.* Scavi della necropoli tudertina in contrada s. Raffaele. — *Gualdo-Cattaneo.* Sepolcro della famiglia Vedia ed altri antichi avanzi riconosciuti nell'agro di *Grutti.* — *Orvieto.* Prosecuzione degli scavi della necropoli volsiniese in contrada *Cannicella.* — *Roma.* Scavi e scoperte nelle regioni V, VII, VIII, IX, XIV, e nelle vie Labicana e Salaria. — *Civita-Lavinia.* Edificio di età repubblicana scoperto nella vigna già Minetti presso l'abitato. — *Nemi.* Scavi presso la Mola di Nemi, in contrada Giardino, nell'area del tempio di Diana Nemorense. — *Cuma.* Prosecuzione degli scavi della necropoli cumana presso il Lago di Licola. — *Pozzuoli.* Iscrizioni latine scoperte presso il Montenuovo, e donate dal sig. Stevens al Museo di Nopoli. — *Napoli.* Nuove scoperte fatte in via della Maddalena, nell'area del sepolcreto dei tempi romani. — *Capri.* Resti di antichi edificî riconosciuti in contrada Tragara, ed attribuiti alle fabbriche tiberiane. — *Francavilla al Mare.* Antichità scoperte in contrada *s. Cecilia*, ed oggetti quivi raccolti. — *Ripa-Teatina.* Tombe riconosciute in contrada *Piscina.* — *S. Valentino in Abruzzo Citeriore.* Resti di antiche fabbriche ed oggetti scoperti in contrada *le Fosse.* — *Turrivalignani.* Sarcofago con iscrizione latina rinvenuto in contrada *s. Felice.* — *Pentima.* Frammento di iscrizione ritrovato nei pressi dell'abitato. — *Canosa di Puglia.* Vasi dipinti recentemente acquistati dal sig. Filomeno Fatelli. — *Cannitello* (prov. di Reggio di Calabria). Tesoretto di monete imperiali, rivenuto presso Cannitello, ed altre antichità esistenti nel territorio del Comune ».

Matematica. — *Sopra una proprietà della ridotta dell'equazione modulare di ottavo grado.* Nota del Socio F. Brioschi.

1.° « La riduzione della equazione modulare dell'ottavo grado al settimo è dovuta al sig. Hermite. Il risultato della medesima trovasi in una lettera direttami nel dicembre 1858 e pubblicata negli Annali di Matematica (Tomo 2°). Precedentemente però, cioè nella seduta del 22 aprile 1858 dell'Accademia delle scienze di Berlino il sig. Kronecker presentava una Nota, *Ueber Gleichungen des siebenten Grades*, nella quale annunciava siccome proprietà di quella ridotta del settimo grado che ciascuna radice di essa è una funzione razionale di altre tre. Il sig. Noether nella sua Memoria, *Ueber die Gleichungen achten Grades und ihr Auftreten in der Theorie der Curven vierter Ordnung* (Math.e Annalen. Bd. XV) ha dimostrato che queste ultime tre radici devono soddisfare ad una speciale condizione.

« Il sig. Klein nei suoi lavori sulle equazioni modulari Jacobiane ha dato le espressioni delle radici della ridotta del settimo grado in funzione di tre quantità che indicheremo con c_1, c_2, c_3. Posto $2\omega+1=\sqrt{-7}$ e $\rho=e^{\frac{2i\pi}{7}}$, quelle espressioni sono:

$$x_s=u_s+\omega v_s$$

essendo:

$$u_s=\rho^s c_2^2+\rho^{4s} c_3^2+\rho^{2s} c_1^2$$

$$v_s=\rho^{6s} c_2 c_3+\rho^{3s} c_3 c_1+\rho^{5s} c_1 c_2$$

ed $s=0, 1, 2 \ldots. 6$.

« Indicando con f la forma ternaria biquadratica:

$$f=c_2^3 c_3+c_3^3 c_1+c_1^3 c_2$$

e con $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ le espressioni:

$$\alpha=c_1 c_2 c_3, \qquad \beta=c_2^2 c_3^3+c_3^2 c_1^3+c_1^2 c_2^3$$

$$\gamma=c_2 c_3^5+c_3 c_1^5+c_1 c_2^5, \qquad \delta=c_1^7+c_2^7+c_3^7;$$

inoltre:

$$h=5\alpha^2-\beta$$

$$k=\delta^2-10\alpha f\delta-232\alpha\beta\gamma+40f\beta^2-1192\alpha^3\beta+465\alpha^2 f^2$$

le h, k sono covarianti del sesto e del quattordicesimo ordine della forma f; e la equazione del settimo grado di cui le radici sono le $x_0, x_1 \ldots. x_6$ è la seguente (¹):

$$x^7-7\omega f x^5+7\omega h x^4-7(2\omega+5)f^2 x^3+14(2\omega+3)f h x^2+$$
$$+7\left[(3\omega-2)f^3-(\omega+3)h^2\right]x-(7\omega-38)f^2 h-k=0.$$

(¹) Vedi Klein, *Ueber die Auflösung gewisser Gleichungen vom siebenten und achten Grade*; e la mia Nota, *Ueber die Jacobi'sche Modulargleichung vom achten Grad.* Math.e Annalen Bd. XV; Gordan, *Ueber Gleichungen siebenten Grades mit einer Gruppe von 168 Substitutionen.* Math.e Annalen. Bd. XX.

« Permutando ρ in ρ^6 nel valore di x_s, si avrà:

$$z_s = u_s - (\omega + 1) v_s$$

e la equazione del settimo grado che ha per radici le $z_0, z_1 \dots z_6$ sarà la superiore nella quale si muti ω in $-(\omega+1)$.

2.° « Sia ora:

$$x^3 - ax^2 + bx - c = 0$$

la equazione del terzo grado di cui le radici sono le:

$$x_{s+1}\,,\quad x_{s+4}\,,\quad x_{s+2}$$

si avrà:

$$a = x_{s+1} + x_{s+4} + x_{s+2} = \omega z_s$$

e quindi a soddisferà una equazione del settimo grado che si dedurrà tosto dalla superiore. Ma dai valori delle x_{s+1}, x_{s+4}, x_{s+2} si deducono facilmente le relazioni:

$$4b = (\omega+3)a^2 - 4(3\omega-2)f$$
$$8c = (\omega+3)a^3 - 4(5\omega-1)af - 8(2\omega+1)h$$

cioè i coefficienti di quella equazione del terzo grado sono funzioni di a, f, h.

« La stessa proprieta ha luogo pei coefficienti della equazione del quarto grado la quale ha per radici le altre quattro radici della equazione superiore del settimo grado, cioè le x_s, x_{s+6}, x_{s+3}, x_{s+5}. Indicando con:

$$x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0 \tag{1}$$

questa equazione, si trovano le:

$$A = a\,,\quad 4B = -(\omega+1)a^2 - 8(2\omega+1)f$$
$$8C = -(3\omega+1)a^3 - 28(\omega+1)af + 8(5\omega-1)h$$
$$16D = -(3\omega+1)a^4 - 8(3\omega+5)a^2 f - 7.16.f^2 + 16(3\omega-2)ah.$$

« Questi valori infatti soddisfano identicamente alle due condizioni:

$$-Da + Cb - Bc = 14(2\omega+3)fh$$
$$Db - Cc = 7\left[(3\omega-2)f^3 - (\omega+3)h^2\right]$$

e per la proprietà indicata sopra rispetto ad a si ha:

$$Dc = (7\omega - 38)f^2 h + k.$$

3.° « La equazione di 4° grado (1), si può trasformare in una molto più semplice, ponendo:

$$a = 4m\,,\qquad f = 3(3\omega-2)p - m^2$$
$$h = 2m^3 + 3(5\omega+6)mp - 7(5\omega-2)q$$

ed $x = \omega\sqrt{-7}.v - m$. Si ottiene così la:

$$v^4 + 6pv^2 - 8qv + 9p^2 + 4mq = 0 \tag{2}$$

ed indicando con g_2, g_3 i suoi invarianti, saranno:

$$g_2 = 4(3p^2 + mq)\,,\qquad g_3 = 4(2p^3 + mpq - q^2)$$

dalle quali:

$$-4q^2 = 4p^3 - g_2 p + g_3 \qquad -4mq = 12p^2 - g_2.$$

« Ora se si rappresentano con t_0, t_1, t_2 le radici della equazione cubica:

$$4t^3 - g_2 t + g_3 = 0$$

e si pongono:

$$A_0^2 = t_0 - p\,, \qquad A_1^2 = t_1 - p\,, \qquad A_2^2 = t_2 - p$$

si avranno le:

$$q = A_0 A_1 A_2\,, \qquad -3p = A_0^2 + A_1^2 + A_2^2$$

e:

$$(3) \qquad -mq = A_0^2 A_1^2 + A_1^2 A_2^2 + A_2^2 A_0^2\,.$$

« Osservando ora che le m, A_0, A_1, A_2 sono le seguenti funzioni lineari delle quattro radici della equazione (1), cioe:

$$-4m = x_s + x_{s+6} + x_{s+3} + x_{s+5}$$

$$-4\omega\sqrt{-7}\,.\,A_0 = x_s + x_{s+6} - x_{s+3} - x_{s+5}$$

$$-4\omega\sqrt{-7}\,.\,A_1 = x_s + x_{s+3} - x_{s+5} - x_{s+6}$$

$$-4\omega\sqrt{-7}\,.\,A_2 = x_s + x_{s+5} - x_{s+6} - x_{s+3}$$

si deduce che le m, p, q sono funzioni razionali, intiere di quelle quattro radici ed in conseguenza lo sono le f, h, k; che inoltre quelle radici sono legate da una relazione biquadratica, la (3).

« Si ha così il teorema: I coefficienti della ridotta del settimo grado di cui le radici sono le $x_0, x_1 \ldots x_6$, hanno la proprietà di essere funzioni razionali, intiere di quattro fra esse x_s, x_{s+6}, x_{s+3}, x_{s+5}; e queste quattro radici sono legate da una relazione biquadratica.

« È noto che se $f = 0$ si ha la ridotta della equazione modulare Jacobiana; in questo caso le quattro radici indicate soddisfano quindi anche ad una relazione quadratica ».

Geologia. — *Sulle rocce vulcaniche di Montecatini e Orciatico nella provincia di Pisa.* Notizie bibliografiche del Socio G. Capellini. Nota II.

« Dalle mie note relative ad una escursione fatta a Orciatico il 22 agosto 1880, ecco quanto credo opportuno di trascrivere in proposito.

« Alla distanza di circa cinquecento metri prima di giungere dalla strada provinciale al paese di Orciatico, a sinistra della strada si trova il piccolo poggio detto l'*Uccelliera* costituito da roccia marnosa apparentemente modificata dalla Montecatinite.

« La roccia trachitica ha suo principale sviluppo a destra della strada per la quale si sale a Orciatico e costituisce il poggetto conosciuto col nome di Convento dei Cappuccini, sebbene oggi di convento non resti traccia. Sulla sommità del piccolo poggio vi ha una chiesina la quale, essendo stata notevolmente danneggiata dal terremoto del 14 agosto 1846, fu restaurata dal

signor Giulio Franciosi come si rileva dalla iscrizione che sta sulla porta della piccola cappella la cui soglia è a m. 275 sul livello del mare.

« Questa massa trachitica occupa una piccola estensione (forse metri quadrati due mila), e lungo la strada si mostra con apparenze di stratificazione, con strati quasi verticali ([1]). La casina detta del Franciosi trovasi sulla sinistra della strada al limite della Montecatinite, la quale, tranne pochi metri all'ingresso del podere la Casa ed eccezione fatta del poggetto dell'Uccelliera costituito dalla stessa roccia, salendo a Orciatico trovasi a sinistra quasi esattamente delimitata dalla strada.

« Mentre nella massa trachitica di Orciatico ho trovato porzione della massa da potersi identificare con la vera Montecatinite di Montecatini, ho notato e raccolto in numerosi esemplari alcune rocce le quali, se a prima giunta si potrebbero ritenere modificazioni o alterazioni del mattaione o argilla mio-pliocenica che in parte è a contatto con la roccia vulcanica, effettivamente mi sembrano da doversi considerare come veri tufi trachitici, mentre anche dall'analisi microscopica risulta che esse rocce per la massima parte *sono costituite dai medesimi elementi mineralogici della Montecatinite* i quali ridotti allo stato di cenere o polvere finissima si impastarono e indurarono come gli ordinarî tufi vulcanici. Fra queste varietà di Montecatinite, talune apparentemente marnose, una ve ne ha che merita speciale attenzione essendo vacuolare e con cavità in gran parte riempite da calcite che costituisce nocciolini e piccole amigdale irregolari che spiccano sul fondo grigio della roccia; alcuni vacui sono parzialmente ripieni di ossido di ferro.

« Ma a proposito della massa trachitica di Orciatico ho da insistere sopra un fatto di ben maggiore importanza.

« Dissi che aveva trovato una porzione della roccia vulcanica da potersi identificare più o meno con la Montecatinite; ora devo aggiungere che una parte notevole di quella massa si presenta con aspetto di *Dolerite*, quindi interamente diversa e da non potersi confondere con la Montecatinite. Giudicando la roccia a occhio nudo o col soccorso d'una semplice lente già si riconosce per un basalte ricco di olivina; di tutto ciò che oltre la conferma del fatto principale rilevai coll'analisi microscopica mi era proposto di dire sommariamente, terminando questo cenno storico, ma ne dimisi il pensiero appena seppi, che di una analisi completa e molto particolareggiata si stava occupando il nostro valente petrografo prof. Alfonso Cossa.

« Continuando frattanto i cenni bibliografici sulla roccia di Montecatini, dirò che il distinto petrografo dott. barone v. Chrustschoff, che già ebbi occasione

([1]) Anche sotto Montecatini nella cava detta del Cappelli sulla destra del botro grande a m. 300 sul mare, la Montecatinite tagliata nella direzione nord 10° ovest, sud 10° est presenta, come ho già accennato, una specie di piega anticlinale (forse sezione di una cupola) con linee di stratificazione ben marcate. Non dee quindi recar meraviglia se anticamente fu creduta un macigno alterato.

di ricordare parlando per la prima volta delle sezioni sottili di rocce ([1]), avendomi pregato di procurargli rocce alterate da rocce vulcaniche e rocce in esse incluse, insieme ad altre gli inviai anche la Montecatinite coi noccioli di quarzo, perchè su questi portasse la sua attenzione.

« Le osservazioni del Chrustschoff sopra i noccioli di quarzo da me raccolti nella Montecatinite comparvero in una elaborata Memoria da esso pubblicata nel giornale di Tschermak e da esse ricavasi che il quarzo della Montecatinite contiene delle piccole inclusioni vetrose e gassose, dei cristalloidi e dubitativamente grani di Apatite e un poco di Tridimite ([2]).

« Una interessante Nota dell'ing. B. Lotti *sulla miniera cuprifera di Montecatini* pubblicata nel Bollettino del r. Comitato geologico verso la fine dello scorso anno mi ha fatto ricordare queste brevi notizie bibliografiche da lungo tempo in gran parte redatte e mi sono deciso a pubblicarle per prender data di ciò che mi riguarda e per risparmiare ad altri di perder tempo a ricercare tutto quanto fu già detto intorno alle singolari rocce vulcaniche di Orciatico e di Montecatini.

« Nell'ultimo paragrafo di quella Nota ([3]) sotto la indicazione di *roccie trachitiche* il Lotti riassume ciò che il Rath e il Rosenbusch pubblicarono sulla trachite micacea di Montecatini, aggiungendo alcune sue considerazioni sui *fenomeni di contatto* e sulla *età* della roccia.

« Riguardo alla roccia trachitica di Orciatico il Lotti ha notato egregiamente che non tutta la massa si poteva considerare come identica a quella di Montecatini; ma ho già accennato che tale osservazione non era nuova e nelle collezioni esposte fino dal 1881, nella circostanza del secondo Congresso geologico internazionale, a corredo della mia carta geologica dei monti livornesi figuravano i numerosi esemplari da me raccolti a Orciatico nell'agosto del 1880, *distinti come varietà della Montecatinite meritevoli di particolare attenzione.*

« Ed ora, poichè si spera di aver presto, dal nostro collega prof. Cossa, uno studio completo intorno alle rocce vulcaniche di Orciatico, mi dispenserò dall'aggiungere considerazioni intorno ai rapporti che si potrebbero riconoscere fra talune diabasi e la roccia basaltica di Orciatico; e nemmeno mi fermerò a ricercare il nesso della roccia basaltica e della vera Montecatinite coi *tufi* che ne derivarono. Aggiungerò soltanto: che fra la diabase ed il basalte

([1]) Capellini G. *Sull'analisi meccanica delle rocce crillomere per mezzo delle lamine sottili e del microscopio.* Rendiconto, Sess. Acc. Sc. Ist. Bol. anno 1875-76, p. 65. Bologna, 1876.

([2]) Crustschoff v. K. *Ueber secundäre Glaseinchlüsse in den Gemengtheilen gefritteter Gesteine*, 15 *Quarzeinschluss in Glimmertrahyt von Montecatini in Toscana.* Leipzig, November 1881. Tschermak G. Mineralogische und Petrographische Mittheilungen, s. 495 T. V, f. 45, 46, 47, 49. Wien, 1881.

([3]) Lotti B. *La miniera cuprifera di Montecatini* (*Val di Cecina*) *e i suoi dintorni.* Bollettino del r. Comitato geologico, n. 11 e 12. Anno 1884. Roma, 1884.

parmi che si debbano ammettere rapporti analoghi a quelli che furono riconosciuti fra la minetta antica e la neo-minetta o Montecatinite di Val di Cecina. Fra queste diverse rocce non solo vi hanno stretti rapporti d'origine ma altresì graduati passaggi per ciò che riguarda i loro caratteri petrografici.

« Sono poi interessantissime le vere e proprie modificazioni avvenute in talune delle rocce sedimentarie che a Montecatini e a Orciatico furono attraversate dalle rocce vulcaniche delle quali ho rapidamente tracciato la storia bibliografica e dall'esame microscopico di numerose sezioni sottili mi sono convinto che il collega prof. Cossa in quale se occupa con ricco corredo di cognizioni di fisica, di chimica e di mineralogia, ne ricaverà messe abbondante per nuove e importantissime considerazioni [1].

Fisiotossicologia. — *Esperienze fisiotossicologiche sul cloridrato di trimetilvinilammonio e su quello di trimetilammina.* Nota II. del Socio A. Moriggia.

« *Muscoli.* Nell'altro mio citato lavoro, mi ero limitato ad affermare, che erano i muscoli quelli, che meno soffrivano: questa volta ho voluto fare qualche indagine anche più diretta (mettendo per ora da parte la miografia), sui muscoli di rana avvelenata con cloridrato di neurina del commercio, assaggiando con corrente indotta di varia forza, a seconda del vario grado di avvelenamento, i muscoli avvelenati in confronto di sani; mi parve nei primi costante, sebbene in diverso grado una diminuzione nell' irritabilità muscolare, e sopravvenirvi più rapidamente la rigidità cadaverica, massime poi a dosi forti di veleno.

« Messi in due capsulette i gastronemi rispettivi delle due gambe di rana sana, avvolti in carta bibula, imbevuta l'una con acqua semplice, l'altra con soluzione un po' forte di veleno, trovai più rapidamente ed intensamente calata la irritabilità del muscolo sottoposto all'azione del veleno: per l'esperienza, s' intende è indispensabile, mettersi in identiche condizioni, e specialmente per l' alcalinità od acidità del liquido in isperimento, soffrendo assai i muscoli di rana dall'acido.

« Per ultimo, avendo rilevato, che un' estremità posteriore spellata di rana sana perde più presto l' irritabilità de' suoi muscoli, trovai verificarsi la stessa cosa per la rana avvelenata, per di più riscontrai, che nell' arto

[1] Il prof. T. G. Bonney nel suo discorso presidenziale alla Società geologica di Londra, nel febbraio del corrente anno 1885, accennando le molte difficoltà per fare della buona petrografia, così si esprimeva: « To be an ideal petrologist it is necessary to be a « good chemist, physicist, mineralogist, and field-geologist; and who can hope to combine « qualifications so diverse ? . . . . . . we must be content to do our best with the means at our disposal ». Quarterly Journal of the Geological Society of London. Vol. XLI, p. 59. London, 1885.

spellato veniva a cessare più presto non solo il moto volontario e riflesso, ma pure quello provocato agendo direttamente sul relativo ischiatico. L'insieme di questi fatti mi lascia conchiudere, che oltre ai nervi, la neurina intacca pure i muscoli, senza che per ora intenda pronunciarmi sul grado di questa offesa, che credo però non indifferente, e capace forse almeno in parte a spiegare la rapida offesa dei nervi motori ([1]) rispetto ai senzienti, se già non si ama di credere con Weir Mitchell, che dipenda pure dall'essere relativamente molto grande l'eccitabilità dell'apparecchio centrale accoglitore delle impressioni. Certamente l'irritabilità dei muscoli è meno offesa dal curaro.

« I nervi secretori, nervi ad effetto periferico, come i motori, negli omeotermi danno evidentemente un prodotto molto maggiore sotto l'azione del cloridrato di trimetilvinilammonio, e da questo lato ancora il veleno si discosta dal modo d'agire del curaro: come pure esso se ne allontana, insieme alla neurina, secondo le sperienze del prof. Cervello, per quanto riguarda l'influenza su vasi sanguigni e sulla pressione sanguigna.

« *Azione locale del veleno.* Il cloridrato spesso induce sotto la pelle, o nel ventre una piccola raccolta di liquido siero-sanguinolento, ma più sieroso; il liquido va raccogliendosi nelle parti più declivi, vicine al sito d'iniezione in modo da presentare ivi la pelle una fluttuazione più o men decisa, secondo la copia varia di esso; queste saccoccie fluttuanti si sono rimarcate specialmente nelle rane femmine, un po' torpide, ed in generale si è in quei casi, che più facilmente si verifica la minor durata dell'eccitabilità sperimentale diretta dei nervi motori.

« Il veleno poi, come già se ne toccò, possiede una discreta azione locale nerveo muscolare, tanto che iniettato sotto la pelle di una coscia e verso la gamba, il primo a perdere il moto ed il senso si trova precisamente essere l'arto iniettato rispettivamente al suo compagno: lo stesso succede se si mette a pescare un piedino in capsuletta con veleno. Certamente l'azione locale del veleno ben studiata potrà render ragione di diverse varianti, che si possono presentare nell'avvelenamento.

« *Cloridrato di trimetilammina.* Adoperata questa sostanza nelle rane sotto pelle, anche alla forte dose di 16 centig., e non avendone ottenuto distinto segno di particolare offesa, non credetti insistere ulteriormente, limitandomi a rilevare che l'azione infensa della neurina del commercio, certamente è da mettere, si può dire intiera, sul conto degli altri due componenti principali di essa.

([1]) Ho voluto precisamente citare le sperienze sugli arti spellati, perchè mi paiono poter condurre a cercare e meglio stabilire che bastino certe gradazioni di offesa dei muscoli, perchè già compaiono delle lesioni nei nervi motori, che a primo aspetto potrebbero sembrare in tutto od in parte primitive ed indipendenti.

« Prima di finire ho voluto tentare altre sperienze sul cloridrato di neurina, troppo persuaso col celebre Fontana ([1]), che nello sperimentare non si è mai abbastanza circospetti, specialmente quando si lavora su un terreno, come il vivo, a componenti del più instabile equilibrio, dove si verificano influenze molte e varie di cui alcune si sommano, altre tendono ad elidersi, ed altre talora rimangono del tutto impenetrabili. I risultati però in fondo furono consimili od almeno credetti di vederli tali, come quelli già pubblicati in proposito, nè con ciò io intendo che sia ancora rilevato appieno il modo d'agire della neurina.

« In conclusione, la grande velenosità della neurina del commercio (come già in via indiretta si potea desumere dalle mie sperienze dell'anno scorso) è da ripetere precipuamente dall' idrato di trimetilvinilammonio, da circa 15 a 17 volte più velenoso ([2]) del trimetilossetilammonio, altro principale componente della neurina: la fenomenologia tossicologica in fondo è consimile per la neurina ed i suoi due principali componenti; e specialmente nelle rane, non è paragonabile, se non per piccola parte, con quella indottavi dal curaro, e da consimili veleni ».

Astronomia. — *Sulla scintillazione degli astri.* Memoria del Socio L. Respighi.

Questa Memoria sarà pubblicata nei volumi accademici.

Matematica. — *Sulla deformazione di uno strato isotropo-indefinito limitato da due piani paralleli.* Memoria del Socio corr. V. Cerruti (Sunto).

« In questo lavoro l'autore si giova del processo generale d'integrazione esposto nella sua Memoria dal titolo: *Ricerche intorno all'equilibrio de'corpi elastici isotropi*, già pubblicata negli Atti della nostra Accademia ([3]). Tale

([1]) Mi si permetta di fare in proposito la citazione in francese: j'ai fait plus de 6000 expériences; j'ai fait mordre plus de 4000 animaux ; j'ai employé plus de 3000 vipères, et je puis m'être trompé; quelque circostance essentielle peut m'avoir échappé : je puis en avoir négligé quelque autre, ne la croyant pas nécessaire; mes conséquences peuvent être trop générales, et les expériences en trop petit nombre. En un mot, il se peut trés-bien que je me sois trompé et il serait même presque impossible que je ne me fusse jamais trompé dans une matière si difficile, si obscure, et encore si neuve. Il me suffit de pouvoir certifier, que je n'ai écrit que ce que j'ai vu, ou du moins cru voir. (Traité sur le venin de la vipère etc., par Felix Fontana, Florence 1781. Tome second, pag. 63).

([2]) Anche il citato prof. Cervello, che ha lavorato con tanta passione attorno alla neurina, in una recente Nota (Gazz. Chimica italiana, fasc. 1, Palermo 1885) afferma la grande velenosità del trimetilvinilammonio: avendo l'autore preparato esso stesso il veleno per via sintetica sarebbe stato desiderabile, onde far confronti, che ne avesse citata anche la dose mortale.

([3]) Memoria della Classe di scienze fisiche, mat. e nat. Serie 3,ª t. XIII, pp. 81-122.

processo esige la determinazione, non sempre facile, di certe funzioni ausiliarie. In moltissimi casi la ricerca di queste funzioni è agevolata coll'uso del seguente teorema, dimostrato nella precitata Memoria:

« Se un corpo isotropo è simmetrico e simmetricamente deformato intorno ad un asse e la deformazione avviene in piani passanti per l'asse, le due funzioni $\Omega^2\Theta$ ed $\omega^2 t\,\mathfrak{T}$ sono due funzioni *associate* (¹).

« Mediante questo teorema l'autore esprime le funzioni ausiliarie, che gli occorrono per la risoluzione del problema, col mezzo di altre sei, tra le quali si stabiliscono subito sei relazioni lineari atte a definirle, e così egli riesce a trattare completamente un problema che solamente di volo e in modo incompleto era stato toccato da Lamé e Clapeyron nella loro classica Memoria: *Sull'equilibrio interno de' corpi solidi omogenei* » (²).

Fisica terrestre. — *Relazione sulle osservazioni fatte durante un viaggio nelle regioni della Spagna colpite dagli ultimi terremoti.* Nota II. del Socio T. Taramelli e del prof. G. Mercalli.

« Passiamo ad un succinto esame del fenomeno sismico e delle sue conseguenze più prossime.

« *Fenomeni precursori.* Prima del terremoto disastroso, che colpì l'Andalusia nella sera del 25 dicembre 1884 non mancarono alcuni fenomeni, che si ponno considerare come *precursori*, perchè direttamente od indirettamente collegati col terremoto stesso. Tali fenomeni sono: 1° alcune piccole scosse, avvertite il 22 dicembre in Portogallo, all'isola Madera ed altrove nell'Atlantico, e poi il 24 e la notte 24-25 a Siviglia, a Colmenar ed a Zaffaraya; 2° alcuni straordinari rumori sotterranei, sentiti verso la metà di novembre a nord-est della Sierra Tejeda; 3° l'inquietudine degli animali domestici, che poco prima del terremoto in alcuni luoghi fuggirono dalle abitazioni, altrove si rifiutarono di prender cibo ecc.; 4° una sensazione speciale alla testa, paragonabile ad un principio di mal di mare, provata da molte persone appena prima del terremoto. L'inquietudine degli animali e l'alterazione delle sorgenti (intorbidamento, aumento ovvero diminuzione di quantità) si notarono quasi generalmente poco prima delle repliche, le quali in alcuni luoghi furono anche precedute da perturbazioni dell'ago magnetico.

(¹) Nel senso indicato dal prof. Beltrami nella sua Nota, *Sulle funzioni potenziali di sistemi simmetrici attorno ad un asse* (Atti del r. Istituto lombardo, 1878). Θ, $\mathfrak{T}$ designano rispettivamente la condensazione cubica e il doppio della rotazione di una particella qualunque: Ω, ω le velocità di propagazione delle onde longitudinali e trasversali in un mezzo isotropo.

(²) Mémoires présentés par divers savants à l'Académie royale des sciences de l'Institut de France, t. IV, pp. 465-562.

« Ai fenomeni precursori forse si ponno aggiungere un notevole abbassamento barometrico, che passò sopra l'Andalusia dal 19 al 27 dicembre, ed una calma perfetta e straordinaria, che durante il giorno 25 si notò nell'atmosfera e nel mare.

« *Rombo.* In tutti i luoghi dove il terremoto si sentì con molta violenza, esso fu preceduto da un forte rombo sotterraneo, paragonato da taluni al rumore di molti carri pesanti in movimento su un ciottolato, da altri ad un lontano tuono, ad un forte uragano, ad una scarica di artiglieria. Dopo la prima scossa si avvertirono movimenti del suolo senza rombi ovvero rombi sotterranei non accompagnati da alcuna scossa sensibile; ma, in generale, le scosse furono accompagnate dal rombo ed in tal caso questo fu sempre anteriore od in parte contemporaneo al movimento, non mai posteriore. Dal che si argomenta che la velocità di propagazione del suono nella crosta terrestre in questo terremoto fu sempre maggiore della velocità di propagazione del movimento sismico.

« *Area del terremoto.* L'area *mesosismica*, ossia di massima intensità, entro la quale giaciono tutti i paesi dove il terremoto fu *disastroso*, è un ellisse, il cui asse maggiore diretto presso a poco ovest-nord-ovest, est-sud-est misura circa 65 chilometri e l'asse minore circa 40. Quest' area è attraversata dalle sierre Marchamona, Tejeda, Almijara, e de las Guajaras, ed i paesi maggiormente rovinati sono situati a notevole altezza sui fianchi delle sierre medesime. Siccome vedremo che l'epicentro si trova vicino al foco occidentale di questa ellisse, si argomenta che il movimento sismico si è propagato più facilmente verso est lungo la massa delle rocce cristalline e paleozoiche delle sierre Tejeda ed Almijara.

« Una seconda curva *isosismica*, pure ellittica, racchiude le località dove gli edificî furono gravemente lesionati, ma, in generale, non rovinarono nè vi furono vittime umane. Il diametro maggiore di questa curva misura circa 100 chilometri da Càrtama a Motril.

« La terza curva *isosismica* si spinge ad ovest fino a Cordova e Siviglia, e comprende le località dove il terremoto cagionò leggiere lesioni negli edificî.

« Queste ultime due curve isosismiche non sono perfettamente concentriche alla prima, prolungandosi esse assai più verso ovest che non verso est, dove pare che le onde sismiche abbiano trovato un ostacolo a propagarsi nella sierra Nevada, in cui la direzione degli strati azoici è quasi perpendicolare, come abbiamo veduto, a quelle delle formazioni stesse nell'area mesosismica, notandosi altresì una diversità d'inclinazione degli strati terziari nei due versanti dell'alta valle del Guadalfeo.

« Finalmente, fuori dell'Andalusia il terremoto si avvertì sensibile, senza cagionar danni, a nord fino a Madrid ed a Segovia, ad est fino a Valenza, ad ovest fino a Huelva, a sud fino a Gibilterra. Ad Almaden

nell'Estremadura, la scossa fu leggiera alla superficie, non avvertita nelle miniere che si sprofondano 325 m. nel suolo. Nella Catalogna e nelle altre parti settentrionali della Spagna, come pure nell'Africa settentrionale non si sa che siasi avvertito nessun sensibile movimento di suolo. Fuori della Spagna solo gl'istrumenti delicati notarono leggerissimi movimenti del suolo la sera del 25 dicembre a Velletri alle 10 pom. (ore di Roma) ed a Roma alle 10^h 15^m.

« *Natura e durata della scossa.* In tutta l'area mesosismica ed in quella isosismica rovinosa la prima scossa del 25 dicembre si propagò in modo molto uniforme. Dovunque precedette il rombo sotterraneo, seguì il moto sussultorio e poi, dopo una pausa in cui il movimento cessò quasi totalmente, si sentì il movimento laterale od ondulatorio, più forte è più lungo del primo.

« Complessivamente il rombo e il duplice movimento durarono in alcuni luoghi da 8 a 10 secondi in altri da 15″ a 20″. Al Palo, presso Malaga, nelle parti superiori degli edifici il movimento era ancora sensibile dopo almeno 30″ dal principio del rombo.

« *Ora della prima scossa.* La scossa disastrosa della notte di Natale si sentì leggermente all'osservatorio astronomico di S. Ferdinando (Cadice) alle 8^h 53′ 58″ p., ora di Madrid. Pur troppo in nessun' altra località si potè avere con certezza l'ora precisa del fenomeno. Anche l'ora della stazione ferroviaria di Granada, secondo la quale il terremoto si sarebbe sentito alle 9^h 10′ pom. (ora di Madrid), non può essere esatta, essendo impossibile che il movimento sismico sia giunto a Granada 16 minuti più tardi che a Cadice, mentre la prima città è molto più vicina al centro dello scotimento.

« *Ricerca dell'epicentro.* Essendo impossibile applicare il metodo delle ore per la ricerca dell'epicentro del terremoto del 25 dicembre 1884, abbiamo determinato colla massima diligenza le direzioni del movimento ondulatorio principale nelle diverse località. Riportando poi queste direzioni sopra una carta topografica abbiamo visto che l'epicentro deve essere situato sul versante settentrionale della sierra Tejeda, ad oriente di Ventas di Zaffaraya. Questa determinazione dell' epicentro è confermata dal modo di propagazione del movimento sismico, dalla distribuzione dei danni, dai crepacci, dalle frane ed altri fenomeni verificatisi nel suolo; infine dalle repliche, le quali nei paesi prossimi all' indicato epicentro furono molto più numerose che altrove.

« *Origine delle scosse.* Premettiamo che al verticale sismico (epicentro) il movimento del suolo deve cominciare con una scossa, 1° puramente verticale, 2° di massima intensità. Orbene, siccome abbiamo veduto che anche nei paesi più danneggiati il movimento più forte fu quello laterale od ondulatorio, e di più, che anche al principio della scossa il movimento sussultorio non fu puramente verticale, ma determinato da un movimento vibratorio laterale, che emergendo si risolveva in due componenti, l' una orizzontale e l' altra

verticale, così ne concludiamo che fortunatamente nessun paese anche dei più danneggiati si è trovato all' epicentro del terremoto andaluso del 25 dicembre.

« In tutti i paesi dove alla scossa sussultoria seguì quella ondulatoria più forte, riteniamo che solo la prima rappresenti il movimento proveniente immediatamente dal centro o *foco sismico*, collocato a profondità più o meno grande nell' interno della terra; la seconda sarebbe dovuta al movimento sismico partente dal *verticale sismico*, addizionato ad un residuo del movimento dovuto alla componente orizzontale dell' urto proveniente dal centro.

« Uscendo dall'area dei disastri, mano mano che si passa a località più lontane dall' epicentro, sempre più diminuisce il valore della componente verticale dell'onda sismica proveniente dal centro; epperò già a Malaga ed a Granada il moto sussultorio fu poco sensibile e messo in dubbio da taluni, ed in qualche paese pare che la trepidazione abbia preceduto l'oscillazione. A maggiori distanze, cominciando da Cordova e Siviglia, il movimento fu puramente ondulatorio.

« In parecchi luoghi dei più danneggiati, oltre ai movimenti diretti, provenienti dal centro e dall'epicentro, arrivarono altresì delle onde sismiche riflesse dalle formazioni più compatte e più elastiche. Per esempio, Albuñuelas venne colpita non solo dalla scossa sismica principale diretta presso a poco ad ovest-est, ma anche da onde sismiche secondarie provenienti da sud-sud-ovest, le quali probabilmente furono onde riflesse dal nucleo di terreni cristallini della sierra de las Guájares, ove abbiamo indicato che bruscamente si cangia la direzione delle dette formazioni.

« *Movimenti rotatorî.* Nel terremoto del 25 dicembre non mancarono i movimenti rotatorî; noi osservammo oggetti girati sopra sè stessi ad Alhama, ad Albuñuelas ed a Malaga. Probabilmente sono effetti di un rapido cangiamento nella direzione del movimento sismico, in causa del sopravvenire di un' onda riflessa, diversamente diretta, sopra un oggetto tuttavia in moto per l' onda sismica diretta.

« *Distribuzione dei danni.* Complessivamente vi furono 745 morti e 1483 feriti per effetto della scossa del 25 dicembre. Furono circa 4400 le case totalmente rovinate, e 7316 quelle rovinate parzialmente. Innumerevoli gli edifici più o meno lesionati. Nella sola città di Velez-Malaga i danni delle case si valutarono a circa 15 milioni di lire. Arenas del Rey e Ventas di Zaffaraya furono i due paesi più crudelmente colpiti dal terremoto: nel primo non rimase più alcuna casa abitabile e vi fu circa il 10 per 100 di vittime, mentre negli altri paesi, anche assai danneggiati come ad Alhama, queste furono nel rapporto di circa il 3 per 100. La causa di questi disastri è specialmente delle disgrazie personali, oltre che nella violenza delle scosse, deve cercarsi nella pessima costruzione delle case e nella loro

ubicazione in riva a burroni, o sopra terreni poco coerenti ed in pendio. E qui si noti come nella stessa area mesosismica la misura dei danni dipese dalla natura del suolo superficiale, su cui direttamente poggiarono gli edifici, rimanendo ad esempio più danneggiati quelli edificati sugli accennati lembi di sfacelo, di brecce, di travertino o sull'orlo delle incisioni praticate dai torrenti nei conglomerati, nelle molasse terziarie, in confronto con località anche vicinissime, dove la roccia in posto era una massa calcareodolomitica o lo schisto paleozoico. Questa differenza fu evidentissima, e ad esempio, tra il paese di Jatar, situato sul travertino, e su conglomerato pliocenico, presso ad un rio, e la prossima villa del sig. Blanchart posto su dolomia; tra Canillas di Aceituno ed Alcaucin, collocati sulla breccia e le frazioni intermedie collocate sulla roccia scistosa. Epperò si può stabilire, che la trasformazione in movimento di massa del moto molecolare, trasmesso dalle profonde ed omogenee formazioni, fu tanto più disastrosa quanto minori erano lo spessore, la omogeneità e la continuità del terreno superficiale.

« *Effetti del terremoto sul suolo.* Per la scossa del 25 dicembre non si apersero spaccature nelle roccie compatte ed in regolare stratificazione, spettanti ai terreni mesozoici o più antichi. I terreni terziari e quaternari, presso alla superficie ebbero bensì spaccature anche di qualche chilometro di lunghezza, come al Cortijo di Guaro presso Periana, a sud di Vent di Zaffaraya e sopra Guevejar; ma il rendersi appariscenti di esse fratture, e la formazione di altre molte tutto all'ingiro furono la conseguenza del moto di scivolamento, reso possibile dalla prima rottura e variamente modificato da pressioni laterali e dall'incontro d'ostacoli sotterranei. Attraversando la Sierra Tejeda presso ed entro all'epicentro non abbiamo trovato alcun esempio di frattura e di spostamento di rocce in posto; nè fu constatato da noi o da altri alcun cangiamento permanente nell'altimetria relativa nell'area del terremoto, fatta astrazione delle piccole masse scoscese nelle accennate località. Siamo quindi in un ordine di fenomeni concomitanti e susseguenti le scosse, che sono comuni a tutti i grandi terremoti.

« Al momento della prima scossa, od appena dopo essa, in moltissimi luoghi le sorgenti diseccarono o sgorgarono torbide e più abbondanti; ma poco dopo ripresero le loro qualità ordinarie. Più profonde furono le modificazioni nelle sorgenti termali. Quelle di Alhama e di La Malà accrebbero la portata e di qualche grado anche la temperatura; ad Alhama a circa mezzo chilometro verso nord della fonte dei Bagni, in suolo alluvionale, si aperse, tre giorni dopo la scossa, una nuova fonte, abbondante, di quattro gradi più calda della vecchia fonte e più distintamente solfidrica. Presso il Ponte Ifo, lungo la strada da Granada e Motril, dalle fessure di una roccia calcare sgorgò un getto abbondante di acqua tepida; presso Iatar si osservò una temporanea emanazione di aria tiepida e forse anche di vapor acqueo da un pertugio preesistente di circa un metro quadrato di apertura.

« *Velocità di propagazione.* È molto difficile e fors'anche impossibile conoscere con sicurezza la velocità di propagazione del moto sismico nel terremoto andaluso, perchè mancano affatto, come abbiamo detto, notizie esatte sull'ora della prima scossa in luoghi diversi. Il fatto riportato da alcuni, secondo il quale il telegrafista di Malaga avrebbe sentito il terremoto sei secondi dopo quello di Velez-Malaga, è poco attendibile; esso infatti condurrebbe ad una velocità di propagazione di oltre 3000 metri al secondo, la quale è più che tripla della velocità massima ben constatata in molti altri terremoti. Quanto poi ai movimenti osservati negli apparati magnetici di Greenwich e di Willemshafen, ci sembra molto probabile che sieno effetti di perturbazioni magnetiche, causate se vuolsi dal terremoto, ma non dall'arrivo fino a quei punti del movimento sismico. Non ci pare quindi che tali fenomeni possano servire a determinare la velocità di quest' ultimo. Si potrà forse ottenere con minore incertezza questa velocità, calcolandola in base ai leggeri movimenti avvertiti la sera stessa a Velletri ed a Roma, qualora si potesse scegliere quale dei due tempi corrisponda al terremoto andaluso.

« *Profondità del centro.* In mancanza di dati precisi sull'ora della prima scossa in località diverse abbiamo dovuto rivolgerci per la determinazione della profondità del centro sismico al metodo di Mallet, col quale questa profondità si calcola dal valore degli angoli di emergenza delle scosse, desunti dalla inclinazione delle fratture nel terreno e negli edifici meglio costrutti. Avendo scelto alcuni dei migliori angoli d'emergenza osservati, avremmo calcolata una profondità media un poco superiore a quella di 9275 metri trovata da Mallet pel grande terremoto napoletano del 1857, per molti altri rapporti analogo al presente terremoto iberico. Speriamo di potere precisare meglio il valore di tale profondità determinando con maggiore esattezza la posizione dell'epicentro.

« *Repliche.* Nella notte del 25 al 26 dicembre, dopo la prima scossa disastrosa, si ripeterono altre scosse, che in generale furono tanto più numerose quanto più le località erano prossime all'epicentro; così che a Iatar se ne contarono fino a 111. Nei seguenti dieci giorni vi furono repliche quotidiane; nel rimanente del gennaio le scosse si replicarono circa ogni due giorni; nel febbraio e nei mesi seguenti si fecero sempre più rade. Talune di queste scosse ebbero notevole intensità, specialmente quelle del 27 febbraio e dell'11 aprile, che fu la più violenta dopo la prima. Tuttavia nessuna di queste scosse fu causa di disgrazie personali e neppure di nuove lesioni negli edifici; soltanto fu determinata la caduta di molti di essi, già gravemente danneggiati. Questo lungo ripetersi delle scosse è un fatto comune agli altri terremoti della Spagna meridionale, ed anche per questo carattere il recente terremoto andaluso offre analogia coi terremoti perimetrici che tanto frequentemente hanno colpita l'Italia meridionale e talune regioni alpine.

« Svolgeremo tali analogie nella nostra relazione sotto il rapporto della

orografia, della natura geologica del terreno, della posizione della regione colpita rispetto ai vulcani ed al mare, della forma ed estensione dell'area sismica, nonchè delle relazioni cronologiche e topografiche coi fenomeni sismici della regione mediterranea. Queste analogie ci conducono fin d'ora ad una associazione che ci fa travedere come la causa di tutti questi fenomeni sismici mediterranei sia collegata coi fenomeni stratigrafici e sismici, geologicamente assai recenti, ai quali si devono la formazione e la delimitazione attuale di questo bacino.

« Nel chiudere questa breve relazione ci è grato esprimere la nostra viva riconoscenza verso l'onorevole sig. ministro Canovas del Castillo, e le autorità governative delle provincie percosse che molto cortesemente agevolarono i nostri studî; ed altresì ai signori geologi spagnuoli i quali ne furono larghi di molte ed utili indicazioni. Presentiamo inoltre i sensi della nostra sincera gratitudine alla Presidenza di questa r. Accademia, la quale, onorandoci dell'incarico del presente studio, ci ha procurato desiderata occasione di apprendere nuovi fatti in un ordine di fenomeni per noi ancora molto oscuri, ad onta della esperienza, pur troppo triste, che abbiamo a farne nel paese nostro ».

Matematica. — 1° *Sulla geometria de' complessi lineari di rette e sulle loro coordinate proiettive* — 2° *Sulle superficie di Plücker nei complessi di rette del 2° grado.* Memorie del Socio corr. E. Caporali e del dott. P. Del Pezzo.

Queste Memorie saranno pubblicate nei volumi accademici.

Matematica. — *Le trasformazioni doppie del piano.* Memoria del Socio corr. R. De Paolis.

Questa Memoria sarà pubblicata nei volumi accademici.

Astronomia. — *Sul grande gruppo di macchie attualmente visibili al centro del disco del sole.* Nota del Socio P. Tacchini.

« Il gruppo di macchie solari che presentemente può vedersi anche ad occhio nudo al centro del disco solare, abbraccia in lunghezza 4'.20" ed è largo 1'.15". Si distende quasi parallelamente all'equatore solare e si compone di 4 macchie principali, separate però da una specie di penombra, che altro non è che la fotosfera nel primo stadio di disegregazione. Il gruppo trovasi nell'emisfero boreale del sole ad una latitudine di 10°. Osservato allo spettroscopio la macchia più grande, e che è quella che precede, presentava nel nucleo l'inversione della riga C di quelle del sodio e del

magnesio, sotto forma di piccole elissi contornate difile tto nero, come sperimentalmente riescirono ad ottenere per il sodio il Secchi ed il Cornou. Questo gruppo erasi presentato al bordo orientale il 15 giugno, e perciò trovavasi nella stessa regione delle macchie tramontate il 31 maggio, e che erano comparse all'altro bordo fra il 17 e 19 dello stesso mese. È dunque uno di quei casi, da noi descritti altre volte, in cui nella stessa regione, bene definita e limitata, le macchie vi durano un tempo assai lungo, ciò che costituisce uno degli argomenti contro la teoria, che vorrebbe considerare le macchie solari come semplici cicloni consimili a quelli che si formano nella nostra atmosfera. Nel gruppo attuale poi in nessuna delle sue parti si appalesa forma ciclonica, la quale d'altronde è rarissima nelle tante macchie, che si osservarono ogni anno ».

Astronomia. — *Sul numero delle volte che vennero osservati i pianetini fra Marte e Giove in opposizione.* Nota del prof. E. Millosevich, presentata dal Socio Tacchini.

« Fino ad oggi (18 giugno 1885) furono scoperti 248 [1] pianetini fra Marte e Giove, ma non per questo possiamo ritenerci in possesso di tutti 248 [1]. Di alcuni di questi la scoperta puossi ritenere quasi illusoria, giacchè non siamo in caso di precisare il luogo apparente dove si trovano in un certo istante se non fra limiti grossolani.

« Quantunque la teorica insegni che tre osservazioni bastano per fissare gli elementi d'un' orbita planetaria, salvo casi eccezionalissimi per i quali il problema resta quasi o completamente indeterminato, tuttavia tale modo di considerare il problema suppone osservazioni di rigore geometrico, quali all'uomo non è concesso di fare. In realtà poi un periodo di tre mesi è necessario, nel maggior numero dei casi, per avere elementi tali da contare per la ricerca nella seconda opposizione. Il calcolo delle perturbazioni in causa dei grossi e vicini pianeti, potendo sempre farsi con rigore anche se i primi elementi non sono assolutamente inappuntabili, è possibile nella seconda opposizione perfezionare gli elementi osculatorii in un dato momento, e così successivamente fino ad avere cinque opposizioni almeno disponibili, cioè all'incirca un completo periodo rivolutivo, dopo di che si può ritenere che per un grandissimo numero di anni il pianeta potrà sempre ritrovarsi oscillante fra stretti limiti intorno al luogo che viene fornito dai definitivi elementi osculatorii per un dato momento, oppure in una posizione

(1) Il pianeta scoperto il 5 giugno dal dott. I. Palisa in Vienna può non essere nuovo; in tal caso il numero diventa (247). Il piano dell'orbita coincide fra stretti limiti con quello di Xantippe (156), che è uno dei quasi perduti. Soltanto di qui a qualche giorno si potrà decidere se il nuovo astro sia identico o no col (156). Vedi C. B. A. J. N. 253.

assai vicina a quella data dal calcolo, se successivamente si modificano gli elementi osculatorii per l'azione dei grossi pianeti.

« Credo utile presentare all'Accademia un rendiconto assai sommario dei nostri reali o fittizii possessi su detti 248 pianeti servendomi per lo spoglio che segue del B. A. J., delle circolari del B. A. J. e delle Astronomische Nachrichten fino al giorno d'oggi.

« Nello stato attuale della scienza i pianetini del numero (1) Cerere fino al numero (138) Tolosa furono osservati cinque o più di cinque volte, cioè in almeno cinque opposizioni.

« Devonsi eccettuare (66) Maja; (99) Dike; (131) Vala; (132) Aethra. Si aggiungano poscia i seguenti al di sopra del numero (138), i quali pure furono osservati almeno in cinque opposizioni. Essi sono:

(140) Siwa	(165) Lozeley	(185) Eunike
(142) Polana	(168) Sibylla	(186) Celuta
(143) Adria	(172) Baucis	(202) Chryseïs
(147) Protogeneia	(173) Ino	(204) Kallisto
(148) Gallia	(179) Klytaemnestoa	(205) Martha
(150) Nuwa	(181) Eucharis	(207) Hedda
(153) Hilda	(182) Elsa	(215) Oenone
(154) Bertha	(184) Dejopeja	(216) Kleopatra
(158) Koronis		

« Ben 17 peraltro di questi pianeti furono osservati nella quinta opposizione *soltanto* nell'intervallo degli ultimi sedici mesi. Abbiamo quindi 159 pianeti sui 248 che non possono essere perduti che in un avvenire remotissimo e qualora per alcuni e soltanto per alcuni di essi non si facessero più osservazioni.

« I seguenti pianeti furono osservati in quattro opposizioni, cioè:

(66) Maja	(171) Ophelia	(198) Ampella
(139) Iuewa	(174) Phaedra	(200) Dynamene
(141) Lumen	(176) Idunna	(201) Penelope
(144) Vibilia	(187) Lamberta	(211) Isolda
(151) Abundantia	(189) Phthia	(212) Medea
(152) Atala	(190) Ismene	(213) Silaea
(159) Aemilia	(192) Nausikaa	(214) Aschera
(160) Una	(194) Prokne	(218) Bianca
(162) Laurentia	(196) Philomela	(219) Thusnelda
(169) Zelia		

« Evidentemente alcuni di questi vennero osservati in tutte le opposizioni che ebbero luogo dalla scoperta in poi, altri invece sono riacquisti moderni, come ad esempio Maja ed Juewa. Questi 27 pianetini domandano ancora osservazioni per assicurarne il possosso; per alcuni poi come Vibilia,

Atala, Aemilia, Una, Laurentia, Ophelia, il bisogno comincia a farsi imperioso.

« I seguenti pianetini vennero osservati soltanto in tre opposizioni.

(146) Lucina	(191) Kolga	(226) Weringia
(161) Athor	(199) Byblis	(227) Philosophia
(164) Eva	(203) Pompeja	(229) Adelinda
(167) Urda	(209) Dido	(230) Athamantis
(170) Maria	(221) Eos	(231) Vindobona
(178) Belisana	(224) Oceana	

« Di quest'ultimo gruppo i pianeti (221), (224), (226), (227), (229), (230) e [231] vennero osservati in tutte le opposizioni; Lucina invece è un riacquisto moderno e così pure Urda. Eva (164) deve essere riosservato per non ismarrirlo.

« In due opposizioni soltanto vennero osservati i seguenti pianeti:

« Vala (131), Rhodope (166), Garumna (180), Enrykleia (195), Hersilia (206), Lacrimosa (208), Isabella (210), Lucia (222), Henrietta (225). Vala, Eurykleia, Hersilia, Lacrimosa ed Isabella sono riacquisti recenti, notabilissimi Vala, Eurykleia ed Hersilia. Rhodope e Garumna domandano ricerche per ritrovarli; a questi aggiungi i tre pianeti (231) Ruma, (233) Asterope, (234) Barbara e (235) Carolina osservati nelle due opposizioni dall'epoca della scoperta.

« Vengono da ultimo i pianeti osservati una sola volta e sono i seguenti.

Dike	(99)	Menippe	(188)	Adrastea	(239)
Aethra	(132)	Ambrosia	(193)	Vanadis	(240)
Adeona	(145)	Arete	(197)	Germania	(241)
Medusa	(149)	Eudora	(217)	Kriemhild	(242)
Scylla	(155)	Stephania	(220)	Ida	(243)
Xanthippe	(156)	Rosa	(223)	Sita	(244)
Dejanira	(157)	Agathe	(228)	Vera	(245)
Erigone	(163)	Honoria	(236)	Asporina	(246)
Andromache	(175)	Coelestina	(237)	Eukrate	(247)
Irma	(177)	Hypatia	(238)	?	(248)
Istria	(183)				

« Dal (236) al (248) si attende ora e in seguito la seconda opposizione.

« Dei 18 pianeti dal (99) al (228) soltanto calcoli laboriosi e sopratutto ricerche minuziose e lunghe di osservazione potranno farli ritrovare. Di moltissimi come Dike, Aethra, Adeona, Medusa, Scylla, Xanthippe, Dejanira, Erigone, Andromache, Irma, Istria, Menippe, Ambrosia ed Arete il rinvenimento sarà una nuova scoperta, fatta la quale avremo il mezzo di accertarsi dell'identità del nuovo astro con alcuno dei nominati.

« Dejanira, Rosa ed Agathe saranno sempre o quasi sempre estremamente deboli in luce.

« Riassumendo furono osservati fino ad oggi (18 giugno)

Pianetini	159	in cinque o più di cinque opposizioni.
»	28	in quattro opposizioni.
»	17	in tre opposizioni.
»	13	in due opposizioni.
»	31	in una opposizione.
Totale	248	

« Non sarà isfuggito il fatto che fra il (145) e il (197) cioè in 53 pianeti ben 12, cioè quasi un quarto, sono pressochè perduti.

« Questi dodici pianeti furono scoperti:

(145)	Adeona	C. H. F. Peters	3	giugno	1875
(149)	Medusa	Perrotin	21	settembre	1875
(155)	Scylla	Palisa	8	novembre	1875
(156)	Xantippe	Palisa	22	novembre	1875
(157)	Dejanira	Borrelly	1	dicembre	1875
(163)	Erigone	Perrotin	26	aprile	1876
(175)	Andromache	Watson	1	ottobre	1877
(177)	Irma	Paul Henry	5	novembre	1877
(183)	Istria	Palisa	8	febbrajo	1878
(188)	Menippe	C. H. F. Peters	18	giugno	1878
(191)	Ambrosia	Coggia	28	febbrajo	1879
(193)	Arete	Palisa	21	maggio	1879

« La ragione principale di tale aggruppamento di pianeti quasi perduti sta nella debolezza della loro luce, come Medusa, Dejanira, Scylla, Istria, Menippe, Ambrosia, Arete.

« Peraltro in causa della notabile eccentricità dell'orbita di alcuni di essi, come ad esempio Andromache, lo splendore nelle diverse opposizioni è variabilissimo ».

Matematica. — *Sulla integrazione per serie.* Nota I. del prof. C. Arzelà, presentata dal Socio Dini.

1. « Sia $f(x,y)$ la funzione delle due variabili reali x e y considerata nella Nota *Sull'integrabilità di una serie di funzioni* già pubblicata in questi rendiconti. — A completare la trattazione dell'argomento preso ivi a considerare, rimane che si determini la condizione necessaria e sufficiente affinchè, supposto $f(x,y_0) = \lim\limits_{y_s = y_0} f(x,y_s)$ e integrabile tra a e b, sia anche

$$(1) \qquad \int_a^x f(x,y_0)\,dx = \lim_{y_s=y_0} \int_a^x f(x,y_s)\,dx$$

per ogni x tra a e b.

« La condizione necessaria e sufficiente affinchè, nelle ipotesi poste nella nota succitata, sussista la (1), è che $\lim_{y_s=y_0}\int_a^x f(x,y_s)\,dx$ sia, in ogni punto x tra a e b, una funzione di x finita e continua.

« Che questa condizione sia necessaria, è evidente perchè, nell'ipotesi che $f(x,y_0)$ sia integrabile, $\int_a^x f(x,y_0)\,dx$ è una funzione di x finita e continua; mostriamo che è sufficiente.

« Poniamo

$$\int_a^x f(x,y_0)\,dx = \theta(x) \quad : \quad \int_a^x f(x,y_s)\,dx = \Phi(x,y_s)$$

$$\lim_{y_s=y_0}\int_a^x f(x,y_s)\,dx = \Phi(x,y_0)\,.$$

« Se si ricorda che è

$$\frac{\theta(x+h)-\theta(x)}{h} = \overline{f}(x,y_0)$$

ove $\overline{f}(x,y_0)$ indica un valore compreso tra il limite superiore e inferiore di $f(x,y_0)$ nell'intervallo da x a $x+h$, si vede che, fissato un punto x qualunque, i valori che assume il rapporto incrementale di $\theta(x)$ per i valori di h minori in valore assoluto di un numero h_1 minore della più piccola delle due quantità $b-x$, $x-a$ (escluso il valore $h=0$), saranno compresi tra i due numeri limiti, tra i quali sono compresi i valori di $f(x,y_0)$ nell'intervallo da $x-h_1$ a $x+h_1$. Epperò l'oscillazione (¹) che in un punto x al tendere di h a zero, fa il rapporto incrementale di $\theta(x)$ sarà minore o al più eguale a quella che in quel punto x fa la $f(x,y_0)$.

« Si consideri ora la funzione $\Phi(x,y)$.

« Si ha

$$\frac{\Phi(x+h,y_0)-\Phi(x,y_0)}{h} = \frac{\Phi(x+h,y_0)-\Phi(x,y_0)}{h} - \frac{\Phi(x+h,y_l)-\Phi(x,y_l)}{h} + \frac{\Phi(x+h,y_l)-\Phi(x,y_l)}{h}$$

(¹) Per oscillazione di una funzione $\psi(x)$ in un punto x, intendiamo la differenza $G_x - g_x$, G_x e g_x essendo i limiti ai quali tendono rispettivamente $G(x,h_1)$, $g(x,h_1)$ limite superiore quello, inferiore questo della $\psi(x)$ nell'intervallo da $x-h_1$ a $x+h_1$, al tendere di h_1 a zero. (Harnach, Math. Annalen B. XVII: XIX). — Tra l'oscillazione qui definita e il salto (Dini, *Fondamenti* etc. pag. 42) vi è la relazione che l'oscillazione è minore o eguale al doppio del salto.

dove y_l rappresenta l'ordinata di una linea composta di un numero finito di tratti presi sulle rette $y=y_1, y_2, y_3, \ldots\ldots$ tra il punto x e il punto $x+h$.

« Si può anche scrivere

$$(2) \quad \frac{\Phi(x+h, y_0)-\Phi(x, y_0)}{h}=\frac{\Phi(x+h, y_0)-\Phi(x+h, y_l)}{h}-\frac{\Phi(x, y_0)-\Phi(x, y_l)}{h}+$$

$$+\frac{\Phi(x+h,y_l)-\Phi(x,y_l)}{h}=\frac{\Phi(x+h,y_0)-\Phi(x+h,y_l)-\{\Phi(x,y_0)-\Phi(x,y_l)\}}{h}+$$

$$+\frac{1}{h}\int_x^{x+h} f(x, y_l)\, dx$$

dove $\int_x^{x+h} f(x, y_l)\, dx$ è l'integrale della $f(x, y_l)$ preso lungo la linea spezzata che si considera tra x e $x+h$.

« Per ogni valore x e per ogni h fisso, esiste un valore y_s, tale che per ogni valore y preso tra i valori $y_{s_1}, y_{s_1+1}, y_{s_1+2}, \ldots\ldots\ldots$ è

$$(3) \quad \left|\Phi(x+h, y_0)-\Phi(x+h, y)\right|<|h|\sigma \quad \text{e} \quad \left|\Phi(x, y_0)-\Phi(x, y)\right|<|h|\sigma$$

σ essendo un numero positivo preso piccolo a piacere. In virtù di quanto si è stabilito nella nota *Sull'integrabilità* ec. ec. sopra menzionata, tolti tra x e $x+h$ dei tratticelli $\tau_1, \tau_2, \ldots \tau_p$ in numero finito e la cui somma ε può esser presa piccola a piacere, si può poi sempre, mediante tratti determinati presi su rette appartenenti alle $y=y_{s_1}, y_{s_1+1}, y_{s_1+2}, \ldots\ldots$ formare una linea spezzata che, ad eccezione dei tratti τ, percorra tutto l'intervallo da x a $x+h$, e in ogni punto (x, y) della quale sia

$$(4) \quad f(x, y_0)-f(x, y)=k\sigma_1$$

k essendo un numero compreso tra -1 e $+1$, e σ_1 un numero positivo piccolo a piacere.

« Nell'eguaglianza (2) la y_l indichi l'ordinata della linea spezzata che si compone della linea dianzi detta, sulla quale si verifica la (4) e dei tratti τ presi sulla retta $y=y_{s_1}$. Si osservi che indicando $\delta_1\ \delta_2, \ldots\ldots \delta_i$ un sistema qualunque di parti in cui si è decomposto l'intervallo da x a $x+h$, si ha, come è noto

$$\int_x^{x+h} f(x, y_l)\, dx=\delta_1 f_{1,l}+\delta_2 f_{2,l}+\ldots\ldots+\delta_i f_{i,l}+2\,\mathrm{K}_1 \sum_1^i \delta_l\, \mathrm{D}_{l,l}$$

$$\int_x^{x+h} f(x, y_0)\, dx=\delta_1 f_{1,0}+\delta_2 f_{2,0}+\ldots\ldots+\delta_i f_{i,0}+2\,\mathrm{K}_2 \sum_1^i \delta_l\, \mathrm{D}_{l,0}$$

ove $f_{l,l}$ è un valore compreso tra il limite superiore e il limite inferiore di

$f(x, y_l)$ in $\delta_l : f_{l,0}$ ha un significato analogo rispetto a $f(x, y_0) : D_{l,l}$ è l'oscillazione della $f(x, y_l)$ in $\delta_l : D_{l,0}$ quella della $f(x, y_0) : k_1$ e k_2 sono numeri compresi tra -1 e $+1$.

« Se ne deduce l'altra

$$\int_x^{x+h} f(x, y_0)\, dx - \int_x^{x+h} f(x, y_l)\, dx = \delta_1 (f_{1,0} - f_{1,l}) + \dots\dots + \delta_i (f_{i,0} - f_{i,l}) +$$

$$+ 2\, K_1 \sum_1^i \delta_l\, D_{l,l} - 2\, K_2 \sum_1^i \delta_l\, D_{l,0}\,.$$

« Le δ siano così piccole che ciascuna delle somme $\sum_1^i \delta_l\, D_{l,l}$, $\sum_1^i \delta_l\, D_{l,0}$ sia minore di σ_2, σ_2 essendo un numero positivo piccolo ad arbitrio; e, come è sempre permesso di supporre, i punti estremi dei tratti τ siano anche estremi di parti $\delta : L_{y_{s_1}}$ sia un numero maggiore o eguale al limite superiore dei valori di $|f(x, y_{s_1})|$ tra x e $x+h$, e insieme maggiore o eguale al limite superiore dei valori della $|f(x, y_0)|$ pure tra x e $x+h$. Si avrà

$$\left| \int_x^{x+h} f(x, y_0)\, dx - \int_x^{x+h} f(x, y_l)\, dx \right| \leq (h - \varepsilon)\sigma_1 + 2\,\varepsilon\, L_{y_{s_1}} + 2\,\sigma_2\,;$$

rimanendo fissi x, h e σ, rimangono fissi anche y_{s_1} e $L_{y_{s_1}}$; ond'è che, potendo ε, σ_1 e σ_2, indipendentemente da x, h e σ, essere presi di quella piccolezza che si vuole, ne segue che si può fare:

$$\left| \int_x^{x+h} f(x, y_0)\, dx - \int_x^{x+h} f(x, y_l)\, dx \right| < \sigma_3$$

σ_3 essendo un numero positivo piccolo a piacere: ma è

$$\frac{1}{h} \int_x^{x+h} f(x, y_0)\, dx = \overline{f}\,(x, y_0)$$

quindi

$$\frac{1}{h} \int_x^{x+h} f(x, y_l)\, dx = \overline{f}\,(x, y_0) + \frac{k'}{h} \sigma_3\,,$$

con k' compreso tra -1 e $+1$.

« In virtù di questa e delle (3), si ha dalla (2)

$$\frac{\Phi(x+h, y_0) - \Phi(x, y_0)}{h} = 2\,k'\sigma + \frac{k'}{h}\,\sigma_3 + \overline{f}\,(x, y_0) \tag{6}$$

k'' essendo pure un numero compreso tra -1 e $+1$; ma per un x e un h determinato, diverso da zero, il rapporto $\frac{\Phi(x+h, y_0) - \Phi(x, y_0)}{h}$ ha un valore

determinato; σ e σ_3 sono di piccolezza arbitraria, indipendentemente dai valori x e h considerati: questo rapporto ha dunque, per un determinato x e un determinato h, un valore compreso tra il limite superiore e il limite inferiore della $f(x, y_0)$ nell'intervallo da x a $x+h$. Ora, fissato un x, per ogni h che si prenda diverso da zero, mutando se occorre convenientemente y_{s_1} e quindi y_l, si può ripetere tutto il ragionamento fatto sin qui: per conseguenza, il rapporto $\frac{\Phi(x+h, y_0) - \Phi(x, y_0)}{h}$, per un x fisso, e per ogni h determinato, diverso da zero, ha un valore compreso tra il limite superiore e inferiore della $f(x, y_0)$ tra x e $x+h$: esso dunque, in un determinato punto x, al tendere di h a zero, fa un'oscillazione che è eguale o minore a quella che nello stesso punto x fa $f(x, y_0)$.

« Epperò i rapporti incrementali delle due funzioni continue

$$\theta(x) = \int_a^x f(x, y_0)\, dx \quad , \quad \Phi(x, y_0) = \lim_{y_s = y_0} \int_a^x f(x, y_s)\, dx$$

in ogni punto x, al tendere di h a zero, oscillano come ivi oscilla la $f(x, y_0)$.

« Poichè il gruppo dei punti x nei quali $f(x, y_0)$ fa un'oscillazione maggiore di $2\sigma'$, σ' essendo un numero preso piccolo a piacere, è rinchiudibile dentro un numero finito di tratti t_1, t_2, ... t_5, di somma piccola a piacere, e per le porzioni rimanenti esiste un numero positivo determinato δ, tale che in ogni intorno $(x-\delta, x+\delta)$ preso in una di esse, l'oscillazione della $f(x, y_0)$ è minore di $2\sigma'$: se $G(x, \delta)$ e $g(x, \delta)$ sono rispettivamente il limite superiore e il limite inferiore della $f(x, y_0)$ nell'intorno ora detto, si ha che ciascuno dei due rapporti

$$\frac{\theta(x+h) - \theta(x)}{h} \quad , \quad \frac{\Phi(x+h, y_0) - \Phi(x)}{h} \, .$$

per ogni punto x preso in una delle porzioni dianzi indicate, e per ogni valore $|h| < \delta$, sinchè il punto $x+h$ cade nella stessa porzione, a cui appartiene il punto x, deve essere compreso tra $G(x, \delta)$ e $g(x, \delta)$: per conseguenza per ogni x e per ogni h ora detto sarà

$$\left| \frac{\theta(x+h) - \theta(x)}{h} - \frac{\Phi(x+h, y_0) - \Phi(x, y_0)}{h} \right| < 2\sigma' .$$

« Ora è noto (¹) che, se per una funzione continua $\psi(x)$ in un intervallo da a a b, tolti dei tratticelli t_1, t_2, .. t_5 in numero finito e di somma piccola a piacere, si può determinare un numero positivo δ tale che per ogni punto x

(¹) Harnack, *Die allgemeinen Sätze* etc. etc. Math. Annalen B. XXIV. — Questa proposizione è contenuta in una già dimostrata dal prof. Volterra nella Memoria: *Sui principî del calcolo integrale*, Giornale di Napoli Vol. XIX. — Vedi anche Scheeffer: *Zur Theorie der stetigen Functionen* etc. etc. Acta mathematica, 5.

preso in una delle porzioni rimanenti e per ogni valore $|h| < \delta$, sia

$$\left| \frac{\psi(x+h) - \psi(x)}{h} \right| < 2\sigma',$$

σ' essendo il solito numero piccolo a piacere, e se, inoltre, anche nei tratti t, è sempre

$$\left| \frac{\psi(x+h) - \psi(x)}{h} \right| < \mathrm{L},$$

L numero finito, una tal funzione $\psi(x)$ è costante.

« La funzione $\theta(x) - \Phi(x, y_0)$ sodisfa evidentemente a tutte le condizioni invocate in questo teorema: inoltre, per $x = a$, è

$$\theta(a) = \Phi(a, y_0) = 0:$$

si ha dunque

$$\theta(x) = \Phi(x, y_0),$$

cioè

$$(1) \qquad \int_a^x f(x, y_0)\, dx = \lim_{y_s = y_0} \int_a^x f(x, y_s)\, dx,$$

che è quanto volevasi dimostrare.

2. « Dall'ipotesi fatta che $|f(x, y_s)|$, per ogni valore y_s fisso, abbia un limite superiore finito L_s, non segue necessariamente che la $|f(x, y_s)|$ medesima abbia un limite superiore finito L in tutto il campo, nel quale è considerata.

« Se questa condizione è soddisfatta, cioè, se per tutti i valori y_s, o almeno da uno di essi in poi, e per tutti i valori di x tra a e b, è sempre

$$|f(x, y_s)| < \mathrm{L}$$

allora ciò è sufficiente senz'altro perchè sussista la (1), supposto, ben inteso, che $f(x, y_0)$, $f(x, y_s)$ per ogni y_s siano integrabili tra a e b.

« Basta rammentare che, preso un numero positivo ε piccolo a piacere, la somma dei tratti, sopra una retta $y = y_s$, che contengono i punti x nei quali è

$$|f(x, y_0) - f(x, y_s)| < \sigma,$$

σ essendo pure un numero piccolo a piacere, da un valore y_s in poi, è minore di ε. Si ha quindi, da un valore y_s in poi

$$\left| \int_a^x \left\{ f(x, y_0) - f(x, y_s) \right\} dx \right| < \sigma(x - a) + 2\varepsilon \mathrm{L}$$

e poichè σ e ε sono piccoli ad arbitrio, questa prova appunto che sussiste la (1) ».

Fisica. · *Sopra le correzioni di calibrazione.* Nota II. del dott. M. Ascoli, presentata dal Socio P. Blaserna.

6. « Se la curva integrale fosse stata dedotta dalla differenziale primitiva, e si volessero calcolare direttamente sopra di essa le correzioni, il metodo precedente non si potrebbe applicare che con qualche modificazione [1]. Infatti indichiamo con R l'ordinata della curva integrale dedotta dalla differenziale primitiva, con r quella dedotta dalla corretta, sarà

$$R = \int_0^x Y\,dx \qquad r = \int_0^x y\,dx \tag{7}$$

o, per la (6),

$$r = \int_0^x Y\,dx + \frac{1}{3}\int_0^x S\,dx$$
$$= R + \frac{1}{3}\int_0^x S\,dx.$$

« Se il metodo, applicato alla curva differenziale, fosse applicabile anche alla integrale, dovrebbe essere la correzioue da farsi ad R uguale ad $\frac{1}{3}$ della saetta S′ della curva integrale, cioè dovrebbe essere

$$\left[S' = \int_0^x S\,dx\right]. \tag{8}$$

« Ora abbiamo, per la (5)

$$S = y(x) - \frac{1}{2}\left[y(x-h) + y(x+h)\right].$$

« Per lo sviluppo di Taylor, è

$$y(x-h) = y - \frac{h}{1}\frac{dy}{dx} + \frac{h^2}{1.2}\frac{d^2y}{dx^2} + \text{ecc.}$$
$$y(x+h) = y + \frac{h}{1}\frac{dy}{dx} + \frac{h^2}{1.2}\frac{d^2y}{dx^2} + \text{ecc.};$$

onde

$$S = \frac{h^2}{1.2}\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{h^4}{1.2.3.4}\frac{d^4y}{dx^4} + \text{ecc.},$$

e, per la (3),

$$S = \frac{h^2}{1.2}\frac{d^2y}{dx^2}$$

[1] Ciò dipende dal fatto che le ordinate R non si possono considerare come ordinate perequate cioè non è

$$\int_0^x Y\,dx = \int_{x-h}^{x+h} r\,dx$$

Lo si può provare facilmente con una dimostrazione affatto analoga a quella che segue.

da cui

$$\int_0^x \mathrm{S}\,dx = \frac{h^2}{2}\frac{dy}{dx} - \frac{h^2}{2}\left(\frac{dy}{dx}\right)_0 \tag{9}$$

dove $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0$ rappresenta il valore che prende $\frac{dy}{dx}$ per $x=0$,

« La saetta della curva integrale sarà invece

$$\mathrm{S}' = r\,(x) - \frac{1}{2}\left[r\,(x-h) + r\,(x+h)\right]$$

cioè

$$\mathrm{S}' = \int_0^x y\,dx - \frac{1}{2}\left[\int_0^{x-h} y\,dx + \int_0^{x+h} y\,dx\right]$$

« Lo sviluppo di Taylor dà

$$\int_0^{x-h} y\,dx = \int_0^x y\,dx - \frac{h}{1}\,y + \frac{h^2}{1.2}\frac{dy}{hx} - \frac{h^3}{1.2.3}\frac{d^2y}{dx^2} + \text{ecc.}$$

$$\int_0^{x+h} y\,dx = \int_0^x y\,dx + \frac{h}{1}\,y + \frac{h^2}{1\cdot 2}\frac{dy}{dx} + \frac{h^3}{1.2.3}\frac{d^2y}{dx^2} + \text{ecc.}$$

Onde

$$\mathrm{S}' = \frac{h^2}{1.2}\frac{dy}{dx} + \frac{h^4}{1.2.3.4}\frac{d^3y}{dx^3} + \text{ecc.},$$

ma abbiamo

$$\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{d^4r}{dx^4}$$

« Perciò se, nel calcolo di S′, non si vuol adottare una approssimazione al di là del 3° ordine, come si è fatto nel calcolo di S, dovrà porsi

$$\frac{d^4r}{dx^4} = \frac{d^3y}{dx^3} = 0 \tag{10}$$

per cui

$$\mathrm{S}' = \frac{h^2}{2}\,\frac{dy}{dx}$$

« Per l'origine avremmo

$$\mathrm{S}'_0 = \frac{h^2}{2}\left(\frac{dy}{dx}\right)_0.$$

« La (9) dà dunque

$$\int_0^x \mathrm{S}\,dx = \mathrm{S}' - \mathrm{S}'_0.$$

« Cioè la (8) non si verifica. Nelle correzioni da applicarsi alle R si dovrà dunque porre, in luogo di S′, la differenza $\mathrm{S}'-\mathrm{S}'_0$. Con ciò si verrebbe ad introdurre in tutte le ordinate l'errore commesso nella determinazione di S'_0, errore che può essere considerevole, perchè la curva, ai suoi estremi, è affetta da notevoli incertezze. Di più si vede dalla (10) che l'applicazione del metodo direttamente alla curva integrale corrisponde ad una

minore approssimazione nel tracciamento della differenziale. Ciò mostra che converrà sempre dedurre le correzioni della curva integrale da quelle della differenziale.

« Nella seguente tabella, in corrispondenza alle ascisse x, sono scritti i valori della correzione $\varepsilon = \frac{1}{3}\int_0^x \mathrm{S}\,dx$ e quelli di $\varepsilon' = \frac{1}{3}\mathrm{S}'$

x	ε	ε'	x	ε	ε'
mm 118	mm +0,15	+0,17	mm 334	mm —0,01	∓0,00
154	+0,14	+0,16	370	+0,10	+0,11
190	+0,06	+0,08	406	+0,25	+0,26
226	—0,04	—0,04	442	+0,48	+0,49
262	—0,13	—0,12	478	+0 53	+0,57
298	—0,11	—0,10	514	+0,28	+0,30

« La differenza $\varepsilon' - \varepsilon$ dovrebbe essere costante, cioè uguale ad $\frac{1}{3}\mathrm{S}'_0$; infatti nell'esempio qui riportato essa è sempre pressochè nulla (il suo valor medio è $+0{,}01$); ciò dipende dell'essere casualmente $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0 = 0$, come si vede facilmente dall'andamento della curva, che presenta, in prossimità dell'origine, un minimo.

« Il precedente specchietto mostra come le correzioni, che formano l'oggetto di questa nota, sieno piccole, ma spesso non trascurabili, quando si voglia spingere l'approssimazione delle misure fino al decimillesimo di *ohm* che corrisponde a circa $\frac{1}{10}$ di millimetro.

« L'errore medio della calibrazione non viene punto alterato perchè, come si è detto, l'errore in questione non ha relazione alcuna con quelli di osservazione.

« La determinazione delle correzioni ε non offre difficoltà nè complica il metodo di calcolo proposto, che credo conservi qualche vantaggio notevole rispetto ad altri, perchè lascia alle esperienze tutta la loro semplicità, potendo i segmenti di uguale resistenza succedersi comunque, ed occorrendo pel calcolo una sola resistenza di confronto cioè una sola serie di esperienze, senza nessuna speciale combinazione. Invece i metodi in uso [1] portano generalmente a calcoli numerici molto lunghi e complicati, i quali non possono venire semplificati che ricorrendo a speciali modificazioni nel modo di condurre e combinare le esperienze ».

[1] Vedi, p. e. Benoit, Annales telegraphiques, sep. oct. 1884 e Journal de Physique Janv. 1885.

Fisica. — *Revisione di alcune misure calorimetriche.* Nota preliminare, Parte I, dei professori A. Bartoli ed E. Stracciati, presentata dal Socio Blaserna.

I. « Ogni misura calorimetrica in cui l'acqua che riempie il calorimetro non prova un riscaldamento da 0° ad 1°, richiede una correzione per la quale è necessario conoscere esattamente la legge con cui varia con la temperatura il calorico specifico dell'acqua: e su questa legge appunto regna la più grande incertezza, visto il grande disaccordo fra i resultati dei diversi sperimentatori. E di tale incertezza risentono tutte le misure calorimetriche: e se ciò è di poco danno nelle misure nelle quali non è necessario molto rigore (come per es. pei dati di termochimica) è invece causa di grandi errori in altre misure, come per es. nella determinazione dello equivalente meccanico del calore e nella misura del calore svolto da correnti continue nei circuiti metallici.

II. « Il calore specifico dell'acqua a diverse temperature è stato studiato dal Regnault (1), dal Bosscha (2), dal Pfaundler e Platter (3), dall'Hirn (4), dal Jamin (5), dall' Henrichsen (6), dal Baumgartner (7), dal Wüllner (8), dalla sig.a M. Stamo (9), dal sig. Gerosa (10), dal Rowland (11) ecc. ecc.

« Non è qui il luogo di parlare dei metodi tenuti da questi fisici ecc. diremo soltanto; che in alcuni l' avere trascurato il confronto dei termometri col termometro ad aria toglie il valore ai resultati; e che in altri si può rimproverare di aver fatto troppo poche esperienze in proposito (Rowland, *on the mec.* ecc. pag. 123). Noi abbiamo ripreso le esperienze sul calorico specifico dell' acqua, inspirandoci più di ogni altro nei lavori bellissimi del Regnault e del Rowland. Insieme con l'acqua abbiamo voluto

(1) Ann. de Ch. et de Phys. Vol. 73, pag. 5 (1847).
(2) Pogg. Ann. Jubelband, 549.
(3) Pogg. Ann, CXL, s. 574; CXLI, s. 537.
(4) Comptes rendus, LXX, pag. 592, 831.
(5) Comptes rendus LXX, pag. 661.
(6) Wiedemann, Ann. VIII, pag. 83.
(7) Id. VIII, pag. 648.
(8) Id. X, pag. 284.
(9) M. Stamo, *Untersuchung über die spezifische Wärme des Wassers; Inaugural Dissertation.* Zurich; Druck von Zurcher und Furrer 1877 (Memoria gentilmente donataci dalla biblioteca cantonale di Zurigo).
(10) Atti della r. Acc. dei Lincei, vol. X, seduta del 24 aprile 1885.
(11) *On the mecanical Equivalent of Heat and on the variation of the specific heat of water* (Cambridge, John Wilson and son 1880) e Appendix *containing the comparison with Dr. Joule's thermometer;* Memorie gentilmente favoriteci dall'autore.

ripetere lo stesso studio sul mercurio, il quale fu già proposto ed impiegato come liquido calorimetrico.

III. « Per determinare il calore specifico dell'acqua noi abbiamo impiegato diversi metodi; in tutti però, la capacità dei calorimetri, e perciò anche la massa del liquido fu assai considerevole.

1. Aggiungendo all'acqua del calorimetro una determinata massa di acqua a zero gradi (Rowland, l. c. pag. 123) o a 100° (Regnault, Rowland).

2. Aggiungendo all'acqua del calorimetro una determinata massa di acqua a temperatura ben determinata, ma diversa da quella del calorimetro (Regnault, Gerosa ecc.).

3. Metodo del raffreddamento dell'acqua nel vuoto; l'acqua essendo continuamente agitata ecc. (Regnault, Hirn).

4. Facendo cadere nell'acqua del calorimetro delle palline metalliche scaldate a + 100°: impiegando palline non alterabili nell'acqua e di cui si conosce il calorico specifico vero a tutte le temperature fra 0° e 35°. (Regnault). Questo metodo fu da noi adoperato anche impiegando mercurio per liquido calorimetrico e facendovi cadere delle palline di platino.

« Con questi metodi noi abbiamo eseguito oltre tremila esperienze, nelle quali abbiamo impiegato già quattro anni, lavorandoci indefessamente, senza interruzione, e con l'aiuto di una schiera di giovani fisici i quali ci hanno molto aiutato nelle esperienze preliminari e nelle operazioni accessorie: occorrerà però ancora qualche tempo perchè si possano dire finite.

IV. « Ecco un cenno brevissimo degli apparecchi e strumenti impiegati in queste esperienze:

« *Calorimetri.* Per la disposizione sono tali e quali li adopera il Berthelot (*Mécanique chimique* tom. I pag. 140) vale a dire che vi è l'involucro contenente l'acqua (il quale in certe esperienze ne conteneva qualche ettolitro) vi è l'involucro riflettore di argento ecc. ecc. salvo le dimensioni che nei calorimetri da noi adoperati erano grandi e talvolta gigantesche. Prima di costruire i calorimetri fu determinato il calore specifico medio fra 0° e + 35° (data da una stufa ad etere) dei metalli in lastra coi quali furono poi fatti i calorimetri e gli agitatori. Furon fatte oltre 20 determinazioni per ciascuna lastra e nelle correzioni si adoperò il valor medio trovato. I calorimetri adoperati furono di lastra di ottone (presa per tutti dallo stesso rotolo) di lastre fine di nichel puro (dal sig. T. Schuchardt, Goerlitz) di ottone perfettamente nichelato (Zambelli a Torino) di ferro lucidissimo senza saldature (sig. R. Turchini, Firenze) e di platino tutti di un pezzo eseguiti a Londra (coll' intermezzo del sig. A. Dall' Eco). I calorimetri di ferro e di platino servirono pel mercurio. I calorimetri erano chiusi e si aprivano solo un istante per gettarvi l'acqua fredda o le palline calde. Le loro capacità furono da $^2/_3$ di litro fino a 10 litri. Oltre questi

calorimetri abbiamo anche quelli Bunsen già studiati da noi in altra occasione [1].

« *Agitatori.* Eran fatti delle stesse lastre dei calorimetri. Agivano con un moto periodico di sollevamento e di abbassamento, rimanendo sempre immersi nell'acqua: la loro forma partecipava a quella dell'agitatore di Regnault ed a quella dell'agitatore di Berthelot (loco citato pag. 145, fig. 5), vale a dire che producevano nell'acqua un moto di trasporto verticale ed uno di ruotazione intorno all'asse del calorimetro: essi venivano mossi per mezzo di un filo e di carrucole da un inserviente che stava a distanza dal calorimetro.

« *Stufa a vapore.* Non differisce molto da quella di Regnault ultimo modello, salvo certe modificazioni, e salvo le dimensioni che nelle nostre sono gigantesche. Il vapore circola per un doppio involucro ed è in perfetta comunicazione con l'atmosfera per mezzo di due grossi e corti tubi di piombo ben raffreddati. La camera di riscaldamento può contenere sin quattro chilogrammi di palline di rame: non si fa l'esperienza finchè il termometro sensibilissimo che è in contatto col corpo che si scalda non è stazionario almeno da un'ora. Fu costruita dal sig. Turchini meccanico di questo gabinetto di fisica.

« *Apparecchio per mantenere a 0° l'acqua.* L'acqua è in una boccia di nichel saldata a stagno purissimo di 3 litri di capacità: la boccia ha un collo larghissimo e munita di doppia parete acciò prendendola non si comunichi il calore all'acqua: porta un termometro a centesimi di grado appositamente costruito dal Geissler: la boccia si tiene circondata da ghiaccio minutamente frantumato, entro una cassa di costruzione assai complicata e che verrà descritta insieme con la figura nelle Memorie che pubblicheremo. La cassa contiene qualche quintale di ghiaccio e circonda completamente la boccia, in modo che solo emerga la colonna di mercurio del termometro tanto quanto basta per leggere bene la temperatura

« *Bilancie e Pesiere.* Le bilancie adoperate in queste esperienze furono:

1. Una bilancia di Deleuil di Parigi per pesare oggetti molto voluminosi: portata 10 chilogrammi; sensibilità 2 milligrammi: acquistata nel 1881.

2. Bilancia di Rueprecht di Vienna, portata 2 chilogrammi sensibilità un milligrammo acquistata nel 1882.

3. Bilancia di Sartorius di Gottinga portata 2 chilogrammi; sensibilità $1/5$ ed anche $1/10$ di milligrammo, acquistata nel 1883.

4. Una bilancia di sostituzione di Reimann procurata dal sig. Dall'Eco nel 1883: portata 200 grammi, sensibilitá $1/10$ di milligrammo.

[1] Vedi Bartoli e Stracciati, *Calorico specifico della mellite.* Nuovo Cimento 1883, e Gazzetta chimica. 1884.

« Le pesiere erano due: l' una di Deleuil sino a dieci chilogrammi; l'altra di Rueprecht sino a 2 chilogrammi furono studiate accuratamente e si era costruita una tavola di correzioni. I pesi erano riferiti al chilogrammo campione di Platino esistente in Roma al r. Ministero di Agricoltura Industria e Commercio, al quale fu paragonato il chilogrammo campione di questo gabinetto di fisica : e di questo confronto ringraziamo molto il chiarissimo prof. Pisati dell' Università di Roma (¹).

« *Termometri calorimetrici*, *termometri ad aria* , *barometri* , *catetometri*. I termometri calorimetrici formavano tre serie complete da — 5° a + 40°; erano tutti a cinquantesimi di grado, ed assai ampî perchè coll'ottimo canocchiale di Amici che noi impiegavamo, si potesse agevolmente stimare il decimo di centesimo, ossia il millesimo. I tèrmometri calorimetrici erano fortemente rischiarati di dietro da una piccola finestra alta sessanta centimetri e larga un decimetro, fatta praticare in corrispondenza al termometro: la finestra era poi chiusa con un foglio di carta oliata, sovrapposta al cristallo: il resto della stanza si teneva illuminato tanto quanto bastava per scorgere gli oggetti ecc.: così nel campo del cannocchiale non si aveva altra luce che quella che illuminava il termometro e le letture si facevano ottimamente. I termometri calorimetrici provenivano dal Baudin, dal Geissler e dal Tonnellot: essi a nostra richiesta avevano inciso sul vetro il peso del bulbo di vetro, e il peso del mercurio; ed inoltre ci avevano mandato per ogni termometro un pezzetto del vetro del cannello capillare, sul quale noi determinammo il calorico specifico medio fra 0° e + 35° e il peso specifico.

« Questi termometri furono confrontati con termometri normali 0°— 100° a decimi di grado, delle seguenti provenienze: Kew, r. Osservatorio (avuto per mezzo del sig. G. Wippley); Baudin (Parigi), dott. Geissler di Bonn (1876); Tonnellot (Parigi); Fuess (Berlino). È inutile dire che nell'impiego dei termometri si usavano tutte le cautele che suggerisce la scienza moderna (Compara *Travaux et Mémoires du Bureau International des poids et mesures*, t. I (Memorie del Pernet sui termometri a mercurio; come pure Crafts, *Les mesures thermometriques* ec.).

« I termometri ad aria sono quattro: uno di Regnault molto semplice (costruttore Golaz) : uno di Jolly ed uno di Recknagel (costruttore Miller di Innsbruck) ed infine un grande termometro ad aria (Pogg. Ann. Jubelband) costruttore Edelmann. Il barometro adoperato era di Déleuil, diametro 11 millimetri, con verniero a ventesimi; era stato bollito prima di servirsene, dal sig. U. Marchi dell'Osservatorio di Firenze, e poscia a lungo confrontato col barometro dell' Osservatorio metereologico del r. Istituto

(¹) È inutile dire che tutte le nostre pesate erano ridotte al vuoto.

superiore di Firenze, grazie alla gentilezza del chiarissimo sig. prof. Pittei. Aggiungendo 0,mm480 alla lettura il nostro barometro andava d'accordo con quello dell' Osservatorio centrale di Roma. Abbiamo ancora un barometro normale a sifone costruito dal Geissler, ed un'altro normale, sistema Regnault che non è ancora stato riempito ma che ci servirà per un confronto finale del barometro.

« Abbiamo tre catetometri: l'uno di Perreaux di Parigi che fu acquistato, crediamo alla prima esposizione universale di Parigi, dietro rapporto favorevole dei sigg. Regnault e Tresca; l'altro è di Edelmann di Monaco con due cannocchiali muniti di micrometro oculare; con l' altezza utile di circa due metri, acquistato nel 1883: il terzo è costruito dal Miller, di Innsbruck, secondo il modello che servì al gabinetto di fisica del r. Istituto di studî superiori, con alcune modificazioni che furono gentilmente suggerite al costruttore dal chiarissimo prof. Roiti.

« Questo ultimo catetometro esige un metro campione sospeso verticalmente. I metri campioni che abbiamo disponibili sono tre: ma due soli sono quelli che ci occorrono, e cioè un metro campione in bronzo fabbricato dalla Société génévoise di Plain Palais, ed un altro bellissimo in cristallo di Saint Gobain costruito per noi dalla stessa officina, ambedue accuratamente confrontati col metro campione di platino posseduto dal r. Ministero di Agricoltura Industria e Commercio, grazie alle premure del chiarissimo prof. Pisati. I metri campioni venivano sostenuti verticalmente per mezzo di un apparecchio immaginato dai chiarissimi sigg. prof. Pucci e Pisati [1] i quali furono così gentili da inviarci i disegni e modelli in legno per rifarlo. L'apparecchio fu costruito nel 1883 dal sig. F. Alari meccanico dell'Istituto goedetico militare di Firenze.

« *Palline metalliche*. Queste furono di rame del commercio di stagno purissimo (dal sig. T. Schuchardt, Goerlitz) di argento purissimo (Londra, per mezzo del sig. Dall'Eco), di platino chimicamente puro (dalla casa Matthey di Londra) di piombo chimicamente puro (T. Schuchardt).

« *Cassa pei confronti col termometro ad aria.* Il Rowland a pag. 91 (fig. 1 e 2) della Memoria più volte da noi citata descrive un apparecchio assai complicato per paragonare i termometri normali a mercurio col termometro ad aria : noi ne costruimmo anche un piccolo modello ma non ce ne servimmo e facemmo costruire un altro apparecchio destinato al confronto dei termometri a mercurio, col termometro ad aria solo per la temperatura fra 0° e + 40°. È un apparecchio gigantesco dove la costanza quasi assoluta della temperatura si ottiene mercè la grande massa dell'acqua

[1] Pisati e Pucci, *Sulla lunghezza del pendolo a secondi.* Atti della r. Acc. dei Lincei. Roma. vol. XV, seduta del 4 febbraio 1883.

(circa 500 litri) continuamente agitata da ottimi agitatori. Due lastre di cristallo da specchio permettono la lettura dei termometri calorimetrici, i quali sono così completamente immersi entro un bagno a temperatura esattamente costante. Il riscaldamento e il pompamento e la circolazione dell'acqua scaldata è promossa dall'agitatore che fa veci di stantuffo, ed avviene in modo non diverso da quello che è nell'apparecchio di Rowland. La cassa fu costruita per la parte in legno dal sig. Vannucci falegname di questo laboratorio fisico, e per la parte metallica dalla casa Dall'Eco di Firenze.

« *Reostati.* Occorrendoci in tale revisione delle misure calorimetriche di avere a determinare il calore svolto nei fili metallici da correnti continue era molto importante procurarsi dei campioni di resistenza sui quali non potessero sollevarsi obbiezioni. Grazie alla gentilezza dei chiarissimi prof. J. Kohlrausch di Würzburg e prof. A. Roiti di Firenze abbiamo potuto avere due copie in argentana del metro di mercurio sez. 1^{mmq} costruito dal sig. dott. Strecker a Würzburg, con tutte le correzioni relative alla temperatura. Queste due copie portano i n. 15 e 21 ».

Fisica. — *Su la conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio ed in ispecie sulla conducibilità delle ammidi, dei nitroderivati* ecc. ecc. Nota II. del prof. A. Bartoli, presentata dal Socio Blaserna.

I. « In una comunicazione [1] letta alla r. Accademia dei Lincei nella seduta del 15 giugno 1884 indicai i metodi da me tenuti per provare la non conducibilità o la conducibilità dei composti organici: quei metodi si prestano anche ugualmente bene per fare delle misure esatte di conducibilità, per quanto piccola sia questa. Qui aggiungerò soltanto che in queste determinazioni di conducibilità la pila era composta di 10 elementi Daniell e fu portata anche ad 800 elementi zinco, rame, acqua con nitrato sodico, che i galvanometri adoperati furono due, l'uno del Platt di Potsdam (successore di Sauerwald) sistema Magnus; l'altro dell'Edelmann (bussola di Wiedemann). Il primo che era a filo sottilissimo e straordinariamente lungo si poteva impiegare con tutto il circuito, oppure con un solo quarto del circuito, e s'impiegava solo pei corpi isolanti o semi isolanti; la sua sensibilità erasi mantenuta così squisita, come fu detto nella comunicazione precedente sopra ricordata. La bussola Wiedemann era munita di sei telai con tal numero di giri e

[1] Bartoli, *La conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio.* Transunti della r. Acc. dei Lincei. 3ª s., vol. VIII (1884). — Vedi anche: Nuovo Cimento, 3ª s., t. XVI, pag. 64; Gazzetta chimica di Palermo, t. XIV, 1884; Naturforscher, 1884; Beiblätter, 1885; Chemische Centralbl. 1884, s. 785; Jahresberichte der Chemischen Technologie, 1885. Bd. XXX, s. 1313.

collocati a tali distanze dall'ago, che con l'insieme di questa con il galvanometro Magnus si poteva misurare così la intensità di una corrente resa infinitamente debole per l'interposizione di un *semisolante*, come quella di una corrente che produceva nel voltametro visibile elettrolisi.

« Le due bussole erano stabilite in una sala a pian terreno circondata da giardini e distante un trenta metri dalla strada che è una delle meno frequentate di Firenze e dove di rado passano veicoli.

« I reostati erano: Uno di Hipp che segnava resistenze da 1 a 4000 metri di mercurio, sezione 1^{mm} □; un altro da me costruito con tubi ripieni di soluzione di solfato di zinco purissimo bollita col carbonato di zinco, con elettrodi formati da estesissima superficie di zinco amalgamato, che andava da 1000 circa a circa 10,000,000 di metri-mercurio sez. 1^{mm} □. Questo reostata veniva ogni tanto verificato e mi dette sempre buoni resultati in quanto che la stanza in cui si trovava aveva una temperatura poco o punto variabile nella giornata, e oscillante sola fra $+ 10^{\circ}$ e $+ 20^{\circ}$ da inverno a estate.

« I confronti di tali reostati venivano fatti riferendosi a una copia del metro di mercurio costruita dallo Strecker a Würzburg e donatami dal chiarissimo prof. F. Kohlrausch.

« Il liquido di cui si voleva misurare la conducibilità veniva racchiuso entro un tubo d'assaggio alto 200^{mm} col diametro di 30^{mm}, chiuso da un tappo di gomma traversato da un termometro Baudin di precisione e da due tubi di vetro che racchiudevano gli elettrodi, saldativi a fusione di vetro: gli elettrodi erano strisce di platino larghe 3 mm, le quali uscivano inferiormente per 30 mm ed erano situate nel voltametro parallelamente, alla distanza di 10 mm e tutte immerse nel liquido.

« Questo voltametro mi ha servito più specialmente per i liquidi semiconduttori e pei semisolanti: rimanendo immutate le condizioni in tutte le esperienze si poteva determinare la conducibilità, avendo prima paragonato la resistenza che offriva il voltametro stesso pieno di un dato liquido con quella offerta da una determinata colonna cilindrica dello stesso liquido.

« Pei liquidi dotati di una certa conducibilità (quantunque anche questi poco conduttori, come gli alcooli, i nitroetani ecc.) si ricorreva ad un tubo ad U alto un quindici centimetri col diametro di 3 centimetri, il quale era stato più o meno assottigliato alla lampada per un tratto di sei centimetri o più nella curvatura, cioè in quel tratto che riunisce i due rami

(¹) Questo reostata è stato da me descritto nella Memoria: *Sulle polarità galvaniche e sulla decomposizione dell'acqua con un solo elemento Daniell.* Nuovo Cimento, 3ª s., t. V, pag. 203-252, e nell'altra: *Sulla corrente residua dei deboli elettromotori*, Nuovo Cimento 3ª s., t. XI, pag. 193.

verticali. Gli elettrodi erano formati ciascuno da un disco di platino di diametro poco inferiore a quello del tubo grande e saldato a fusione di platino ad un filo dello stesso metallo; ciascuno degli elettrodi penetrava in uno dei rami ad un punto segnato sul vetro e poco distante dal restringimento. In alto i due tubi erano chiusi da tappi di sughero, o da tappi di vetro bene arruotato e comunicavano coll'atmosfera per mezzo di tubi di vetro capillari; acciò non potesse per differenza di pressione diventare diverso il livello del liquido nei due rami. Si evitavano gli effetti della polarizzazione col far passare la corrente per tempo breve e coll' impiego di grandi forze elettromotrici rispetto alle quali era perfettamente trascurabile quel poco di polarità che si osservava con certi liquidi.

« Ciascuno dei tubi ad U era stato previamante studiato misurando la resistenza che presentava quando conteneva una nota soluzione di solfato di rame con elettrodi di rame.

« Il riscaldamento dei voltametri si faceva per mezzo di un bagno a petrolio bollente sopra 300°: il bagno conteneva circa un litro di petrolio ed era formato da un bicchiere di vetro di Germania scaldato su bagno di grafite; vi era un agitatore ed un termometro.

« Vengo ora ai resultati generali ottenuti.

« In questa comunicazione parlerò specialmente delle ammidi e delle anilidi, delle aniline e dei nitroderivati.

II. « Le *ammidi* e le *anilidi* sopra cui ho sperimentato erano purissime; eccone l'elenco:

« Formamide (Kahlbaum); acetamide (Kahl.); propionamide (Kahl. fondeva + 75°); benzamide (Kahl. f. + 125°); bromoamidonaftalina, (Guareschi f. + 63° a + 64°); monocloracetamide (Guareschi) bicloracetamide (Guareschi); tricloracetamide (Guareschi); bibromacetamide (Guareschi); tribromacetamide (Guareschi); formanilide (Kahl. f. + 46°); acetanilide (Kahl. f. + 112°); benzanilide (Kahl. f. + 165°).

« Tutte queste sostanze conducevano benissimo allo stato liquido e regolarmente, cioè la loro conducibilità cresceva regolarmente col crescere della temperatura. Alcune di esse (acetamide, propionamide) conducevano discretamente anche subito dopo solidificate, ma tanto meno quanto più col raffreddarle si allontanavano dal punto di solidificazione.

« Possiamo dunque formulare la regola seguente, che scriveremo per la *nona*, come faciente seguito alle altre otto regole formulate nella comunicazione sopracitata [1].

9ª « Conducono e presentano segni irrifiutabili di

[1] *La conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio.* Vol. VIII, serie 3ª dei Transunti: seduta 15 giugno 1884.

« conducibilità propria le *ammidi*, le *anilidi* e i loro de-
« rivati per sostituzione di cloro, bromo, all'idrogeno del
« radicale acido ».

III. « Quantunque nella regola 6ª data nella comunicazione sovracitata, parlando delle *ammine* s'intendesse estesa la regola anche a quelle della serie aromatica, pure per amor di chiarezza aggiungerò che anche tutte le *aniline* da me studiate hanno sempre dato allo stato liquido segni irrifiutabili di conducibilità. Così ho studiato la fenilammina o anilina (tre diversi campioni) la difenilammina, la dimetilanilina, l'etilanilina, la dietilanilina, la toluilendiammina, la paratoluidina, l'ortotoluidina, la naftilammina, la metildifenilammina, la rosanilina (in soluzione nel cloroformio), la trifenilrosanilina (sciolta nel cloroformio), la bromoamidonaftalina, ecc. cosicchè si può enunciare.

10ª « Tutte le diverse aniline allo stato liquido godono al pari delle altre ammine, di una conducibilità « propria ».

IV. « Ho potuto procurarmi allo stato di purezza diverse basi della serie della piridina, cioè la piridina, una picolina, lutidina, collidina ecc.: anche questi composti conducono molto bene: cosicchè possiamo dire

11ª « Conducono bene allo stato liquido, così la piri- « dina, come i suoi derivati $C_nH_{2n-5}N$ cioè picolina, luti- « dina, collidina ecc. ».

V. « Ho studiata la conducibilità dei seguenti composti nitroderivati, e li ho trovati conduttori:

« Nitrometano, nitroetano, nitropentano, cloropierina, nitrobenzolo, binitrobenzolo (meta), nitrotoluene (para), dinitrotoluene, nitronaftalina, bromonitronaftalina, nitranilina (para), nitranilina (meta) bromobinitrofenolo, bromobinitroanisolo, bibromonitroanisolo, nitrofenolo, onde risulta la seguente proposizione.

12ª « Conducono tutti i nitrocomposti, e la sostitu- « zione del gruppo NO_2 in un composto vi introduce la con- « ducibilità se esso era isolante e l'aumenta in generale, se « quello era già conduttore ».

VI. « Osserverò da ultimo che 13ª « combinazioni del carbo- « nio, allo stato liquido e così pure i loro mescugli allo « stato liquido e le loro soluzioni, aumentano di conduci- « bilità coll'aumentare della temperatura ».

« Questa regola risulta dall'esame della curva della conducibilità alle diverse temperature costruita per molte migliaia di composti organici i più diversi, come composti puri, mescolanze fatte ad arte, sostanze naturali, cioè olii, essenze, grassi, burri, resine, balsami, cere vegetali, cere fossili,

ecc. È bene però avvertire fin d'ora che vi è qualche sostanza come la dietilamina, la quale entro certi limiti di temperatura presenta un contegno diverso.

VII. « In un' altra comunicazione indicherò i resultati ottenuti studiando altre classi di composti. Intanto mi preme di fare osservare che non ho per ora riportate le determinazioni di conducibilità alle diverse temperature (qualche volta dalla solidificazione sino al punto critico) prima per non occupare troppo spazio con la pubblicazione; e poi anche perchè non mi pare opportuno di tentare delle relazioni numeriche finchè non si sono bene stabiliti i fatti più salienti che risultano da questi studî; se non si sono bene stabilite in somma le regole e le anomalie.

« Nel chiudere questa breve Nota sento il bisogno di ringraziare i chiarissimi sigg. prof. Balbiano della R. Università di Messina; prof. Bechi dell'Istituto T° P° di Firenze; prof. Campani della R. Università di Siena; prof. Giannetti della R. Università di Siena; prof. Guareschi della R. Università di Torino; prof. Missaghi della R. Università di Cagliari; dott. Piccini della Università di Roma; prof. Papasogli di Firenze; dott. P. Guasti; sig. G. Raffo; e così pure ringrazio tutti quei chimici che mi hanno promesso gentilmente d'inviarmi qualcheduno dei composti da loro preparati ».

Fisica. *La conducibilità elettrica delle mescolanze di combinazioni organiche.* Nota del prof. A. Bartoli, presentata dal Socio Blaserna.

I. « Mentre la conducibilità delle combinazioni del carbonio allo stato liquido decresce regolarmente colla temperatura per diventare più piccola allo stato solido e finisce coll' annullarsi ad una distanza più o meno grande dal punto di solidificazione, ho osservato che certe mescolanze o soluzioni di composti organici presentano all' atto della solidificazione, e mantengono per un certo intervallo successivo, un fenomeno interessantissimo, quello cioè che la loro conducibilità cresce quasi ad un tratto per diventare assai maggiore che non allo stato liquido (precedentemente alla solidificazione) e si conserva poi tale per molti gradi ancora, finchè non diminuisce e si annulla ad una temperatura più o meno bassa. La descrizione di questo fenomeno da me osservato forma il soggetto della presente comunicazione.

II. « Prima di tutto farò osservare che non tutte le soluzioni o mescugli di composti organici presentano il fenomeno dello aumento di conducibilità nella solidificazione. Anzi la maggior parte di tali mescolanze non presentano affatto tale fenomeno. Così per es. gli olii grassi, i burri, le cere vegetali e fossili, i balsami, le resine, e tanti altri prodotti naturali che non sono altro che mescolanze di diverse combinazioni, appena solidificati perdono una gran parte di quella conducibilità che avevano allo

stato liquido, per diventare isolanti ad una temperatura più o meno discosta da quella di solidificazione. Così pure con sostanze organiche prese a caso, ma che siano solubili l'una nell'altra si ottengono dei mescugli che il più delle volte non presentano nulla di singolare nell'andamento della conducibilità, così allo stato liquido, come durante la solidificazione, e così pure allo stato solido. Tali sono per es. i mescugli di naftalina e guajaco, di naftalina e di naftilammina commerciale, nella proporzione di 100 della prima a 5 della seconda; di naftalina e di naftal β nella proporzione di 100 a 5; di naftalina e di difenilammina nelle proporzioni di 100 a 6; di naftalina e di acido picrico nella proporzione di 100 a 5; di naftalina e di timol nelle proporzioni di 100 a 10; di naftalina e di anilina nelle proporzioni di 100 a 10; di naftalina e guajaco nelle proporzioni di 100 a 20 e di 100 a 30; di naftalina e cera ecc. ecc., e potrei citare qui mille e più altri esempî.

« Si noti che le sostanze sopra indicate erano purissime: e che i punti di fusione da me misurati con un termometro normale Geissler a decimi di grado, confrontato col termometro ad aria, erano: naftalina +78°9; naftilammina commerciale +48°,0; naftal β +122°; difenilammina +54°; acido picrico +122°; timol +44°; resine di guajaco (fra +60° e +40°).

III. « Invece con le mescolanze seguenti si ottiene notevolissimo il fenomeno dell'aumento di conducibilità nella solidificazione. Le tavole numeriche seguenti varranno credo assai meglio che molte parole a dare un'idea chiara del fenomeno; i numeri scritti in queste tavole sono il frutto di pazienti e diligenti esperienze, e credo che meritino la più grande fiducia:

Tavola I.

« Naftalina parti 100: nitronaftalina (Kahlbaum) parti 2,500. La naftalina fondeva +78°,9: la nitronaftalina a +61°,0.

Lento raffreddamento.

Temperature		Conducibilità relative	Temperature		Conducibilità relative
+102°	liquida	1,836	+ 32° dopo 10′	solida	6,076
+ 97°	»	1,522	+ 30°	»	5,525
+ 84°	»	1,135	+ 29°	»	5,214
+ 79°	»	1,020	+ 26°	»	3,547
+ 77°,8	»	1	+ 25°	»	3,048
+ 77°,4	solidifica	1,064	+ 24°	»	1,976
+ 77°,4 dopo 10′	solida	1,172	+ 23°	»	1,753
+ 76°	»	1,216	+ 22°	»	1,538
+ 73°	»	1,443	+ 19°	»	1,391
+ 65°	»	2,171	+ 10°	»	0,015
+ 54°	»	3,704	+ 0°	»	0,005
+ 51°	»	5,418	— 14°	»	0,000
+ 41°	»	6,227	— 40°	»	0,000
+ 37°	»	6,363			

« Col riscaldamento lento si ottengono numeri un poco diversi, ma che accennano ugualmente allo stesso fenomeno.

TAVOLA II.

Naftalina che fonde a +78°,9. Acido ftalico purissimo che fonde a +183°.

« Fu aggiunta una parte di acido ftalico su cento di naftalina e la mescolanza fusa fu decantata e poscia filtrata a caldo per liberarla dall'acido indisciolto.

Raffreddando lentamente.

Temperature		Conducibilità relative	Temperature		Conducibilità relative
+ 120°	liquida	1,932	+ 63°	solida	11,320
97°	»	1,431	58°	»	3,408
87°	»	1,174	54°	»	1,476
78°	liquida	1	49°,2	»	1,313
76°,8	comincia a solidificare	1,152	47°	»	0,617
76°,8	dopo 10′	1,406	43°	»	0,519
76°,8	dopo 30′	1,600	38°,5	»	0,434
76°,8	solida	2,317	36°	»	0,345
76°,2	»	4,808	25°	»	0,218
75°,8	»	5,703	10°	»	0,117
74°,6	»	9,025	0°	»	0,041
68°	»	12,241	— 40°	»	0,000

« Ugualmente intenso si osserva il fenomeno col lento riscaldamento della massa sebbene vi sia qualche differenza nelle due curve.

TAVOLA III.

Naftalina solita parti 100: fenolo (che fonde a +38°) parti 1,65.

Riscaldando lentamente. — *Raffreddando lentamente.*

Temperature		Conducibilità relative	Temperature		Conducibilità relative
— 20°	solida	0	+ 105°	»	2,3
0°	»	0,3	103°	»	2,1
+ 6°	»	3,2	98°	»	1,8
8°	»	4,7	90°	»	1,4
10,°5	»	7,7	86°	»	1,2
11,°5	»	11,7	78°,6	»	1
16°	»	15,4	77°,2	solidifica	1
21°	»	37,4	75°	»	1
23°	»	40,0	69°	»	1
26°	»	40,0	61°	»	1
30°	»	40,0	50°	»	2,7
35°	»	35,5	47°	»	3,8
37°	»	33,1	41°	»	6,7
44°	»	20,0	38°	»	8,7
48°	»	13,4	35°	»	10,7
51°,5	»	10,7	31°	»	11,7
56°,4	»	5,4	28°	»	12,7
59°	»	3,9	25°	»	16,7
66°	»	2,4	23°	»	25,4
75°	solida	1,6	19°	»	27,7
77°,2	fonde	1	15°	»	10,7
80°	liquida	1	14°,8	»	4,0
93°	»	1,5	10°	»	3,4
108°	»	2,2	6°	»	2,7
114°	»	2,6			

TAVOLA IV.

« Paraffina, alla quale si è aggiunto mentre era liquida una piccola quantità di alcole amilico puro (Trommsdorff); il mescuglio è stato poscia filtrato ripetutamente per un filtro formato da molti fogli di carta bibula.

Riscaldando			*Raffreddando*		
Temperature		Conducibilità relative	Temperature		Conducibilità relative
— 15°	solida	17,3	+ 82°	liquida	2,00
— 7°	»	20,0	+ 60°	»	1,34
0°	»	25,0	+ 54°	solidifica	1
+ 10°	»	26,2	+ 51°	solida	1,90
+ 23°	»	27,1	+ 39,°5	»	16,00
+ 31°	»	37,5	+ 36°	»	23,3
+ 35°	»	33,4	+ 10°	»	26,7
+ 40°	»	23,3	+ 0°	»	31,7
+ 48°	»	3,7	— 10°	»	31,4
+ 50°	»	1.6			
+ 54°	fonde	1			
+ 57°	liquida	1,16			
+ 71°	»	1,67			

« Come si vede di qui, la conducibilità rimane nella paraffina amilica, anche a basse temperature, come di quindici gradi sotto zero.

TAVOLA V.

Paraffina e fenolo.

« La mescolanza fatta a caldo fu decantata: solo piccola quantità di fenolo fu ritenuta nella massa della paraffina.

Raffreddando lentamente.

Temperature		Conducibilità relative	Temperature		Conducibilità relative
+100°	liquida	1,020	+ 30°	solida	1,960
+ 80°	»	1,026		È risalita la tempera-	
+ 74°	»	1,020	+ 36°	tura spontaneamente	2,008
+ 65°	»	1,023		(seconda solidificazione)	
+ 55°	»	1,021	+ 33°	solida	3,124
+ 53°,5	solidifica	1	+ 29°	»	4,863
+ 52°	solida	1,010	+ 19°	»	3,218
+ 45°	»	1,016	+ 5°	»	1.016
+ 40°	»	1.017	0°	»	0,982
+ 35°	»	1,842	— 40°	»	0,069

« Col riscaldamento si nota lo stesso fenomeno, avendo cura di sperimentare sulla sostanza precedentemente raffreddata a bassa temperatura.

« Analoghi resultati dànno la paraffina con l'acido acetico assoluto, e la paraffina coll'acido formico, resultati che per brevità non riferisco. Ho anche mutate molto le proporzioni dei componenti: così per es. ho studiate mescolanze di naftalina e di acido fenico in quasi tutte le proporzioni ed ho trovato che il fenomeno manca quando la proporzione di fenolo supera il 50 per cento: quando la proporzione è più piccola il fenomeno si manifesta sempre qualunque sia la proporzione dei componenti. Così è ben visibile anche colla proporzione di uno di fenolo a duemila naftalina: con proporzioni più piccole di questa non sono riuscito ad osservar più il fenomeno, ma vero è che il mescuglio in tal caso aveva una conducibilità così piccola da rendere difficili e lunghissime le misure anche impiegando una pila di 800 elementi.

IV. « Veniamo ora alla spiegazione probabile del fenomeno. Da principio (cioè tre anni or sono quando osservai questo fenomeno per la prima volta) fui un po' dubbioso circa il modo di spiegare il fenomeno: ma poi pensandoci un poco e provando a mutare le condizioni delle esperienze mi pare che se ne possa dare una interpetrazione assai semplice.

V. « Consideriamo prima il caso di due sostanze l' una isolante e solidificabile e l'altra conduttrice che rimanga sempre liquida e non si sciolga nella prima come avviene della paraffina con alcool amilico, della paraffina con l'acido acetico ecc. Mescolandoli bene insieme mentre sono fusi accade che una piccola parte di liquido conduttore resta interposto e forse anche una minima parte disciolto in seno alla paraffina: questa specie di emulsione o miscuglio finchè resta liquido ha una piccola conducibilità, che rimane costante e quasi indipendente dalla temperatura: col solidificarsi della paraffina questo liquido viene a riunirsi e formare delle superficie, che traversano le fenditure e le discontinuità della paraffina solidificata, superficie conduttrici intersecantisi e traversate dai fili elettrodi; per cui ne risulta una maggiore conducibilità (Basta infatti bagnare una lastrina di vetro isolante con un velo sottilissimo di liquido conduttore, come è quello che si ottiene colla condensazione di un debole getto di vapore sulla superficie fredda, perchè questa divenga buona conduttrice). S' intende poi che tale conducibilità non potrà più sparire finchè il liquido interposto solidificando, non divenga isolante: così colla paraffina e coll'alcool amilico, la conducibilità resta fino a bassissime temperature.

VI. « Veniamo al caso in cui la sostanza conduttrice e l'altra isolante siano solubili l' una nell' altra.

« Se si sceglie il caso più semplice, quello in cui la quantità della sostanza conduttrice sia piccola rispetto a quella isolante, l' esperienza dimostra che in alcuni casi la sostanza ha due punti di fusione distinti [1]

[1] Compara, Palazzo e Battelli, *Intorno alla fusione dei mescugli di alcune sostanze non metalliche* (Atti della R. Acc. delle scienze di Torino 1884).

il primo che è più vicino a quello delle sostanze più abbondanti nel miscuglio, ed un' altro più basso: dopo la solidificazione della sostanza isolante rimane dunque un mescuglio liquido assai più ricco di sostanza conduttrice che non il mescuglio primitivo allo stato liquido, e perciò in molti casi assai più conduttore: a questo liquido conduttore interposto tra le parti del solido si deve la maggiore conducibilità la quale sparisce col solidificare di questo quando questo col solidificare perde tutta la conducibilità.

« Questa spiegazione è chiara nel caso che la porzione che solidifica la prima, e quella che solidifica la seconda diventino isolanti subito dopo solidificate: ma questo non è in generale, anzi la maggior parte dei composti col solidificare non perdono tutta la loro conducibilità: poichè alcuni la mantengono molti gradi sotto la temperatura di solidificazione (come per es. il fenolo, la benzamide ecc.) onde il fenomeno diventa assai più complicato ».

Chimica. — *Azione del calore sull'acetilpirrolo e sul carbonilpirrolo.* Nota dei dott. G. Ciamician e P. Magnaghi presentata dal Socio Cannizzaro.

« Ultimamente (¹) fu dimostrato che riscaldando a circa 300° l'acetilpirrolo con anidride acetica, si ottiene il *pirrilendimetildichetone* $C_4H_2(C_2H_3O)_2NH$. Questa trasformazione può avvenire a priori in due modi; si può ammettere che per l'azione del calore l'acetilpirrolo diventi prima pseudoacetilpirrolo, e che questo dia coll'anidride acetica il dipseudoacetilpirrolo; oppure si può supporre che il gruppo acetilico venga distrutto e che il pirrolo rigenerato a quell'alta temperatura si trasformi direttamente in pirrilendimetildichetone. Per risolvere la questione abbiamo cercato di vedere se col solo riscaldamento l'acetilpirrolo può trasformarsi nel suo isomero. Le esperienze che ora descriviamo dimostrano che effettivamente avviene questa trasformazione.

« A temperature superiori ai 300° l'acetilpirrolo viene distrutto completamente; si forma molta materia carboniosa, ammoniaca, carbonato ammonico e probabilmente tracce di pirrolo. Per ottenere la metamorfosi suaccennata conviene non superare la temperatura di 300°. Noi abbiamo riscaldato 5 grammi di acetilpirrolo, affatto esente di pirrilmetilchetone in un tubo chiuso per alcune ore fra i 250° e 280°. Aprendo il tubo si nota una lieve pressione ed il contenuto del medesimo è un liquido colorato in bruno, che venne distillato con vapor acqueo. Passa dell'acetilpirrolo rimasto inalterato ed il residuo è una soluzione gialla con sospesa un po' di resina nera. Si filtra il liquido ancora caldo e si estrae il filtrato con etere. L'estratto

(¹) Vedi Ciamician e Silber, *Sull'acetilpirrolo.* Nota presentata il 15 marzo 1885.

etereo svaporato lascia indietro una materia cristallina colorata lievemente in giallo, che fatta cristallizzare dall'acqua bollente si presenta in aghi incolori che hanno tutte le proprietà del *pirrilmetilchetone.*

« Il risultato di queste esperienze invitava a studiare l'azione di qualche altra anidride organica sull'acetilpirrolo a temperatura molto elevata; noi abbiamo scelta l'anidride benzoica nella speranza di ottenere un composto della formola $C_4H_2 \left[\begin{matrix} C_2H_3O \\ C_7H_5O \end{matrix}\right] NH$. La reazione però non avvenne affatto secondo le nostre supposizioni. L'anidride benzoica si scioglie nell'acetilpirrolo con abbassamento di temperatura; bollendo la soluzione o riscaldandola in tubi chiusi fino a 210° le due sostanze restano inalterate. Riscaldandole invece in tubi chiusi fino a 320° si formano grandi quantità di materia carbonosa e tracce di una sostanza cristallina che fu riconosciuta essere della *benzamide.* In questa occasione abbiamo trovato che la benzamide fonde due gradi più in su di quello che venne finora osservato [1]. Il suo punto di fusione è di 130°, come si è potuto constatare anche con benzamide pura di diversa provenienza. Aggiungiamo inoltre che la benzamide dà con nitrato argentico ed ammoniaca un composto argentico in forma di un precipitato bianco, che crediamo che finora non sia stato ottenuto. Se si riscalda il miscuglio di anidride benzoica ed acetilpirrolo fra i 280° e 300° si ottengono piccole quantità di pirrilmetilchetone.

Azione del calore sul carbonilpirrolo.

« La trasformazione dell'acetilpirrolo in pseudoacetilpirrolo per azione del calore ci indusse a studiare il comportamento ad alte temperature del carbonilpirrolo da noi recentemente scoperto [2]. In questo caso la reazione acquista un interesse maggiore perchè questa sostanza dà contemporaneamente origine a due diversi corpi isomeri. Uno di essi è il *dipirrilchetone* o *pirrone*, da noi già descritto, e l'altro è un composto intermedio fra questo e il carbonilpirrolo della formola $CO \langle \begin{matrix} C_4H_3 \cdot NH \\ N\,C_4\,H_4 \end{matrix}$, che noi chiameremo *pirroilpirrolo*, perchè contiene il radicale dell'acido carbopirrolico a cui fu dato il nome di *pirroile* [3].

« Si riscaldano 5 gr. di carbonilpirrolo in tubi chiusi a 250° per alcune ore. Il contenuto dei medesimi è formato da un liquido nero e da un po' di materia carbonosa. Si distilla con vapor acqueo riottenendo così quella parte di carbonilpirrolo rimasta inalterata, che può servire ad una

(1) Schiff e Tassinari trovarono 128°. Berl. Ber. X, 1785.

(2) *Sull'azione del cloruro di carbonile sul composto potassico del pirrolo.* Atti della R. Acc. dei Lincei. Rendiconti vol. I, 4 gennaio 1885.

(3) Vedi Ciamician e Dennstedt: *Studi sui composti della serie del pirrolo* Parte VIII. *Sull'azione di alcune anidridi organiche sul pirrolo.*

altra preparazione. Il residuo è un liquido colorato in giallo, che contiene un po' di resina. Filtrando questo a caldo e lavando la parte indisciolta molte volte con acqua bollente, si ottiene una soluzione che s' intorbida per raffreddamento e dalla quale si separano dopo qualche tempo degli aghetti molto colorati. Estraendo con etere e svaporando l'estratto etereo resta indietro un olio che si solidifica formando una materia cristallina colorata in bruno. Il prodotto greggio così ottenuto, venne spremuto fra carta (da 20 gr. di carbonilpirrolo si ottennero 5 gr. di questa sostanza), ed indi fatto cristallizzare prima dall'alcool diluito e poi dal benzolo bollente. Mediante una serie di cristallizzazioni da questo ultimo solvente, siamo riusciti a separare una sostanza che si presenta in aghetti bianchi che fondono a 160° e che hanno tutte le proprietà del pirrone. Avendo in questa occasione preparato una quantità notevole di questo composto abbiamo potuto ottenere, per lento svaporamento della sua soluzione eterea, dei cristalli bene sviluppati che furono studiati cristallograficamente. Noi dobbiamo anche questa volta le misure seguenti alla gentilezza del sig. ingegnere Giuseppe La Valle.

Forma cristallina del dipirrilchetone.

Fig. 1.

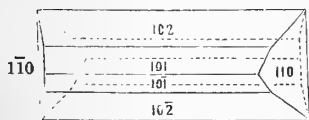
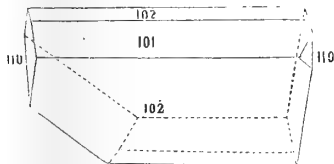



Fig. 2.

« Sistema cristallino: Trimetrico

« Costanti: $a : b : c : = 2,53109 : 1 : 2,90144$

Forme e combinazioni osservate: (110) (101) (102).

Angoli	Misurati limiti	Misurati medie	Calcolati	n
101 : 10$\bar{1}$	82° 4′ — 82° 23′	82° 12′	*	3
110 : $\bar{1}$10	—	43 7	*	2
110 : 101	73 5 — 74 36	73 51	73° 55′ 30″	4
110 : 102	79 21 — 79 31	79 25	79 28 18	3
102 : 101	18 53 — 19 17	19 3	19 9 21	6

« Bisettrice acuta normale a (001).

« Piano degli assi ottici parallelo a (100).

« La figura d' interferenza non essendosi potuta ottenere ben chiara, sebbene la lamina sia stata ridotta allo spessore di poco più di mezzo millimetro, non si sono potute completare le osservazioni ottiche.

« I cristallini si sono presentati per lo più come nella fig. 1., cioè allungati secondo l'asse y e quasi regolari, altri invece avevano un aspetto tabulare, come è rappresentato nella fig. 2 avendo molto sviluppata la faccia ($\bar{1}02$).

« Dai risultati ora esposti si nota che il dipirrilchetone ha molta analogia cristallografica col pirrilmetilchetone che cristallizza nel sistema monoclino.

« Il seguente specchietto mette in rilievo queste analogie.

Pirrilmetilchetone	Dipirrilchetone
$CO\langle^{C_4H_3NH}_{CH_3}$	$CO\langle^{C_4H_3NH}_{C_4H_3NH}$
a : b : c = 2,91833 : 1 : 3,01735	a : b : c = 2,53109 : 1 : 2,90144
100 : 001 = 79° 41′	101 : 10$\bar{1}$ = 82° 12′
111 : {001 = 69° 18′ 34″; 100 = 68° 48′}	110 : {101, 10$\bar{1}$} = 73° 55′ 30″
111 : $\bar{1}1\bar{1}$ = 55° 30′	110 : $\bar{1}$10 = 43° 7′

« È da notarsi ancora che il dipirrilchetone non sta in nessuna relazione cristallografica col suo isomero, il carbonilpirrolo.

« Le soluzioni benzeniche dalle quali si ottenne il pirrone, contengono ancora un' altra sostanza più solubile in questo solvente. La separazione di questo composto dal pirrone riesce molto facilmente per mezzo dell'etere petrolico. I liquidi che contengono il miscuglio dei due prodotti vennero svaporati a secchezza ed il residuo venne sciolto nell'etere petrolico bollente. Il pirrone rimane indisciolto e dalla soluzione filtrata si separano per raffreddamento delle squamette bianche di splendore serico, che dopo alcune cristallizzazioni dallo stesso solvente fondono costantemente a 62°-63°. L'analisi diede i seguenti risultati:

0,2188 gr. di sostanza dettero 0,5393 gr. di CO_2 e 0,1045 gr. di OH_2.

« In 100 parti

	trovato	calcolato per $C_4H_4N-CO-C_4H_3NH$
C	67,22	67,50
H	5,31	5,00

« Questa sostanza è il *pirroilpirrolo*.

« Essa ha dunque l' istessa composizione e l' istesso punto di fusione del carbonilpirrolo, si distingue però da questo suo isomero già nell'apparenza esterna, perchè mentre il carbonilpirrolo forma costantemente dei grossi cristalli monoclini, incolori, di splendore vetroso che somigliano a dei romboedri, il pirroilpirrolo si presenta sempre in squamette leggiere, bianche e di splendore serico. Oltre a ciò quest' ultimo non è volatile col vapor acqueo come il carbonilpirrolo, e forma con nitrato d'argento ed ammoniaca

un precipitato giallo, che probabilmente è un composto argentico della formola $CO\langle{}^{C_4H_3NAg}_{N\,C_4H_4}$, mentre il carbonilpirrolo riduce la soluzione di nitrato d'argento ammoniacale.

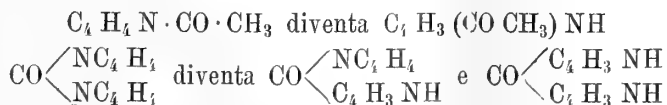
« I tre composti isomeri dei quali abbiamo parlato finora (il carbonilpirrolo, il pirroilpirrolo ed il pirrone) si distinguono specialmente l'uno dall'altro per il loro modo di comportarsi con la potassa bollente. Il pirrone non viene intaccato; il carbonilpirrolo si scinde nettamente in anidride carbonica e pirrolo, ed il pirroilpirrolo viene decomposto in pirrolo ed acido α carbopirrolico.

« Se si fa bollire il pirroilpirrolo per due ore con una soluzione concentrata di potassa acquosa in un apparecchio a ricadere, la sostanza fonde e resta indietro un olio più leggiero del liquido alcalino. Estraendo con etere si ottiene un olio, che ha i caratteri del pirrolo. La soluzione alcalina, acidificata con acido solforico diluito, ed estratta nuovamente con etere, cede a quest'ultimo una sostanza solida e cristallina che è l'acido α carbopirrolico. Per stabilirne l'identità l'abbiamo trasformata nell'etere metilico fondente a 73°.

« Dalle esperienze or descritte risulta dunque che i derivati del pirrolo che contengono un radicale acido al posto dell'idrogeno iminico, si trasformano per azione del calore nei loro isomeri più stabili nei quali il radicale è unito al carbonio. Si generano così dei composti chetonici.

« L'acetilpirrolo diventa pirrilmetilchetone, il carbonilpirrolo dà origine a due diversi composti, che segnano i due diversi stadî di questa metamorfosi:

$$C_4H_4N\cdot CO\cdot CH_3 \text{ diventa } C_4H_3(CO\,CH_3)NH$$

$$CO\langle{}^{NC_4H_4}_{NC_4H_4} \text{ diventa } CO\langle{}^{NC_4H_4}_{C_4H_3NH} \text{ e } CO\langle{}^{C_4H_3NH}_{C_4H_3NH}$$

« Il pirrone è il dipirrilchetone, il pirroilpirrolo è un derivato nel quale l'idrogeno iminico del pirrolo è sostituito dal radicale dell'acido carbopirrolico ».

MEMORIE

DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

G. Mengarini e G. Colasanti. *Il fenomeno spettrale fisiologico.* Presentata dal Socio Blaserna.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

I Segretarî Carutti e Ferri presentano le pubblicazioni giunte in dono, segnalando le seguenti di Socî e di estranei, delle quali gli autori fecero omaggio all'Accademia.

F. Lampertico. *Discorso pronunciato in Senato, nella tornata del* 30 *aprile* 1885.

F. Bonatelli. *Commemorazione del prof. Baldassare Poli.*

C. Tommasi-Crudeli. *Sopra alcune opere di bonificamento dell'Agro romano.*

G. Sergi. *L'origine dei fenomeni psichici e loro significazione biologica.*

F. Ardissone. *La vegetazione terrestre considerata nei suoi rapporti col clima.*

G. Ghivizzani. *Giuseppe Giusti e i suoi tempi.*

J. Silvestri. *Commemorazione del prof. Emilio Morpurgo.*

P. Pisani Ceraolo. *Del matrimonio.* Vol. I.

Il Segretario Carutti presenta anche un fascicolo pubblicato in occasione dell'inaugurazione del monumento a Q. Sella, fattasi in Iglesias il 7 giugno scorso.

Il Socio Blaserna presenta in nome del Socio Taramelli, la pubblicazione: *Los terremotos de Málaga y Granada*, del sig. Federico de Botella y de Hornos.

CONCORSI A PREMI

« Il Socio Mariotti dice che l'Avvocatura Generale erariale gli ha dato un incarico melanconico e caro.

« In nome di essa presenta le opere di Giuseppe Mantellini: *I conflitti di attribuzioni in Italia — Lo Stato e il Codice civile — Papiniano.*

« Accenna le virtù, il valore, i meriti dell'estinto e gli onori, che già sono stati resi in Roma, in Firenze e altrove alla memoria dell'uomo giusto e sapiente, fondatore dell'avvocatura erariale. Ora si reputa felice di poter annunziare un onore singolare che si rende dalle dodici avvocature erariali dello Stato. Le quali con alto e generoso intendimento hanno costituito un capitale di lire diecimila, che danno all'Accademia, acciocchè col reddito si istituisca un premio quinquennale perpetuo di duemila e cinquecento lire da assegnarsi in concorso all'autore della migliore opera in materie giuridico-amministrative.

« Il premio avrà il nome da Giuseppe Mantellini giureconsulto di Stato. L'Accademia sarà depositaria e custode del capitale e giudice dei concorsi.

« I modi per l'effettuazione si fisseranno concordemente dalla Presidenza dell'Accademia e dall'Avvocatura Generale erariale.

« L'onore fatto per sentimento di dovuta ammirazione e con tanto affetto è nuovo, è degno dell'illustre estinto e quel che è più, riesce a pubblico beneficio ».

« Il prof. SCHUPFER, come membro della sezione giuridica dell'Accademia, si associa pienamente alle sentite parole, che il deputato Mariotti ha pronunciato in onore del Mantellini. Era veramente un degno uomo e un grande lustro della magistratura e della scienza italiana. Il prof. Schupfer deplora che la morte di lui abbia reso impossibile all'Accademia di averlo tra' suoi Socî, come era stato desiderio della Sezione giuridica che ultimamente lo aveva proposto per la elezione. Lo conforta però l'idea che il suo nome resterà nell'Accademia, mercè il premio che le Avvocature erariali del regno hanno voluto istituire in memoria di lui. Il prof. Schupfer non dubita di farsi interprete del voto di tutta l'Accademia proponendo, che, nell'accettarlo, si rendano vivissime grazie a coteste avvocature, che non poterono più degnamente onorare l'uomo, che colla sua scienza e col suo carattere ne aveva tenuto così alto il prestigio ».

Il Presidente FIORELLI associandosi in nome dell'Accademia ai sentimenti espressi dai Colleghi, li assicura che la Presidenza si farà un dovere di porgere i suoi ringraziamenti alla Avvocatura Generale erariale.

CORRISPONDENZA

Il PRESIDENTE BRIOSCHI comunica la seguente lettera dell'on. Ministro della Pubblica Istruzione e relativa alla pubblicazione dei manoscritti Vinciani, della quale venne trattato nella seduta del 3 maggio scorso.

« Roma 23 giugno 1885

« Illmo Sig. Presidente della R. Accademia dei Lincei

« Nel rivolgermi a codesta insigne Accademia, or sono alcuni mesi, per ottenere pure il suo concorso nella spesa per la edizione del codice atlantico di Leonardo da Vinci, io accennava ad altre pratiche da me contemporaneamente avviate per assicurare i mezzi adeguati alla divisata impresa. Sono ora lieto di potere qui constatare come quelle pratiche abbiano pienamente risposto alle speranze mie, auspice la Maestà del nostro Augusto Sovrano, favoreggiatore munifico di quanto più torni a decoro della patria e ad incremento dei buoni studî.

« Raccolta per tal guisa la somma occorrente alla ragguardevole pubblicazione, siccome vedesi dallo specchietto che mi fo premura di unire alla presente, devesi ora provvedere perchè l'opera nostra riesca sotto ogni rispetto degna del gran nome di Leonardo e dell'Italia.

« A conseguire pienamente intento così elevato, io giudico non potersi meglio adoperare se non affidando a codesta insigne Accademia ogni cura ed ingerenza della pubblicazione, non solo per tuttociò che concerne la

parte scientifica ed artistica di essa, quanto ancora per la parte tipografica e di materiale esecuzione.

« Nel pregare adunque siccome faccio con la presente, codesto illustre consesso ad assumere la suprema direzione di questa edizione degli scritti Vinciani, stimo di chiudere così nel modo più desiderabile il periodo di preparazione che sono lietissimo di avere iniziato e condotto a felice termine, per lasciare alla sapienza ed alla operosità dell'Accademia, il compiere la parte più difficile e gloriosa di un' impresa, la quale a buon diritto può dirsi nazionale.

Il Ministro
COPPINO

Contributo per la stampa degli scritti di Leonardo da Vinci pel corso di otto anni

S. M. il Re		rata annuale	L.	2,000
Ordine Mauriziano		»	»	1,250
Ministero	degli Affari Esteri	»	»	1,000
»	dell' Interno	»	»	1,000
»	delle Finanze	»	»	1,000
»	di Grazia e Giustizia	»	»	1,000
»	dei Lavori Pubblici	»	»	1,000
»	di Agric. Ind. e Comm.	»	»	1,000
»	della Guerra	»	»	500
»	della Marina	»	»	1,000
»	della Pubbl. Istruzione	»	»	1,250
			L.	12,000

Visto
Il Ministro
COPPINO

Il Segretario CARUTTI dà conto della corrispondonza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La r. Accademia danese di scienze e lettere di Copenaghen; la Società batava di filosofia sperimentale di Rotterdam; la Società geologica di Darmstadt; la Società chimica di Berlino; le Università di Heidelberg e di Halle.

D. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 5 luglio 1885.

Bibliografia. — *Trattatello sulle divisioni, secondo il sistema dell'abbaco, scritto in Italia innanzi al secolo XII.* Nota del Socio corr. E. Narducci. (1)

« Il trattatello d'abbaco, che qui appresso riproduco da un codice Laurenziano dei primordî dal secolo XII (2), può servire di corollario a quelli già dati in luce dal Gerbert (3), dallo Chasles (4), dal Friedlein (5),

(1) Questa Nota venne presentata nella seduta del 21 giugno 1885.

(2) *Pluteus* XLVII, cod. XXVIII, membranaceo, in 8°, di 102 carte numerate a matita nei margini superiori dei *recto*, salvo la prima e l'ultima, che servono di guardie, coi numeri 1-100, mancandone una tra le numerate 45 e 46. È legato in tavole, coperte esternamente di cuoio rosso-scuro, con impressioni a secco, e cinque borchie di metallo raffiguranti l'arme Medicea su ciascuna coperta estera, una delle quali nel mezzo, e le rimanenti ai quattro angoli. Sulla prima coperta esterna, sotto il numero 28, è scritto a penna, « Priscianus de constructione ». Il numero 28 è anche ripetuto con tinta bianca sulla seconda coperta esterna, alla quale, mediante un gancio, è attaccata una catena. Chiudesi il codice con due fermagli di pelle, rafforzati da borchie di metallo. Contiene i libri XVII e XVIII del trattato di Prisciano: *De constructione*, tra i quali due libri, dal rovescio della carta 51 al *recto* della 54 è interposto il detto trattatello di abbaco. Questo codice è descritto da Angelo Maria Bandini, nel volume intitolato: *Catalogus codicum latinorum Bibliothecae Mediceae Laurentianae.* Tomus II. Florentiae 1775, col. 417-418.

(3) *Regulae domni* Oddonis *super abacum.* (Scriptores ecclesiastici de musica sacra potissimum ecc., a Martino Gerberto. Tomus I. Typis San Blasianis, 1784, p. 296-302).

(4) *Regulae abaci.* (Comptes rendus hebd. des séances de l'Acad. des sciences. Tome XVI. janvier-juin, 1843, pag. 237-246).

(5) *De ratione abaci*, e *De minutiis.* (A. M. T. S. Boetii. De institutione arithmetica, libri duo. De institutione musica, libri quinque. Accedit geometria quae fertur Boetii, Lipsiae, 1867, pag. 395-401 e 425-428).

dall'Olleris (1), dal Treutlein (2), dal Boncompagni (3) e da me stesso (4). Si aggira sulle divisioni, e per ciò che le riguarda può dirsi completo (5). In esso sono da notare due cose. L'una, che, a differenza degli altri congeneri trattati finora conosciuti, fu scritto in Italia, come si ha dai seguenti due rozzi versi dai quali è preceduto:

« Hunc librum teneant abacum qui discere temptant
Joannes Olibano quem composuit almo ».

Si ha infatti « Olibanus », detto anche « Clibanus », monte della Magna Grecia, detto oggi *Monte Visardo*, nella Calabria ulteriore; « Olibanus » è chiamato anche quel monte della Campania, tra Napoli e Pozzuoli, detto *Monte di Pozzuoli;* finalmente « Olibanum » è nome altresì di un villaggio della Lucania, tra Monte Corvino ed Eboli (6).

« L'altra particolarità notevole di questo trattatello è la forma degli apici, detti di Boezio, che vi si trovano alla fine ripetuti, forse per far rilevare le due diverse forme del 2. Quella del 6 si differenzia grandemente da tutte le altre conosciute. E però, in grazia anche della sua brevità, non sarà inutile il porre il medesimo scritto, così pel metodo come per le figure, a riscontro degli altri finora pubblicati ».

« In multiplicacione numerorum abaci. quemcumque multiplicaberis numerum . digitos semper tot spaciis a multiplicato segregabis. quot multiplicator a singulari seiungitur linea. et conuersim. Articulos uero semper secundabis a digitis.

*De simplici diuiso. R.*ª

« In diuisione diuidendorum per simplicem diuisorem perfecta est aplicanda differentia. et per integram denominacionem diuidendi. multiplicanda. Denique hoc conuenit nosse quod si diuisor in prima fuerit linea hoc est in singulari denominacione conuenit

(1) *Libellus de numerorum divisione*, di GERBERTO; *Reguta de abaco computi*, d'incerto; *Liber abaci*, di BERNELINO; e *Guida alla divisione.* (Œuvres de Gerbert pape sous le nom de Sylvestre II, ecc., par A. Olleris. Paris. 1867, pag. 349-356, 311-326, 357-400, 333-345).

(2) I. *Regulae cuiusdam super abacum*, di GERLANDO. — II. Anepigrafo: *Doctori et patri theosopho I. G. filius eius.* — III. *Quid sit abacus*, di Anonimo. — IV. *Breve comento alle regole di Gerberto sulla divisione*, di Anonimo. — V. *Trattatello sulla divisione*, di Anonimo. — VI. Altro sulla stessa materia, di Anonimo. — VII. *Regulae* HERIMANNI. *Qualiter multiplicationes fiant in abaco.* (Bullettino di bibliogr. e di storia delle sc. mat. e fis. pubbl. da B. Boncompagni. Tomo X. Roma, 1877, pag. 589-647).

(3) *Regulae abaci*, di ADELARDO DI BATH. (Bull. cit. Tomo XIV. Roma, 1881, p. 91-134).

(4) *Reguncule super abacum*, di TURCHILLO, e *Trattato d' abbaco*, di Anonimo. (Bull. cit. Tomo XV. Roma, 1882, pag. 111-162).

(5) *Venientibus.... ad artem calculandi.... Inprimis simplicem discant diuisionem. Postea compositam continuam. Ad ultimum compositam interruptam.* (TURCHILLO, ivi, pag. 140).

(6) Lexicon Geographicum Phil. Ferrarii ed. Mich. Ant. Baudraud. Patavii, 1675, par. I, pag. 180 e par. II, pag. 10.

ab ea linea in qua fuit in secunda sequestrari. et si diuisor in secunda fuerit linea denominacionem in tercia conuenit subtrai (*sic*). Et si ille in terciam denominacionem in quartam. et similiter per omnia conuenit facere. Huius uidelicet discipline regula custodita. ut quot spaciis simplex diuisor e singulari seiungitur linea. uno plus denominacio ab ea linea in qua fuit est subtrahenda.

De compositis diuis.

« Si uolueris diuidere centenum aut millenum aut quoscumque uel quotcumque alios diuidendos per compositos diuisores differenciam ultimo diuisori semper integram aplicabis. Reliquis diuisoribus preter maximum cui nulla adicienda est non integram. sed uno minus. differencia adibebis. Deinde considera quotam partem tocius numeri omnium diuisorum cum differenciis suis minores teneant. Si enim secundam habuerint. Similiter secundam partem a primo diuidendorum sumes. Si uero terciam terciam. et si quartam quartam. et deincebs (*sic*). et si quid habundauerit ibidem repones. Dehinc quot spaciis maximus diuisor a singulari seiungitur linea. totidem spaciis illam partem ab illa linea in qua fuit recepta sequestrabis. et denominacione illius omnes multiplicabis. Post hec digitis et articulis qui ex multiplicacione sunt congregati prelator (*sic*) diuidendos siciss. aplicabis (?). et eos ordinando sursumque eleuando. nouiter addiuidendo (*sic*) constitues. et tamdiu ut dictum est partem accipiendo atque sequestrando differencias. multiplicando eos diminues. donec aut se equales diuisoribus conferant. aut minores succedant. Si autem ex diuidendo supradictam partem non potueris unum illius in iustam positam lineam dissipabis. ex qua iam dictam particulam sumes. et eam sequestrando. differenciasque multiplicando. digitos et articulos suis in locis ordinabis. deinde denominacione illius diuidendi ex quo facta dissipacio fuit. omnes articulos et digitos ac summissum numerum denominacionis nec non et reliqui assiciss. prelatos illis ut iam prediximus sociabis. eosque ordinando aut diuidendum (*sic*) sursum eleuabis. Si autem diuisores ex parte incontinuati fuerint uel ex toto. nouenos pro differencia uacuis locis adibebis, et hos cum omnium diuisorum differenciis predicto modo locatis. denominacione que ad diuidendorum partibus trahitur multiplicabis. Si uero noueni diuisores ibidem fuerint. nulla differencia est proponenda illis nisi tantummodo ultimo diuisori. qui semper integram sibi recipit differenciam.

De diuidendo incontinuatos diuisores sine differencia.

« Si quemcumque numerum per diuisores ex toto intermissos sine differenciis diuidere uolueris. unum illorum quos karacter diuidendi quem diuidis continet ad minuta componenda sumes. Deinde considerabis quociens in reliquis quantitas numeri quam maximis diuisores karact. presentatos inuenitur. et quot quot inueneris totidem unitates ab ea linea in qua recepte fuerint reliquis siciss. eodem loco dimissis. secundam predictam sequestracionis regulam ad competencia loca subtrahes. et denominacione illarum omnes minores diuisores multiplicatis. Denique sublatis digitis et articulis qui ex multiplicacione sunt congregati differencias prout uniuscuiusque racio poscit. eorum in locis constitues. ita ut in loco ultimi siue sit digitus seu articulus integram differenciam ponas. in relicorum uero integram sed uno minus. et si deficientibus articulis seu digitis uacua loca remanserint. nouenis pro differenciis suplebis. Sicut omnes linee que sunt inter utramque. uidelicet eam que sibi integram differenciam sumpsit et eam (*sic*) que denominacione subtracta fuit differenciis supleatur. Dehinc uero cum supra positis diuidendis siass. eas aggregando sursum addiuidendo eleuabis. Si uero diuidendus minor diuisores uel equalis extiterint. unum illius ut in supra dicta regula dictum est in iuxta positam lineam dissipabis. Ex qua dissipacione quantitate numeri maximi diuisoris considerata. unitates accipiendo sequestrabis. et minores diuisores eorum denominacione multiplicando. differencias loco articulorum ac digitorum et reliquas dissipacionis si ass. atque summissum numerum denominacionis multiplicabis.

Postea uero ea aggregando suisque in locis ordinando ad diuidendum ut diximus. sursum eleuabis. et tamdiu hoc facies. quousque diuidendi minores aut equales diuisoribus se conferant. FINIS ».

$\overline{\text{IMI}}$	$\overline{\text{CMM}}$	$\overline{\text{XMM}}$	$\overline{\text{MM}}$	$\overline{\text{CM}}$
$\overline{\text{XM}}$	$\overline{\text{M}}$	C	X	I

Matematica. — *Sulla integrazione per serie.* Nota II. del prof. C. ARZELÀ, presentata dal Socio DINI.

3. « Se si prende

$$f(x, y_s) = \sum_1^n u_n(x)$$

$$f(x, y_0) = \sum_1^\infty u_n(x)$$

si può enunciare la proposizione:

« Se $\sum_1^\infty u_n(x)$ è una serie di funzioni sempre finite e integrabili tra a e b, ed è tale anche la $\sum_1^\infty u_n(x)$, affinchè sia

$$(\alpha) \qquad \int_a^x \sum_1^\infty u_n(x)\,.\,dx = \sum_1^\infty \int_a^x u_n(x)\,dx$$

per ogni x tra a e b, è necessario e sufficiente, che la somma $\sum_1^\infty \int_a^x u_n(x)\,.\,dx$ sia una funzione finita e continua di x tra a e b: cioè: che la serie degli integrali dei termini, essendo determinata in ogni punto x tra a e b, abbia in questo intervallo la convergenza uniforme a tratti.

4. « Per quanto s'è detto al n. 2 sussisterà certamente la (α), se, tenute ferme le altre ipotesi, sarà anche

$$\left| \sum_1^n u_n(x) \right| < \mathrm{L},$$

L finito, per tutti gli n e per tutti gli x.

5. « L'osservazione, che l'integrale della somma di infinite funzioni integrabili non è sempre dato dalla somma degli integrali, e che perciò si richiede la convergenza in egual grado della serie data entro i limiti dell'integrazione, è dovuta a Wejerstrass [1].

« Il prof. Dini nel libro: *I Fondamenti* ec. ec. indica come condizione sufficiente per l'integrabilità della somma di una serie la convergenza in egual grado semplice, ma a esser sicuri, egli aggiunge, che a una serie è applicabile l'integrazione termine a termine, occorre sapere che essa converge in egual grado tra i limiti dell'integrazione senzachè questa sia veramente una condizione necessaria; e dà poi alcuni esempi di serie, nelle quali i termini sono funzioni continue di x, e anche la somma totale è una funzione continua tra a e b, ma manca la convergenza in egual grado e l'integrale della somma non è rappresentato dalla somma degli integrali.

« Esaminando quegli esempi si vede subito che le serie degli integrali non sono funzioni continue di x tra a e b: e così, non è soddisfatta la condizione del n. 3.

« Il primo esempio è

$$\sum_1^\infty u_n(x) = \sum_1^\infty \left\{ \frac{2k_n h_n (x-a)}{1+h_n^2 (x-a)^4} - \frac{2k_{n+1} h_{n+1} (x-a)}{1+h_{n+1}^2 (x-a)^4} \right\}$$

dove h_n è una funzione positiva di n che cresce indefinitamente al crescere di n e k_n è pure una funzione di n.

« Si ha

$$\sum_1^n u_n(x) = S_n(x) = \frac{2k_1 h_1 (x-a)}{1+h_1^2 (x-a)^4} - \frac{2k_{n+1} h_{n+1} (x-a)}{1+h_{n+1}^2 (x-a)^4}:$$

nel punto

$$x = a + \frac{1}{\sqrt{h_{n+1}}}$$

è

$$S_n\left(a+\frac{1}{\sqrt{h_{n+1}}}\right) = \frac{\dfrac{2k_1 h_1}{\sqrt{h_{n+1}}}}{1+\dfrac{h_1^2}{h_{n+1}}} - k_{n+1}\sqrt{h_{n-1}}$$

e ciò mostra che se k_n, al crescere di n, non tende a zero, certo non è soddisfatta la condizione del n. 4; ma essendo

$$\int_a^x S_n(x)\,dx = k_1 \operatorname{arc\,tang.} h_1 (x-a)^2 - k_{n+1} \operatorname{arc.\,tang} h_{n+1} (x-a)^2$$

[1] *Ueber trigonometrische Reihen*, Crelle, B. 71. — Della convergenza in egual grado come condizione per l'integrazione per serie, si trova la prima menzione nella Memoria del Thomè: *Ueber die Kettenbruchentwickelung* etc. etc., Crelle, B. 6[illegible].

si ha anche, che la funzione

$$\Phi(x)=\lim_{n=\infty}\int_a^x S_n(x)\,dx$$

è discontinua nel punto $x=a$.

« Il secondo esempio è

$$\sum_1^\infty u_n(x)=\sum_1^\infty\left\{\frac{2k_n h_n(x-a)}{1+h_n(x-a)^2}-\frac{2k_{n+1}h_{n+1}(x-a)}{1+h_{n+1}(x-a)^2}\right\}$$

dove h_n è ancora una funzione positiva di n che cresce indefinitamente al crescere di n.

« Prendendo $$k_n=\frac{c}{(\log h_n)^\beta}$$

con c diverso da zero, si ha

$$S_n(x)=\frac{2c\dfrac{h_1}{(\log h_1)^\beta}.(x-a)}{1+h_1(x-a)^2}-\frac{2c\dfrac{h_{n+1}}{(\log h_{n+1})^\beta}.(x-a)}{1+h_{n+1}(x-a)^2}.$$

« Nel punto $$x=a+\frac{1}{\sqrt{h_{n+1}}}$$ è

$$S_n\left(a+\frac{1}{\sqrt{h_{n+1}}}\right)=\frac{2c\dfrac{h_1}{(\log h_1)^\beta}\dfrac{1}{\sqrt{h_{n+1}}}}{1+\dfrac{h_1}{h_{n+1}}}-\frac{c\sqrt{h_{n+1}}}{(\log h_{n+1})^\beta};$$

non è dunque soddisfatta la condizione del n. 4.

« Osservando poi che è:

$$\int_a^x S_n(x)\,dx=k_1\log\left\{1+h_1(x-a)^2\right\}-k_{n+1}\log h_{n+1}-k_{n+1}\log\left\{\frac{1}{h_{n+1}}+(x-a)^2\right\}$$

si vede che per $x=a$ è

$$\lim_{n=\infty}\int_a^x S_n(x)\,dx=0,$$

e per x diverso da , è

$$\lim_{n=\infty}\int_a^x S_n(x).dx=k_1\log\left\{1+h_1(x-a)^2\right\}-\lim_{n=\infty}k_{n+1}\log h_{n+1}$$

dimodochè nel punto $x=a$ vi è discontinuità per la

$$\Phi(x)=\lim_{n=\infty}\int_a^x S_n(x)\,dx$$

se $\lim\limits_{n=\infty}k_{n+1}\log h_{n+1}$ è diverso da zero; come accade quando, come fa il

prof. Dini, si suppone $\beta \leq 1$, e $\Phi(x)$ in tal caso evidentemente non è l'integrale della serie considerata: ma se si prende $\beta > 1$, supposto c minore sempre di un numero assegnabile, anche se esso fosse variabile con n, allora $\Phi(x)$ è funzione finita e continua di x ed è l'integrale di $\sum_1^\infty u_n(x)$: e si ha così esempio di una serie, non convergente in egual grado, alla quale è applicabile l'integrazione termine a termine.

« Si noti che la convergenza in egual grado manca sicuramente in una serie, se per essa non è soddisfatta la condizione del n. 4».

Fisica. — *La conducibilità elettrica di alcuni composti organici, allo stato solido.* Nota preliminare del prof. A. Bartoli, presentata dal Socio Blaserna.

I. « In una comunicazione precedente [1] ho enunciato la 1ª regola generale che « Non conducono la corrente tutte senza eccezione le combinazioni « del carbonio allo stato solido, purchè si studino a qualche distanza dal « punto di fusione, specialmente quelle che prima di fondere si rammolliscono e che si studino al di sotto del punto di fusione il più basso « quelle che hanno più di un punto di fusione ».

II. « Nulla ho da mutare all'enunciato precedente: solamente a delucidazione di quello farò qui osservare che mentre molti dei composti organici e segnatamente quelli che appena solidificati presentano caratteri sicuri di solidità provano una forte diminuzione del potere conduttore all'istante in cui la sostanza è solidificata e perdono quasi intieramente la conducibilità pochi gradi al di sotto, altri composti invece la serbano per un tratto assai lungo e non la perdono che raffreddati molto sotto il punto di solidificazione.

« In altri termini, si osserva per alcuni composti organici il fatto già osservato in alcuni composti salini e nel vetro, il quale (come è a tutti noto) serba un poco della sua conducibilità elettrolitica anche a temperature assai distanti da quella a cui solidifica.

III. « Gli esempî numerici che seguono serviranno meglio che tante parole a delucidare le proporzioni precedenti:

[1] Vol. VIII dei Transunti della r. Acc. dei Lincei; Adunanza 15 giugno 1885. Nuovo Cimento, 3ª S. T. XVI, par. 64, anno 1884; Gazzetta Chimica di Palermo T. XIV, 1884; Naturforscher 1884; Beiblätter 1885; Chemisches Centralblatt 1884. S. 785; Jahres-Berichte der chemischen Technologie, Leipzig 1885, Bd. XXX S. 1313.

TAVOLA I.

« Benzamide (Kahlbaum) fondeva a + 125°.

Lentissimo raffreddamento.

Temperature		Conducibilità relative	Temperatuse		Conducibilità relative
+189°	liquida	398 124,0	+ 70°	solida	9 018,1
+183°	»	382 508,2	+ 60°	»	390,8
+164°	»	308 263,1	+ 40°	»	18,43
+125°	solidifica	151 018,9	+ 31°	»	6,27
+119°	solida	92 013,4	+ 10°	»	1,12
+113°	»	47 183,2	+ 0°	»	0,662
+ 95°	»	38 208,4			

« Analoghi risultati si sono ottenuti col lento riscaldamento.

TAVOLA II.

« Fenolo puro (Trommsdorff) fondeva + 41.°

Raffreddando.

Temperature		Conducibilità relative	Temperature		Conducibilità relative
+ 93°	liquido	11 408,3	+ 35°	solido	881,3
+ 88°	»	10 643,2	+ 28°	»	301,4
+ 70°	»	10 086,7	+ 22°	»	207,2
+ 65°	»	9 018,0	+ 17°,5	»	156,0
+ 50°	»	7 761,4	+ 14°,0	»	113,2
+ 43°	»	7 080.8	+ 0°	»	36,41
+ 41°	solidifica	4 408,3	— 8°	»	12,473
+ 40°	solido	2 103.2			

« Analoghi resultati si hanno col lento riscaldamento.

TAVOLA III.

« Paratoluidina purissima (da quella di Trommsdorff) fondeva + 45°.

Temperature		Conducibilità relative	Temperature		Conducibilità relative
+170°	liquida	79 521,2	+ 39°,5	solida	6 450.8
+164°	»	75 028,7	+ 35°	»	3 821,3
+125°	»	65 967,3	+ 30°	»	2 731,9
+ 92°	»	58 507,8	+ 25°	»	1 750,6
+ 84°	»	52 321,6	+ 16°	»	801,3
+ 59°	»	48 008,3	+ 10°	»	535.9
+ 45°	solidifica	35 082,4	+ 5°	»	423,6
+ 43°	solida	8 928,3	0°	»	346,2

« Le tavole precedenti danno esempio di composti nei quali allo stato solido resta una certa conducibilità sino a temperature notevolmente inferiori a quella di solidificazione. Lo stesso contegno dei corpi studiati nelle tre tavole precedenti si trova in molti altri, come la formamide, la propionamide, la benzamide, la formanilide, l'acetanilide ecc. ecc.

IV. « Ma però la maggior parte dei composti del carbonio perdono con la solidificazione la massima parte della conducibilità, per divenire isolanti a piccola distanza di temperatura dalla solidificazione. Prendo, a caso, come esempio il contegno del nitrotoluene (para).

TAVOLA IV.

« Nitrotoluene (para) purissimo (Kahlbaum) fondeva + 54°.

Raffreddando lentissimamente.

Temperature		Conducibilità relative	Temperature		Conducibilità relative
+170°	liquido	26 703,9	+ 56°	liquido	1 920,7
+153°	»	20 251,2	+ 50°	solido	198,61
+135°	»	13 808,4	+ 47°	»	12,81
+123°	»	10 409,3	+ 43°	»	4,12
+112°	»	7 821,4	+ 38°	»	0,26
+106°	»	6 597,8	+ 32°	»	0,081
+ 86°	»	4 371,4	+ 20°	»	0,004
+ 71°	»	2 932,7	+ 10°	»	0,000
+ 61°	»	2 231,9			

« Come il nitrotoluene (para) si comportano, lo ripeto, la massima parte dei composti organici; così per es. la dimetilanilina, le difenilammina, la toluilendiammina, la nitranilina (meta), la nitranilina (para), la naftilammina, la nitrosodimetilanilina, il carbazolo, l'azobenzolo, il binitrobenzolo, la nitronaftalina, la benzanilide, ecc. (ho citati a caso quelli che nei registri delle mie esperienze si trovano vicini di posizione al nitrotoluene).

V. « La conducibilità che alcuni composti come la benzamide, il fenolo, la paratoluidina, ecc. ecc. conservano per lungo intervallo di temperatura può essere attribuito a impurità che questi corpi ritengono per quanto si cerchi di averli ottenuti purissimi? Tale questione merita di essere discussa. Infatti per quel che ho detto in una comunicazione precedente che ha per titolo: *La conducibilità elettrica delle mescolanze dei composti del carbonio*, risulta che l'aggiunta di una anche piccolissima quantità di alcune sostanze (come $\frac{1}{2000}$ di acido fenico aggiunto alla naftalina) era sufficiente perchè si formasse un composto conduttore che non solidificava che molti gradi al di sotto della temperatura di solidificazione della massa principale e bastava questa piccola quantità di sostanza liquida conduttrice disseminata nella massa solida per produrre ben visibili fenomeni di conducibilità. Ma io non crederei che quantità così piccole come quelle che costituiscono le impurità inevitabili delle sostanze facili a purificare e che ho cercato di ottenere purissime possano essere sufficienti esse sole a mantenere una così forte conducibilità come quella degli esempî precedentemente riportati nelle tavole I, II, III: forse queste impurità potranno contribuirvi per una minima parte e certamente esse tendono a mantenere una certa conducibilità; ma non credo che esse sole possano essere la causa di conducibilità così forti.

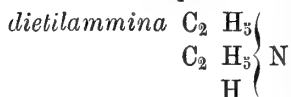
« Del resto, con le idee che si hanno generalmente circa la costituzione dei *solidi reali*, in ispecie in vicinanza del punto di solidificazione, non repugna affatto ammettere che alcuni di questi possano ritenere una

certa conducibilità elettrolitica anche solidi e ad una certa distanza dal punto di solidificazione: anzi la proposizione contraria troverebbe pochi che ci credessero ».

Fisica. — *Sulla dipendenza della conducibilità elettrica della dimetilamina dalla temperatura.* Nota del prof. A. BARTOLI, presentata dal Socio BLASERNA.

I. « Si sa da lungo tempo che la conducibilità elettrica dei composti salini allo stato liquido, sia per fusione ignea, sia per soluzione cresce colla temperatura, a differenza dei metalli nei quali il riscaldamento produce una diminuzione di conducibilità.

« Io ho trovato lo stesso fatto che pei composti salini per le tante e così diverse combinazioni del carbonio e dei metalloidi che ho fin qui studiate, e così pure per le soluzioni di questi composti, e pei loro mescugli artificiali, o per le mescolanze che si trovano già formate come gli olii essenziali, gli olii fissi, i grassi, le cere, i balsami, le resine ecc. ecc. [1].

II. « In questa Nota descriverò il fenomeno singolare che presenta la *dietilammina* $\left.\begin{matrix} C_2\ H_5 \\ C_2\ H_5 \\ H \end{matrix}\right\} N$

« La *dietilammina* possiede una conducibilità assai notevole e dell'ordine di grandezza di quella dell'alcoole assoluto, ma la conducibilità della dietilammina decresce regolarmente colla temperatura. I limiti di temperatura fra cui ho sperimentato sono stati — 10° e + 57° (temperatura di ebollizione). Il decrescimento di conducibilità entro questi limiti è stato assai rilevante.

« Senz'altro aggiungo qui i numeri ottenuti per la conducibilità relativa della *dietilammina* alle diverse temperature:

TAVOLA I

Dietilammina preparata dal Kahlbaum di Berlino nel 1883-84.

Bolle a + 57° (N.° del registro delle esperienze 3803).

Temperatura	Conducibilità relativa	Temperatura	Conducibilità relativa
— 10°	10,790	+ 25°	7,18
0	10	+ 29	6,74
+ 8	9,494	+ 37	6,00
+ 15	8,48	+ 43	5,61
+ 22	7,64	+ 56	4,40

[1] Compara la comunicazione precedente *Sulla conducibilità elettrica delle combinazioni del carbonio*, ed in ispecie *Sulla conducibilità delle ammidi, dei nitroderivati*, ecc.

TAVOLA II

Dimetilammina preparata dalla Nitrosodietilina.

N.° del registro delle esperienze 3778.

Temperatura	Conducibilità relativa	Temperatura	Conducibilità relativa
— 1°5	10	+ 35°	6,00
+ 7	9,35	+ 43	5,37
+ 16,5	7,90	+ 53	4,75
+ 25	6,75	+ 57	4,25

« Risultati identici ai precedenti mi hanno dato altri due campioni di *dietilammina* preparati da un tempo piuttosto lungo.

III. « Il fatto sopra enunciato ha certamente assai importanza ed è il punto di partenza di altre ricerche fisico-chimiche.

« I campioni di *etilammina* a cui si riferiscono le due tavole precedenti erano perfettamente puri e conservati entro tubi chiusi alla lampada fino all'istante in cui si adoperarono; e ne furono studiate le conducibilità racchiudendoli entro un voltametro che si ebbe cura di chiudere anche esso alla lampada, appena introdottovi il liquido: inoltre il fenomeno si manifestava con pari intensità in due altri campioni di preparazione assai anteriore ma provenienti da preparazioni diverse. Ma dato anche, e non concesso, che il fenomeno potesse da taluno attribuirsi ad impurità minime che per avventura fossero contenute nei liquidi esaminati, il fenomeno non cesserebbe per questo dal rimanere inesplicabile (almeno per ora): dacchè nessuna delle tante soluzioni da me studiate ha mai presentato un decrescimento di conducibilità coll'elevarsi della temperatura.

IV. « Aggiungerò intanto, con la promessa di tornare fra breve sullo stesso argomento, che la propilamina (Kahlbaum) bollente fra 49° e 50° serba fra 0° e + 50° la stessa conducibilità presso a poco invariata; e così pure l'*allilammina* (Kahlbaum) bollente a + 58°, serba lo stesso contegno fra + 0° e + 70° (la temperatura di 70° fu ottenuta scaldandola entro tubo chiuso); e così pure si comporta fra 20° e + 80° l'*allilammina* (Kahlbaum) bollente a + 95° ».

Fisica. — *Revisione di alcune misure calorimetriche.* Nota preliminare, Parte II, dei professori A. BARTOLI ed E. STRACCIATI, presentata dal Socio BLASERNA.

IV. « Veniamo ora a dire di alcuni dei resultati ottenuti: anzi ne trascriveremo come saggio una parte brevissima, traendone poscia qualche conseguenza.

« I numeri scritti nelle seguenti colonne indicano i calorici specifici medî dei metalli indicati in alto sopra ciascuna colonna; medî fra 100° circa e la temperatura finale dell'acqua o del mercurio del calorimetro.

« Questa temperatuta finale era poi superiore a quella iniziale, di circa 3° pel rame; di 2°5 per lo stagno, di 2°,2 per l'argento; di 2°,0 pel piombo, di 3° pel platino (in media).

Temperature iniziali del liquido del calorimetro	Calorici specifici medii del				
	Rame del commercio (rispetto all'acqua)	Stagno purissimo (rispetto all'acqua)	Argento purissimo (rispetto all'acqua)	Piombo purissimo (rispetto all'acqua)	Platino puro (rispetto al mercurio purissimo)
0° — 1°	0,093 885	0,056 100	0,056 0795	0,030 7209	0,96 8613
1 — 2	766	106	—	—	—
2 — 3	963	173	1486	8690	3524
3 — 4	815	084	—	—	—
4 — 5	856	0,055 920	1100	9136	3961
5 — 6	879	896	—	—	—
6 — 7	731	949	1429	8770	1009
7 — 8	632	932	—	—	—
8 — 9	591	823	1588	9170	1866
9 — 10	890	677	—	—	—
10 — 11	377	518	6363	0.031 0482	4461
11 — 12	335	660	—	—	—
12 — 13	221	585	2642	0038	1375
13 — 14	412	440	—	—	—
14 — 15	439	576	9863	0,030 9458	0144
15 — 16	446	633	—	—	—
16 — 17	925	565	9517	9008	0,95 8967
17 — 18	0,094 014	932	—	—	—
18 — 19	0,093 609	930	5232	0,031 0383	0,96 9153
19 — 20	697	832	—	—	—
20 — 21	989	991	5450	1198	0,96 9171
21 — 22	0,094 119	0,056 289	—	—	—
22 — 23	0.093 925	237	6588	0040	8732
23 — 24	972	121	—	—	—
24 — 25	799	0,055 761	4305	0,030 8268	0,97 0200
25 — 26	0,094 035	770	—	—	—
26 — 27	0.093 845	0.056 026	5618	8068	0,97 1436
27 — 28	0,092 779	0,055 383	—	—	—
28 — 29	0,093 179	272	3950	9603	0,97 2417
29 — 30	0,093 549	354	—	—	—
30 — 31	0,093 432	652	4574	7643	0,97 1215
31 — 32	—	—	—	—	—
32 — 33	—	—	1422	6169	—

(¹) Ciascuno dei numeri qui inscritti è la media di 15 a 20 esperienze; le serie col rame e con lo stagno furono eseguite con i termometri Geissler, le altre serie coi termometri Baudin.

« I risultati precedenti sono ottenuti con termometri calibrati ma di cui non si è tenuto conto del paragone col termometro ad aria. Si scorge « che in tali circostanze e condizioni il mercurio presenta presso a poco le stesse irregolarità c.e l'acqua ».

« È dunque forza ammettere che tali irregolarità debbano in gran parte attribuirsi alla diversa dilatazione dei vetri dei termometri : se ne conclude nel modo più visibile che senza il confronto col termometro ad aria le esperienze calorimetriche perdano quasi ogni valore. Aggiungiamo intanto che questo confronto calorimetrico si sta compiendo ora con tutta la precisione, ma che intanto possiamo già asserire, dietro i confronti fatti già alcuni anni sono, che le irregolarità tendono a sparire, con la riduzione al termometro ad aria.

V. « Oltre le esperienze sul calorico specifico dell'acqua coi quattro metodi sopra accennati abbiamo in corso altre esperienze calorimetriche cioè una nuova determinazione dell'equivalente meccanico del calore, con calorimetri ad acqua, e col metodo da uno di noi imaginato or sono diversi anni: calore svolto dalle correnti continue nei circuiti metallici ; questa determinazione col calorimetro Bunsen e coi calorimetri ordinari e calore solare (osservazioni simultanee alla base ed alla cima di un'alta montagna (Monte Morello, altezza 900 m. circa) nelle prossimità di Sesto Fiorentino) ».

Storia. — *I diritti di casa di Savoja sopra il Marchesato di Saluzzo.* Nota IV del dott. CAMILLO MANFRONI, presentata dai Soci CARUTTI e TOMMASINI.

I. « Morto il Conte Rosso, Amedeo VIII, suo figlio e successore, richiesto invano l'omaggio a Federico, ne assalì le terre e fece prigioniero suo figlio Tommaso.

« Questi, appena liberato, corse a Parigi e fece nuovo omaggio al re di Francia, il quale fece pronunciare nel 1401 dal Parlamento di Parigi una nuova sentenza contro il conte « dichiarando, dice il cronista Gioffredo, che « la prima sententia data nel 1390 se dovea mettere in executione e ven- « nero li comissari per li logi del marchexato occupati per il conte impe- « rando a ly castellani et officiari che restituiscano detti logi al marchese « sotto la fidelità del re dalphino. Li quali non volsero obedire ma rispo- « sero rigorosamente cum minacie et al fine presono li comissari per coman- « damento del principe di Acaya et fureno menati cum li piedi legati sotto « il ventre di cavalli e incarcerati nel castello di Cargnano e tenuti molto « vilmente ».

« L'atto di sovranitá fatto dal re mandando i commissarî e l'insulto ad essi fatto dagli ufficiali di Savoia non produsse quelle gravi conseguenze che forse il conte aspettava e desiderava: il re si contentò di comandare

un inchiesta, che, come al solito, finì in una bolla di sapone: il marchese per quanto s'affaticasse, non riuscì ad ottenere dalla Casa di Francia nessun soccorso d'uomini o di denaro per ricuperare i territorî occupati prima del 1390 e gli altri che gli erano stati tolti dal principe d'Acaia negli anni successivi: la corte francese, lacerata dalle discordie sorte per la reggenza fra gli Orleans e i duchi di Borgogna, non aveva tempo di pensare al povero alleato e vassallo d'oltre Alpi, che vedeva i suoi stati ridotti ai minimi termini.

« Lo pascevano di belle speranze, di sentenze amplissime, come quella del 1405, nella quale si ordinava l'esecuzione anche a mano armata (!!), ma intanto lasciavano le fortezze in mano del Conte, che delle sentenze si rideva e faceva impiccare i messi del marchese che ne chiedeva l'esecuzione.

II. « Così durarono le cose fino al 1413: in quest'anno Amedeo VIII, libero alfine dalla guerra col marchese di Monferrato, richiese a Tommaso omaggio e fedeltà per tutto il marchesato, come già l'aveva prestato Federigo, suo padre. Egli, come al solito, lo rifiutò e il conte con ventimila soldati passò il confine, avendo al suo seguito il principe d'Acaia, e pose assedio a Saluzzo. Tommaso tentò resistere: ma il castello era sguernito, la città sprovvista di viveri, gli animi dei cittadini affievoliti e stanchi dalle continue guerre: il marchese stesso, tutto dedito alle lettere, non aveva pratica dell'arte militare: pertanto, ad evitare mali maggiori, venne a patti, concesse ciò che gli si chiedeva; prestò al conte l'omaggio pel marchesato, un altro al principe d'Acaia per Carmagnola, Revello e Racconigi e sì dall'uno come dall'altro ricevette investitura feudale (anno 1414).

« I vassalli e le comunità del marchesato ratificarono nel medesimo anno quei patti, pei quali venivano implicitamente rese nulle le disposizioni delle sentenze 1390 e 1401, e inalberarono il vessillo di Savoia su tutte le piazze forti.

« La Corte di Francia protestò contro questa violazione manifesta dei suoi diritti; il conte si rise delle proteste, chè ben sapeva non avrebbero avuto spiacevoli conseguenze: e così Tommaso diventò servitore di due padroni, dei quali, uno gli aveva decimato lo stato, l'altro non voleva e non poteva mantenere le promesse.

III. « Tommaso III morì nel 1417, lasciando erede il suo primogenito Lodovico, ancor fanciullo. In nome di lui, Valerano de' Saluzzi fece atto di fedeltà ad Amedeo VIII (che nell'anno antecedente 1416 avea assunto il titolo di Duca di Savoia), chiedendo quell'investitura che Tommaso aveva avuta, ed il duca di buon grado la concesse il 10 febbraio di quel medesimo anno [1]. Durante cinquantaquattro anni, chè tanto durò il governo del marchese Lodovico, il paese godette di una pace giammai interrotta, grazie alla

[1] Nel 1429 egli prestò omaggio al duca Amedeo, come a legittimo erede e successore del principe Lodovico d'Acaia, per le terre di Revello, Carmagnola e Racconigi.

nuova politica seguita, sia dalla tutrice, sia dal marchese stesso; poichè essi si erano finalmente accorti che dalla Francia non vi era nulla da ottenere, nè da sperare. Dall'altra parte Amedeo VIII cercò con tutti i mezzi di tenersi amica la Casa di Saluzzo, perchè così egli avrebbe potuto far cadere in prescrizione le *sentenze* pronunziate contro di lui. Nè i successori di Amedeo VIII Lodovico, Amedeo IX, Fiberto I, Carlo I e Filippo II, furono meno larghi di onori al nostro marchese; lo nominarono infatti per ben due volte luogotenente e governatore generale del Ducato. Di questa sua amicizia con la Casa di Savoia non poteva di certo andar lieto il re di Francia Carlo VII, il quale, benchè poco curante, non era tuttavia dimentico dei suoi diritti sul marchesato. Di più egli aveva veduta la bandiera bianca ed azzurra di Saluzzo a fianco della croce di Savoia nella guerra che il duca Lodovico aveva mosso nel 1452 contro la Francia, a causa di alcuni gentiluomini savoiardi, cacciati in bando.

« Offeso da ciò, Carlo VII richiamò al dovere il marchese, (1454) intimandogli, come a vassallo, di deporre le armi e di chiedere scusa, se non voleva esser dichiarato fellone.

« Non era questa la prima volta che la Corte di Francia si faceva viva e tornava a mettere in campo le sue pretese sul marchesato. Già fin dal 1446 il re aveva scritto a Rodolfo di Gaucort, governatore del Delfinato, ordinandogli di procurar con ogni mezzo l'omaggio del marchese; avea ripetuto quell'ordine l'anno dipoi, minacciando una confisca; aveva nel 1451 scritto di propria mano al duca Lodovico di Savoia, imponendogli di rinunziare alla supremazia sul marchesato, come afferma il Muletti, sulla fede del *Recueil des actes*.

« A questi ordini imperiosi del 1454, il nostro marchese Lodovico non rispose, come già non aveva risposto ai precedenti. Poteva egli cedere alle domande del re e tirarsi addosso gli sdegni della Casa di Savoia, della quale il padre suo avea, a sue spese, conosciuta la potenza, e dalla quale egli aveva ricevuti tanti benefizi? Poteva esporre di nuovo i suoi stati alle stragi, agli incendî, alle rapine, a tutti i gravissimi mali di una guerra ch'egli sapeva sarebbe stata pronta e terribile? Rifiutò dunque l'omaggio chiestogli; la questione si fece grossa e se ne immischiò il duca: si venne a guerra che però fu di brevissima durata: il duca di Borgogna fece da paciere e fu stabilito il 14 di Settembre di quell'anno che la questione dell'omaggio resterebbe insoluta durante sette anni, senza pregiudizio dei diritti delle due parti: ma che intanto il Delfino rendesse quelle terre che aveva occupate.

IV. « Fin qui le cose vanno di loro piede; per sette anni ancora sembrerebbe che non si dovesse più parlare di questa benedetta questione; ma ad un tratto nal 1456 all'undici di Febbraio il marchese giura fedeltà al re per tutto il marchesato. Così appare dal « Recueil des actes » citato, al solito, dal Muletti, il quale accompagna il suo racconto con queste

parole: « Ciò ei fece per conservare a sè ed ai suoi popoli quella tranquillità che sopra ogni altro bene apprezzava, e per procacciarsi l'amicizia di quel re ».

« Quest'omaggio prestato due anni dopo la convenzione tra il delfino e il duca, in piena pace, senza che vi sia stata alcuna nuova intimazione da parte di Francia, senza che sia sorta alcuna dissenzione con la Casa di Savoia, senza che quei duchi abbiano protestato, od abbiano rotte le loro relazioni col marchese, è strano, molto strano.

« E più strano ancora mi pare, quando penso che nel 1456 il duca Lodovico è alleato del Delfino: che nel 1458 il nostro marchese è dal duca eletto arbitro in una contesa con Renato d'Anjou: che nel 1463, durante il viaggio di Lodovico in Francia, egli è luogotenente generale del regno; che infine nel 1465 il duca spira fra le sue braccia.

« Bisognerebbe dunque ammettere, o che quest'atto di omaggio restasse celato al duca, o che fosse fatto, lui consenziente. Ma nè l'una, nè l'altra di queste ipotesi mi sembra probabile: chè certo il Delfino si sarebbe valso di quest'omaggio per staccare il marchese dall'alleanza con Savoia; e il duca non aveva certo motivo o ragione di rinunziare ad un diritto, tante volte affermato dai suoi maggiori e il cui acquisto avea costato tanto sangue.

« Aggiungasi infine che nel 1466 il marchese prestò il consueto omaggio ad Amedeo IX, il Beato, e nel 1476 vedremo suo figlio rifiutarlo al re, affermando sè esser fedele vassallo di Savoia. Non voglio con ciò affermare che l'omaggio del 1456 al Delfino non sia stato realmente prestato: espongo dei timidi dubbî, che però potrebbero avere qualche fondamento.

« Sentasi come parla di questo documento Ottavio Cacherano:

« Eadem fidelitas etiam facta dicitur per Lodovicum dicti Thomae filium, « Marchionem Salutiarum occasione praedicti Marchionatus Christianissimo « Carolo regi Francorum et Dalfino, ut apparet eiusdem literis regiis scriptis « anno 1456 undecima Februarii ».

« Dunque non è neppure con un atto legale ed autentico che si prova l'omaggio del marchese Lodovico al re di Francia; ma solo con una lettera regia. Ragion di più per farci stare in guardia.

« Lodovico I di Saluzzo morì nel 1475 e gli successe il figliuol suo Lodovico II. Ho già accennato alla contesa ch'egli ebbe col re di Francia per la solita questione. Giovanni d'Aillon, governatore del Delfinato lo richiese d'omaggio: egli se ne scusò dicendo ch'egli e i suoi maggiori avevan sempre riconosciuta nella Casa di Savoia l'alta sovranità del marchesato; che a quella avean giurato fedeltà, nè egli intendeva ora venir meno ai suoi doveri. Il parlamento lo citò allora a comparire: egli non comparve: anzi nel 1478 fece atto d'omaggio a Violante di Francia, tutrice del giovane duca Filiberto I: e nel successivo anno, morta la duchessa,

lo ripetè al pupillo per Saluzzo, Dragonero, Carmagnola, Revello, e le altre città tutte. Nè basta; in presenza del governatore del Delfinato prestò giuramento di fedeltà al duca Carlo I nel 1482, come appare da un altro istrumento di quell'anno, citato dal Cacherano. Ma ben presto la pace vien turbata da un avvenimento improvviso ed inaspettato.

V. « Per una futile questione (V. Guichenon: Carlo I°) si inimicò il marchese Lodovico II col duca Carlo I: e mentre questi occupava le piazze forti, Lodovico passò in Francia e venendo meno alle promesse fatte, contraddicendo alle superbe denegazioni d'un tempo, curvò la fronte innanzi a Carlo VIII, gli prestò quell'omaggio tante volte rifiutato baldanzosamente, e chiese aiuto a quel re contro l'amico d'un tempo, diventato ora per futile motivo suo acerrimo nemico.

« L'avesse almeno ottenuto! Carlo VIII avea bisogno dell'amicizia del duca di Savoia, gli premeva d'aver libero il passo per la spedizione che già meditava contro il regno di Napoli; e non voleva esporsi ad una guerra d'esito incerto che poteva essere d'ostacolo ai suoi disegni: all'umile vassallo che gli chiedeva armi, diede un diplomatico, il signor de Bouchage.

« Venne questi al campo del duca Carlo, che assediava Saluzzo, e lo invitò a far tregua per un anno col marchese. « Dite a mio cugino, rispose superbamente il duca, che ho stabilito di prender prima questa città » E mantenne la parola.

« Poscia accordò la tregua di un anno, durante la quale si tenne una assemblea a Pont Beauvoisin per definire una buona volta la questione. I deputati del re e quelli del duca discussero a lungo: gli uni sostenevano che, essendo il marchese vassallo della Corona di Francia, il re avea diritto di proteggerlo: gli altri affermavano che il marchese Lodovico era vassallo del duca, e che, come tale, questi avea diritto di punirlo della sua ribellione. Invano tentò di conciliar le cose un ambasciatore del duca di Milano, Gian Galeazzo: la conferenza si sciolse senza nulla concludere. Nè meglio giovò a risolvere la contesa un abboccamento che il re ebbe col Duca nella città di Lione. Intanto Ludovico II, che se ne stava tranquillamente in Francia, veduto che ormai tutto era perduto per lui, mandò di qua delle Alpi due Guasconi, capitani di ventura, per assalire con bande raccogliticce le sue terre. Il duca protestò contro la rottura della tregua; riprese le armi e assediò Revello, dove s'era rinchiusa la marchesa Giovanna: ma poi abbandonò l'assedio, mosso dalle preghiere di Giovanna stessa, che era sua cognata.

« La questione si faceva grossa: già si parlava d'una guerra fra il duca e il re Carlo che questa volta, posto da banda ogni riguardo, non voleva cedere: alla fine si venne ad un mezzo termine. Saluzzo e Carmagnota furono affidate a Luigi d'Ambres ed a Merlo di Piossasco, che le tenessero come in deposito, finchè la questione della sovranità fosse risoluta; e

si stabilì che da nessuna delle due parti si potesse far atto di ostilità, sotto pena di mille marche d'oro e della perdita di tutti i diritti.

« Poco dopo moriva il duca Carlo I non senza sospetto di veleno da parte del marchese nostro; così almeno afferma il Guichenon sulla fede di Filippo da Bergemo. Gli storici di Saluzzo hanno combattuta questa accusa e hanno detto ch'ei morì di quartana. Checchè si possa pensare di ciò, certo è che dalla morte di Carlo non lievi vantaggi ottenne il marchese Lodovico, che seppe destramente approffittare della confusione grandissima, nella quale si trovava il Piemonte a que' tempi.

VI. « Colla calata di Carlo VIII in Italia la questione perde tutta la sua importanza; chè in mezzo agli sconvolgimenti politici cui questa diè origine niuno avea più tempo di pensare a Saluzzo, i cui marchesi prestarono sempre fedeli servigi ai re di Francia.

« Come poi violentemente si spegnesse la loro dinastia, come i re di Francia si impadronissero delle loro terre, come il duca di Savoia Carlo Emanuele rivendicasse gli antichi suoi diritti, e come infine dopo lunghe trattative la controversia si componesse alla pace di Lione (1601), io non starò qui a ripetere perchè son cose ormai abbastanza note, specialmente dopo gli studî diligentissimi del Ricotti e del Carutti. Forse avrò in seguito occasione di ritornare sull' argomento, producendo documenti nuovi da me trovati nell'Archivio di Stato.

« Quelli che hanno avuta la pazienza di seguirmi sino a questo punto si saranno facilmente convinti che mai questione fu più intricata e più difficile a risolversi di questa: poichè, se da una parte antichi e validi erano i diritti di Francia, non meno forti eran quelli di Savoia: ma sì gli uni come gli altri fondati sopra omaggi, e colla violenza estorti, o imposti da fiera necessità. Si saranno avveduti che, dopo la sentenza del 1390, i marchesi furono quasi sempre, fatte poche eccezioni, amici della casa Sabauda: che dopo la calata di Carlo VIII la questione entra in un periodo di assopimento, poichè i marchesi, come su per giù quasi tutti gli altri piccoli signori d'Italia, agiscono come ciechi istrumenti delle due grandi potenze che si disputavano la signoria dell' Italia.

« Le frequenti mutazioni della politica dei marchesi rendono quasi impossibile il determinare a chi dovesse di diritto spettare la successione: tanto più che negli ultimi cinquant' anni la casa di Savoia quasi si eclissa e Carlo il Buono, spogliato contro ogni diritto e contro ogni fede del retaggio avito, non conservava se non un' ombra di quella potenza che avea resi così temibili i suoi antenati.

« Questo però è fuor d' ogni dubbio che l'occupazione di Saluzzo da parte della Francia fu un atto arbitrario e violento, avuto specialmente riguardo all'abbominevole delitto, col quale tolsero di mezzo l'unico ostacolo che si frapponeva al conseguimento del loro fine.

« Ma bisogna d'altra parte considerare che tal mezzo era consigliato dalla più volgare prudenza: poichè se la Francia non avesse presidiato quel paese, l'imperatore non avrebbe tardato ad impadronirsene ed avrebbe così accresciuta la sua potenza che pur troppo era formidabile. Premeva inoltre alla Francia d'aver libero, aperto e ben difeso uno dei più importanti passi delle Alpi, dal quale in pochi giorni potevano, senza pericolo, calare in Italia numerosi eserciti e tenere in iscacco la parte avversaria; sicchè l'occupazione francese è da questo lato abbastanza giustificata.

« Non dimentichiamo però che il marchesato, come feudo dell'impero, era devoluto all'imperatore il quale poteva a piacer suo disporne; sia incamerandolo, sia investendone chi più gli talentasse: e che gli antenati di Carlo III duca di Savoia avean per ben quattro volte ricevuto la sanzione dei loro diritti dai diversi imperatori con diplomi degli anni 1365, 1372, 1375, 1536 e finalmente con tre altri diplomi imperiali di Carlo V degli anni 1554 e 1555 ».

PERSONALE ACCADEMICO

Pervenne all'Accademia la dolorosa notizia della perdita da essa fatta nella persona del Socio straniero Leone Renier mancato ai vivi l'11 giugno 1885, ed in quella del Socio corrispondente Antonio Villa, morto il 26 giugno 1885. Apparteneva il primo all'Accademia come Socio straniero corr. dal 4 febbraio 1877 e come Socio straniero dal 26 luglio 1883. Il secondo faceva parte dell'Accademia dal 1° aprile 1860.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Furono inviate in dono all'Accademia le seguenti pubblicazioni di Socî:

Müller Max. *The sacred books of the East.* Vol. XX, XXII, XXIV.

Saint Hilaire B. *Traités des parties des animaux et de la marche des animaux d'Aristote.* T. I, II.

Zittel K. A. *Handbuch der Palaeontologie* Bd. I, Abth. II. Lief. 3, 4.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La Società meteorologica italiana, di Moncalieri; la Società di scienze naturali di Osnabrück; il Museo britannico di Londra; la R. Biblioteca di Parma; la Biblioteca di Brera, di Milano; la Biblioteca nazionale di Firenze; l'Università di Königsberg; l'Osservatorio di S. Francisco.

Annunciarono l'invio delle loro pubblicazioni:

La Società di scienze naturali di Emden; la Società storica di Breslau; il R. Museo di storia naturale di Bruxelles.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 19 luglio 1885.

Matematica. — *Sopra una proprietà della ridotta della equazione modulare dell'ottavo grado.* Nota II, del Socio F. Brioschi.

4.° « Le formole che abbiamo stabilite nei paragrafi secondo e terzo della precedente comunicazione (¹) conducono ad altri risultati che valgono a meglio precisare la natura della ridotta della equazione modulare dell'ottavo grado.

« Osserviamo dapprima che dai valori di b, c in funzione di a, f, h, dati nel paragrafo secondo, si ottengono tosto le:

$$4(3\omega-2)f=(\omega+3)a^2-4b$$

$$32\sqrt{-7}\,.\,h=(\omega-5)(a^2-4b)a-32c$$

per le quali i valori dei coefficienti A, B, C, D dell'equazione (1) diventano:

$$A=a\,,\quad 8B=(\omega-1)[(\omega+1)a^2-4b]$$

$$16C=(\omega+3)[(\omega-5)a^3-2(3\omega-4)ab-16c]$$

$$4^4.D=(3\omega+1)[(19\omega+1)a^4-8(7\omega+1)a^2b-16b^2+16(5\omega-2)ac]$$

e da queste eliminando le a, b, c si ha la relazione biquadratica fra le radici della stessa equazione (1), ossia la:

$$(\omega+7)A^4-4(\omega+8)A^2B+8(\omega+6)AC+16B^2-64D=0\,.$$

« Si ha così il teorema: indicando con:

$$\varphi(x)=x^3-ax^2+bx-c=0$$

(¹) Vedi Rendiconti della seduta del 21 giugno 1885.

la equazione che ha per radici le x_{s+1}, x_{s+4}, x_{s+2}, (radici della ridotta della equazione modulare dell'ottavo grado); la equazione del quarto grado:

$$\psi(x) = x^4 + Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0$$

di cui le radici sono le altre quattro della ridotta stessa, ha la proprietà che i suoi coefficienti A, B, C, D sono funzioni razionali, intiere di a, b, c; ossia delle prime tre indicate radici.

5.° « I valori delle quantità m, p, q, introdotte nel paragrafo terzo della precedente comunicazione, espressi in funzione dei coefficienti della equazione $\psi(x) = 0$ o della $\varphi(x) = 0$, sono i seguenti:

$$4m = A\,, \quad 3.7.4^3.p = (\omega - 1)[3A^2 - 8B]$$
$$2.7.4^4.q = -(5\omega - 1)[A^3 - 4AB + 8C]$$

oppure:

$$4m = a\,, \quad 3.7.4^2.p = (\omega - 2)a^2 - (3\omega + 1)b$$
$$7^2.4^3.q = (3\omega - 2)a^3 - 2(5\omega - 1)ab + (9\omega - 13)c\,.$$

« Posto nella $\psi(x)$:

$$x = \omega\sqrt{-7}.v - m \tag{4}$$

si ha:

$$\psi(x) = 7^2(3\omega + 2)M(v)$$

essendo:

$$M(v) = v^4 + 6pv^2 - 8qv + 9p^2 + 4mq$$

come si è già trovato. Così ponendo nella $\varphi(x)$:

$$x = (3\omega - 2)\xi - (\omega - 2)m$$

si ottiene la:

$$\varphi(x) = 7(9\omega + 22)L(\xi)$$

nella quale:

$$L(\xi) = \xi^3 - m\xi^2 - 3p\xi + q\,.$$

« Notiamo dapprima che indicando con $N(v)$ l'hessiano di $M(v)$, si ha la relazione:

$$pM(\xi) - N(\xi) = 4qL(\xi)$$

si ha cioè il teorema: Le radici della ridotta del settimo grado sono le radici delle due equazioni:

$$M(v) = 0 \qquad pM(\xi) - N(\xi) = 0$$

nella ipotesi che fra le x, v sussista la relazione (4) e sia:

$$4\xi = 2(\omega + 1)v + (\omega + 3)m\,.$$

« In secondo luogo siano $T(v)$ il covariante di sesto ordine di $M(v)$ e g_2, g_3 i suoi invarianti, si avrà:

$$4N^3(\xi) - g_2 N(\xi) M^2(\xi) + g_3 M^3(\xi) = -T^2(\xi)$$

ma per ciascuna delle radici della equazione $L(\xi) = 0$ si ha:

$$p = \frac{N(\xi)}{M(\xi)}$$

e quindi:

$$4p^3 - g_2 p + g_2 = -\frac{T^2(\xi)}{M^3(\xi)}$$

da cui (vedi precedente comunicàzione):

$$q^2 = \frac{1}{4}\,\frac{T^2(\xi)}{M^3(\xi)}\,.$$

« Infine dai valori di g_2, g_3 si ottiene pel discriminante di $M(v)$:

$$g_2^3 - 27g_3^2 = 4^2 . q^2 [9m^2 p^2 + 4m^3 q + 108p^3 + 54mpq - 27q^2]$$

od indicando con δ il discriminante di $L(\xi)$:

$$g_2^3 - 27g_3^2 = 3^3 . 4^2 . q^2 . \delta\,.$$

« Posto ora:

$$X = \frac{1}{2\sqrt{-3}}\left[3\sqrt{-3}\,.\,g_3 + \sqrt{g_2^3 - 27g_3^2}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$Y = \frac{1}{2\sqrt{-3}}\left[3\sqrt{-3}\;g_3 - \sqrt{g_2^3 - 27g_3^2}\right]^{\frac{1}{3}}$$

si hanno come è noto le:

$$t_0 = X + Y\,,\quad t_1 = \varepsilon X + \varepsilon^2 Y\,,\quad t_2 = \varepsilon^2 X + \varepsilon Y$$

essendo $2\varepsilon + 1 = \sqrt{-3}$; ma sostituendo nei valori di X, Y alle m, p, q, $\sqrt{\delta}$ i rispettivi valori formati colle radici della equazione $L(\xi) = 0$ si trovano le:

$$X = \frac{1}{3}[\xi_{s+4}\xi_{s+1} + \varepsilon\,\xi_{s+1}\xi_{s+2} + \varepsilon^2\xi_{s+2}\xi_{s+4}]$$

$$Y = \frac{1}{3}[\xi_{s+4}\xi_{s+1} + \varepsilon^2\xi_{s+1}\xi_{s+2} + \varepsilon\,\xi_{s+2}\xi_{s+4}]$$

« Deducendo da questi valori quelli di t_0, t_1, t_2 si giunge alle importanti relazioni:

$$A_0^2 = \xi_{s+4}\xi_{s+1}\,,\quad A_1^2 = \xi_{s+2}\xi_{s+4}\,,\quad A_2^2 = \xi_{s+1}\xi_{s+2}\,.$$

« A questo risultato si può arrivare anche più facilmente osservando che per relazioni stabilite nel paragrafo terzo della precedente comunicazione, la equazione che ha per radici A_0^2, A_1^2, A_2^2, è la:

$$y^3 + 3py^2 - mqy - q^2 = 0$$

ora questa si ottiene dalla $L(\xi) = 0$ ponendo $\xi = -\dfrac{q}{y}$, e quindi si hanno per A_0^2, A_1^2, A_2^2 i valori superiori.

« La proprietà caratteristica della ridotta fin qui considerata trova in conclusione la propria espressione nel teorema:

« Le radici x_s, x_{s+6}, x_{s+3}, x_{s+5} della ridotta della equazione modulare dell' ottavo grado sono esprimibili in funzione delle altre x_{s+1}, x_{s+4}, x_{s+2} per mezzo delle seguenti

formole. Indicando con a la somma di queste ultime radici e con b la somma dei loro prodotti a due a due, si hanno le:

$$x_s + x_{s+6} + x_{s+3} + x_{s+5} = -a$$
$$x_s + x_{s+3} - x_{s+5} - x_{s+6} = -p_{s+1}$$
$$x_s + x_{s+5} - x_{s+6} - x_{s+3} = -p_{s+4}$$
$$x_s + x_{s+6} - x_{s+3} - x_{s+5} = -p_{s+2}$$

essendo:

$$p_{s+1} = \left[4(\omega-1)x_{s+1}^2 + 4ax_{s+1} + 4(\omega-1)b - (\omega-2)a^2\right]^{\frac{1}{2}}$$
$$p_{s+4} = \left[4(\omega-1)x_{s+4}^2 + 4ax_{s+4} + 4(\omega-1)b - (\omega-2)a^2\right]^{\frac{1}{2}}$$
$$p_{s+2} = \left[4(\omega-1)x_{s+2}^2 + 4ax_{s+2} + 4(\omega-1)b - (\omega-2)a^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

« Le equazioni del settimo grado le radici delle quali soddisfano alle condizioni superiori sono quindi risolvibili per funzioni ellittiche ».

Fisica. — *La conducibilità elettrica delle resine.* Nota del prof. A. Bartoli, presentata dal Socio Blaserna.

I. « In questa Nota preliminare non farò altro che accennare concisamente ad alcuni dei risultati ottenuti nello studiare la conducibilità di molte resine, balsami, gomme resine dico un solo cenno, perchè a voler dare l'esposizione di tutte le misure eseguite occorrerebbe un volume di gran mole.

II. « Le resine da me studiate sin qui sono [1]: ambra (liquida sopra 280°); ambra grigia; asfalto (liquido verso 100°); resina di Guajaco (liquida sopra 80°); belzoino (si rammollisce e poi divien liquido sopra 98°); sandracca (fonde sopra 95°); dammara (fonde sopra 130°); mastice di Scio (si rammollisce verso 78° e poi divien liquido); coppale (si rammollisce a 160°, a 250° è un liquido viscoso); olibano (si rammollisce a + 85°, a 150° è liquido); taccamacca (si rammollisce a 50° ed a 88° è ben liquida); sagapeno (si rammollisce a + 35° ma non diventa mai liquida); gomme lacche di diverse specie (si rammolliscono a temperature piuttosto elevate): galbano (si rammollisce ma non fonde); assafetida (si rammollisce ma non fonde); elémi di diverse specie (fondono bene, alcune a + 76° sono liquide, altre prima); euforbio (sopra 80° rammollisce ma non fonde); ladano (rammollisce ma non fonde a causa delle impurità che sempre contiene); sciarappa (rammollisce sopra 80° e poi divien semiliquida); scamonea (rammollisce sopra 100° ma non fonde); sangue di drago (rammollisce verso 130°): storace calamita (a 80° rammollito, a + 90° è ben liquido); aloe soccotrino (verso 50° rammollisce,

[1] Per la composizione e l'origine di queste resine compara: Gmelin, *Handbuch der Chemie* Bd. VII, VIII. — Watts, *Dictionary of Chemistry* (passim). — Kekulé, *Lehrbuch der organischen Chemie* (passim). — Guibourt, *Histoire naturelle des drogues simples* (VII edizione, Parigi, 1876). — Wiesner, *Die technisch verwendeten Gummiarten, Harze und Balsame*, Erlangen, 1869. — Jahres Berichte der Chemischen Technologie, Leipzig (passim). — Flückiger, *Pharmacognosie.*

a più alte temperature si trasforma in una massa viscosa); resina copaive (a 100° rammollita, a + 132° è liquida); resine estratte dal prof. Bechi dalle foglie dell'olivo (fondono a piuttosto elevate temperature); gomma benzoe (liquida sopra 95°); mirra (rammollisce ma non fonde); pece navale (fonde verso 60°); pece di Borgogna (ben fusibile); colofonia (fusibile verso 110°); balsamo del Canadà (semisolido); balsamo del Perù; balsamo del Tolù; storace liquido; balsamo di Copaive; trementina di Chio; trementina di Venezia; olio di abete; catrame di abete; idem di Cade; idem di Betulla; ecc. (questi ultimi sono semiliquidi alla temperatura ordinaria: solidi a più basse temperature).

« Della maggior parte di queste resine ho potuto studiare campioni di diversa provenienza, alcuni donatimi, altri acquistati. Alcuni mi furono procurati dai signori E. Merck (Darmstadt); E. Pegna (Firenze); A. Bizzarri (Firenze); C. Erba (Milano) ecc.: molti altri ed anzi la maggior parte mi furono gentilmente favoriti da diversi miei amici, ai quali rinnovo qui le più sentite grazie per la premura con la quale hanno corrisposto alle mie domande. Vengo ora senz'altro a dire dei risultati ottenuti.

III. « Le diverse resine diversificano per la composizione, per la coesione, durezza ecc. diversa allo stato solido e per il loro comportarsi col riscaldamento. Per quel che riguarda la composizione in generale tutte sono mescolanze di più e diversi composti organici; alcuno dei quali è spesso di natura acida, mentre altri possono essere idrocarburi, o composti derivati da questi per ossidazione: alcune riscaldate si alterano; o perdendo dei principî volatili; o soffrendo alterazioni nei loro componenti: altre restano inalterate Per quel che riguarda lo stato fisico: 1° alcune si rammolliscono col calore, senza mai prendere lo stato liquido, ed anche senza nemmeno ridursi ad avere *orizzontale* la superficie terminale: 2° altre prendono nettamente lo stato liquido, come l'asfalto, lo storace calamita, ecc. ecc., e diversificano solo per la diversa viscosità dei liquidi ai quali danno luogo. Così mentre scorrevole è il liquido che deriva dalla fusione dell'asfalto, invece quello che deriva dalla fusione della pece, delle trementine dell'olio di abete, e di alcuni balsami, è viscosissimo tanto che giudichiamo dello stato liquido di tale sostanze più che altro dal vederle trarsi in fili e dal tendere a riacquistare la superficie terminale orizzontale.

« Nelle tavole seguenti sono esempî relativi alla conducibilità delle resine appartenenti a questi tre diversi tipi fisici.

TAVOLA I.

Olibano (lagrime)

Lento riscaldamento

Temperature		Conducibilità relative	Temperature		Conducibilità relative
+ 0°	solido	0,011	+ 67°	solido	461,20
+ 10	»	0,090	+ 70	semisolido pastoso	2321,80
+ 20	»	0,761	+ 105	semiliquido pastoso	37508,0
+ 50	»	14,08	+ 110	»	91750,0
+ 60	»	191,03			

Tavola II.

Balsamo del Tolù (solido)

Lento raffreddamento

Temperature		Conducibilità relative	Temperature		Conducibilità relative
0°	solido	0,031	+ 100°	liquido	71,25
+ 10	»	0,080	+ 108	»	115,86
20	»	0,094	+ 119	»	331,25
40	»	0,105	+ 128	»	708,60
72	liquido	1,08	+ 138	»	1907,68
78	»	4,26	+ 143	»	2409,08
81	»	9,13	+ 160	»	5603,29
86	»	18,21	+ 185	»	9897,30
			+ 195	»	13074,60

Tavola III.

Balsamo del Canadà

Lento raffreddamento

Temperature		Conducibilità relative	Temperature		Conducibilità relative
+ 0°	semisolido viscosissimo	0,28	+ 105°	liquido	7,08
+ 10	»	0,75	+ 117	»	14,02
+ 30	»	1,64	+ 130	»	19,08
+ 40	»	2,08	+ 144	»	38,21
+ 90	ben liquido	3,12	+ 162	»	61,74
			+ 194	»	110,20

IV. « Per quel che riguarda la conducibilità delle resine possiamo dire che:

1° « La conducibilità di tutte le resine da me studiate (e « di cui l'elenco è in principio di questo lavoro) non pre- « senta veruna singolarità col riscaldamento in vicinanza « della temperatura di fusione o di rammollimento » fatto questo tanto più notevole in quanto che le resine, essendo costituite dalla mescolanza di tanti corpi diversi, poteva benissimo avvenire che per qualcheduna di esse si verificasse il fenomeno da me accennato nella comunicazione precedente « *Sulle conducibilità elettriche delle mescolanze* ».

2° « Si può anche aggiungere che « tutte senza eccezione le resine « da me studiate, allo stato solido, e a sufficiente distanza « dalla temperatura di fusione o di rammollimento isolano « quasi perfettamente, » purchè si abbia cura ben s'intende di sperimentare su resine ben secche: il che si può fare p. es. tenendole entro una larga campana rovesciata, contenente in fondo uno strato di acido solforico: chiusa la campana in alto da una grossa lastra di vetro munita di

due fori, attraverso i quali passano fissati con tappi di gomma due tubi capillari di vetro che portano gli elettrodi di platino fino al voltametro dove è contenuta la resina che si vuole studiare.

« Trascurando tali precauzioni può accadere molte volte di avere forti segni di conducibilità dovuti all'umidità sulle superficie ecc. ecc.

3° « Tutte quante le resine rammollite o fuse per l'azione del calore conducono più o meno l'elettricità: e la loro conducibilità cresce quasi sempre regolarmente, col crescere della temperatura ».

« Ben inteso però che non si oltrepassino le temperature che altererebbero o modificherebbero la resina: altrimenti la conducibilità come tutte le altre proprietà fisiche può trovarsi molto variata. Così la conducibilità dei balsami semiliquidi alla temperatura ordinaria, non ritorna la medesima quando sono stati scaldati a temperature un po' elevate: e nello stesso tempo molte volte accade, che di liquidi che erano alle temperature ordinarie si trasformino in resine fusibili ad elevate temperature.

« Per quel che riguarda la diversa conducibilità allo stato liquido, o allo stato di massa viscosa o pastosa;

4° « In generale sono più conduttrici allo stato liquido, « o rammollite per la temperatura, quelle resine che con- « tengono in maggior copia acidi, o composti fusibili molto « ossigenati; sono meno conduttrici quelle per la maggior « parte costituite da mescolanze di idrocarburi con com- « posti poco ossigenati, o di composti poco ossigenati ».

« Nella tavola seguente sono classificate le resine secondo la loro conducibilità allo stato liquido, o allo stato di rammollimento.

Resine che conducono bene, liquide o rammollite dal calore.

« Storace liquido; resina di sciarappa; resina di scamonea; sangue di drago; storace calamita; succino; resina del balsamo del Perù; balsamo del Tolù; balsamo copaive; balsamo del Perù liquido; gomma lacca; gomma benzoe; belzoino; resina di Guajaco; taccamacca; sagapeno; galbano; assa fetida; gomma ammoniaca, laudano, aloe soccotrino, olio Cade, olio di Betulla; catrame di abeto, olibano, mirra; trementina di Venezia.

Resine che liquide o rammollite dal calore conducono mediocremente.

« Resina copaive; trementina di Chio; pece nera comune; colofonia; asfalto; euforbio; manna cannula deacquificata; resine estratte dal prof. Bechi dalle foglie di ulivo, ecc.

Resine che fuse o rammollite dal calore conducono poco.

« Olio di abete, balsamo del Canadà, elémi, resina di pino sàlvatico, coppale, mastice di Scio, dammara, sandracca.

« Si osserva che oltre alla composizione delle resine, influisce anche la viscosità che esse hanno allo stato liquido; la viscosità diminuisce la conducibilità. Così ad esempio aggiunto alla resina di Guajaco una quantità uguale in peso od anche quattro volte maggiore di *naftalina pura* la quale è perfettamente isolante ed ha un punto di fusione presso a poco uguale a quello della resina suddetta, si ha un miscuglio omogeneo, il quale ha una conducibilità molto maggiore di quella che a tutte le stesse temperature presenta la resina sola. Ora l'aggiunta della naftalina toglie molto alla viscosità della sostanza.

« In questa Nota preliminare non ho potuto per mancanza di spazio che accennare ad alcuni dei risultati ottenuti. Non posso però tacere di un altro fatto di qualche interesse che ho osservato con alcune resine, cioè « che se si « sperimenta in condizioni tali che la resina durante il riscaldamento non « soffra alterazione ne'perdita veruna, allora si ottengono col raffreddamento « delle conducibilità che sono maggiori di quelle ottenute per le stesse tempera- « ture col riscaldamento, per quanto molto lentamente si proceda così nel riscal- « dare come nel raffreddare; la curva delle conducibilità è poi più bassa quando « il raffreddamento è più rapido, e più elevata quando esso è più lento » [1].

Fisica. — *Sintesi di alcuni nuovi composti che derivano dal Mellogeno.* Nota dei prof. A. Bartoli e G. Papasogli, presentata dal Socio Blaserna.

I. « Prima di entrare nell'argomento di questa Nota vogliamo riassumere brevemente quello che nelle nostre precedenti Memorie [2] diffusamente abbiamo esposto intorno alla preparazione, alla composizione ed alla proprietà del *mellogeno*.

II. « Abbiamo preparato il mellogeno purissimo ne' modi seguenti:

1. « Evaporando quasi a secco sul bagnomaria il liquido nero ed acido risultante dalla elettrolisi dell'acqua stillata con elettrodi di carbone di storta, riunito colle prime acque di lavatura del sedimento del voltametro. Questo mellogeno raccolto sul filtro veniva lavato ripetute volte con acqua per liberarlo dall'acido mellico e suoi derivati, sacrificandone una porzione alla purezza del rimanente, poichè a mano che diminuiva l'acidità del liquido, cresceva la solubilità del mellogeno. A questo punto riusciva anche difficile la filtrazione per via del mellogeno disciolto, che come colla imbrattava il filtro; onde messolo nella stufa a 40° lo staccavamo ancora umido dal filtro,

[1] Ho ricevuto testè, grazie alla benevolenza di alcuni miei amici, una ricca collezione di resine rare; i risultati ottenuti formeranno il soggetto di altre comunicazioni.

[2] Compara tutte le nostre Memorie pubblicate nel Nuovo Cimento, anni 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884; e Gazzetta Chimica, anni 1880, 1881, 1882, 1883, 1884.

appena si rapprendeva in grumi neri e brillanti, senza curarci di quello che restava attaccato al filtro medesimo.

2. « Una maggior quantità di mellogeno si è ottenuta esaurendo coll'acqua per decantazione il sedimento nero del voltametro fino a che le acque di lavatura sul principio nere restassero scolorite; e pricipitandone il mellogeno in fiocchi bruni coll'aggiungervi un po' d' acido cloridrico puro. Si lavavano i detti fiocchi con acqua, cessando appena sparita l' acidità, perchè non tornassero a sciogliersi, e non lasciavamo di accertarsi che questo mellogeno seccato a 100° non conteneva cloro.

« Il mezzo più economico d' avere il mellogeno è stato l' elettrolisi delle soluzioni acquose diluite di acido solforico, borico, mellico ecc. usando del carbone di storta o di legna per elettrodo positivo. Il sedimento liberato dall'acido e poi trattato con acqua leggermente alcalina per idrato sodico dà una soluzione nera di mellogeno, che ne riprecipita coll'acido cloridrico.

« Il mellogeno seccato sopra l'acido solforico è solido, nero lucente come il carbon fossile, friabile, a frattura concoide. Insolubile nell' alcool metilico, etilico, amilico, nell'etere, nella benzina, nel cloroformio, nel solfuro di carbonio, nell'essenza di trementina, si scioglie in nero intenso nell'acqua e nelle soluzioni di ammoniaca, d' idrato sodico o potassico e di carbonato sodico. Si scioglie anche nell'acido solforico concentrato freddo che s'imbruna; ma aggiungendovi un poco d'acqua si fa un precipitato nero ed il liquido ritorna limpido. Crepita in contatto dell'acqua, che si colora subito di nero.

« Scaldato non fonde, brucia stentatamente, senza rigonfiarsi, non è cristallino e nemmeno cristallizzano le sue soluzioni negli alcoli. La sua soluzione acquosa, che è nera, precipita e si scolora con la più parte degli acidi e sali minerali, ma non precipita per l'aggiunta di piccole quantità di alcool, zuccheri e della maggior parte degli acidi organici. La proprietà più caratteristica del mellogeno è di trasformarsi con estrema facilità per l'azione dell'aria umida e degli ossidanti poco energici, in acido mellico e ne' suoi congeneri.

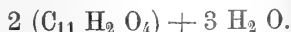
« La composizione del mellogeno seccato a 140°, qualunque ne fosse stata l'origine, è risultata sempre rispondente alla formola:

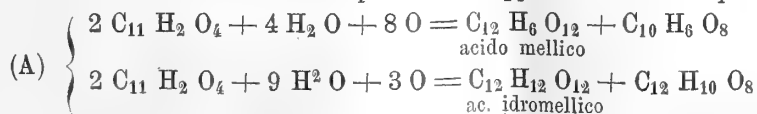
$$C_{11}\,H_2\,O_4$$

od a un suo multiplo. Invece il mellogeno seccato a 100° ha per formola:

$$2\,(C_{11}\,H_2\,O_4) + H_2\,O$$

e seccato alla temperatura ordinaria sull'acido solforico risponde alla formola:

$$2\,(C_{11}\,H_2\,O_4) + 3\,H_2\,O.$$

III. « La trasformazione del mellogeno in acido mellico e suoi derivati per l'azione d'un ossidante in eccesso può essere rappresentata dalle equazioni:

$$(A)\left\{\begin{array}{l} 2\,C_{11}\,H_2\,O_4 + 4\,H_2\,O + 8\,O = \underbrace{C_{12}\,H_6\,O_{12}}_{\text{acido mellico}} + C_{10}\,H_6\,O_8 \\ 2\,C_{11}\,H_2\,O_4 + 9\,H^2\,O + 3\,O = \underbrace{C_{12}\,H_{12}\,O_{12}}_{\text{ac. idromellico}} + C_{12}\,H_{10}\,O_8 \end{array}\right.$$

« E questa ossidazione può farsi.

1. « Coll'ossigeno elettrolitico;

2. « Spontaneamente coll'ossigeno dell'aria;

3. « Per azione d'altri ossidanti, come l'acido nitrico diluito, gli ipocloriti ecc. ecc.

« Se non che questa trasformazione accennata dalle formole (A) non avviene immediatamente ma gradatamente, per la produzione di composti derivati dal mellogeno per un'ossidazione incompleta e che tengono quindi il mezzo fra il mellogeno stesso e l'acido mellico cogli altri acidi benzocarbonici. Noi abbiamo ottenuti diversi di questi prodotti co' tre metodi seguenti che corrispondono al primo ed al terzo de' metodi generali sovraccennati, e sono:

1. « L'eletrolisi con elettrodi di carbone di storta dell'acido nitrico della densità 1,40.

2. « L'azione dell'acido nitrico della densità 1,36 — 1,40 sul mellogeno.

3. « L'azione degli ipocloriti alcalini sul mellogeno in eccesso.

IV. « L'elettrolisi dell'acido nitrico diluito non presenta nulla di diverso da quella delle soluzioni d'acido solforico ecc. ecc. ma il fenomeno è ben diverso quando si elettrolizza l'acido nitrico della densità 1,36 — 1,40; nel qual caso il disgregamento del carbone positivo si fa con tale veemenza che grossi pezzi si disfanno in pochi giorni, anche con una pila di soli due o tre elementi Bunsen, mentre il liquido si riscalda e si forma fra esso ed il carbone una densa poltiglia nera ([1]). Questa estratta con acqua ne dà una soluzione che filtrata ed evaporata a bagnomaria fino a secco lascia una materia nera, che si riscioglie nell'acqua, si filtra e si porta di nuovo a secco a bagnomaria. Allora fattane una soluzione acquosa neutralizzata esattamente con ammoniaca vi si aggiunge goccia a goccia del nitrato calcico, finchè non si forma più precipitato, si filtra e, messavi una quantità d'acido cloridrico corrispondente all'ammoniaca, si secca ancora una volta a bagnomaria. Se ne raccoglie una materia d' un nero lucente, in parte (α) solubile nell'etere, nell'alcool e nell'acqua ed in parte (β) solubile nell'alcool e nell'acqua, ma non nell' etere. Di qui un modo facile di separare le due sostanze α e β.

V. « Anche il mellogeno bell' e formato è attaccato energicamente dall'acido nitrico della densità 1,39 ad 1,40 con riscaldamento e vapori

([1]) La rapidità del disgregamento del carbone in questo caso non ha riscontro che con quella con cui il carbone si disgrega nelle soluzioni concentrate d'acido fluoridrico. V. la nostra Memoria, *Nuova contribuzione alla Storia del carbonio*, negli Atti della Società toscana di scienze naturali che è corredata da figure che rappresentano molto bene il disgregamento del carbone a seconda degli elettroliti.

rossi ecc. ecc. mentre l'acido diluito non che sciogliendo lo precipita dalle sue soluzioni acquose od alcaline. A reazione finita e dopo scacciato per ripetuta evaporazione a bagnomaria l' eccesso d'acido, resta una materia scura lucentissima, di cui una parte α è ben solubile nell'etere e nell'alcool ed un' altra β solubile soltanto nell'alcool assoluto. Si separano perciò queste due sostanze ricorrendo all'alcool ed all'etere, non senza averne prima eliminato allo stato di soli calcici l'acido mellico e gli altri acidi benzocarbonici nel modo descritto nel precedente paragrafo.

VI. « Si tratta un eccesso di mellogeno con una soluzione acquosa d' ipoclorito sodico, si filtra e si lava la parte non sciolta, rifiutando le prime acque di lavatura come quelle che contengono dei cloruri ed i sali sodici degli acidi benzocarbonici. Dalle acque brune che filtrano in seguito si precipita il mellogeno con un po' d'acido cloridrico; con che esse restano d'un giallo intenso e svaporate a bagnomaria lasciano una materia scura brillante, da cui si può estrarre una sostanza α solubile nell'etere e nell'alcool assoluto e un' altra β insolubile nell' etere, ma ben solubile nell' alcool assoluto.

VII. « Abbiamo studiato le sostanze α e β con una costanza degna veramente di miglior successo; ma pur troppo la grande loro alterabilità per la tendenza che hanno a trasformarsi negli acidi benzocarbonici ce ne ha reso lo studio oltremodo lungo e penoso, e se pubblichiamo alcuni resultati analitici, quantunque non tali, lo diciamo francamente, da ispirarci una grande fiducia, lo facciamo solo per prendere data e perchè se non bastano a stabilire la natura e la costituzione dei nuovi corpi α e β da noi scoperti, ne stabiliscono incontrastabilmente l' esistenza e le più importanti proprietà. Per ora diamo le analisi del solo composto α riserbando ad altro lavoro quelle del composto β. Il composto α a cui si riferiscono queste analisi fu ottenuto sciogliendo nell'alcole assoluto la massa del mellogeno modificato dall'acido nitrico e poscia filtrando, tirando a secco a bagnomarie e riprendendo con etere: l'etere evaporato lasciò la sostanza α, la quale fondeva arco 112°: scaldata a lungo a 140° — 160° ritornava solida e rimaneva tale sino a 210°, temperatura alla quale subiva una nuova fusione. A più alte temperature sublimava una sostanza colorata fluorescente.

VIII. « *Analisi di* α *seccato sull'acido solforico.*

1. « Gram. 0,3210 di sostanza dettero gr. 0,516 di CO_2 e gr. 0,108 di H_2O onde: $C\,^0/_0 = 44{,}00$; $H\,^0/_0 = 3{,}74$.

2. « Gram. 0,1950 di sostanza dettero gr. 0,327 di CO_2 e gr. 0,0645 di H_2O, onde: $C\,^0/_0 = 45{,}73$; $H\,^0/_0 = 3{,}67$.

« Il composto $C_{22}H_{22}O_{19} = 2\,(C_{11}H_6O_7) + 5\,H_2O$, contiene:

$C\,^0/_0 = 44{,}15$; $H\,^0/_0 = 3{,}73$.

Analisi di α seccato a 100°.

1. « Gram. 0,281 di sostanza dettero gr. 0,510 di CO_2 e gr. 0,0880 d H_2O, onde: C %=49,49; H %=3,47.

2. « Gram. 0,264 di sostanza dettero gr. 0,474 di CO_2 e gr. 0,0625 di H_2O, onde: C %=48,97; H %=2,63.

3. « Gram. 0,424 di sostanza dettero gr. 0,755 di CO_2 e gr. 0,1145 di H_2O, onde: C %=48,57; H %=3,00.

4. « Gram. 0,242 di sostanza dettero gr. 0,437 di CO_2 e gr. 0,067 di H_2O, onde: C %= 49,24; H %=3,076.

« Queste analisi risponderebbero al composto $C_{11}H_8O_8=C_{11}H_6O_7+H_2O$, il quale dà: C %= 49,25; H %=2,98.

Analisi di α seccato a 150°.

1. « Gram. 0,332 di sostanza dettero gr. 0,637 di CO_2 e gr. 0,070 di H_2O, onde: C %=52,33; H %=2,34.

2. « Gram. 0,298 di sostanza dettero gr. 0,573 di CO_2 e gr. 0,069 di H_2O, onde: C %= 52,45; H %=2,57.

3. « Gram. 0,282 di sostanza dettero gr. 0,546 di CO_2 e gr. 0,063 di H_2O, onde: C %=52,80, H %=2,13.

4. « Gram. 0,328 di sostanza dettero gr. 0,627 di CO_2 e gr. 0,066 di H_2O, onde: C %=52,14: H %=2,23.

5. « Gram. 0,466 di sostanza dettero gr. 0,902 di CO_2 e gr. 0,0935 di H_2O, onde: C %= 52,79 : H %= 2,23.

« Il composto $C_{11}H_6O_7$ contiene:
C %=52,80; H %=2,40.

Analisi di α scaldato per un certo tempo a 210°.

1. « Gram. 0,183 di sostanza dettero gr. 0,370 di CO_2 e gr. 0,031 di H_2O, onde: C %=54,69; H %=1,88.

2. « Gram. 0,175 di sostanza dettero gr. 0,352 di CO_2 e gr. 0,0285 di H_2O, onde: C %=54,86; H %=1,87.

3. « Gram. 0,243 di sostanza dettero gr. 0,484 di CO_2 e gr. 0,046 di H_2O, onde: C %=54,32; H %=2,10.

4. « Gram. 0,167 di sostanza dettero gr. 0,335 di CO_2 e gr. 0,029 di H_2O, onde: C %=54,71; H %=1,93.

« Il composto $C_{22}H_{10}O_{13}$ contiene:
C %=54,77; H %=2,08.

« *Analisi del sale d' argento della sostanza α, la quale in soluzione acquosa ha forte reazione acida alle carte* (Il sale d' argento si ottenne da quello neutro potassico per doppia decomposizione).

1. « Gram. 0,134 di sale argentico seccato a 100° lasciano gr. 0,0760 di argento, onde: Ag °/₀ = 56,71.

2. « Gram. 0,250 di detto sale lasciano gr. 0,1400 di argento, onde:

Ag °/₀ 56,00.

3. Gram. 0,710 di detto sale lasciano gr. 0,4030 di argento, onde:

Ag °/₀ = 56,76.

« Il composto $C_{11}Ag_3H_3O_7$ contiene:

Ag °/₀ = 56,74.

« *Analisi del sale baritico di α* (ottenuto, come quello d' argento, dal sale potassico).

« Gram. 0,2635 di questo sale seccato a 100° e poi calcinato per bene, come insegna il Fresenius, lasciarono gr. 0,1790 di carbonato baritico, onde;

Ba °/₀ = 46,8,

mentre il composto $C_{22}Ba_3H_6O_{14}$ contiene:

Ba °/₀ = 45,4.

IX. « Per assicurarci vie meglio che questa sostanza α è un prodotto d'ossidazione intermedio fra il mellogeno e l'acido mellico abbiamo ossidato con ipoclorito sodico una soluzione del suo sale potassico e trattandola in seguito con cloruro calcico ne abbiamo ricavato del mellato calcico. E di ciò fanno fede le analisi esattissime.

X. « Che poi le sostanze α e β siano gli unici prodotti di ossidazione intermedia non possiamo assicurare, anzi riteniamo il contrario avendo potuto ottenere dal mellogeno un altro composto acido A, solubile come α nell'acqua, nell'alcool e nell'etere, e a cui le analisi condurrebbero a dare una formola bruta vicina a $C_{11}H_6O_9$. Anche l'ossido grafitico $C_{11}H_4O_5$, che ha tante analogie col Mellogeno $C_{11}H_2O_4$ e che noi già da lungo tempo abbiamo scoperto prodursi in sua vece impiegando la grafite in luogo del carbone di Storta, dà origine a parecchi derivati.

XI. « Concludiamo pertanto:

1 « Che esistono diversi prodotti di ossidazione del Mellogeno $C_{11}H_2O_4$ intermedi fra esso e l'acido mellico;

2 « Che questi composti si producono sempre con sviluppo di calore e che per ulteriore ossidazione, sempre svolgendo calore, danno origine agli acidi benzocarbonici.

3. « Che si possono ottenere dalla ossidazione incompleta del mellogeno o per via dell'elettrolisi dell'acido nitrico della densità 1,36, o per via dell'azione degli ipocloriti in difetto, o coll'acido nitrico e simili ossidanti.

4. « Che di questi prodotti noi ne abbiamo potuti isolare tre, che sono stati da noi contrassegnati colle lettere α, β ed A.

5. « E in particolare che il composto α, da noi meglio studiato degli altri è solido, dell'aspetto della gomma lacca, acido, ben solubile nell'acqua, negli alcool e nell'etere; fusibile. Che le sue soluzioni sono colorate e fluorescenti. Che la sua composizione quando è stato seccato a 150° risponde alla formola $C_{11}H_6O_7$ e quando è stato seccato a 100° all'altra $C_{11}H_6O_7+2H_2O$, mentre seccato sull'acido solforico all'ordinaria temperatura avrebbe per formola $C_{11}H_6O_7+2\,^1/_2\,H_2O$. Che finalmente scaldato per molto tempo a 210° si trasforma nell'anidride $C_{22}H_{10}O_{13}$, per diminuzione d'una molecola d'acqua da due di acido. Come acido forma sali neutri d'argento e di bario $C_{11}Ag_3H_3O_7$, $C_{22}Ba_3H_6O_{14}$.

« Non possiamo chiudere la presente Nota senza ringraziare vivamente il chiarissimo nostro collega prof. E. Stracciati, il quale negli anni che fu in questo Laboratorio, volle incaricarsi d'alcune delle pazientissime operazioni necessarie in tali ricerche, sebben fosse assorbito da altri lavori ».

Fisica. — *Densità di un solido in cui entrano tutti i corpi semplici e suo confronto con la densità media della terra.* Nota del prof. A. Bartoli, presentata dal Socio Blaserna.

« Calcoliamo la densità media di un solido nel quale entrino allo stato solido, senza combinarsi, tutti gli elementi fin qui conosciuti, oppure anche combinati parzialmente, purchè ciascuno vi serbi la densità che gli appartiene allo stato solido.

« È chiaro che la densità media del solido risultante sarà determinata quando siano dati i rapporti delle masse dei componenti e la densità dei componenti stessi.

« Le ipotesi che si possono fare relativamente alle proporzioni delle masse dei componenti sono molte, ma qui ne esamineremo soltanto tre che sono le più rilevanti:

1° « Le masse di tutti i corpi semplici che entrano a comporre il solido sono uguali;

2° « Le masse di tutti i corpi semplici che entrano a formare il solido sono tali, che i volumi dei solidi corrispondenti a quelle masse siano uguali.

3° « Le masse di tutti i corpi semplici stanno fra loro come i loro pesi atomici.

« Nella tavola seguente sono le densità accettate pei diversi corpi semplici ed i loro pesi atomici, sono cioè i dati di cui mi sono servito per calcolare le conseguenze delle ultime tre ipotesi. Pubblico anche la tavola perchè alcune di queste densità non sono già state trovate sperimentalmente

ma dedotte da ipotesi plausibili. Segue senz'altro la tavola corredata di opportune annotazioni.

	P peso atomico L. Meyer (1)	D peso specifico (1)		P peso atomico L. Meyer (1)	D peso specifico (1)
Alluminio .	27,04	2,60	Potassio . .	39,03	0,87
Antimonio .	119,60	6,71	Cobalto . .	58,6	8,6
Arsenico . .	74,90	5,73	Carbonio . .	11,97	2,57 (2)
Bario	136,86	3,75	Rame. . . .	63,18	8,92
Berillio. . .	9,08	2,07	Lantanio . .	138,5	6,1
Piombo. . .	206,39	11,37	Litio	7,01	0,59
Bromo . . .	79,76	3,15 liquido	Magnesio . .	23,94	1,74
Boro	10,9	2,5	Manganese.	54,80	8,00
Cadmio. . .	111,7	8,60	Molibdeno .	95,9	8,6
Cesio	132,7	1,88	Sodio. . . .	22,995	0,98
Calcio . . .	39,91	1,57	Nichel . . .	58,6	8,9
Cerio	141,2	6,68	Niobio . . .	93,7	7,2
Cloro	35,37	1,33 liquido	Osmio . . .	195	22,5
Cromo . . ,	52,45	6,50	Palladio . .	106,2	11,4
Didimio . .	145,00	6,54	Fosforo. . .	30,96	2,12 (3)
Ferro	55,88	7,86	Platino. . .	194,3	21,50
Gallio . . .	69,9	5,95	Mercurio . .	199,8	14,19 (4)
Oro.	196,2	19,32	Rodio. . . .	104,1	12,1
Indio	113,4	7,421	Rubidio . .	85,2	1,52
Iridio	192,5	22,42	Rutenio . .	103,5	12,26
Iodio	126,54	4,95	Ossigeno . .	15,96	1,90 (5)

(1) I pesi atomici sono presi da L. Meyer e K. Seubert, *Die Atomgewichte der Elemente*. Leipzig, 1883. I pesi specifici dall'opera *Physikalisch-Chemische Tabellen* del Landolt e Börnstein. Berlino, 1883, pag. 41; e dal Rammelsberg, *Handbuch der Kristallographisch-Physikalischen Chemie*. Leipzig, 1881-82.

(2) La densità 2,57 scritta pel carbonio è la media di quelle 3,5; 2,3; 1,9; date nel Landolt e Börnstein per le densità del diamante, della grafite e del carbon di storta.

(3) Le densità delle diverse modificazioni del fosforo sono 1,83; 2,20; 2,34 (Vedi Landolt e Börnstein, opera citata) di cui la media è appunto 2,12.

(4) Densità del mercurio allo stato solido al punto di fusione (Mallet).

(5) Dal volume atomico $=7,8$ che ha l'ossigeno nell'acqua (per le regole di Kopp), si dedurrebbe in via approssimativa la densità $\frac{15,96}{7,8}=2,05$ (allo stato liquido): e dal volume atomico 12,2 che esso ha in altre combinazioni si dedurrebbe dalle stesse regole di Kopp (approssim. perchè le regole di Kopp sono inesatte) la densità $\frac{15,96}{12,20}=1,31$ (allo stato liquido). Invece dalla curva di L. Meyer costruita coi pesi atomici degli elementi per ascisse e coi volumi atomici per ordinate si trae dalla posizione dell'ossigeno il volume

	P peso atomico L. Meyer	D peso specifico		P peso atomico L. Meyer	D peso specifico
Solfo	31,98	2,00 [1]	Vanadio . .	51,1	5,5
Selenio . . .	78,87	4,5 [2]	Idrogeno . .	1	0,18 [5]
Argento . .	107,66	10,53	Bismuto . .	207,5	9,80
Silicio . . .	28,0	2,2 [3]	Wolframio .	183,6	19,10
Azoto . . .	14,01	2,46 [4]	Zinco	64,88	7,15
Stronzio . .	87,3	2,54	Stagno . . .	117,35	7,29
Tantalio . .	182	10,4	Zirconio . .	90,4	4,15
Tellurio . .	127,7	6,4	Scandio. . .	43,97	2,20 [6]
Tallio . . .	203,7	11,85	Titanio. . .	50,25	4,37 [6]
Torio	231,96	11,00	Ittrio	89,6	3,98 [6]
Uranio . . .	239,8	18,7	Fluoro . . .	19,06	1,96 [7]

« Nella prima ipotesi, in quella cioè che le masse siano uguali la densità media del solido resultante viene uguale a:

$$\frac{64}{\sum_1^n \frac{1}{D_n}} = \frac{64}{23,716} = 2,698 .$$

---

atomico 6,8, onde si deduce per densità allo stato solido 2,35. La media di 1,31; 2,05; 2,35 è appunto 1,90.

(1) Le densità dello solfo sono 1,92; 2,07 (Landolt, opere cit.) di cui la media è 2,00.

(2) Le densità del selenio sono 4,2 a 4,8 di cui la media è 4,5 (Landolt, l. c.).

(3) Le densità del silicio sono 2,0 a 2,4 di cui la media è 2,2 (Landolt, l. c.).

(4) La curva di L. Meyer, *Die modernen Theorien der Chemie*. Breslau, 1884) dà per l'Azoto solido il volume atomico 5,7 da cui la densità 2,46 che è quella scritta.

(5) Dalle regole di Kopp, il volume atomico dell'idrogeno nell'acqua negli idrocarburi ecc. sarebbe 5,5 (alla temperatura di ebullizione sotto 76 cent.) onde la densità $\frac{1}{5,5} = 0,182$ che è quella trascritta. Nelle leghe col palladio il Graham calcola la densità dell'idrogeno = 0,733, ma io ho preso la densità che esso ha nell'acqua che è la combinazione più abbondante alla superficie della terra.

(6) Dal peso atomico dello scandio, del titanio, e dell' ittrio, si deducono graficamente con la curva di L. Meyer, i volumi atomici 20; 11,5; 22,5 rispettivamente e perciò le densità 2,20; 4,37, e 3,98.

(7) Pel fluoro il Thorpe (*On the Relation between the molecular weights of substances and their specific gravities when in the liquid state*. Journal of the Chem. Soc. March, 1880, pag. 151) calcola il volume atomico 9,2 allo stato liquido; dal quale si deduce le densità $\frac{19,06}{9,2} = 2,7$. Dalle curve di L. Meyer si deduce graficamente pel fluoro solido il volume atomico 10,3 onde per la densità allo stato solido $\frac{19,06}{19,3} = 1,85$. La media di queste due densità è $\frac{2,07 + 1,85}{2} = 1,96$ che è quella che ho trascritta.

« Nella seconda ipotesi, in quella cioè che siano uguali i volumi dei corpi semplici ecc., la densità media del solido risultante viene uguale a:

$$\sum_1^n \frac{D_n}{64} = \frac{449,72}{64} = 7,027 .$$

« Nella terza ipotesi, cioè che le masse dei diversi corpi semplici stiano come i loro pesi atomici viene per densità media del solido resultante:

$$\frac{\sum_1^n P_n}{\sum_1^n \frac{P_n}{D_n}} = \frac{6032,21}{1044,38} = 5,776 .$$

« Si noti che i calcoli precedenti verrebbero di poco modificati con la scoperta (se verrà fatta in seguito) di alcuni altri corpi elementarî previsti dalla classificazione di Lotario Meyer, e di Mendelejeff: come ce ne possiamo assicurare ricostruendo la curva dei volumi atomici come ordinate e coi pesi atomici degli elementi per ascisse.

« La densità calcolata nella terza ipotesi è 5,78 e molto vicina a quella 5,67 assegnata come densità media della terra dietro le esperienze di Forbes con la bilancia di Cavendis.

« Può essere che questa quasi coincidenza della densità calcolata con la terza ipotesi sia fortuita; però mi è sembrata tanto interessante da doverla far conoscere » [1].

Geodesia. — *Sulle rappresentazioni geografiche conformi.* Nota I, dell' ing. P. Pizzetti, presentata dal Socio Cremona.

« Nello studio delle projezioni geografiche è spesso utile saper risolvere direttamente il seguente problema: « Date due superficie, e considerata, sopra una di queste, una certa famiglia di linee, determinare se ed in qual modo sia possibile una rappresentazione conforme dell'una superficie sull'altra, tale che il *modulo* della rappresentazione stessa sia costante lungo ciascuna linea della famiglia considerata ». La soluzione di questo problema forma l'oggetto della presente Nota.

1. « Poniamo che tanto sull'una quanto sull'altra superficie si siano riferiti i punti a dei doppî sistemi ortogonali isotermi e siano:

$$(1) \qquad ds^2 = \lambda^2 (d\alpha^2 + d\beta^2) ; \qquad ds_1^2 = \lambda_1^2 (d\alpha_1^2 + d\beta_1^2) \qquad (2)$$

[1] Si osservi che nei composti allo stato solido i componenti serbano in molti casi il loro volume atomico. Questa regola, se non sempre, almeno in molti casi si verifica in via approssimativa. Vedi i dis. di Chimica agli articoli Atomico (volume) dei solidi. Compara anche L. Meyer: *Die modernen Theorieen der Chemie*, pag. 297. (Breslau, 1884). Perciò anche nel caso che i diversi elementi che compongono il solido formassero diverse combinazioni allo stato solido, si otterrebbero ancora pel solido resultante densità poco diverse da quelle sopra trovate.

i quadrati degli elementi lineari sulle due superficie. Sia $\varphi(\alpha,\beta) = cost$ (3) l'equazione della famiglia di linee considerate sulla prima superficie.

« Supponiamo che sia possibile la rappresentazione conforme che si cerca e sia:

$$\alpha_1 \pm i\beta_1 = f(\alpha \pm i\beta) \qquad (i = \sqrt{-1}) \tag{4}$$

la relazione, incognita, che determina le *corrispondenze* fra le coordinate dei punti delle due superficie. Chiamando con f'_1, f'_2 le due funzioni conjugate complesse che si ottengono derivando le due conjugate complesse $f(\alpha + i\beta)$, $f(\alpha - i\beta)$ rispetto ad $\alpha + i\beta$, $\alpha - i\beta$ rispettivamente, sarà, com'è noto, il quadrato del modulo della rappresentazione espresso da:

$$m^2 = \frac{\lambda_1^2}{\lambda^2} f'_1 f'_2 ,$$

e, per la condizione impostaci, dovrà essere:

$$m^2 = \psi(\varphi) ,$$

(ψ funzione arbitraria); il che è quanto dire: « affinchè possa trovarsi la rappresentazione che si cerca, è necessario e sufficiente che possano stabilirsi delle corrispondenze tali che rendano l'espressione $\frac{\lambda_1^2}{\lambda^2} f'_1 f'_2$ una funzione della sola variabile $\varphi(\alpha, \beta)$ ».

2. « Limitando le nostre considerazioni alla rappresentazione di una superficie sul piano, prendiamo sul piano stesso per coordinate le Cartesiane ortogonali, per modo che sia $\lambda_1^2 = 1$.

« Il nostro problema si ridurrà a cercare dapprima se è possibile trovare una tal forma della funzione $f(\alpha \pm i\beta)$ che renda:

$$\frac{1}{\lambda^2} f'_1 f'_2 = \psi(\varphi) , \tag{5}$$

essendo ψ funzione arbitraria; dato che ciò sia dimostrato possibile, si dovrà determinare questa funzione che esprime il quadrato del modulo della rappresentazione. Trovata così l'espressione del modulo, la ricerca delle corrispondenze (4) è ridotta a delle quadrature, com'è mostrato nella Memoria del prof. Dini, *Sulle rappresentazioni geografiche* (1).

(1) *Annali di matematica*, Serie 2ª, Tomo VIII.

Posto:
$$f'(\alpha + i\beta) = e^{P+iQ}$$
la P è tosto conosciuta dalla (5), una volta che sia stato possibile determinare $\psi(\varphi)$. Si ha allora:
$$2P = \log \psi(\varphi) + 2 \log \lambda^2 .$$
Ora poichè:
$$2P = \log f'(\alpha + i\beta) + \log f'(\alpha - i\beta)$$
dev' essere:
$$\frac{\partial^2 P}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial \beta^2} = 0$$
e quindi l' espressione: $\frac{\partial P}{\partial \beta} d\alpha - \frac{\partial P}{\partial \alpha} d\beta$ è un differenziale esatto.

Ma, essendo $P+iQ$ una funzione della variabile complessa $\alpha+i\beta$, si hanno le relazioni:
$$\frac{\partial Q}{\partial \beta} = \pm \frac{\partial P}{\partial \alpha} ; \qquad \frac{\partial Q}{\partial \alpha} = \mp \frac{\partial P}{\partial \beta},$$

3. « Indichiamo con Δ_1, Δ_2 il 1° ed il 2° parametro differenziale di una funzione sulla data superficie ([1]), ossia poniamo:

$$\overline{\Delta_1\varphi}^2 = \frac{1}{\lambda^2}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\beta}\right)^2\right\}; \quad \Delta_2\varphi = \frac{1}{\lambda^2}\left\{\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial\beta^2}\right\};$$

e prendiamo i secondi parametri differenziali dei logaritmi dei due membri della equazione (5). Avremo:

$$\Delta_2 \log \psi(\varphi) + \Delta_2 \log \lambda^2 = 0\,, \tag{6}$$

poichè:

$$\Delta_2\left\{\log f'_1 + \log f'_2\right\} = 0\,.$$

Essendo poi ([2]):

$$\Delta_2 \log \lambda = -K\,,$$

dove K è la misura della curvatura della superficie (1), la condizione (6) può anche scriversi:

$$\Delta_2 \log \psi(\varphi) - 2K = 0\,. \tag{6bis}$$

« Indicando con F una funzione della funzione φ delle variabili α e β, si ha con semplici derivazioni:

$$\Delta_2 F = F'.\Delta_2 f + F''.\overline{\Delta_1 f}^2;$$

la (6^{bis}) può dunque porsi sotto la forma:

$$M'(\varphi) + \frac{\Delta_2\varphi}{(\Delta_1\varphi)^2}.M(\varphi) - \frac{2K}{(\Delta_1\varphi)^2} = 0\,, \tag{7}$$

dove si è posto:

$$M(\varphi) = \frac{\psi'(\varphi)}{\psi(\varphi)}\,. \tag{8}$$

« Per procedere oltre, dobbiamo ora distinguere due casi; quello cioè in cui le espressioni $\frac{\Delta_2\varphi}{(\Delta_1\varphi)^2}$, $\frac{2K}{(\Delta_1\varphi)^2}$ sono funzioni della sola φ e quello in cui non lo sono. Bisogna notare che il verificarsi dell'uno o dell'altro di

---

ciò che significa che la Q è, salvo il segno, l'integrale della suddetta espressione:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial\beta}d\alpha - \frac{\partial P}{\partial\alpha}d\beta\right).$$

Si avrà quindi, con semplici considerazioni:

$$Q = \mp\int_{\alpha_0}^{\alpha}\frac{\partial P}{\partial\beta}d\alpha \pm \int_{\beta_0}^{\beta}\left(\frac{\partial P}{\partial\alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0}d\beta + c.$$

e quindi:

$$\alpha_1 + i\beta_1 = f(\alpha + i\beta) = e^{ic}\int_{\alpha_0\beta_0}^{\alpha\beta}\left\{e^{P \mp i\int_{\alpha_0}^{\alpha}\frac{\partial P}{\partial\beta}d\alpha \pm i\int_{\beta_0}^{\beta}\left(\frac{\partial P}{\partial\alpha}\right)_{\alpha=\alpha_0}d\beta}\right\}d(\alpha+i\beta) + p + iq\,,$$

dove p e q sono costanti reali.

([1]) Vedi Beltrami, *Ricerche d'analisi applicata alla Geometria*, Giornale di Matematica diretto da G. Battaglini, Vol. II.

([2]) V. Beltrami. *Ricerche* citate.

questi due casi può esser posto in luce anche senza conoscere i parametri isotermi α, β fin qui considerati, poichè delle funzioni $\Delta_2 \varphi$, $(\Delta_1 \varphi)^2$, K si possono con eguale facilità calcolare le espressioni in coordinate qualsiasi (¹).

4. « Cominciamo a studiare il caso in cui le $\dfrac{\Delta_2 \varphi}{(\Delta_1 \varphi)^2}$, $\dfrac{K}{(\Delta_1 \varphi)^2}$ non siano due funzioni della sola φ, e poniamo per brevità:

$$A = \frac{\Delta_2\varphi}{(\Delta_1\varphi)^2}; \qquad B = \frac{-2K}{(\Delta_1\varphi)^2}.$$

« L'equazione (7) diverrà:

$$M'(\varphi) + A . M(\varphi) + B = 0 . \tag{7bis}$$

« Se questa si deriva parzialmente rispetto ad α e a β e poscia le due derivate parziali si sottraggono l'una dell'altra dopo averle moltiplicate per $\dfrac{\partial \varphi}{\partial \beta}$, $\dfrac{\partial \varphi}{\partial \alpha}$ rispettivamente, si ottiene:

$$\left\{\frac{\partial B}{\partial \beta}\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} - \frac{\partial B}{\partial \alpha}\frac{\partial \varphi}{\partial \beta}\right\} - M(\varphi)\left\{\frac{\partial A}{\partial \alpha}\frac{\partial \varphi}{\partial \beta} - \frac{\partial A}{\partial \beta}\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha}\right\} = 0 . \tag{9}$$

« Pertanto, affinchè la (7bis) possa essere verificata è *necessario* che sia:

$$\frac{\dfrac{\partial B}{\partial \beta}\dfrac{\partial \varphi}{\partial \alpha} - \dfrac{\partial B}{\partial \alpha}\dfrac{\partial \varphi}{\partial \beta}}{\dfrac{\partial A}{\partial \alpha}\dfrac{\partial \varphi}{\partial \beta} - \dfrac{\partial A}{\partial \beta}\dfrac{\partial \varphi}{\partial \alpha}} = \text{funzione della sola } \varphi. \tag{10}$$

« Tale condizione non è però sufficiente, ed infatti è facile provare che essa è verificata ogni qualvolta il trinomio:

$$M'(\varphi) + A.M(\varphi) + B$$

sia, esso pure, funzione della sola φ.

« Quando pertanto si sia trovato che la (10) è soddisfatta e per mezzo della (9) si sia determinata la $M(\varphi)$, bisognerà sostituire questa $M(\varphi)$ insieme colla sua prima derivata nella (7bis) e vedere se questa è effettivamente soddisfatta. Verificato tutto ciò, il quadrato del modulo della rappresentazione sarà dato, in virtù della (8) da:

$$\psi(\varphi) = c\, e^{\int M(\varphi) d\varphi},$$

(c costante arbitraria) e dopo ciò, per quanto si è osservato all'art. 2, il problema propostoci si può ritenere, in questo caso, teoreticamente risoluto. In questo caso, la rappresentazione cercata è unica, o, per meglio dire, vi ha un'infinità di rappresentazioni tutte simili fra loro, che soddisfanno al problema.

5. « Veniamo al secondo dei casi accennati. Siano A e B funzioni ciascuna della sola φ, ossia si abbia:

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{\Delta_2\varphi}{(\Delta_1 \varphi)^2} = \text{funzione della sola } \varphi, \\ &\frac{K}{(\Delta_1 \varphi)^2} = \text{funzione della sola } \varphi. \end{aligned}\right. \tag{11}$$

(¹) V. Beltrami, *Ricerche* citate.

« La prima di queste condizioni esprime, com'è noto, che le linee $\varphi =$ *cost.* sono *isoterme.* La seconda ha un significato assai semplice nel caso in cui la superficie sia a curvatura costante; in tal caso questa seconda esprime che le linee $\varphi = \text{cost}$ sono *fra loro parallele geodeticamente.* Così sopra una sfera i sistemi di linee che soddisfanno tanto all'una che all'altra delle (11) sono dati dagl'infiniti sistemi di cerchi paralleli. Le relazioni (11) sono poi entrambe soddisfatte dai paralleli di una superficie di rivoluzione qualunque. In generale possiamo dire che le (11) non possono essere contemporaneamente soddisfatte se non per speciali sistemi di superficie o per determinati sistemi di linee isoterme di esse superficie.

« Nel caso, che ora consideriamo, in cui le (11) siano soddisfatte, la:

$$(7^{\text{bis}}) \qquad M'(\varphi) + AM(\varphi) + B = 0$$

diventa un'ordinaria equazione differenziale lineare di 1° ordine e si ha la $M(\varphi)$ dalla nota formola:

$$(12) \qquad M(\varphi) = -e^{-\int A d\varphi} \int_a^\varphi B e^{\int A d\varphi} d\varphi .$$

« Determinata la $M(\varphi)$ si ha il quadrato del modulo della rappresentazione espresso da:

$$\psi(\varphi) = c\, e^{\int M(\varphi) d\varphi} .$$

« L'espressione così ottenuta di $\psi(\varphi)$ contiene, in questo caso, due costanti arbitrarie a e c. Tenendo costante a e facendo variare c si ha una infinità di rappresentazioni tutte simili fra loro. Invece col dare valori diversi alla a, si varia in realtà la forma della rappresentazione, e si può il valore di a scegliere per modo da dare alla rappresentazione certe importanti proprietà. Fra le quali, come molto interessante per le projezioni geografiche accenniamo la seguente:

« Poniamo che lungo una determinata linea φ_0 della famiglia $\varphi = \text{cost}$ il modulo della rappresentazione abbia il valore 1. La striscia infinitesima di superficie, racchiusa fra la linea φ_0 e la linea infinitamente prossima $\varphi_0 + \delta\varphi$ risulta rappresentata sul piano senza deformazione alcuna, se si trascurano le quantità piccole di 2° ordine rispetto alla larghezza della striscia. Affinchè ora la deformazione delle striscie contigue a quella considerata sia tanto piccola quanto è possibile, converrà che il valore del modulo della rappresentazione nei punti prossimi alla linea φ_0, sia tanto poco diverso dall'unità quant'è possibile. Ciò noi otterremo, nel caso nostro, col far sì che si annulli, in ciascun punto della linea φ_0, la derivata del modulo rispetto alla variabile φ, ossia ponendo $\psi'(\varphi) = 0$ per $\varphi = \varphi_0$.

« E a tale scopo basterà nella (12) porre φ_0 in luogo della a. Avremo così una projezione che presenterà la *minima alterazione* lungo la linea φ_0, e tale projezione sarà, in pratica, la più conveniente per rappresentare geograficamente una zona della superficie che si estenda lungo la φ_0.

« La linea, che chiameremo φ'_0, che, sul piano viene a corrispondere alla φ_0 della superficie in questa particolare rappresentazione, può costruirsi geometricamente in base alle considerazioni che seguono.

« Sieno h, h_1 le curvature geodetiche in punti corrispondenti M, M' di due linee corrispondenti l, l_1, una della superficie data, l'altra del piano. Trattandosi di una rappresentazione conforme, si ha la nota relazione:

$$h_1 = \frac{h}{m} - \frac{d\frac{1}{m}}{d\sigma},$$

dove m è il modulo della rappresentazione e $d\sigma$ è un archetto di curva tracciato sulla 1ª superficie ortogonalmente alla linea l nel punto M. Se la rappresentazione è tale che in ciascun punto della linea φ_0 il modulo sia uguale all'unità e la derivata di esso rispetto a φ sia nulla, è chiaro, per la formola ora citata, che la curvatura della curva piana φ'_0 (che corrisponde a φ_0) sarà in ciascun punto uguale alla curvatura geodetica della φ_0 nel punto corrispondente.

« La φ'_0 può dunque costruirsi geometricamente così: Si circoscriva alla superficie data la sviluppabile tangente lungo la linea φ_0, e si immagini su questa sviluppabile segnata la linea di contatto colla superficie.

« Se la sviluppabile si svolge in un piano la detta linea di contatto verrà a svilupparsi nella linea φ'_0 che si cercava, e i punti A', B'... che prima dello sviluppo coincidevano coi punti A, B... della linea φ_0, dopo lo sviluppo dovranno considerarsi come corrispondenti, nella rappresentazione di cui qui si tratta, ai punti A, B... medesimi.

6. « Applichiamo le formole trovate al caso di una superficie di rivoluzione e le linee $\varphi = \text{cost}$ siano i paralleli della superficie stessa. Detti, in un punto qualunque, ρ ed r il raggio di curvatura del meridiano e il raggio del parallelo rispettivamente, φ ed ω la latitudine e la longitudine, e, presi per linee coordinate i meridiani e i paralleli, l'espressione del quadrato dell'elemento lineare sarà:

$$ds^2 = \rho^2 d\varphi^2 + r^2 d\omega^2,$$

e, per le note espressioni dei parametri differenziali:

$$\Delta_1 \varphi = \frac{1}{\rho}\,; \qquad \Delta_2 \varphi = \frac{1}{\rho r}\,\frac{d}{d\varphi}\cdot\frac{r}{\rho}\,.$$

« Quindi, osservando che la misura della curvatura della superficie è espressa da $\frac{\cos\varphi}{\rho r}$, avremo in questo caso:

$$A = \frac{\Delta_2\varphi}{(\Delta_1\varphi)^2} = \frac{d}{d\varphi}\log\frac{r}{\rho}\,; \qquad B = -\frac{2\rho}{r}\cos\varphi.$$

« Con queste espressioni di A e B, la (12) dà immediatamente:

$$M(\varphi) = \frac{2\rho}{r}(\operatorname{sen}\varphi - \operatorname{sen}\varphi_0)\,.$$

« Si ha quindi il quadrato del modulo della rappresentazione espresso da:

$$m^2 = \psi(\varphi) = C e^{\int M(\varphi) d\varphi} = C e^{\int \frac{2\rho}{r}(\mathrm{sen}\,\varphi + \mathrm{sen}\,\varphi_0) d\varphi},$$

Per la sfera di raggio R, si ha:

$$\rho = R, \qquad r = R \cos\varphi,$$

$$m^2 = \psi(\varphi) = \frac{C}{\cos^2\varphi} \left\{ \mathrm{tang}\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right) \right\}^{2\,\mathrm{sen}\,\varphi_0},$$

che è precisamente l'espressione del quadrato del modulo nella rappresentazione *conica ortomorfa* di Gauss. Questa projezione dà la minima alterazione lungo il parallelo di latitudine φ_0.

« Per $\varphi_0 = 0$ si ha la projezione di *Mercatore.*

« Per $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$, si ha la *stereografica polare* ».

PERSONALE ACCADEMICO

Pervenne all'Accademia la dolorosa notizia della morte del Socio Augusto Vera, mancato ai vivi in Napoli il 13 luglio 1885.

Augusto Vera era nato in Amelia il 4 maggio 1813. Compì i propri studî letterari a Spello e poi a Lodi, e nel 1826 venne a studiare archeologia in Roma. Dopo di essere stato a Parigi, e poscia in Isvizzera, dove insegnò in alcuni Istituti, ritornò a Parigi, ed ivi sino al 1852 fu professore di filosofia di quella università. Tanto in Francia, quanto in Inghilterra dove si recò nel 1852, collaborò a varie Riviste, e rivolse sempre i propri studî alla filosofia germanica, e specialmente alla hegeliana. Ritornato in Italia nel 1860, fu professore di storia in Milano, e traslocato a Napoli, insegnò filosofia in quella università, sino ai suoi ultimi giorni. Il prof. Augusto Vera apparteneva all'Accademia come Socio nazionale dal 12 novembre 1883.

Elenco delle pubblicazioni del Socio A. Vera.

Problème de la certitude, 1 vol. in-8.° Paris, Germer Baillière.

Platonis Aristotelis et Hegelii de medio termino doctrina, 1 vol. in-8.° Paris, Germer Baillière.

Introduction à la philosophie de Hégel. Deuxième édition, 1 vol. in-8. Paris, Germer Baillière.

Essais de philosophie Hégélienne, 1 vol. in-8.° Paris, G. Baillière.

Logique de Hégel. Deuxième edition, traduite pour la première fois et accompagnée d'une introduction et d'un commentaire perpétuel, 2 vol. in-8.° Paris, Germer Baillière.

Philosophie de l'Esprit de Hégel, traduite pour la première fois, et accompagnée d'une introduction et d'un commentaire perpétuel, 2 vol. in-8.° Paris, Germer Baillière.

Philosophie de la Nature de Hégel, traduite pour la première fois, et accompagnée d'une introduction et d'un commentaire perpétuel, 3 vol. in-8.° Paris, Germer Baillière.

Philosophie de la Religion de Hégel, traduite pour la première fois, et accompagnée de plusieurs introductions et d'un commentaire perpétuel. Paris, Germer Baillière.

L'Hégélianisme et la Philosophie, Naples Detken; Paris Germer Baillière 1 vol.

Mélanges philosophiques, Naples Detken; Paris, Germer Baillière (Scritti francesi e italiani) 1 vol.

Cavour et l'Eglise libre dans l'Etat libre. (Questo libro fu pubblicato primieramente in italiano, e poi venne ristampato in francese coll'aggiunta di una prefazione). Napoli Detken; Paris, Germer Baillière, 1 vol. in-8.°

Strauss, et l'ancienne et la nouvelle foi. (*Critique du livre de Strauss*), 1 vol. Naples Detken; Paris, Germer Baillière.

Inquiry into Speculative and Experimental Science, 1 vol. in-8.° London, Trübner.

Introduction to Speculative Logik and Philosophy, 1 vol. S. Louis. (U. S.) Gray, Baker and C.°, New-York, Appleton and C.°

Prolusioni alla Storia della Filosofia (epoca socratica) e alla *Filosofia della Storia*, 1 vol. Napoli, Detken.

Lezioni sulla Filosofia della Storia, raccolte e pubblicate da Raffaele Mariano. 1 vol. Firenze, Lemmonnier.

Platone e l'immortalità dell'anima, Napoli Detken e Antonio Morano.

Problema dell'assoluto. Napoli Detken, e Antonio Morano.

Saggi filosofici. Napoli, 1 vol. Antonio Morano.

Il nome Italia. Parte I. II. Napoli, 1884.

Dio secondo Platone, Aristotele e Hegel. 1882 (stava leggendolo all'Accademia di Napoli)

Il Giuramento.

Problema dell'Assoluto. Parte I-IV. 1872-1882

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Furono inviate in dono all'Accademia le seguenti pubblicazioni di Socî:

G. Boccardo. *Economia politica.* 7ª Edizione torinese. Vol. I-III.

N. von Kokscharow. *Materialien zur Mineralogie Russlands.* Bd. IX s. 81-272.

CONCORSI A PREMI

Dall'Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna, pervenne il programma pel concorso libero al premio Aldini sul *Galvanismo.*

Il premio consiste in una medaglia d'oro del valore di L. 1000, e sarà conferita all'autore di quella Memoria sul *Galvanismo* (Elettricità animale) che sarà giudicata la più meritevole, per l'intrinseco valore sperimentale e scientifico. Tempo utile per la presentazione delle Memorie sino al 9 maggio 1887.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Bologna; la Società storica lombarda, di Milano; la Società geologica di Edimburgo; la Società di scienze naturali di Giessen; la R. Biblioteca di Parma; la Biblioteca nazionale di Brera,

di Milano; la civica Biblioteca di Vercelli; la Biblioteca provinciale di Aquila; la Scuola politecnica di Monaco.

Ringraziarono ed annunciarono l'invio delle loro pubblicazioni:

La Società di storia naturale, di Boston e l'Osservatorio degli Stati Uniti, di Washington.

La Presidenza della R. Deputazione sovra gli studî di storia patria per le Antiche Provincie e la Lombardia, mandò invito alla R. Accademia per assistere al 3° Congresso storico italiano, che, rimandato l'anno scorso per note e dolorose circostanze, si terrà in Torino dal 12 al 19 settembre 1885.

Il Congresso verrà aperto il 13 settembre al tocco e si chiuderà nel giorno 19 dello stesso mese. In questi giorni si terranno adunanze parziali o generali nelle sale della R. Accademia delle scienze, nelle ore che saranno stabilite dalla Presidenza del Congresso.

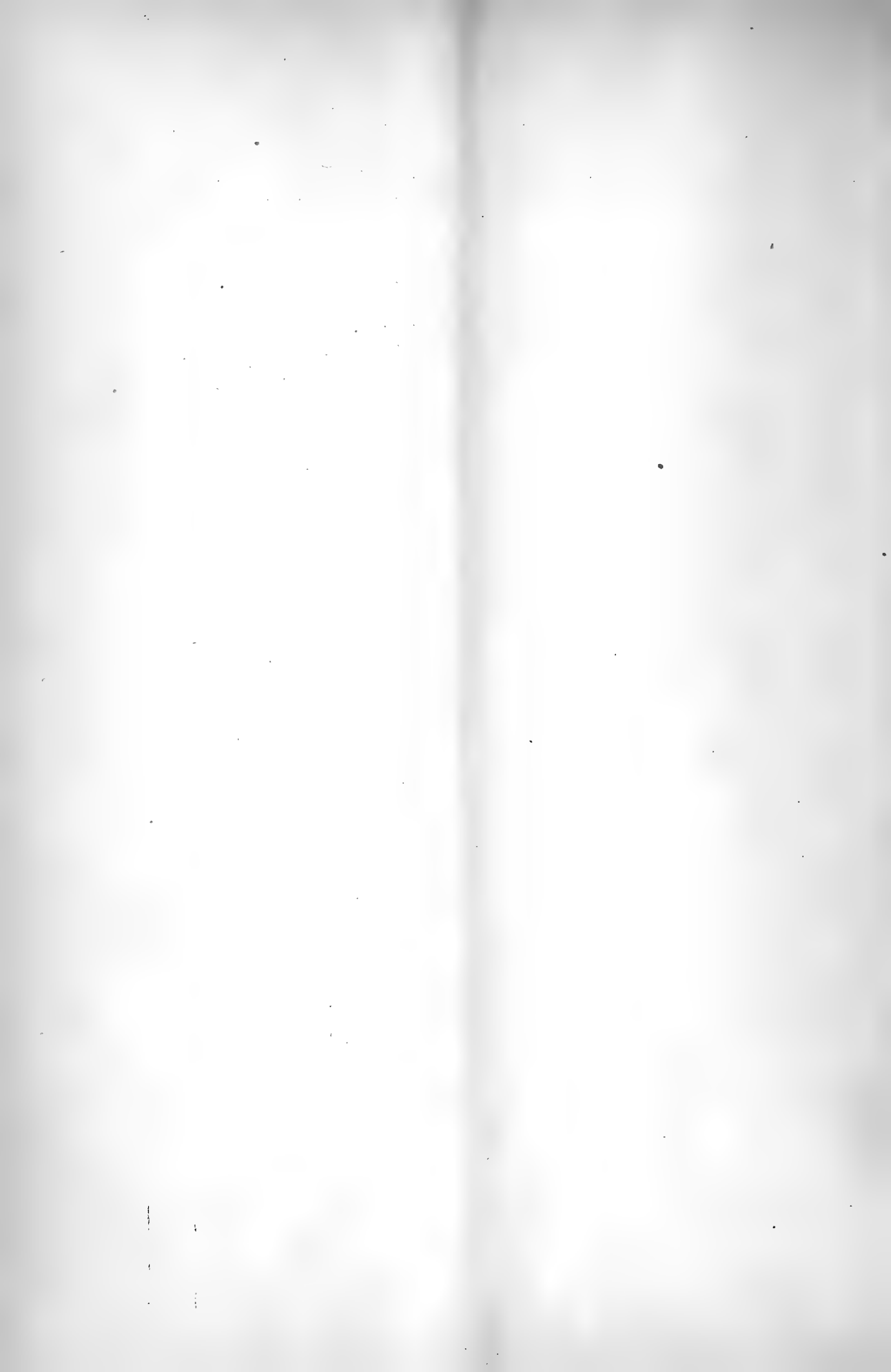
I temi presentati alle deliberazioni del Congresso sono due. Il primo formolato dalla R. Deputazione di storia patria in unione alla Società storica di Milano ed alla Società Ligure di storia patria è del seguente tenore:

« *Studiare i mezzi pratici per la istituzione di una rete storico-biblio-*
« *grafica che si estenda su tutte le regioni d' Italia, stabilisca comunica-*
« *zioni e corrispondenze fra le diverse Società storiche e in generale fra*
« *i cultori di queste discipline e promuova la compilazione di bibliografie*
« *locali e speciali, di indici sistematici delle publicazioni documentate e*
« *di regesti delle collezioni archivistiche* ».

Il secondo, presentato dalla R. Deputazione Veneta, è così concepito:

« *Studiare la uniforme compilazione di un lavoro sulla topografia*
« *dell' Italia all' epoca Romana* ».

Durante il Congresso verrà inaugurato, nel portico della R. Accademia, un ricordo monumentale alla venerata memoria dell'illustre storico Ercole Ricotti.

D. C.
P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 2 agosto 1885.

Astronomia. — *La corona solare.* Nota del Socio P. Tacchini.

« Il professore Forel scriveva non ha guari (vedi *Archives des sciences physiques et naturelles* n. 5, 15 giugno 1885, Genève) che « sur les hautes montagnes lorsque le ciel est serein, le cercle de Bishop est tellement apparent, qu'il a frappé chacun, lettré ou illettré. Or, le montagnardes et les alpinistes, sont d'accord pour affirmer que c'est un phénomène nouveau ». Io posso aggiungere una osservazione, che ho fatto di recente, la quale conferma la dichiarazione del sig. Forel, per ciò che riguarda la visibilità della corona solare sulle alte montagne. Al principio del corrente luglio io fui sull'Etna, e mentre che a Roma, Napoli, Messina e Catania il sole si presentava contornato di un'ampia aureola bianca nelle ore meridiane, sull'Etna fui veramente sorpreso nel vedere invece il sole contornato da una piccola aureola bianchissima concentrica ad una magnifica corona di colore rosso rame assai delicato. Questa corona rosea era molto bene definita sul fondo bleu intenso del cielo, e si trasformava poi in arco meno deciso e di una tinta difficile da definirsi, e di un'ampiezza più grande, pressapoco come l'arcone osservato le tante volte a Roma, poco dopo il nascere del sole e poco prima del suo tramonto. Intanto devo dire che dal 2 luglio ho notato la ricomparsa dei fenomeni crepuscolari e del grande arco solare, quando il sole è prossimo all'orizzonte; fenomeni che da qualche mese non si erano più veduti; però i nuovi crepuscoli rossi sono ben poca cosa in confronto di quelli osservati nel 1883 e 1884. Ma se anche i nuovi sono deboli, le alternative osservate nella loro frequenza e intensità, mi

sembrano dimostrare, che tali fenomeni non possono avere per causa la eruzione del Krakatoa che ebbe luogo il 17 agosto 1883. In quanto alla novità del fenomeno, cioè dell'aureola solare che anche ora si vede dalle alte montagne, se non può veramente asserirsi che è un fenomeno nuovo, io debbo pur dire che per lo meno sarà rarissimo, perchè in tante osservazioni da me fatte, comprese quelle sull'Etna nei passati anni, non ebbi mai ad accorgermi di un'aureola del genere dell'attuale. Alla Carolina poi in maggio 1883, ove il cielo era in certe ore del giorno limpidissimo, abbiamo notato col Palisa la piccola aureola bianchissima che contornava il sole in vicinanza del meridiano ».

Fisica. — *Sull'errore nel metodo delle deflessioni prodotto dallo spostamento del filo di sospensione dalla verticale.* Nota I, del dott. L. Palazzo, presentata dal Socio Blaserna.

1. « Nel metodo delle deflessioni di Lamont, sull'ago liberamente sospeso, oltre alla coppia di rotazione che lo fa deviare dal meridiano magnetico, si esercita anche un' altra forza diretta nel senso della lunghezza dell'ago; la qual forza da nessuno finora, per quanto io sappia, è stata presa in considerazione. È chiaro che l'effetto di questa forza *longitudinale* si riduce a fare spostare l'ago nel piano verticale, normale alla direzione della sbarra magnetica deflettente, e quindi a far deviare il filo di sospensione di un certo angolo dalla verticale, determinato dalla condizione che l'azione della gravità su tutto il sistema sospeso (ago, staffa e specchietto) faccia equilibrio all'azione della detta forza. Questa deviazione del filo di sospensione produce un' eccentricità dell'ago libero, cioè fa sì che l'asse del magnete deflettente prolungato non passi per il centro dell'ago, come si suppone nella pratica delle deflessioni, ma invece intersechi l'ago in un punto posto ad una certa distanza dal centro di esso ; e questa eccentricità dell'ago può costituire una causa di errore nella misura dell' intensità della componente orizzontale del magnetismo terrestre.

« Volendo ricercare i limiti di tale errore per vedere se di esso convenga tener conto nella pratica, è necessario anzitutto procurarci le espressioni analitiche della forza longitudinale e dello spostamento in discorso.

2. « Se supponiamo la sbarra deflettente NS disposta normalmente alla direzione dell'ago calamitato ns, ed in modo che il suo asse prolungato dalla parte Sud passi pel punto di mezzo dell' ago, la componente longitudinale della ripulsione che nasce fra due elementi E, e, presi sulle due metà Nord della sbarra e dell'ago alle distanze x e x' dai rispettivi centri, ed in cui si trovino le quantità di magnetismo dm, dm', è espressa da

$$\frac{dm\,dm'\,.\,x'}{\left[(\mathrm{R}+x)^2+x'^2\right]^{\frac{3}{2}}},$$

dove R rappresenta la distanza fra il centro della sbarra e la direzione dell' ago.

« Il Lamont nel suo classico libro sul magnetismo terrestre (¹) accenna appena a questa componente, e poi non se ne occupa più affatto, dicendo che le due metà dell'ago calamitato vengono per questa componente attratte con eguali intensità secondo direzioni *opposte*, sicchè la risultante resta uguale a zero, ammesso che il magnetismo sia simmetricamente distribuito nelle due metà della calamita. Ma ciò non può essere vero, perchè se noi consideriamo dall'altra parte del centro dell'ago un elemento e_1 simmetrico di e, la quantità di magnetismo da esso posseduta sarà $-dm'$, la sua distanza dal centro sarà espressa da $-x'$, e quindi la detta componente assume per e_1 un valore identico a quello di prima: $\frac{dm\ dm'.x'}{\left[(R+x)^2+x'^2\right]^{\frac{3}{2}}}$. Le due componenti adunque sono uguali e dello stesso segno; quindi entrambe sono dirette nel senso *s n* della lunghezza dell'ago, come pure riesce manifesto a chi fa la costruzione grafica.

« La risultante F di tutte queste forze longitudinali all' ago si avrà integrando l'espressione precedentemente ottenuta per tutta la lunghezza del magnete deflettente e dell'ago sospeso, cioè sarà:

$$F=\iint\frac{x'}{\left[(R+x)^2+x'^2\right]^{\frac{3}{2}}}dm\,dm'.$$

« Per eseguire l'integrazione cominciamo dallo sviluppare il coefficiente di $dm\ dm'$, trascurando (per ciò che è stato dimostrato da Lamont e da Sabine) i termini colle potenze di $\frac{1}{R}$ superiori alla quinta. Abbiamo:

$$\frac{x'}{\left[(R+x)^2+x'^2\right]^{\frac{3}{2}}}=\frac{x'}{R^3}-\frac{3xx'}{R^4}+\frac{1}{R^5}\left(6x^2x'-\frac{3}{2}x'^3\right)$$

« Quindi:

$$F=\frac{1}{R^3}\iint x'\,dm\,dm'-\frac{3}{R^4}\iint xx'\,dm\,dm'+$$
$$+\frac{6}{R^5}\iint x^2x'\,dm\,dm'-\frac{3}{2R^5}\iint x'^3\,dm\,dm'.$$

« Ora gli integrali $\int dm$, $\int dm'$ e gli integrali contenenti potenze pari di x o di x' sono tutti nulli, nell' ipotesi che la distribuzione del magnetismo sia simmetrica nelle due metà delle calamite; e chiamando M il momento magnetico della sbarra deflettente, M' quello dell' ago libero, si ha $\int x\,dm=M$, $\int x'\,dm'=M'$. Perciò resta la formola assai semplice:

$$F=-\frac{3}{R^4}MM'. \qquad (1)$$

(¹) Lamont, *Handbuch des Erdmagnetismus*, Berlino [1849], pag. 23.

« Avendo noi annesso il segno $+$ all'espressione della forza elementare longitudinale che agiva nel senso sn, il segno $-$ del valore della forza risultante F ci indica che questa forza risultante agisce nel senso contrario ns, cioè nella direzione del polo dell'ago che è omonimo col polo più vicino della sbarra. E difatti colla disposizione da noi scelta, l'ago deve tendere ad allontanare il suo polo Sud e avvicinare il suo polo Nord al polo Sud della sbarra.

« Nell'espressione della forza F entra la potenza quarta della distanza R al denominatore; quindi questa forza sarà molto piccola, se la distanza R si prende alquanto grande relativamente alle dimensioni dei due magneti.

3. « Ora, come già si è detto, questa forza longitudinale fa deviare il filo di sospensione dell'ago dalla verticale, fintantochè il peso P dell'intero sistema sospeso al filo e la forza F applicata all'ago si facciano equilibrio.

« Se chiamiamo α quel piccolo angolo di cui devia il filo, le componenti normali al filo di sospensione della forza F e del peso P sono rispettivamente $F\cos\alpha$ e $P\operatorname{sen}\alpha$; e pel fatto dell'equilibrio sarà:

$$P \operatorname{sen}\alpha = F\cos\alpha \qquad \text{ossia:} \qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{F}{P}.$$

« Ma chiamando l la lunghezza del filo di sospensione, e λ la distanza orizzontale fra le posizioni occupate dal centro dell' ago mobile prima che avvenga lo spostamento e dopo avvenuto lo spostamento, abbiamo anche $\operatorname{sen}\alpha = \frac{\lambda}{l}$; e poichè α è un angolo piccolo, possiamo senza tema di errore sensibile ritenere il λ determinato dalla relazione:

$$\lambda = \frac{F}{P} l,$$

ossia sostituendo ad F il suo valore assoluto:

$$\lambda = \frac{3}{R^4} \frac{MM'}{P} l. \qquad (2)$$

« Lo spostamento lineare del centro di sospensione dell'ago sarà adunque tanto maggiore quanto più lungo sarà il filo di sospensione, quanto più leggero il sistema sospeso, e quanto più grandi i magneti adoperati.

4. « Noi adesso ricercheremo quale sia in generale l'errore che proviene da uno spostamento longitudinale λ qualunque dell'ago, nell'espressione del momento di rotazione che deve fare equilibrio alla coppia magnetica terrestre.

« Siano NS il magnete fisso e ns l'ago libero disposti normalmente fra loro. Supponiamo che l'asse del primo prolungato dalla parte Sud incontri il secondo ad una distanza λ dal centro, contata sulla metà Nord dell'ago; e seguitiamo a ritenere indicata con R non già la distanza fra i centri delle due calamite, ma la distanza fra il centro del magnete deflettente e la direzione dell'ago mobile, che è precisamente quella distanza la quale si legge sulle braccia graduate del teodolite magnetico di Lamont nell'esperienza delle deflessioni.

« Considerando la componente normale all'ago della repulsione che si esercita fra due elementi E, e, presi sulle metà Nord alle distanze x e x' dai centri dei due magneti, ed in cui risiedano le quantità di magnetismo dm, dm' si ha per espressione della detta componente:

$$\frac{dm\,dm'\,(R+x)}{\left[(R+x)^2+(x'-\lambda)^2\right]^{\frac{3}{2}}}.$$

« Il momento elementare di rotazione dovuto agli elementi dm, dm' si avrà moltiplicando l'espressione precedente per x'; ed il momento totale di rotazione dell'ago sarà dato dall'integrale:

$$Q=\iint\frac{dm\,dm'\,(R+x)\,x'}{\left[(R+x)^2+(x'-\lambda)^2\right]^{\frac{3}{2}}}.$$

« Ora noi possiamo scrivere:

$$\frac{(R+x)\,x'}{\left[(R+x)^2+(x'-\lambda)^2\right]^{\frac{3}{2}}}=\frac{x'}{R^2}\left(1+\frac{x}{R}\right)\left(1+\frac{2Rx+x^2+x'^2+\lambda^2-2\lambda x'}{R^2}\right)^{-\frac{3}{2}}$$

$$=\frac{x'}{R^2}-\frac{2}{R^3}xx'-\frac{3}{R^4}\left(\frac{1}{2}x'^3-x^2x'-\lambda x'^2+\frac{1}{2}\lambda^2x'\right)+$$

$$+\frac{6}{R^5}\left(xx'^3-\frac{4}{6}x^3x'+\lambda^2xx'-2\lambda xx'^2\right).$$

« Pertanto integrando colle norme precedenti, cioè ritenendo che gli integrali $\int dm$, $\int dm'$ e quelli contenenti potenze pari di x o di x' siano nulli, avremo:

$$Q=-\frac{2}{R^3}MM'-\frac{4}{R^5}\iint x^3x'\,dm\,dm'+\frac{6}{R^5}\iint xx'^3\,dm\,dm'+\frac{6}{R^5}\lambda^2MM'$$

$$=-\left(\frac{2}{R^2}MM'+\frac{a}{R^5}-\frac{6}{R^5}\lambda^2MM'\right)$$

nella quale ultima per brevità si è posto:

$$4\iint x^3x'\,dm\,dm'-6\iint xx'^3\,dm\,dm'=a.$$

« Il segno — del valore di Q sta semplicemente ad indicare che il senso della rotazione è quello per cui al polo più vicino della sbarra tende ad avvicinarsi il polo eteronimo dell'ago. Quindi astraendo dal segno potremo semplicemente scrivere:

$$Q=\frac{2}{R^3}MM'+\frac{a}{R^5}-\frac{6}{R^5}\lambda^2MM'. \qquad (3)$$

« Se si confronta questa espressione con quella che si avrebbe nel caso in cui l'asse prolungato del magnete deflettente passasse precisamente pel centro dell'ago, si vede che l'unica differenza sta nell'esservi un termine di più: $-\frac{6}{R^5}\lambda^2MM'$, nel denominatore del quale trovasi la quinta potenza di R. Ne consegue che in generale un piccolo errore di eccentricità λ dell'ago

non potrà portare un grave errore nel valore del momento di rotazione, e quindi nella misura della componente orizzontale del magnetismo.

« Inoltre poichè la distanza λ entra in quel termine al quadrato, ne viene che qualunque sia il senso di questa lunghezza, vale a dire sia essa positiva o negativa, cioè contata dal centro verso il polo Nord o verso il polo Sud dell'ago, l'errore prodotto in Q è sempre lo stesso e dello stesso segno. Se ne deduce che tale errore non può essere compensato nè trasportando il magnete deflettente dall'altra parte dell'ago *ns*, nè rovesciando i poli del magnete, ossia esso non viene eliminato nel medio delle quattro deviazioni che si usano produrre nella pratica delle deflessioni.

5. « Se ora nella formola (3) invece di λ poniamo il valore (2) precedentemente trovato per lo spostamento prodotto dalla forza longitudinale F sull'ago, otteniamo pel momento di rotazione:

$$Q=\frac{2}{R^3}MM'+\frac{a}{R^5}-\frac{54}{R^{13}}\frac{(MM')^3}{P^2}l^2, \tag{4}$$

dove abbiamo per termine di correzione la quantità:

$$\varepsilon=\frac{54}{R^{13}}\frac{(MM')^3}{P^2}l^2 \tag{5}$$

coll'R alla 13ª potenza nel denominatore.

« Qui però è d'uopo avvertire che in causa appunto dello spostamento λ che avviene dell'ago soggetto al magnete deflettente, si potrebbe credere che la forza longitudinale F non fosse più precisamente espressa dalla formola così semplice (1); ma è facile verificare che l'influenza di tale spostamento λ non si fa sentire nel valore di F che nei termini che verrebbero dopo la quinta potenza di $\frac{1}{R}$. Quindi possiamo ancor sempre ritenere la forza F espressa sensibilmente dalla formola (1); ed i risultati precedentemente ottenuti non hanno punto da essere modificati.

6. « Ciò posto, la coppia magnetica terrestre che nel metodo delle deflessioni di Lamont fa equilibrio al momento di rotazione dell'ago, quando la deviazione dal meridiano magnetico è φ, è espressa da $M'X \operatorname{sen}\varphi$, dove M' è il momento magnetico dell'ago, e X è l'intensità della componente orizzontale del magnetismo terrestre. Quindi posto per semplicità:

$$\eta=27\left(\frac{MM'}{P}l\right)^2 \quad (6), \qquad \frac{a}{M'}=q,$$

la (4) si potrà anche scrivere così:

$$X \operatorname{sen}\varphi=\frac{2}{R^3}M\left(1-\frac{\eta}{R^{10}}\right)+\frac{q}{R^5}.$$

« Se poi corrispondentemente ad un'altra distanza R_1 della sbarra, si leggerà la deviazione φ_1, avremo:

$$X \operatorname{sen}\varphi_1=\frac{2}{R_1{}^3}M\left(1-\frac{\eta}{R_1{}^{10}}\right)+\frac{q}{R_1{}^5}.$$

« Dalle due equazioni eliminando la costante q, otteniamo il rapporto:

$$\frac{X}{M}=2\frac{R_1^2-R^2}{R_1^5 \operatorname{sen}\varphi_1-R^5 \operatorname{sen}\varphi}\left\{1+\frac{(R_1^2+R^2)(R_1^4+R^4)}{R_1^8 R^8}\eta\right\};$$

e poichè col far oscillare la calamita deviatrice viene determinato il valore della quantità $MX=\frac{\pi^2 K}{t^2}$, dove t è la durata d'oscillazione e K il momento d'inerzia della sbarra, avremo per l'intensità della componente orizzontale:

$$X=\frac{\pi}{t}\sqrt{2K\frac{R_1^2-R^2}{R_1^5 \operatorname{sen}\varphi_1-R^5 \operatorname{sen}\varphi}}\left\{1+\frac{1}{2}\frac{(R_1^2+R^2)(R_1^4+R^4)}{R_1^8 R^8}\eta\right\};$$

dalla quale si scorge che in ultima analisi l'errore commesso nella misura della componente orizzontale per aver trascurato lo spostamento dell'ago dovuto alla forza longitudinale, può essere corretto moltiplicando il valore di X ottenuto colle deflessioni e colle oscillazioni per:

$$1+\frac{1}{2}\frac{(R_1^2+R^2)(R_1^4+R^4)}{R_1^8 R^8}\eta, \qquad (7)$$

dove la quantità η può riguardarsi come nota, perchè noi possiamo sempre mediante prove preliminari procurarci dei valori anche solo approssimati dei momenti magnetici M e M', e poi servirci di questi valori per calcolare un η da introdursi con sufficiente esattezza nel fattore di correzione.

« Il coefficiente $\frac{1}{2}\frac{(R_1^2+R^2)(R_1^4+R^4)}{R_1^8 R^8}$ del termine di correzione è della dimensione — 10 rispetto alla distanza della sbarra dall'ago; donde si può già *a priori* conchiudere che tale termine di correzione è trascurabile, a meno che il filo di sospensione non abbia una lunghezza l eccessivamente grande ed i momenti magnetici M e M' siano straordinariamente forti. Siccome però negli ordinari teodoliti magnetici le calamite hanno piccole dimensioni, ed il filo di sospensione non supera i 40 o 50 cm. di lunghezza, e siccome d'altra parte coi mezzi attualmente in uso non si può avere l'intensità della componente orizzontale con un'approssimazione maggiore di 0,0001 del suo valore, così per quelle lunghezze ed anche per lunghezze molto maggiori del filo di sospensione non è da temersi nella pratica delle deflessioni col metodo di Lamont alcun errore sensibile pel fatto della deviazione del detto filo dalla verticale. Ciò peraltro verrà messo in maggior luce da alcuni dati sperimentali e calcoli numerici che riporterò in un'altra mia prossima Nota.

7. « Un altro metodo che più raramente si usa nell'esperienza delle deflessioni, è quello detto di Sud-Nord in cui il magnete deflettente NS si dispone normale alla lunghezza dell'ago ns in modo che l'asse di quest'ago prolungato passi pel punto di mezzo della sbarra.

« Allora noi abbiamo perfetta simmetria rispetto all'asse ns dell'ago libero; e sia con una semplice costruzione grafica, sia ricercando come prima, l'espressione analitica della componente della ripulsione diretta nel senso

della lunghezza dell'ago, è facile persuadersi che due elementi qualunque della sbarra simmetricamente posti rispetto al centro di questa, esercitano su di un medesimo elemento dell'ago azioni longitudinali che sono eguali ed opposte. Pertanto in questo caso non può più aver luogo lo spostamento longitudinale che avevamo prima nel metodo detto di Est-Ovest.

8. « Sarebbe poi facile dimostrare che nel metodo di Gauss, in cui il magnete deflettente viene mantenuto sempre normale al meridiano magnetico, avviene pure uno spostamento longitudinale dell'ago. L'espressione dell'errore verrebbe in tal caso alquanto più complicata, e sarebbe funzione dell'angolo di deflessione; però non occorre che di esso ci occupiamo in particolare, giacchè il suo valore risulta essere del medesimo ordine di grandezza dell'errore commesso nel metodo di Lamont, che è il più comunemente adoperato nelle misure ».

Fisica. — *Variazioni che sono prodotte sul valore del momento d'inerzia di un corpo dall'irregolare distribuzione della materia in esso.* Nota II, del dott. A. MORGHEN, presentata dal Socio BLASERNA.

« A compimento del mio studio sulle correzioni da applicarsi al valore dei momenti d'inerzia dei corpi, dovute alla ineguale distribuzione della materia in essi, e del quale furono pubblicati i risultati in una Nota inserita nei Rendiconti delle sedute della r. Accademia dei Lincei [1], espongo ora le conseguenze alle quali sono arrivato prendendo in esame una sbarra cilindrica.

« Anche in questo caso, partendo da considerazioni analoghe a quelle fatte per l'anello, il problema può essere trattato con sufficiente generalità per diverse distribuzioni della materia nelle sbarre.

« Si consideri pertanto una retta di lunghezza l nella quale la densità varii da punto a punto proporzionalmente alla distanza da un estremo. Allora prendendo per asse x la retta stessa e per origine uno degli estremi, la densità in un punto distante di x dall'origine si potrà esprimere con

$$\mu\left(1+\frac{\gamma}{l}x\right)$$

essendo μ il valore della densità nell'estremo preso per origine, e γ il rapporto fra la variazione totale che subisce questa densità ed il suo valore minimo.

« La massa della retta sarà:

$$M=\mu\int_0^l\left(1+\frac{\gamma}{l}x\right)dx=\mu l\left(1+\frac{\gamma}{2}\right)$$

[1] Vol. I. 1884-1885, pag. 469.

e il suo momento d'inerzia rispetto ad un asse passante per l'estremo preso per origine e perpendicolare alla retta è

$$\mu \int_0^l \left(1+\frac{\gamma}{l}x\right)x^2\,dx = \mu l^3\left(\frac{1}{3}+\frac{\gamma}{4}\right). \qquad (1)$$

« La distanza del centro di gravità della retta dal medesimo estremo è data da

$$x = \frac{\mu \int_0^l \left(1+\frac{\gamma}{l}x\right)x\,dx}{\mu l\left(1+\frac{\gamma}{2}\right)} = l\,\frac{\frac{1}{2}+\frac{\gamma}{3}}{1+\frac{\gamma}{2}}$$

e quindi il momento d'inerzia della retta attorno ad un asse passante pel suo centro di gravità e ad essa perpendicolare sarà

$$K_1 = \mu l^3\left(\frac{1}{3}+\frac{\gamma}{4}\right) - M l^2 \left[\frac{\frac{1}{2}+\frac{\gamma}{3}}{1+\frac{\gamma}{2}}\right]^2$$

e siccome

$$\mu = \frac{M}{l\left(1+\frac{\gamma}{2}\right)}$$

si ha

$$K_1 = M l^2\,\frac{\frac{1}{12}+\frac{1}{12}\gamma+\frac{1}{72}\gamma^2}{\left(1+\frac{\gamma}{2}\right)^2}.$$

« Se $\gamma = 0$, cioè se si ha il caso della retta omogenea, allora questo momento d'inerzia è

$$K_0 = \frac{1}{12} M l^2$$

e quindi

$$\frac{K_1 - K_0}{K_0} = -\frac{1}{12}\,\frac{\gamma^2}{\left(1+\frac{\gamma}{2}\right)^2}$$

e il fattore di correzione è in tal caso

$$1 - \frac{1}{12}\,\frac{\gamma^2}{\left(1+\frac{\gamma}{2}\right)^2}.$$

« Se si considera ora una retta nella quale la densità cresce simmetricamente dal punto di mezzo verso gli estremi nel rapporto $1:1+\gamma$, il suo momento d'inerzia rispetto ad un asse perpendicolare alla retta e passante pel punto di mezzo di essa, si otterrà prendendo il doppio del secondo membro della (1); perchè è la stessa cosa come se si considerassero due

rette eguali ciascuna a metà della data, e nelle quali la distribuzione delle densità fosse quella stessa del caso a cui si riferisce la (1). Per conseguenza questo momento d'inerzia è

$$K'_1 = 2\mu l^3 \left(\frac{1}{3} + \frac{\gamma}{4}\right) = 2Ml^2 \frac{\frac{1}{3} + \frac{\gamma}{4}}{1 + \frac{\gamma}{2}}$$

ove però M indica la metà della massa totale e l la semilunghezza della retta. Conservando ad M e ad l il loro significato, si ha

$$K'_1 = \frac{Ml^2}{4} \frac{\frac{1}{3} + \frac{\gamma}{4}}{1 + \frac{\gamma}{2}}$$

e quindi, come nel caso precedente, essendo $K'_0 = \frac{Ml^2}{12}$,

$$\frac{K'_1 - K'_0}{K'_0} = \frac{\gamma}{4\left(1 + \frac{\gamma}{2}\right)}$$

e il fattore di correzione è

$$1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{\gamma}{1 + \frac{\gamma}{2}} .$$

« Se analogamente a quanto si è fatto per l'anello, si considera la retta come formata di tanti segmenti in ciascuno dei quali la densità varia colla stessa legge da un estremo all'altro del segmento medesimo, allora è evidente che questo caso si avvicina tanto più a quello della distribuzione uniforme quanto più grande è il numero dei segmenti; ma il fattore di correzione non sarà l'unità altro che quando il numero di tali segmenti sia infinito.

« Facendo qui un confronto fra i valori del fattore di correzione trovati nel caso dell'anello circolare di sezione infinitesima e quelli trovati nel caso della retta, è notevole il fatto che quando la densità varia nell'un caso e nell'altro in modo che i suoi valori, a partire da un certo, si ripetono periodicamente, allora è soltanto la seconda potenza di γ che questi fattori contengono; mentre invece se la densità varia simmetricamente rispetto ad un punto della massa, allora per la retta si ha nel fattore di correzione la prima potenza di γ, per l'anello la seconda soltanto. Se poi si hanno due o più parti, sì per l'anello, come per la retta, in ciascuna delle quali l'andamento della densità è il medesimo, per l'anello, come ho già mostrato nella prima Nota, il fattore di correzione è l'unità; per la retta invece non ha questo valore altro che quando il numero delle sue parti sia infinito.

« Tutte le considerazioni fatte fin qui s'intende che possono estendersi a sbarre cilindriche e ad anelli circolari di dimensioni finite; e quindi si può concludere che l'uso degli anelli, a parità di altre circostanze, offre un deciso vantaggio, il quale deriva da una compensazione che dipende dalla

distribuzione delle sue parti per rispetto all'asse di sospensione, e che non ha luogo affatto per la sbarra.

« Per trovare delle espressioni applicabili ai casi pratici conviene, come per l'anello, prendere in esame delle sbarre cilindriche di dimensioni finite, e supporle decomponibili in parti omogenee, sebbene diverse le une dalle altre.

« Per una sbarra cilindrica di lunghezza $2l$, avente una sezione retta di raggio r e una densità uniforme μ, il momento d'inerzia rispetto ad un asse passante pel suo centro di gravità, che è anche il centro di figura, e diretto normalmente all'asse geometrico della sbarra è:

$$\mathrm{K} = 2\pi r^2 l\left(\frac{l^2}{3} + \frac{r^2}{4}\right). \qquad (2)$$

« Se poi si prende a considerare una sbarra di dimensioni eguali a questa prima, ma di densità diversa, il suo momento d'inerzia preso come è detto di sopra, potrà riguardarsi come la sovrapposizione di due momenti d'inerzia, uno dovuto ad una sbarra del tutto identica alla prima, e l'altro ad una seconda sbarra delle stesse dimensioni, ma con una densità eguale all'eccesso di quella della sbarra primitiva su quella della seconda.

« Allora se si suppone una sbarra cilindrica non omogenea come costituita da un numero qualunque di parti, che si otterrebbero tagliandola con dei piani perpendicolari al suo asse geometrico, ciascuna delle quali sia omogenea, ma di densità diversa l'una dall'altra, a queste singole parti potrà applicarsi quel che è stato detto finora. Assumendo per semplicità eguale a $2n$ il numero di queste parti, la lunghezza di una di esse sarà $\frac{l}{n}$; e indicando con $\gamma_1, \gamma_2 \ldots . \gamma_{2n}$ gli eccessi della densità media della sbarra sulla densità di ciascuna delle sue $2n$ parti, il momento d'inerzia di essa rispetto ad un asse passante pel suo centro di figura e perpendicolare al suo asse geometrico sarà:

$$\mathrm{K}' = 2\pi r^2 l \left[\begin{array}{c} \left(\frac{l^2}{3(2n)^2} + \frac{r^2}{4}\right)\frac{2n\mu + \gamma_1 + \gamma_2 + \ldots + \gamma_{2n}}{2n} + \\ + \frac{1}{2n}\left[\left(l - \frac{l}{2n}\right)^2(2\mu + \gamma_1 + \gamma_{2n}) + \left(l - 3\frac{l}{n}\right)^2(2\mu + \gamma_2 + \gamma_{(2n-1)}) + \ldots \right. \\ \left. \ldots + \left(l - (2n-1)\frac{l}{2n}\right)^2(2\mu + \gamma_n + \gamma_{(n+1)})\right] \end{array}\right]$$

ma $\gamma_1 + \gamma_2 + \ldots + \gamma_{2n} = 0$; quindi

$$\mathrm{K}' = 2\pi r^2 l \left[\begin{array}{c} \mu\left(\frac{l^2}{3(2n)^2} + \frac{r^2}{4} + l^2 + \frac{l^2}{4n^3}\left[\sum_0^n (2n-1)^2 - 4n\sum_0^n (2n-1)\right]\right) + \\ + \frac{l^2}{2n^2}\left[(\gamma_1 + \gamma_{2n})\left(\frac{1}{4n} - 1\right) + (\gamma_2 + \gamma_{2n-1})\left(\frac{9}{4n} - 3\right) + \ldots + (\gamma_n + \gamma_{n+1})\left(\frac{(2n-1)^2}{4n} - (2n-1)\right)\right] \end{array}\right]$$

e finalmente:

$$\mathrm{K}' = 2\pi r^2 l\mu\left(\frac{r^2}{4} + l^2\left[\frac{1}{3} + \frac{1}{2n^2\mu}\left[(\gamma_1 + \gamma_{2n})\left(\frac{1}{4n} - 1\right) + \ldots + (\gamma_n + \gamma_{n+1})\left(\frac{(2n-1)^2}{4n} - (2n-1)\right)\right]\right]\right).$$

« Si tratta ora di trovare il momento d'inerzia della sbarra rispetto ad un asse passante pel suo centro di gravità, e parallelo a quello finora considerato.

« Come nel caso dell'anello è necessario qui di trovare la distanza di questi due assi. A tale scopo si determinano le coordinate del centro di gravità della sbarra rispetto ad un sistema piano di assi ortogonali coll'origine nel centro geometrico di essa, e coll'asse x coincidente col suo asse geometrico. Evidentemente, per il modo con cui sono distribuite le densità nella sbarra, su questo asse medesimo giace il centro di gravità di essa; e allora la x di questo punto è la distanza cercata.

« Mantenendo a tutti i simboli il significato loro attribuito finora, e indicando con $\mu_1, \mu_2 \dots \mu_{2n}$ le densità delle singole parti della sbarra, il momento statico di questo rispetto all'asse y è:

$$\frac{\pi r^2 l}{n}\left[(\mu_{2n}-\mu_1)\left(l-\frac{l}{2n}\right)+(\mu_{2n-1}-\mu_2)\left(l-3\frac{l}{2n}\right)+\dots+(\mu_{n+1}-\mu_n)\left(l-(2n-1)\frac{l}{2n}\right)\right]$$

e la distanza cercata

$$x=\frac{l\left[(\mu_{2n}-\mu_1)\left(1-\frac{1}{2n}\right)+(\mu_{2n-1}-\mu_2)\left(1-\frac{3}{2n}\right)+\dots+(\mu_{n+1}-\mu_n)\left(1-\frac{(2n-1)}{2n}\right)\right]}{\mu_1+\mu_2+\dots+\mu_{2n}}.$$

« Ora il numeratore di questa espressione non cambia se ai μ sostituiamo i corrispondenti γ, e il denominatore è $2n\mu$: e perciò si può scrivere:

$$x=\frac{l\left[(\gamma_{2n}-\gamma_1)\left(1-\frac{1}{2n}\right)+(\gamma_{2n-1}-\gamma_2)\left(1-\frac{3}{2n}\right)+\dots+(\gamma_{n+1}-\gamma_n)\left(1-\frac{2n-1}{2n}\right)\right]}{2n\mu}.$$

« Allora il momento d'inerzia cercato indicandolo con K'_0 sarà dato da

$$K'_0=K'-2\pi r^2 l\,\mu\, x^2.$$

« Sostituendo e ponendo nel secondo membro in evidenza il fattore di correzione che deve applicarsi al valore del momento d'inerzia nelle condizioni della formula (2) quando le condizioni sieno quelle della pratica, cioè non omogeneità della sbarra, e quindi asse di sospensione non coincidente coll'asse passante pel centro geometrico, si ha:

$$K'_0=K'\left(1-\frac{3l^2}{n^2\mu(3r^2+4l^2)}\left[\frac{1}{\mu}A^2+\frac{1}{2n}B\right]\right)$$

ove

$$A=(\gamma_{n+1}+\gamma_{n+2}+\dots+\gamma_{2n})-(\gamma_1+\gamma_2+\dots+\gamma_n)-$$
$$-\frac{1}{2n}\left[\gamma_{2n}-\gamma_1)+3(\gamma_{2n-1}-\gamma_2)+\dots+(2n-1)(\gamma_{n+1}-\gamma_n)\right]$$

e

$$B=(\gamma_1+\gamma_{2n})(4n-1)+(\gamma_2+\gamma_{2n-1})(12n-9)+\dots$$
$$\dots+(\gamma_n+\gamma_{n+1})\left(4n(2n-1)-(2n-1)^2\right).$$

« Anche pel caso della sbarra cilindrica ho fatte delle esperienze

allo scopo di conoscere quale sia il valore del fattore di correzione nella pratica.

« Le sbarre che mi hanno servito sono state due, una di ottone e una di rame; ambedue della lunghezza di circa 90^{mm} e del diametro di circa 9^{mm}. Ciascuna di tali sbarre ho divisa in sei parti eguali, e di queste ho determinate le densità che sono risultate, indicandole con $\mu_1, \mu_2 \ldots \mu_6$, per la sbarra di ottone:

$\mu_1=8{,}44820$ $\mu_2=8{,}45593$ $\mu_3=8{,}44172$ $\mu_4=8{,}45897$ $\mu_5=8{,}44085$ $\mu_6=8{,}44222$

e per la sbarra di rame:

$\mu_1=8{,}94037$ $\mu_2=8{,}94329$ $\mu_3=8{,}93695$ $\mu_4=8{,}93287$ $\mu_5=8{,}93257$ $\mu_6=8{,}93881$.

« Con questi valori l'ultima formola, facendovi $n=3$, dà come espressione del fattore di correzione per la prima sbarra:

$$1 - 0{,}0000235$$

e per la seconda:

$$1 - 0{,}000218.$$

« Come si scorge da questi risultati, sebbene le differenze fra le densità delle diverse parti sieno molto piccole, pure l'influenza che esse esercitano sui valori dei momenti d'inerzia è grande assai, ed anzi maggiore di molto di quella che differenze molto più grandi portano nell'anello ».

Fisica. — *Sui calori specifici e di fusione di sostanze non metalliche.* Nota di A. Battelli e M. Martinetti, presentata dal Socio Blaserna.

« In conseguenza dei fatti studiati da noi nella fusione dei miscugli di sostanze non metalliche (fatti che hanno grande analogia con quanto succede nella fusione delle leghe metalliche) ci parve che non sarebbe stato inutile di cercare, se questi miscugli si comportassero quanto ai calori specifici e ai calori di fusione, conformemente a ciò che si riscontra nelle stesse leghe metalliche. Il metodo usato per queste determinazioni è il primo dei due metodi adoperati da uno di noi [1] nella ricerca dei calori specifici e di fusione delle sostanze di cui sono composti i nostri miscugli; cioè, il metodo del riscaldamento. Colla sola differenza che il tubo entro cui si facevano riscaldare le sostanze, venne in queste esperienze ricoperto di stagnola, perchè le sostanze si riscaldassero più lentamente. Per eseguire i calcoli abbiamo pure usato l'identico procedimento.

« Nelle seguenti tabelle daremo per ciascun miscuglio il calore specifico medio allo stato solido, fino a una certa distanza dal punto in che comincia a manifestarsi lo stato pastoso, e il calore specifico medio allo stato liquido; ponendoli in confronto con i valori che si ottengono dal calcolo, mediante

[1] Atti dell'Istituto veneto di sc., lett. ed arti. Luglio-agosto, 1885

la formola $c^1 = \frac{p_1 c_1 + p_2 c_2}{p_1 + p_2}$, essendo c_1 e c_2 i calori specifici delle due sostanze, e p_1 e p_2 i pesi secondo cui entrano nel miscuglio.

« Quanto ai calori di fusione, abbiamo preso per essi tutto il calore necessario al mutamento di stato, dal principio del primo rallentamento nella temperatura sino alla fine del secondo; e ne poniamo i risultati a confronto con quelli risultanti dal calcolo della formola : $\gamma^1 = \frac{p_1 \gamma_1 + p_2 \gamma_2}{p_1 + p_2}$ essendo γ_1 e γ_2 i calori di fusione delle due sostanze componenti il miscuglio.

« Abbiamo anche tentato di separare il calore dovuto al primo rallentamento della temperatura da quello dovuto al secondo rallentamento: ossia, secondo ciò che abbiamo cercato di dimostrare in una Nota precedente [1], il vero calore di fusione dà calore di soluzione, ma non abbiamo potuto ottenere risultati da potervisi fidare, perchè non era ben spiccato il punto in cui finiva la solidificazione e cominciava la soluzione, anzi per alcuni miscugli era affatto impercettibile.

« I valori registrati nelle tabelle sono la media di quelli risultanti da quattro determinazioni.

« Abbiamo fatte sempre le proporzioni in pesi e non in molecole, perchè era incerta la composizione molecolare di alcune delle sostanze che ci hanno servito a formare i miscugli.

Miscugli di naftalina e paraffina.

« Indichiamo c e c' rispettivamente i calori specifici osservati e calcolati allo stato solido:

Miscuglio	Proporzioni in peso		c	c'
	Naftalina	Paraffina		
—	1	0	0,321	—
1	1	0,25	0,380	0,366
2	1	0,5	0,402	0,406
3	1	1	0,450	0,446
4	1	2	0,501	0,491
5	1	3	0,510	0,512
6	1	4	0,530	0,525
7	1	6	0,540	0,539
8	1	8	0,566	0,547
—	0	1	0,576	—

(1) *Sulla fusione dei miscugli* ecc. Atti dell'Acc. delle sc. di Torino, V, XX (1885).

« Come si vede i valori calcolati sono sufficientemente concordanti con quelli dati dall'esperienza.

« Indichiamo poi con c e γ i valori del calore specifico allo stato liquido e del calore di fusione osservati; e c' e γ' i rispettivi valori calcolati:

Proporzioni in peso		C	C'	γ	γ'
Naftalina	Paraffina				
1	0	0,404	—	35,50	—
1	0,25	0,460	0,464	29,70	35,42
1	0,5	0,490	0,504	29,00	35,33
1	1	0,550	0,554	27,40	35,30
1	2	0,618	0,605	27,00	35,23
1	3	0,622	0,630	28,10	35,20
1	4	0,632	0,645	28,90	35,18
1	6	0,656	0,662	29,30	35,16
1	8	0,670	0,671	30,00	35,14
0	1	0,705	—	35,10	—

« Qui i calori specifici allo stato liquido sono osservati abbastanza concordanti con quelli dati dal calcolo, ma invece i calori di fusione osservati sono molto minori di quelli risultanti dal calcolo non solo, ma pure minori di ciascuno di quelli delle sostanze componenti.

Miscugli di difenilamina e nitronaftalina.

Miscugli	Proporzioni in peso		c	c'
	Nitronaftalina	Difenilamina		
—	1	0	0,268	—
1	1	0,10	0,278	0,275
2	1	0,50	0,282	0,293
3	1	1	0,300	0,305
4	1	2	0,320	0,318
5	1	4	0,332	0,328
6	1	10	0,341	0,336
—	0	1	0,343	—

« Anche per questi miscugli fra i calori specifici allo stato solido osservati e calcolati v'è una concordanza sufficiente.

Proporzioni in peso		C	C'	γ	γ'
Nitronaftalina	Difenilamina				
1	0	0,375	—	25,32	—
1	0,10	0,378	0,384	22,90	24,96
1	0,50	0,400	0,407	22,00	23,64
1	1	0,410	0,423	21,00	23,31
1	2	0,432	0,443	21,40	22,64
1	4	0,450	0,452	21,46	22,50
1	10	0,458	0,463	21,50	21,66
0	1	0,472	—	21,30	—

« Qui i valori dati dall'esperienza non mostrano lo stesso andamento di quelli dati dal calcolo, ma le differenze si possono spiegare cogli errori sperimentali.

Proporzioni in peso		C	C'	γ	γ'
Naftalina	Naftilamina				
1	0	0,404	—	35,50	—
1	0,125	0,405	0,4041	29,10	33,74
1	1	0,416	0,405	20,20	27,60
1	2	0,404	0,4053	19,00	24,96
1	3	0,407	0,4055	19,00	23,60
1	4	0,407	0,4056	19,20	22,86
1	8	0,410	0,4058	19,20	21,45
1	16	0,408	0,4059	19,50	20,63
0	1	0,406	—	19,70	—

« Anche i calori specifici dati dall' esperienza allo stato liquido per questi miscugli non concordano con quelli del calcolo, ma ciò sembrami doversi attribuire alla piccola differenza che esiste fra i valori appartenenti alle due sostanze, differenza che è più piccola degli errori che si possono commettere nelle presenti ricerche.

Miscugli di canfora monobromata e stearina.

« Collo stesso apparecchio abbiamo determinati i calori specifici e di fusione della canfora monobromata e della stearina.

Miscugli	Proporzioni in peso		c	c'
	Canfora monobromata	Stearina		
—	1	0	0,304	—
1	1	0,125	0,312	0,330
2	1	0,25	0,340	0,351
3	1	0,50	0,390	0,383
4	1	1	0,408	0,422
5	1	2	0,490	0,462
6	1	4	0,492	0,494
7	1	12	0,506	0,523
—	0	1	0,541	—

Proporzioni in peso		C	C'	γ	γ'
Canfora monobromata	Stearina				
1	0	0,392	—	41,60	—
1	0,125	0,420	0,419	33,80	40,29
1	0,25	0,430	0,442	33,40	39,25
1	0,50	0,436	0,475	31,02	38,75
1	1	0,498	0,516	28,06	35,72
1	2	0,540	0,557	28,40	33,77
1	4	0,594	0,590	28,50	32,20
1	12	0,620	0,613	28,90	30,75
0	1	0,640	—	29,85	—

« Sembra che per questi miscugli i calori specifici allo stato liquido osservati si mantengano un poco inferiori a quelli che risultano dal calcolo.

« I valori dei calori di fusione ottenuti coll'esperienza sono sensibilmente inferiori a quelli dati dal calcolo, e alcuni anche inferiori a quelli della difenilamina.

Miscugli di paraffina e difenilamina.

Miscuglio	Proporzioni in peso		c	c'
	Difenilamina	Paraffina		
—	1	0	0,268	—
1	1	0,33	0,342	0,345
2	1	1	0,420	0,427
3	1	3	0,499	0,499
4	1	5	0,516	0,524
5	1	6	0,530	0,532
6	1	8	0,540	0,541
7	1	16	0,552	0,558
—	0	1	0,576	—

« Qui abbiamo molta concordanza fra i risultati del calcolo e quelli dell'esperienza.

Proporzioni in peso		C	C′	γ	γ'
Difenilamina	Paraffina				
1	0	0,375	—	25,32	—
1	0,33	0,448	0,457	24,90	27,74
1	1	0,548	0,540	23,10	30,21
1	3	0,610	0,622	26,40	32,40
1	5	0,630	0.650	26,95	33,60
1	6	0,650	0,657	27,48	33,70
1	8	0,662	0,668	29,00	34,01
1	16	0,676	0,684	32,10	34,52
0	1	0,705	—	35,10	—

« Per i calori specifici allo stato liquido abbiamo sufficiente concordanza fra i risultanti dell' esperienza e del calcolo. Ma per i calori di fusione i valori ottenuti coll'esperienza sono molto inferiori di quelli dati dal calcolo; tantochè sono tutti al disotto del calore di fusione della difenilamina.

Miscugli di naftalina e naftilamina.

Miscugli	Proporzioni in peso		c	c'
	Naftalina	Naftilamina		
—	1	0	0,321	—
1	1	0.125	0,322	0,3215
2	1	1	0,324	0,3225
3	1	2	0,322	0,323
4	1	3	0,326	0,3232
5	1	4	0,324	0,3234
6	1	8	0,330	0,3236
7	1	16	0,326	0,328
—	0	1	0,324	—

« Da queste esperienze si può dedurre:

1° Che in generale nei miscugli binari di queste sostanze i calori specifici allo stato solido e allo stato liquido sono la media di quelle delle sostanze che li compongono, come avviene per le leghe metalliche (¹). E se alcune volte non abbiamo sufficiente concordanza fra l'esperienza e il calcolo, crediamo si possa attribuire a questo (come nota Regnault per le leghe nella stessa Memoria) che alla temperatura, che si è presa per limite superiore nella determinazione del calore specifico, o il miscuglio o la sostanza erano già entrate un poco nel loro stato pastoso. Del resto abbiamo già notato sin da principio che conveniva prendere i valori del calore specifico a temperature alquanto distanti dal punto in cui comincia più spiccatamente lo stato pastoso: e questo perchè altrimenti ottenevamo risultati pochissimo concordanti col calcolo.

2° Che i calori di fusione dati dall'esperienza sono sempre inferiori a quelli che si ottengono dal calcolo. Ciò che si verifica pure per le leghe finora studiata (²). Inoltre i calori di fusione di questi miscugli si vanno abbassando a partire da quello appartenente ad una delle sostanze componenti, raggiungono un minimo, e s'innalzano poi di nuovo fino ad avvicinarsi a quello dell'altra sostanza componente.

« Siamo in dovere di esprimere la nostra gratitudine al ch. prof. Naccari, che ci ha prestati tutti i mezzi per eseguire questo studio ».

(¹) Regnault, Ann. de Chim. et de Physique. L. III, t. I, p. 129.

(²) Spring, Bull. Acad. roy. de Belgique, S. 2ª, t. XXXIX (1875). — Marzotto, Atti della R. Acc. delle scienze di Torino, Vol. XVIII (1881).

Geodesia. — *Sulle rappresentazioni geografiche conformi.* Nota II, dell'ing. P. Pizzetti presentata dal Socio Cremona.

1 « In una Nota precedente mi sono occupato del problema di rappresentare una superficie qualsiasi sopra un piano per modo che, lungo ciascuna delle linee di una data famiglia della superficie, il modulo della rappresentazione sia costante, ed ho studiato due casi diversi nei quali la soluzione del problema è possibile.

« Per le applicazioni pratiche della teoria delle rappresentazioni alla geografia ed alla geodesia presenta però maggiore importanza il seguente problema, che ammette sempre soluzione, cioè: Rappresentare con una proiezione conforme una superficie sul piano per modo che lungo una determinata linea l della superficie il modulo abbia un valore costante e determinato (che noi per semplicità assumeremo uguale all'unità) e in qualsivoglia punto della stessa linea la derivata del modulo, rispetto all'arco di traiettoria ortogonale alla l, sia nulla.

« Colla soluzione di questo problema si viene a determinare una rappresentazione conforme, la quale presenterà la *minima alterazione* (nel senso che si è dato a questa espressione nell'art. 5 della nota I) lungo la linea l. Una tale rappresentazione sarà quindi adatta più d'ogni altra (tra le conformi) per rappresentare sul piano una striscia superficiale che si estenda lungo e intorno la linea l.

2 « Nella Memoria intitolata: *Delle variabili complesse sopra una superficie qualunque* [1], il prof. Beltrami ha dimostrato, come, data una linea qualunque l sopra una superficie, si può in generale determinare sulla superficie una infinità di sistemi isotermi, di ciascuno dei quali fa parte la linea l medesima. Per questo sia:

$$ds^2 = \lambda^2 (dp^2 + dq^2)$$

il quadrato dell'elemento lineare della superficie in coordinate ortogonali isoterme p e q. Si esprimano le coordinate di un punto qualunque della l in funzione di un parametro qualsiasi σ; e si abbia:

$$(1) \quad \begin{cases} p = p_0(\sigma) \\ q = q_0(\sigma) \, . \end{cases}$$

« Se si scrive allora la relazione:

$$(2) \qquad p \pm iq = p_0(\sigma \pm iq) \pm iq_0(\sigma \pm i\rho) \, ,$$

(intendendo che $p_0(\sigma \pm i\rho)$, $q_0(\sigma \pm i\rho)$ siano formate col complesso $\sigma \pm i\rho$ nello stesso modo come le $p_0(\sigma)$, $q_0(\sigma)$ rispettivamente sono formate per mezzo di σ), si vengono a determinare sulla superficie due sistemi di linee $\sigma = cost$, $\rho = cost$, ciascuno dei quali è isotermo, e che si tagliano

[1] Annali di matematica, tomo I, serie II.

ortogonalmente tra loro. È chiaro che la linea data l fa parte del sistema $\rho = cost$ e corrisponde alla equazione: $\rho = 0$.

« Se, per brevità si pone

$$\frac{d}{d(\sigma + i\rho)} \left\{ p_0(\sigma - i\rho) + iq_0(\sigma + i\rho) \right\} = F'_1$$

$$\frac{d}{d(\sigma - i\rho)} \left\{ p_0(\sigma - i\rho) - iq_0(\sigma - i\rho) \right\} = F'_2 ,$$

il quadrato dell'elemento lineare della superficie in coordinate σ e ρ prende l'espressione:

$$ds^2 = \lambda^2 F'_1 F'_2 (d\sigma^2 + d\rho^2) ,$$

che per brevità indicheremo con

$$ds^2 = L^2 (d\sigma^2 + d\rho^2) , \tag{3}$$

dove L sarà, in generale una funzione di σ e di ρ.

« Col variare il parametro σ, in funzione del quale si esprimono le coordinate dei punti della linea l, varia evidentemente il doppio sistema isotermo (σ, ρ). Se σ, come caso particolare, esprimesse la lunghezza dell'arco della curva l a partire da una origine arbitraria, è facile vedere che L^2 diverrebbe uguale all'unità in tutti i punti della l.

3 « Poniamo d'aver trovato uno qualunque dei sistemi (σ, ρ) definiti nell'articolo precedente, e di aver quindi determinata la espressione (3) del quadrato dell'elemento lineare. Riferiamo i punti del piano a un sistema di coordinate cartesiane x e y; il nostro problema sarà ridotto a trovare una relazione:

$$x \pm iy = f(\sigma \pm i\rho) \tag{4}$$

tale che il modulo della rappresentazione determinata dalla (4) medesima sia uguale ad 1 per $\rho = o$, e la derivata del modulo rispetto a ρ sia nulla pure per $\rho = 0$.

« Indicando con P il logaritmo del modulo dell'espressione complessa che si ottiene derivando la $f(\sigma + i\rho)$ rispetto a $(\sigma + i\rho)$, avremo il quadrato del modulo della rappresentazione espresso da:

$$m^2 = \frac{e^{2P}}{L^2} , \tag{5}$$

dove P dovrà essere della forma:

$$\begin{aligned} P = & \frac{1}{2} \left\{ F(\sigma + i\rho) + i\psi(\sigma + i\rho) \right\} \\ & + \frac{1}{2} \left\{ F(\sigma - i\rho) - i\psi(\sigma - i\rho) \right\} . \end{aligned} \tag{6}$$

« Per le condizioni poste dovrà essere:

$$(\log m)_{\rho=0} = 0 , \quad \left(\frac{\partial \log m}{\partial \rho} \right)_{\rho=0} = 0 ,$$

ovvero, in causa della (5),

$$(7)\quad \begin{cases} \left\{ P \right\}_{\rho=0} = \left\{ \log L \right\}_{\rho=0} \\ \left\{ \frac{\partial P}{\partial \rho} \right\}_{\rho=0} = \left\{ \frac{\partial . \log L}{\partial \rho} \right\}_{\rho=0}, \end{cases}$$

« Per $\rho = 0$ le espressioni $\log L$, $\frac{\partial . \log L}{\partial \rho}$ diverranno in generale certe funzioni conosciute della variabile σ. Poniamo dunque:

$$\left\{ \log L \right\}_{\rho=0} = \varphi(\sigma),$$

$$\left\{ \frac{\partial . \log L}{\partial \rho} \right\}_{\rho=0} = \theta(\sigma);$$

ed eseguiamo la quadratura:

$$\int \theta(x)\, dx = \chi(x).$$

« È chiaro che le (7) saranno soddisfatte quando nella espressione (6) di P in luogo della funzione incognita indicata con F si ponga la φ, e in luogo di quella indicata con ψ si sostituisca la $-\chi$.

« Resta così determinata la corrispondenza (4) nella forma:

$$(8)\qquad x + iy = \int e^{\varphi(\sigma+i\rho) - i\chi(\sigma+i\rho)}\, d(\sigma+i\rho) \qquad + a + ib,$$

dove a e b sono costanti reali.

4 « Studiamo il seguente esempio: Si vuol rappresentare conformemente una superficie di rotazione sul piano in modo che lungo un meridiano dato abbia luogo la minima alterazione.

« Diciamo φ ed ω la latitudine e la longitudine, ρ il raggio di curvatura del meridiano, r il raggio del parallelo, e sia $\omega = 0$ la longitudine del meridiano di cui si tratta.

« Posto:

$$\int \frac{\rho}{r} d\varphi = du,$$

il quadrato dell'elemento lineare della superficie potrà scriversi così:

$$ds^2 = r^2 (du^2 + d\omega^2).$$

« Sia σ l'arco del meridiano contato a partire da un parallelo arbitrario e sia:

$$(9)\qquad u = u(\sigma)$$

la relazione nota fra l'arco σ e la variabile u. Le relazioni (1) (2) (3) dell'articolo precedente diverranno nel caso presente:

$$(1')\quad \begin{cases} u = u(\sigma) \\ \omega = 0 \end{cases}$$

$$(2')\qquad u \pm i\omega = u(\sigma \pm i\rho),$$

$$(3')\qquad ds^2 = r^2 . u'(\sigma + i\rho) . u'(\sigma - i\rho) \left\{ d\sigma^2 + d\rho^2 \right\}.$$

« Si avrà quindi:

$$L^2 = r^2 . u'(\sigma + i\rho) . u'(\sigma - i\rho) . \tag{10}$$

« Per una considerazione fatta alla fine dell' articolo 2, dovrà essere, per $\rho = 0$:

$$\left\{ \log L \right\}_{\rho=0} = 0 .$$

Osservando poi che r è funzione di u, ma non di ω, è facile dedurre dalla (9):

$$\left\{ \frac{\partial \log L}{\rho} \right\}_{\rho=0} = 0 .$$

« Le funzioni φ e θ sono dunque entrambe costantemente nulle in questo caso, e quindi la corrispondenza (4) si riduce, a

$$x \pm iy = \sigma \pm i\rho + a \pm ib,$$

essendo a e b costanti reali, che si possono supporre sempre nulle, quando si scelga convenientemente l'origine degli assi coordinati sul piano.

« Si avrà pertanto:

$$u \pm i\omega = u(x \pm iy) .$$

dove, nel 2° membro, u indica la stessa forma di funzione che figura nel 2° membro della (9).

« Ovvero anche, se la (9) è risoluta rispetto a σ e si abbia:

$$\sigma = f(u) , \tag{11}$$

sarà:

$$x \pm iy = f(u \pm i\omega) , \tag{12}$$

intendendo che in queste due relazioni f indichi sempre la stessa forma di funzione. Se la $\sigma_0 = f(u)$ è della forma:

$$\sigma = \sigma_0 + A . u + B . \frac{u^2}{2!} + \dots + Q \frac{u^m}{m!} , \tag{11bis}$$

dove σ_0, A, B, ... Q, sono costanti, la (12) può assumere, com'è facile vedere, la forma:

$$x + iy = \sigma + (i\omega) \frac{d\sigma}{du} + \frac{(i\omega)^2}{2!} \frac{d^2\sigma}{du^2} + \dots + \frac{(i\omega)^m}{m!} \frac{d^m\sigma}{du^m} , \tag{13}$$

dove le $\frac{d\sigma}{du}, \frac{d^2\sigma}{du^2}, \dots \frac{d^m\sigma}{du^m}$, si otterranno derivando la (11).

« In tal caso le corrispondenze fra le coordinate ρ, ω e le x, y diventano:

$$x = \sigma - \frac{\omega^2}{2!} \frac{d^2\sigma}{du^2} + \frac{\omega^4}{4!} \frac{d^4\sigma}{du^4} - \dots \tag{14}$$

$$y = \omega \frac{d\sigma}{du} - \frac{\omega^3}{3!} \frac{d^3\sigma}{du^3} + \frac{\omega^5}{5!} \frac{d^5\sigma}{du^5} - \dots \tag{15}$$

dove, a seconda che m è pari o dispari, il 2° membro della (14) ha $\frac{m}{2} + 1$ o $\frac{m+1}{2}$ termini, e il 2° membro della (15) ne ha, secondo i casi, $\frac{m}{2}$ o $\frac{m+1}{2}$.

« Se la $\sigma = f(u)$ non è della forma (11^{bis}) le (14) e (15), limitate, nei secondi membri, a un numero conveniente di termini, esprimeranno per approssimazione le corrispondenze della rappresentazione che si cerca, per tutti i valori di ω che renderanno convergente la serie complessa:

$$\sigma + (i\omega)\frac{d\sigma}{du} + \frac{(i\omega)^2}{2!}\frac{d^2\sigma}{du^2} + \frac{(i\omega)^3}{3!}\frac{d^3\sigma}{du^3} + \dots$$

« Ricordando che: $u = \int \frac{\rho}{r}\, d\varphi$,

e indicando sempre con φ la latitudine, si ha facilmente:

$$(16)\quad \begin{cases} \frac{d\sigma}{du} = r\,, \\ \frac{d^2\sigma}{du^2} = -r \operatorname{sen}\varphi\,, \\ \frac{d^3\sigma}{du^3} = r \operatorname{sen}^2\varphi - \frac{r^2}{\rho}\cos\varphi\,, \\ \frac{d^4\sigma}{du^4} = -r \operatorname{sen}^3\varphi + 4\frac{r^2}{\rho}\operatorname{sen}\varphi\cos\varphi + \frac{r^3}{\rho^2}\operatorname{sen}\varphi + \frac{r^3}{\rho_3}\cos\varphi\frac{d\rho}{d\varphi}\,, \\ \frac{d^5\sigma}{du^4} = \dots \end{cases}$$

dove $\frac{d\rho}{d\varphi}$ deve esser tratta dall'equazione della curva meridiana.

« Le corrispondenze (14) e (15), limitate a un conveniente numero di termini, e calcolate per mezzo della (16), sono atte a rappresentare sul piano, colla minima alterazione possibile, la superficie di rivoluzione lungo il meridiano di lungitudine zero.

« Gauss fece uso di queste corrispondenze per lo studio della triangolazione del Hannover, rappresentando sopra un piano le figure supposte tracciate sull' ellissoide terrestre, e riducendo il calcolo dei triangoli geodetici al calcolo di triangoli piani. Veggasi a questo proposito la Memoria di O. Schreiber dal titolo: *Theorie der projectionsmethode der Hannoverschen Landesvermessung* » (¹).

Meteorologia. — *Riassunto delle osservazioni dei crepuscoli rossi.* Nota II, del prof. A. Riccò, presentata dal Presidente Brioschi.

« Ho confrontato le intensità della 1ª luce rosea (stimate in dieci gradi da nulla al massimo del 3 dicembre 1883) coi dati meteorologici determinati nell' Osservatorio meteorologico di Valverde, dipendente dall' Astronomico di Palermo, distante da esso 1 ½ km., e situato alla stessa altitudine.

« Ho scelta l'ora 6 p. delle osservazioni meteorologiche perchè da dicembre a maggio è compresa nel periodo del crepuscolo, o lo precede di poco.

(¹) Pubblicata, in fascicolo separato, in Hannover nel 1866.

« Ho considerato e distinto come crepuscoli rosei vivi (o straordinari) quelli in cui l' intensità fu stimata eguale o maggiore del grado 8.

« Ho determinato le seguenti medie della pressione, temperatura, tensione del vapor acqueo, umidità relativa, velocità del vento, per i mesi: dicembre 1883, gennaio, febbraio, marzo, aprile, maggio 1884:

a Media di 6^h p. dei giorni con crepuscoli vespertini rosei vivi.
b Media (ordinaria) dei giorni con crepuscoli rosei vivi.
c Media mensile di 6^h p.
d Media mensile (ordinaria).
e Media mensile dell' ultimo quinquennio 1880-1884.

« Fatti i confronti per mezzo delle seguenti differenze, si ha per la pressione atmosferica:

(a—c) in tutti i mesi positiva; media $= + 1^{mm}.53$.
(b—d) in tutti i mesi positiva; media $= + 1^{mm}.43$.
(b—e) in tutti i mesi positiva; media $= + 1^{mm}.55$.
(d—e) in 3 mesi positiva, in 3 negativa; media $= + 0.^{mm}12$.

« *Dunque i crepuscoli rosei intensi considerati nell' ora, nel giorno, nel mese in cui si presentarono furono accompagnati da alta pressione.*

« Per la temperatura si ha:

(a—c) in 4 mesi negativa, in 2 positiva; media $= - 0^{\circ}.51$.
(b—d) in 4 mesi negativa, in 2 positiva; media $= - 0^{\circ}.55$.
(b—e) in 5 mesi negativa, in 5 positiva; media $= - 0^{\circ}.62$.
(d—e) in 3 mesi negativa, in 3 positiva; media $= - 0^{\circ}.07$.

« *Dunque i crepuscoli rosei furono accompagnati da bassa temperatura.*

« Analoghi confronti fatti per gli altri elementi meteorologici non hanno dato risultati netti e significanti: si noti però che questi fenomeni hanno carattere locale più della pressione e della temperatura.

« Come riprova degli antecedenti risultati ho istituito il confronto delle variazioni di almeno 2° nell' intensità della 1ª luce rosea da un giorno ad altro seguente colle simultanee variazioni della pressione e della temperatura a 6^h p.

« In 17 casi d'aumento d' intensità dei crepuscoli si ebbe in 11 aumento di pressione e la variazione media dei 17 casi fu $+ 1^{mm}.56$; si ebbe pure in 11 casi diminuzione di temperatura e la variazione media dei 17 casi fu $- 0^{\circ}.66$.

« In 16 casi di diminuzione d' intensità dei crepuscoli rosei si ebbe in 10 diminuzione della pressione e la media variazione dei 16 casi fu $- 1.^{mm}87$; si ebbe pure 10 casi di aumento della temperatura e la variazione media dei 16 casi fu $+ 1^{\circ}.17$.

« Siccome per vedere i crepuscoli rosei è necessario che il cielo almeno in parte sia sereno, e siccome nei giorni sereni in generale la pressione è maggiore e la temperatura minore, era necessario escludere il dubbio che

le cennate condizioni meteorologiche corrispondessero puramente alla serenità del cielo; pertanto ho trovato per la pressione e la temperatura in quei sei mesi anche:

f media a 6^h p. dei giorni non nuvolosi, risultò per la pressione:

$(a-f)$ in 4 mesi positiva, in 2 negativa: media $= + 0^{mm}.49$.

« E per la temperatura:

$(a-f)$ in 4 mesi positiva, in 2 negativa: media $= - 0^{mm}.44$.

« Dunque nei giorni con crepuscoli rosei intensi in generale la pressione fu maggiore e la temperatura minore anche di quel che corrisponde ai giorni non nuvolosi.

« Questi risultati coincidono con quelli trovati dal direttore della Meteorologia Italiana prof. Tacchini, per quanto riguarda la pressione, fin dal gennaio 1884.

— *Relazione dell'intensità dell' arcone bruno colle condizioni meteorologiche*

« Stimata l' intensità dell' arcone bruno in 10 gradi, da nulla alla massima dell'aprile 1884, e confrontata cogli elementi meteorologici di 6^h p., non si trova relazione sicura che colla umidità relativa.

« Ho determinato le seguenti medie dell' umidità relativa (espresse in centesimi di saturazione) per i mesi: dicembre 1883, gennaio, febbraio, marzo, aprile 1884, a 6^h p. [1].

a dei giorni con arcone forte (intensità eguale o maggiore del grado 8).

b del mese.

c dei giorni non nuvolosi.

« Risulta:

$(a-b)$ in tutti i mesi positiva; media $= + 5^o.2$.

$(a-c)$ in tutti i mesi positiva; media $= + 3^o.5$.

« *Dunque i crepuscoli con arcone forte erano più umidi degli altri*, e ciò non può dipendere dalla serenità del cielo necessaria per la visibilità dell'arcone, come è dimostrato dal confronto $(a-c)$.

« Pare dunque probabile che l'arcone bruno sia dovuto ad una precipitazione del vapor acqueo dell'atmosfera; ciò si accorderebbe anche colla sua struttura striata.

« Ciò però non esclude la presenza della polvere sospesa che per diffrazione produce l'aureola attorno al sole: che anzi pare notevole che ogni granello (secondo le esperienze di Aitken) serva come di nucleo su cui condensasi l'acqua, rinforzando per conseguenza l'aureola.

Io ho osservato l' arcone di sera 26 volte striato: 19 volte orizzontalmente, 7 volte con strie oblique, in modo da indicare una corrente atmosferica di NE o SW. La direzione del vento a 6^h p. in quei 7 giorni fu in 3

[1] In maggio l'arcone fu visto forte una sola volta, perciò per questo mese non si istituisce confronto.

NE, in 2 si ebbe calma nel passaggio dal NE al SW un'altra volta nel passaggio da NW a SW a sud sud-ovest; una volta sola si ebbe la direzione WNW.

« *Dunque per lo più la direzione delle strie dell'arcone corrispose alla direzione del vento indicata dall'anemometro.*

— *Relazione dell'aureola e dell' arcone bruno coi crepuscoli rosei.*

« Quantunque questi fenomeni siano apparsi simultaneamente, pure in aprile 1884, quando i crepuscoli rosei erano ridotti deboli e rari, la corona era al massimo di intensità: nel gennaio 1885 allorchè i crepuscoli rosei straordinari erano cessati da molto tempo, la corona fu osservata qualche volta ben distinta.

« Quanto all'arcone bruno io ho osservato da dicembre 1883 a dicembre 1884, 15 volte forte (intensità ≤ 8) seguito da crepuscoli rosei deboli (intensità $\lesssim 5$). Il prof. Tacchini ha osservato da gennaio a dicembre 1884 19 volte l'arcone forte seguito da crepuscoli rosei deboli.

« Ho osservato io 4 volte, il prof. Tacchini 14 volte, l'arcone forte non seguito affatto da crepuscoli rosei.

« *Dunque non vi fu relazione di intensità dell'aureola e dell' arcone coi crepuscoli rosei.*

« Infine anche l'aureola e l'arcone hanno tra loro una certa indipendenza, poichè nel 1885 mentre l'aureola si è vista parecchie volte (specialmente al principio dell'anno) distinta anche nel cielo libero, e intensamente colorata fra le nubi (non però come prima), l'arcone bruno in questo anno 1885 fu sempre debolissimo, e talora pressochè invisibile (non però ancora scomparso del tutto).

« Questa indipendenza dell'aureola e dell'arcone sarebbe in accordo colla spiegazione proposta dalla formazione dell'arcone medesimo ».

Astronomia. — *Osservazioni della nuova cometa Barnard* fatte dal prof. E. Millosevich e presentate dal Socio Tacchini.

« Una piccola cometa venne scoperta il giorno 7 luglio in America dal signor Barnard, noto per aver trovato parecchie altre comete. Determinata la posizione di essa a Cambridge il 9 luglio, ed accertato il carattere cometario dell'astro, venne telegrafata in Europa la scoperta, e la sera del 12 luglio fu da me trovata nel seguente luogo apparente $17^h 12^m 52^s 35$; — $7° 32' 15'' 6$ a $9^h 56^m 29^s$ tm. di Roma. L'astro fu riosservato da me il 13 e il 15 luglio.

« La cometa è debolissima e di dimensioni angolari esigue: ha nucleo di 11^m alquanto eccentrico e precedente (cioè verso West) rispetto al centro geometrico della piccola nebulosità ».

PERSONALE ACCADEMICO

Pervenne all'Accademia la dolorosa notizia della perdita da essa fatta nella persona del Socio straniero Carlo Teodoro Ernesto von Siebold, morto il 7 aprile 1885. Apparteneva all'Accademia come Socio corrispondente straniero dal 25 aprile 1878, e venne nominato Socio straniero il 26 luglio 1883.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Furono inviate in dono all'Accademia le seguenti pubblicazioni di Socî:

E. Paternò. *Relazione sulle scuole municipali di Palermo.*

E. Levasseur. *La statistique officielle en France.*

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La Società zoologica di Amsterdam; la Società di storia naturale di Offenbach; la Società geologica di Edimburgo; il Museo britannico di Londra; il Museo di storia naturale di Hannover; il Comitato geologico di Pietroburgo; la Commissione per la carta geologica del Belgio, di Bruxelles; la Biblioteca nazionale di Firenze; la R. Biblioteca di Parma; la Biblioteca di Berlino; la Scuola politecnica di Dresda; l'Osservatorio di Rio de Janeiro.

Annunciarono l'invio delle loro pubblicazioni:

Il Ministero dei Lavori Pubblici; il Museo geologico di Calcutta; l'Università di Freiburg.

D. C.
P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI
pervenute all'Accademia sino al 16 agosto 1885.

Matematica. — *Sopra una certa estensione di un teorema relativo alle serie trigonometriche.* Nota del prof. C. ARZELÀ, presentata dal Socio DINI.

1. « Il sig. Cantor nel volume 72° del Giornale di *Crelle* (¹), ha dimostrato la proposizione: Se per ogni valore x compreso in un dato intervallo $a......b$ è soddisfatta la condizione

$$\lim_{n=\infty} (a_n \operatorname{sen} nx + b_n \cos nx) = 0 ,$$

necessariamente deve essere $\lim\limits_{n=\infty} a_n = \lim\limits_{n=\infty} b_n = 0$.

« Il sig. C. Neumann nel volume 22° dei Mathematische Annalen applica, con alcune lievi modificazioni, il metodo del sig. Cantor, a dimostrare la seguente proposizione più generale: se $f(x)$ è una funzione arbitraria, continua e periodica: se $\beta_1, \beta_2, \beta_3, ...$ sono infinite costanti date arbitrariamente, e si sa, che, per ogni valore x compreso tra x_1 e x_2, essendo x_1 e x_2 due costanti arbitrarie, sussiste la formula

$$\lim_{n=\infty} \beta_n f(nx) = 0 ,$$

necessariamente deve essere

$$\lim_{n=\infty} \beta_n = 0 .$$

(¹) Vedi anche Mathematische Annalen B. 4. — *Acta mathematica* — 2.

« Poichè il sig. Neumann osserva, che sono rimaste sin qui infruttuose tutte le ricerche fatte per sostituire un metodo più comodo e più spedito, a quello dato dal sig. Cantor, che, come egli dice, avuto riguardo alla semplicità della cosa, della quale si tratta, può anche parere un po' complicato: così reputo non inutile mostrare che da una proposizione stabilita nella mia Nota: *Un teorema intorno alle serie di funzioni*, già pubblicata in questi Rendiconti, ne discende come conseguenza quasi immediata un'altra, che contiene in sè quella del sig. Neumann e quindi anche quella del sig. Cantor.

« La proposizione da me dimostrata, è la seguente: Si consideri nel piano un gruppo di infinite rette $y=y_1$, $y=y_2$, ... aventi per retta limite la retta $y=y_0$: sopra ognuna, nell'intervallo $a......b$, si segnino dei tratticelli separati gli uni dagli altri, in numero finito, che però può crescere indefinitamente, via via che le rette $y=y_s$ si fanno più prossime alla $y=y_0$: la somma dei tratti $\delta_{1,s}$, $\delta_{2,s}$, ... $\delta_{n,s}$ segnati sulla $y=y_s$, sia d_s. Se per ogni valore $s=1, 2, 3,....$ si ha sempre $d_s > d$, essendo d un numero determinato diverso da zero, necessariamente esiste tra a e b un punto x_0 tale che la retta $x=x_0$ incontra un numero infinito di tratti δ.

« Ora di qui si trae subito quest' altra :

« Se $f(x, y)$ è una funzione delle due variabili reali x e y data per tutti i punti degli intervalli $a......b$ presi sulle rette $y=y_1$, y_2.... e su ciascuna di queste esistono dei tratti δ come quelli dianzi descritti, in ogni punto dei quali è sempre

$$| f(x, y) | > c$$

c essendo un determinato numero, maggiore di zero: se $\varphi(y)$ è una funzione che per ogni valore y_s anzidetto ha un valore determinato, e in ogni punto x tra a e b è sodisfatta la condizione

$$\lim_{y_s=y_0} \varphi(y_s) . f(x, y_s) = 0 ,$$

necessariamente deve essere

$$\lim_{y_s=y_0} \varphi(y_s) = 0 .$$

« Si consideri un gruppo qualsivoglia di infinite rette $y=y_{s_1}$, y_{s_2}, y_{s_3},.... prese fra le $y=y_1$, y_2, y_3,...... Per la proposizione dianzi rammentata, vi sarà una retta $x=x_0$ che incontra infiniti tratti δ giacenti su rette di un tal gruppo: per es. sulle rette $y=y_{s_{p_1}}$, $y_{s_{p_2}}$,..... Manifestamente dovrà la serie dei valori

$$\varphi(y_{s_{p_1}}) , \quad \varphi(y_{s_{p_2}}) , \quad \varphi(y_{s_{p_3}}) , ...$$

tendere al limite zero.

« La serie dei valori

$$(\alpha) \qquad \varphi(y_1),\ \varphi(y_2),\ \varphi(y_3), \ldots,$$

è dunque tale, che da una serie qualunque in essa contenuta

$$(\beta) \qquad \varphi(y_{s_1}),\ \varphi(y_{s_2}),\ \varphi(y_{s_3}), \ldots,$$

se ne può sempre trarre una terza

$$(\gamma) \qquad \varphi(y_{s_{p_1}}),\ \varphi(y_{s_{p_2}}),\ \varphi(y_{s_{p_3}}), \ldots,$$

il cui termine generale $\varphi(y_{s_{p_\nu}})$ tende a zero col crescere indefinito di ν: ma allora [1] tra i numeri della serie (α) ve ne ha solamente un numero finito, il cui valore assoluto sia maggiore di un numero ε, preso ad arbitrio: perchè, se ve ne fossero infiniti, con essi si formerebbe una serie come la (β), dalla quale sarebbe impossibile trarne una come la (γ), i cui termini decrescano indefinitamente al crescere di ν.

« Dall' essere *finito* il numero dei termini (α) maggiori di un numero ε arbitrario, segue evidentemente

$$\lim_{y_s = y_0} \varphi(y_s) = 0$$

come volevasi dimostrare.

2. « Le condizioni imposte alla $f(x, y)$ sono certamente verificate se i numeri $\quad y_1, y_2, y_3, \ldots,$
sono i numeri $\quad 1, 2, 3, \ldots,$
e di conseguenza è $y_0 = \infty$, e inoltre

$$f(x, y_s) = f(nx):$$

essendo $f(x)$ una funzione qualsivoglia avente un periodo l e in ogni punto di un intervallo di ampiezza τ determinata, valori assoluti sempre maggiori di un numero c maggiore di zero.

« Per la $f(nx)$ il periodo è $\frac{l}{n}$, e il tratto τ si riduce a $\frac{\tau}{n}$. Sia poi n_1 il numero tale, che per $n \geq n_1$ si abbia $\frac{l}{n} \leq b - a$. Se è $n = n_1 q + r$, q numero intero qualunque e r minore di n_1, dentro l'intervallo $a \ldots b$ vi saranno certamente almeno q tratti ciascuno di ampiezza $\frac{\tau}{n}$, in ogni punto dei quali è sempre

$$|\, f(nx) \,| > c:$$

ora è

$$q\frac{\tau}{n} = \frac{q\tau}{qn_1 + r} \geq \frac{q\tau}{qn_1 + n_1 - 1};$$

ma è

$$\frac{q\tau}{qn_1 + n_1 - 1} < \frac{q_1\tau}{q_1 n_1 + n_1 - 1}$$

se è $q < q_1$: il minimo valore di $\frac{q\tau}{qn_1 + n_1 - 1}$ è dunque $\frac{\tau}{2n_1 - 1}$.

[1] Cantor, *Acta mathematica* — 2.

« La somma dei *tratti*, in ogni punto dei quali è

$$| f(nx) | > c$$

per ogni valore $n \geq n_1$, è dunque maggiore o eguale almeno al numero determinato $d = \frac{\tau}{2n_1 - 1}$.

« Per conseguenza, per quanto abbiamo detto nel numero precedente, se, per ogni punto x di un intervallo $a....b$, è soddisfatta la condizione

$$\lim_{n=\infty} \varphi(n) . f(nx) = 0 ,$$

necessariamente dovrà essere

$$\lim_{n=\infty} \varphi(n) = 0 .$$

« Manifestamente la proposizione del sig. Neumann, e quindi quella del sig Cantor sono casi-particolari di questa.

3. « Le considerazioni qui esposte conducono anche, come si vede subito, all'altra proposizione:

« Se per ogni numero σ positivo piccolo a piacere esiste un intervallo $a_\sigma....b_\sigma$, in ogni punto del quale sia, da un certo n in poi,

$$\left| \varphi(n) . f\left(\psi(n) . x\right) \right| < \sigma$$

dove $\psi(n)$ indica una funzione positiva di n, crescente continuamente e indefinitamente al crescere indefinito di n, necessariamente deve essere

$$\lim_{n=\infty} \varphi(n) = 0 .$$

« Questa proposizione contiene quella data dal sig. Ascoli nella Memoria, *Sulle serie* $\Sigma A_n X_n$ (1) e dal sig. Harnack nella Memoria, *Theorie de la série de Fourier* » (2).

Fisica. — *Sull'errore nel metodo delle deflessioni prodotto dallo spostamento del filo di sospensione dalla verticale.* Nota II, del dott. L. Palazzo, presentata dal Socio Blaserna.

1. « In una precedente Nota (3) ho dato alcune formole relative all'errore che si commette nel metodo delle deflessioni di Lamont trascurando la deviazione che la componente longitudinale della forza esercitata dalla sbarra deflettente sull'ago produce nel filo di sospensione; ed ho fatto vedere che la correzione da apportarsi al valore trovato della intensità oriz-

(1) Annali di Matematica. Tomo VII, serie 2,ª pag. 277.

(2) Bulletin des sciences mathematiques ecc., par M. Darboux. Tome VI, pag. 266.

(3) Rendiconti della R. Acc. dei Lincei, ser. 4ª, vol. I, fasc. 18 [1885].

zontale del magnetismo terrestre a causa del detto spostamento era della dimensione — 10 rispetto alla distanza della sbarra dall'ago; donde ho conchiuso che tale errore doveva, nei casi ordinari, essere insensibile. Tuttavia per accertarmi meglio di quale ordine potesse realmente risultare nella pratica quell'errore, ho creduto conveniente di confermare le deduzioni teoriche precedenti e di illustrare le formole trovate, mediante calcoli numerici che riferisco in questa seconda Nota.

2. « In una serie di determinazioni delle costanti magnetiche terrestri che intrapresi all'Istituto Fisico di Roma, ho adoperato come magnete deflettente una sbarra parallepipeda d'acciaio, il cui momento magnetico ho trovato espresso dal numero 1140,356 in unità del sistema (C. G. S.), che è pure quello da me adottato in tutte le determinazioni che seguono. Questa sbarra magnetica nell'esperienza delle deflessioni veniva posta alle distanze di 35 e 45 cm. dall'ago sospeso, il quale era costituito da due piccole calamite cilindriche disposte parallelamente coi poli omonimi dalla stessa parte, ed infisse in una comune staffa munita di specchietto. Il peso totale dell'ago sospeso, compresa la staffa e lo specchietto, era di gr. 6,915, e la lunghezza del filo di sospensione era di cm. 40,7. Volendo pertanto ricercare quali fossero in questo caso i valori delle quantità che nella Nota precedente abbiamo indicate con F, α, λ, ε, η, e quale fosse il fattore di correzione dell'intensità orizzontale magnetica terrestre, possediamo già tutti i dati necessari pel calcolo delle formole, ad eccezione del momento magnetico dell'ago deflesso. Questo momento magnetico, per la piccolezza dell'ago, non poteva agevolmente determinarsi mediante le deflessioni, e meno poi ancora mediante il bifilare, che è un metodo affetto da troppe incertezze; e perciò ho pensato di ricorrere al seguente metodo.

« Se noi al posto delle sbarrette calamitate introduciamo entro la staffa, prima due sbarrette cilindriche d'ottone d'ugual peso delle due prime, e poi un'altra unica sbarretta d'ottone di lunghezza doppia, pure cilindrica e sempre dello stesso peso, possiamo, facendo oscillare successivamente i tre sistemi diversi sospesi ad un medesimo filo, determinare i rispettivi tempi d'oscillazione, e quindi stabilire tre equazioni nelle quali entrano come quantità facilmente calcolabili i momenti d'inerzia di quelle sbarrette aventi forma geometrica regolare; e da queste equazioni si potranno per conseguenza eliminare il momento di rotazione dovuto alla torsione del filo ed il momento d'inerzia della staffa. Se allora conosciamo già l'intensità orizzontale del magnetismo terrestre nel luogo dell'esperienza, anche il momento magnetico dell'ago calamitato ci sarà noto.

« Infatti siano i, i_1, i_2, i_3 rispettivamente i momenti d'inerzia del sistema delle due sbarrette magnetiche, del sistema dei due cilindretti d'ottone, dell'unica asticella d'ottone di lunghezza doppia, della staffa e dello specchietto presi insieme. Siano poi M' il momento magnetico dell'ago, X la

componente orizzontale del magnetismo terrestre, f il valore della coppia di torsione del filo per un arco uguale all'unità, preso come unità il raggio. Allora avremo per le rispettive durate d'oscillazione dei tre differenti sistemi su descritti:

$$t = \pi \sqrt{\frac{i + i_s}{M'X + f}}, \quad t_1 = \pi \sqrt{\frac{i_1 + i_s}{f}}, \quad t_2 = \pi \sqrt{\frac{i_2 + i_s}{f}};$$

pertanto ritenendo note le quantità i, i_1, i_2, le incognite f e i_s ci vengono date dalle equazioni:

$$f = \pi^2 \frac{i_2 - i_1}{t_2^2 - t_1^2} \quad (A); \qquad i_s = \frac{i_2 t_1^2 - i_1 t_2^2}{t_2^2 - t_1^2} \quad (B).$$

Perciò l'equazione

$$M'X = \pi^2 \frac{i + i_s}{t^2} - f \qquad (C)$$

ci farà conoscere M'X, e quindi M', se X è già conosciuto per altra via.

3. « Per giungere a risultati sicuri bisogna che le durate t_1 e t_2 siano nè troppo grandi, nè troppo piccole; e per conseguenza bisogna fare in modo che il momento della coppia di torsione abbia un conveniente valore. Perciò mi è parso bene di scegliere come filo di sospensione dei sistemi sopra indicati non già un filo propriamente detto, ma un sottilissimo nastrino di rame argentato, dello spessore di 3 a 4 centesimi di mm., della lunghezza di un mezzo mm., e lungo circa 40 cm.; e poi, prima di adoperare un siffatto filo nelle mie esperienze, ho voluto assicurarmi della sua bontà per l'uso a cui lo destinavo, ricercando se per esso era soddisfatta in ogni caso la proporzionalità fra la coppia di torsione e l'angolo di torsione.

« Se appendiamo a codesta striscia laminare le sbarrette calamitate, e chiamiamo θ l'angolo di torsione, e ψ la deviazione dell'ago dal meridiano magnetico, il momento della coppia di torsione sarà $f\theta$, e per l'equilibrio avremo:

$$f\theta = M'X \operatorname{sen} \psi; \qquad (D)$$

donde è chiaro che la detta proporzionalità avrà luogo, se si verificherà costanza nel valore del rapporto $\frac{\operatorname{sen} \psi}{\theta}$, qualunque sia l'angolo θ.

« Per queste prove mi sono valso del teodolite di Lamont. Al centro del medesimo era collocata una cassettina a vetri in cui era libero di muoversi l'ago collo specchietto; e dal coperchio di questa cassettina s'inalzava verticalmente un tubo d'ottone, lungo circa 40 cm., che portava in alto un piccolo disco col lembo diviso in 360 parti. Il nastrino metallico era fissato mediante una pinzetta a vite al perno centrale di questo disco, passava nell'interno del tubo, e sosteneva inferiormente, pure mediante una morsetta a vite, l'ago magnetico. Due indici congiunti al perno e diametralmente opposti permettevano di valutare sul disco graduato gli angoli di torsione del filo coll'esattezza del decimo di grado. Infine la cassettina a vetri portava

tre viti di livello colle quali la si poteva fissare sul teodolite in modo da rendere il tubo d'ottone rigorosamente verticale.

« Accingendomi a verificare la legge di proporzionalità della coppia di torsione all'angolo di torsione, ho dovuto dapprima togliere ogni torsione iniziale del filo di sospensione, e fare in modo che la direzione dell'asse magnetico dell'ago coincidesse esattamente con quella del meridiano magnetico. Ciò ho ottenuto dopo parecchi tentativi, collocando dentro la staffa alternativamente le sbarrette magnetiche e quelle d'ottone d'ugual peso, e girando opportunamente il sostegno superiore del filo, fintantochè i due diversi sistemi assumessero la medesima posizione d'equilibrio.

« Allora partendo da questa posizione, facevo rotare o in un senso o nell'altro il perno superiore cui stava appeso il filo, di un certo angolo θ che leggevo sul disco diviso; e poi movendo il cannocchiale che trascinava con sè tutto il sostegno del magnete, fino ad ottenere di nuovo la coincidenza del reticolo colla sua immagine riflessa dallo specchietto dell'ago, leggevo sul circolo azimutale del teodolite la deviazione ψ dal meridiano magnetico. In questo modo l'angolo di torsione del filo non è già $\theta - \psi$, ma semplicemente θ.

« I risultati di queste esperienze sono riportati nella seguente tabella. Per lo scopo che mi proponevo, ho creduto sufficiente di sperimentare solo fino all'angolo di torsione di 60°. Gli angoli θ sono espressi in gradi e decimi di grado; i segni $+$ e $-$ stanno ad indicare il senso della rotazione. Nella terza colonna stanno scritti i valori del rapporto $\frac{\text{sen}\,\psi}{\theta} . 57,2958$, cioè del rapporto del seno della deviazione (il quale si assume come misura della coppia di torsione) all'angolo di torsione, prendendo per unità degli angoli l'angolo corrispondente all'arco di lunghezza 1.

θ	ψ	$\frac{\text{sen}\,\psi}{\theta} . 57,2958$	Differenze dal medio
+ 14°,8	+ 8° 34′ 10″	0,57699	— 0,00145
— 15, 3	— 8 50 40	0,57578	— 0,00024
+ 29, 8	+ 17 29 40	0,57798	— 0,00244
— 30, 2	— 17 35 50	0,57357	+ 0,00197
+ 44, 7	+ 26 44 30	0,57676	— 0,00122
— 45, 1	— 26 55 30	0,57528	+ 0,00026
+ 60, 0	+ 36 58 10	0,57428	+ 0,00126
— 60, 1	— 36 59 40	0,57366	+ 0,00188
		Medio 0,57554	

Questi risultati mostrano che la proporzionalità fra la deviazione e l'angolo di torsione è abbastanza bene verificata; perchè le non grandi differenze

riscontrate nel valore del rapporto $\frac{\text{sen}\,\psi}{\theta}$. 57,2958, pel modo con cui si presentano, anzichè ad effetti di elasticità susseguente, debbonsi attribuire ad errori di osservazione, specialmente se si considera il piccolo limite di precisione con cui mi era concesso di valutare gli angoli θ. Quindi ho ritenuto quella striscia metallica come ben adatta per le mie ulteriori esperienze.

4. « Allora per ciascuno dei cilindretti calamitati e dei cilindri d'ottone che dovevano venir sospesi pel punto medio del loro asse, ho calcolato il momento d'inerzia $m\left(\frac{l^2}{12}+\frac{r^2}{4}\right)$, determinandone alla bilancia la massa m, e misurando colla macchina divisoria la lunghezza l ed il raggio r. Così ho ottenuto:

$$i = 1{,}49664 \qquad i_1 = 1{,}57373 \qquad i_2 = 6{,}20374.$$

« Poscia ho cercato i tempi d'oscillazione dei tre sistemi:

staffa e specchio colle due sbarrette magnetiche;
» » coi due cilindretti d'ottone;
» » col cilindro d'ottone di lunghezza doppia,

appendendo successivamente ognuno di essi al nastrino metallico già descritto, che stava entro apposita custodia fissato nel centro del teodolite magnetico. Per notare l'intervallo di tempo trascorso fra due determinati passaggi dell'immagine riflessa del reticolo del cannocchiale dinanzi al reticolo stesso, mi sono valso semplicemente di un contasecondi, dopo essermi però accertato che il suo andamento era regolare, e dopo averlo accuratamente confrontato con un buon cronometro. Quanto alla correzione per l'ampiezza delle oscillazioni, essa non era punto da farsi per i due ultimi sistemi che oscillavano per effetto della sola torsione; e pel primo sistema poi, l'arco massimo dell'oscillazione intera raggiungeva appena i 4°, il che portava nelle mie esperienze un errore trascurabile.

« Avendo ripetuto queste determinazioni in giorni diversi ed in ore diverse per eliminare l'effetto delle variazioni giornaliere dell'intensità del magnetismo terrestre, ho ottenuto per medî valori delle rispettive durate d'oscillazione:

$$t = 1^s{,}766 \qquad t_1 = 2^s{,}967 \qquad t_2 = 5^s{,}558.$$

« In questo modo ci siamo procurati tutti i dati necessarî pel calcolo del momento magnetico M' dell'ago sospeso; e le formole (A) e (B) ci danno pel momento della coppia di torsione e pel momento d'inerzia della staffa collo specchio :

$$f = 2{,}0688 \qquad i_s = 0{,}27155.$$

Questi valori poi sostituiti nella (C) danno:

$$M'X = 3{,}5268.$$

Facendo il rapporto fra i valori ora trovati di f e di M′X, troviamo $\frac{f}{M'X} = 0{,}58659$, che poco si discosta dal valore medio 0,57554 del rapporto $\frac{\operatorname{sen}\psi}{\theta}$. 57,2958, ottenuto nel verificare la legge di torsione del filo. Ciò difatti dev'essere in virtù dell'equazione (D); e tale accordo prova la bontà delle esperienze eseguite.

« Ora l'intensità della componente orizzontale del magnetismo terrestre in Roma aveva nel luglio 1883 il valore ([1]) 0,2325 (C. G. S.); dal quale numero, corretto coll'aumento annuo ([2]) 0,00033, si deduce per l'epoca delle mie esperienze:

$$X = 0{,}2331.$$

Perciò sarà:

$$M' = 15{,}130.$$

5. « Adesso che conosciamo il valore del momento magnetico del piccolo ago deflesso, possiamo senz'altro sottoporre al calcolo le formole (1), (2), (5), (6), (7), che ho dimostrato nella Nota precedente. I valori che vi devono essere sostituiti, sono i seguenti:

$M = 1140{,}356$ $M' = 15{,}130$ $R = 35^{cm}$ $R_1\,45^{cm}$ $l = 40^{cm}{,}7$ $P = 6779^{dine}{,}37$ perchè essendo il peso dell'ago $= 6^{gr}{,}915$, e prendendo per l'accelerazione g della gravità il valore $980^{cm}{,}3862$ trovato da Pisati e Pucci ([3]) per Roma, la forza P di gravità che agisce sull'ago resta espressa da $6{,}915 \times 980{,}3862 = 6779{,}37$.

Effettuando i calcoli otteniamo:

Per $R = 35$	Per $R_1 = 45$
$F = 0^{dine}{,}034493$	$0^{dine}{,}012623$
$\alpha = 1''{,}049$	$0''{,}384$
$\lambda = 0^{cm}{,}00020708$	$0^{cm}{,}00007578$
$\varepsilon = 0{,}00000000008452$	$0{,}0000000000032216$

$$\eta = 289689{,}3$$

$$1 + \tfrac{1}{4}\,\frac{(R_1^2 + R^2)(R_1^4 + R^4)}{R_1^8\,R^8}\,\eta = 1{,}000000000069635.$$

« Questi numeri dimostrano che lo spostamento λ dell'ago dovuto alla forza longitudinale F è affatto insensibile nel nostro caso; che il termine di correzione ε del momento di rotazione dell'ago è trascurabile, e che il fattore di correzione per cui si avrebbe da moltiplicare l'intensità orizzontale trovata del magnetismo terrestre, differisce troppo poco dall'unità per poterne tener conto.

([1]) Chistoni, Atti della R. Acc. dei Lincei, Transunti, ser. 3ª, vol. VIII [1884], pag. 197.
([2]) Keller, id. pag. 270.
([3]) Pisati e Pucci, *Sulla lunghezza del pendolo a secondi.* Mem. della R. Acc. d. Lincei, ser. 3ª, vol. XV [1883], pag. 159.

6. « Vediamo ora che cosa avvenga nel caso speciale in cui anzichè adoperare come ago deflesso un piccolo magnete, si voglia usare una sbarra di dimensioni piuttosto grandi. Per questo io ho supposto che l'ago deflesso fosse una calamita uguale in tutto alla sbarra deflettente, e quindi di peso $43^{gr},8399$, di lunghezza 16^{cm}, di momento magnetico 1140,356. In questo caso, conservando per gli altri dati i valori di prima, avremo da sostituire nelle formole i valori:

$M = M' = 1140,356 \quad R = 35^{cm} \quad R_1 = 45^{cm} \quad l = 40^{cm},7 \quad P = 42980^{dine},03$

ed otterremo così:

Per $R = 35^{cm}$	Per $R_1 = 45^{cm}$
$F = 2^{dine},59974$	$0^{dine},95138$
$\alpha = 12'',476$	$4'',566$
$\lambda = 0^{cm},0024618$	$0^{cm},0009009$
$\varepsilon = 0,00000090034$	$0,000000034319$

$$\eta = 40943010$$

$$1 + \tfrac{1}{2}\,\frac{(R_1^2 + R^2)(R_1^4 + R^4)}{R_1^8\,R^8}\,\eta = 1,0000000098418.$$

Da ciò appare che anche quando l'ago deflesso abbia un momento magnetico considerevole, lo spostamento λ ed i termini di correzione che ne derivano, benchè alquanto maggiori che nel caso precedente, non cessano tuttavia di essere nella pratica affatto trascurabili ».

Fisica — *Sui fenomeni termici che accompagnano la formazione dei miscugli di sostanze non metalliche.* Nota di A. Battelli presentata dal Socio Blaserna.

« Dopo aver trovato il dott. Palazzo ed io, nella nostra Nota *Intorno alla fusione dei miscugli di sostanze non metalliche* (1) che tali miscugli non potevano essere una semplice miscela, ma che fra le due sostanze doveva formarsi una specie di combinazione molecolare, pensammo subito che la formazione di tali miscugli dovea dar luogo ad un assorbimento o ad uno sviluppo di calore. La mancanza di tempo ci costrinse a lasciare questo tema dopo i primi tentativi: ed ora soltanto lo riprendo.

« Dopo alcune modificazioni, l'apparecchio da me adottato per queste ricerche fu il seguente. Dentro un tubo da saggio, il cui fondo era occupato da mercurio per circa 5^{mm} d'altezza, penetrava una camera di vetro aperta da ambe le parti, la cui estremità inferiore poggiava sul fondo del tubo, e quindi pescava nel mercurio. Nello spazio anulare compreso fra il tubo e la canna, io poneva una delle sostanze che dovevano formare il miscuglio, e nell' interno della canna stessa ponevo l'altra sostanza. — Così disposto l'apparecchio, lo

(1) Atti dell'Acc. delle Sc. di Torino, Vol. XIX, aprile 1884.

collocavo entro un apparato di ebollizione ove circolavano i vapori di acqua bollente, la cui temperatura è superiore alla temperatura di fusione di tutte le sostanze da me adoperate in questo studio. Cosichè essendo allo stato liquido le sostanze quando venivano fra loro a contatto, e rimanendo pur liquido il miscuglio, non si doveva tener conto del calore necessario al cambiamento di stato; e quindi se si avvertiva in quel momento una variazione di temperatura, essa era dovuta al calore assorbito o sviluppato dalla formazione del miscuglio.

« È chiaro poi che nel momento che si stimava opportuno di mescolare le sostanze, non si aveva che a sollevare la canna interna; la quale si poteva far scorrere dal basso in alto anche a distanza, mediante un filo, a cui essa era appesa, e che passava per la gola d'una carrucola sovrastante. Io ebbi sempre l'avvertenza, per non variare le condizioni degli esperimenti, d'innalzare la canna sempre fino ad una medesima altezza (di $1^{cm}5$ al disopra del livello del mercurio); fermando l'estremità del filo sempre ad un medesimo uncino.

« Nella sostanza liquida che era nella canna interna pescava il piccolo bulbo di un termometro sensibilissimo diviso in decimi, già campionato, che veniva letto per mezzo di un cannocchiale. E tanto nell'interno della canna quanto nello spazio anulare si movevano continuamente due agitatori a corsa frenata, perchè si stabilisse nelle due sostanze la medesima temperatura. Dopo circa mezz'ora che la colonna termometrica era ferma, si effettuava la mescolanza.

« Avverto poi che ho usato due canne, l'una più larga, l'altra più stretta: la prima pel caso che le quantità delle due sostanze adoperate differissero di poco fra loro, la seconda quando una delle sostanze era in eccesso, e questo perchè si mantenessero sempre quasi alla medesima altezza i livelli interno ed esterno delle due sostanze.

« Ora è chiaro: che chiamando L il numero di calorie svolte od assorbite,
P il peso complessivo delle due sostanze,
c il calore specifico del miscuglio risultante,
μ l'equivalente in acqua del tubo col mercurio e della canna con tutti gli accessorî,
Δt la variazione di temperatura, si avrà:

$$L = (Pc + \mu)\,\Delta t.$$

P fu preso sempre eguale a 12 grammi.
Δt fu calcolato nel solito modo; cioè, avendo fatto le letture del termometro di 10 secondi in 10 secondi dal momento in che esso avea cominciato ad abbassarsi fino al momento in che avea raggiunta l'altezza di prima, ho costruito graficamente con questi dati l'andamento della temperatura rispetto al tempo.

« Le curve così ottenute non avevano però in vicinanza del punto che

corrispondeva alla temperatura più bassa osservata un andamento regolare, perchè il tubo da saggio non faceva in tempo a raffreddarsi insieme al miscuglio, e quindi tendeva ad innalzarne la temperatura: perciò dall'una parte e dall'altra ho sempre prolungati i due rami discendente e ascendente delle curve fino a che s'incontrassero. Dal ramo ascendente delle curve così corrette deduceva la variazione di temperatura nell'unità di tempo, che si doveva moltiplicare pel tempo che aveva durato la discesa, e aggiungerlo poi al valore di Δt che si avea avuto direttamente dalla lettura. Quanto al valore di μ fu determinato coll'esperienza nel seguente modo: Ho introdotto nell'apparecchio 12 grammi di naftilamina, ed ho sollevata la canna interna fino alla solita altezza; e quando la temperatura comunicatagli dal vapore da lungo tempo era rimasta costante, ho introdotto rapidamente nel tubo un pezzo di stagno puro del peso di $33^{gr},4$ che avea la temperatura di 45°; superiore alla temperatura di fusione della naftilamina. Determinava così l'abbassamento di temperatura che si produceva, e colla formula del metodo delle mescolanze determinava μ. — Ho fatto tre determinazioni con la canna più larga entro il tubo, e tre con la canna più stretta: ho ottenuto come media pel primo caso $\mu = 3{,}90$, — e pel secondo $\mu = 3{,}75$.

« Per essere poi ben certo che se avvenissero variazioni di temperatura, si dovessero solo ad un'azione fra le due sostanze, ho provato in antecedenza a porre tanto nello spazio anulare quanto nella canna interna, soltanto paraffina: al momento della mescolanza non ho osservato nella colonna termometrica nessun movimento.

« Se finalmente, indicando con p e p' i pesi in grammi delle due sostanze che entrano nel miscuglio, si divide L per p, il quoziente $\frac{L}{p}$ rappresenta evidentemente il calore assorbito o sviluppato da quel dato miscuglio, quando una delle sostanze componenti pesi 1 grammo. Cosicchè facendo questi quozienti per tutti i miscugli di una data serie, noi avremo le quantità di calore assorbite o sviluppate dai miscugli, formati mantenendo sempre uguale ad 1 grammo il peso di una delle sostanze componenti, e variando il peso dell'altra secondo le proporzioni in cui le sostanze entrano nei miscugli medesimi. E nell'ultima colonna delle tabelle seguenti porrò appunto i valori di $\frac{L}{p}$; intendendo di mantenere sempre uguale ad un grammo il peso delle sostanze le cui proporzioni sono segnate nella prima colonna.

« Nelle stesse tabelle indicherò con c i calori specifici dei miscugli che sono già stati determinati in una Nota precedente pubblicata da me in unione al sig. Martinetti [1].

[1] Atti della R. Acc. dei Lincei, Rendiconti, fasc. 18, 1885.

Miscugli di naftalina e paraffina.

« I numeri posti nella colonna di Δt indicano tanto in questa tabella, come nelle seguenti, abbassamenti di temperatura; non avendo mai ottenuto un innalzamento.

L esprime piccole calorie.

Proporzioni in peso		Δt	c	L	$\frac{L}{p}$
Naftalina	Paraffina				
1	0,25	1°80	0,460	16,96	1,77
1	0,50	2,20	0,490	21,18	2,64
1	1	2,27	0,550	23,49	3,91
1	2	2,24	0,618	25,02	6,25
1	3	1,84	0,622	20,62	6,88
1	4	1,66	0,632	19,05	7,93
1	6	1,20	0,656	14,12	8,31
1	8	0,92	0,670	10,98	8,19

« Come si vede si ha un assorbimento di calore, che va aumentando a cominciare dai miscugli in cui v' è eccesso di naftalina fino al miscuglio 1 naftalina e 2 paraffina; e poi prende a diminuire aumentando le proporzioni della paraffina.

« Anche i valori di $\frac{L}{p}$ vanno aumentando sino a raggiungere un massimo; dopo il quale accennano a diminuire.

Miscugli di difenilamina e nitronaftalina.

Proporzioni in peso		Δt	c	L	$\frac{L}{p}$
Nitronaftalina	Difenilamina				
1	0,10	0°	0,378	0	0
1	0,50	0,16	0,400	1,37	1,7
1	1	0,18	0,410	1,56	2,6
1	2	0	0,432	0	0
1	4	0	0,450	0	0
1	10	0	0,458	0	0

« In questa serie di miscugli tranne nei miscugli 2 di nitronaftalina con 1 di difenilamina, e 1 di nitronaftalina con 1 di difenilamina, non ho potuto riscontrare alcun movimento della colonna termometrica.

Miscugli di paraffina e difenilamina.

Proporzioni in peso		Δt	c	L	$\frac{L}{p}$
Difenilamina	Paraffina				
1	0,33	3°20	0,448	33,50	3,80
1	1	3,92	0,548	40,48	6,75
1	3	3,25	0,610	35,98	11,99
1	5	2,84	0,630	32,12	16,06
1	6	2,02	0,650	23,63	13,90
1	8	1,40	0,662	16,58	12,69
1	16	0,65	0,676	7,81	11,16

Miscugli di naftalina e naftilamina.

Proporzioni in peso		Δt	c	L	$\frac{L}{p}$
Naftalina	Naftilamina				
1	0,125	0°86	0,405	7,53	0,71
1	1	1,90	0,416	16,60	2,77
1	2	2,40	0,404	20,63	5,16
1	3	2,22	0,407	19,16	6,39
1	4	1,88	0,407	16,51	6,88
1	8	1,06	0,410	14,11	10,61
1	16	0,40	0,408	2,72	3,87

Miscugli di canfora monobromata e stearina.

Proporzioni in peso		Δt	c	L	$\frac{L}{p}$
Canfora monobromata	Stearina				
1	0,125	0°94	0,420	9,40	0,88
1	0,25	1,20	0,430	10,87	1,13
1	0,50	1,82	0,436	16,34	2,04
1	1	2,62	0,498	25,49	4,25
1	2	2,00	0,540	20,46	5,11
1	4	1,40	0,594	15,44	6,72
1	12	0,80	0,620	9,07	9,84

« Ho provato anche se per caso si avesse assorbimento di calore nel mescolare paraffina con nitronaftalina; ma non ho ottenuto nessun risultato; com'era da aspettarsi, perchè queste due sostanze non si mescolano che in piccole proporzioni, come ho dimostrato in una Nota precedente pubblicata assieme al sig. Martinetti, *Sulla fusione dei miscugli* ecc. [1].

CONCLUSIONI

« Si deduce dall'esame delle tabelle precedenti:

1°. « Che si ha nella formazione dei miscugli da me studiati sempre assorbimento di colore. Se si pongono in confronto i valori che esprimono le calorie di assorbimento nella formazione dei miscugli con i valori che danno le calorie di fusione degli stessi miscugli [2] si vede che i primi hanno l'andamento opposto ai secondi: cioè, a partire da un miscuglio in cui una delle sostanze componenti sia in grande eccesso, le calorie di assorbimento vanno crescendo, man mano che si aumentano le proporzioni della sostanza che dapprincipio era deficiente; raggiungono un massimo, e poi diminuiscono, se si seguita sempre ad aumentare le proporzioni dell'ultima sostanza. E precisamente dove le calorie di fusione hanno un minimo, quelle di formazione hanno un massimo.

« Il prof. Domenico Mazzotto ha fatto recentemente uno studio analogo sulla formazione delle leghe metalliche [3]; ma egli ha ottenuto anche sviluppo di calore in alcuni casi, ciò che non è mai accaduto a me.

« Ringrazio i prof. Naccari e Pagliani, il primo dei quali mi ha prestate le sostanze e il secondo gli altri mezzi per eseguire questo studio ».

PERSONALE ACCADEMICO

Un'altra dolorosa perdita lamenta la R. Accademia dei Lincei nella persona del Socio Carlo Maggiorani morto in Roma il 13 agosto nella grave età di anni 85.

Il prof. Carlo Maggiorani era stato nominato linceo il 30 giugno 1850. Era nato li 8 decembre 1800.

[1] Acc. delle Sc. di Torino. Vol. XX (1885).

[2] Vedi, *Sui calori specifici e di fusione nei miscugli* di A. Battelli e M. Martinetti. Atti della R. Acc. dei Lincei, Rendiconti fasc. 18, 1885.

[3] Rend. dell'Istituto Lombardo Veneto, S. 2ª, V. XVIII, fasc. 3 (1885).

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

L'Accademia della Crusca di Firenze; la Biblioteca Nazionale di Firenze; la Biblioteca reale di Parma; la Società storico lombarda di Milano; l'Accademia Palermitana di scienze lettere e belle arti di Palermo; la Società filosofica americana di Filadelfia; l'Università di Cambridge.

D. C.
P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 6 settembre 1885.

Matematica. — *Intorno ad un' applicazione della teoria delle forme binarie quadratiche all' integrazione dell' equazione differenziale ellittica.* Nota del Socio G. Battaglini.

1. « Siano le coordinate (v_1, v_2, v_3) di un punto V nel piano espresse da

(1) $vv_1=(a_1t_1+a_2t_2)^2=a_t^2,\ vv_2=(b_1t_1+b_2t_2)^2=b_t^2,\ vv_3=(c_1t_1+c_2t_2)^2=c_t^2;$

variando il parametro $t=t_1:t_2$, il sistema dei punti V costituirà una linea di 2° ordine f. Posto

$$(aa')^2=s_{11},\ (bb')^2=s_{22},\ (cc')^2=s_{33},\ (bc)^2=s_{23},\ (ca)^2=s_{31},\ (ab)^2=s_{12},$$
$$-(bc)\,(ca)\,(ab)=s_{123},$$

(dove a', b', c' sono simboli equivalenti ad a, b, c), l'equazione di f, in coordinate (V_1, V_2, V_3) di rette, sarà

(2) $$f=(s_1V_1+s_2V_2+s_3V_3)^2=s_V^2=0\,;$$

il discriminante di f sarà $2s^2_{123}$.

« Le coordinate della retta v tangente di f nel punto V saranno date da

(3) $vV_1=(bc)\,b_t\,c_t=l_t^2,\ vV_2=(ca)\,c_t\,a_t=m_t^2,\ vV_3=(ab)\,a_t\,b_t=n_t^2.$

« Similmente siano le coordinate (V_1, V_2, V_3) di una retta v nel piano espresse da

(1) $$VV_1=(A_1T_1+A_2T_2)^2=A_T^2,\quad VV_2=(B_1T_1+B_2T_2)^2=B_T^2,$$
$$VV_3=(C_1T_1+C_2T_2)^2=C_T^2;$$

variando il parametro $T=T_1:T_2$, il sistema delle rette v costituirà una linea di 2ª classe F. Posto

$$(AA')^2=S_{11},\ (BB')^2=S_{22},\ (CC')^2=S_{33},\ (BC)^2=S_{23},\ (CA)^2=S_{31},\ (AB)^2=S_{12},$$
$$-(BC)\,(CA)\,(AB)=S_{123},$$

(dove A′, B′, C′ sono simboli equivalenti ad A, B, C), l'equazione di F, in coordinate (v_1, v_2, v_3) di punti, sarà

$$(2)\qquad F = (S_1 v_1 + S_2 v_2 + S_3 v_3)^2 = S_v{}^2 = 0\,;$$

il discriminante di F sarà $2S^2_{123}$.

« Le coordinate del punto V di contatto di F con la retta v saranno date da

$$(3)\qquad Vv_1 = (BC)\,B_T C_T = L_T{}^2,\quad Vv_2 = (CA)\,C_T A_T = M_T{}^2,\quad Vv_3 = (AB)\,A_T B_T = N_T{}^2.$$

« Considerando due rette tangenti di f, corrispondenti ai valori t', t'' del parametro t, le coordinate del loro punto comune saranno date da

$$(4)\qquad vv_1 = a_{t'}a_{t''},\quad vv_2 = b_{t'}b_{t''},\quad vv_3 = c_{t'}c_{t''}\,;$$

e similmente considerando due punti di F, corrispondenti ai valori T′, T″ del parametro T, le coordinate della loro retta comune saranno date da

$$(4)\qquad VV_1 = A_{T'}A_{T''},\quad VV_2 = B_{T'}B_{T''},\quad VV_3 = C_{T'}C_{T''}.$$

« La relazione fra i parametri t' e t'' che determinano i due punti comuni alla linea di 2° ordine f e ad una retta tangente di F, e la relazione fra i parametri T′ e T″ che determinano le due rette comuni alla linea di 2ª classe F e ad un punto di f, saranno espresse rispettivamente da

$$(5)\qquad \begin{vmatrix} S_{11}, & S_{12}, & S_{13}, & l'_{t'}l'_{t''} \\ S_{21}, & S_{22}, & S_{23}, & m'_{t'}m'_{t''} \\ S_{31}, & S_{32}, & S_{33}, & n'_{t'}n'_{t''} \\ l''_{t'}l''_{t''}, & m''_{t'}m''_{t''}, & n''_{t'}n''_{t''} & 0 \end{vmatrix} = 0,\ \text{ed}\ \begin{vmatrix} s_{11}, & s_{12}, & s_{13}, & L'_{T'}L'_{T''} \\ s_{21}, & s_{22}, & s_{23}, & M'_{T'}M'_{T''} \\ s_{31}, & s_{32}, & s_{33}, & N'_{T'}N'_{T''} \\ L''_{T'}L''_{T''}, & M''_{T'}M''_{T''}, & N''_{T'}N''_{T''}, & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

(l', m', n'; l'', m'', n''; L′, M′, N′; L″, M″, N″ essendo simboli equivalenti ad l, m, n; L, M, N).

« Ciò posto; supponiamo che il punto V e la retta v, determinati rispettivamente da t e da T, appartengano l'uno all'altra; si avrà la condizione

$$(6)\qquad a_t{}^2 A_T{}^2 + b_t{}^2 B_T{}^2 + c_t{}^2 C_T{}^2 = 0\,,$$

di 2° grado rispetto a t ed a T. Dando in (6) a T un valore arbitrario, i due valori corrispondenti di t determineranno i due punti V′ e V″ che la retta v, determinata da T, ha di comune con f; e similmente dando in (6) a t un valore arbitrario, i due valori corrispondenti di T determineranno le due rette v' e v'' che il punto V, determinato da t, ha di comune con F. Ai valori di t, o di T, che annullano il discriminante di (6), considerata come forma quadratica in (T_1, T_2), o in (t_1, t_2), corrisponderanno i quattro punti comuni, o le quattro tangenti comuni, delle due coniche f ed F.

« Ponendo simbolicamente

$$\begin{vmatrix} A_{11}, & B_{11}, & C_{11} \\ A_{12}, & B_{12}, & C_{12} \\ A_{22}, & B_{22}, & C_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11}, & b_{11}, & c_{11} \\ a_{12}, & b_{12}, & c_{12} \\ a_{22}, & b_{22}, & c_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} P_{11}p_{11}, & P_{11}p_{12}, & P_{11}p_{22} \\ P_{12}p_{11}, & P_{12}p_{12}, & P_{12}p_{22} \\ P_{22}p_{11}, & P_{22}p_{12}, & P_{22}p_{22} \end{vmatrix},$$

all'equazione (6) potrà darsi la forma simbolica

$$(7)\qquad P_T{}^2 p_t{}^2 = (P_1 T_1 + P_2 T_2)^2\,(p_1 t_1 + p_2 t_2)^2 = 0\,.$$

« Differenziando questa equazione verrà

$$P_T^2 p_t (p_1 dt_1 + p_2 dt_2) + p_t^2 P_T (P_1 dT_1 + P_2 dT_2) = 0 ,$$

ed osservando che da (7) si ha

$$\frac{P_T^2 p_t p_2}{t_1} = - \frac{P_T^2 p_t p_1}{t^2} = k , \quad \frac{p_t^2 P_T P_2}{T_1} = - \frac{p_t^2 P_T P_1}{T_2} = K ,$$

si troverà

$$\frac{1}{2} (pp')^2 P_T^2 P_T'^2 + k^2 = 0 , \qquad \frac{1}{2} (PP')^2 p_t^2 p_t'^2 + K^2 = 0 ,$$

(dinotando P', p' simboli equivalenti a P, p); quindi l'equazione differenziale diverrà

$$(t_1 dt_2 - t_2 dt_1) k + (T_1 dT_2 - T_2 dT_1) K = 0 ,$$

o sia

$$\frac{(tdt)}{\sqrt{(PP')^2 p_t^2 p_t'^2}} + \frac{(TdT)}{\sqrt{(pp')^2 P_T^2 P_T'^2}} = 0. \tag{8}$$

« Le espressioni sottoposte al radicale in (8) sono i discriminanti di (7), considerata come forma quadratica in (T_1, T_2), o in (t_1, t_2).

« Siano in (7) x, y i valori di t che corrispondono ad un valore di T, ed X, Y i valori di T che corrispondono ad un valore di t; l'equazione (8) darà

$$\begin{gathered} \frac{(xdx)}{\sqrt{(PP')^2 p_x^2 p_x'^2}} = \frac{(ydy)}{\sqrt{(PP')^2 p_y^2 p_y'^2}} = - \frac{(TdT)}{\sqrt{(pp')^2 P_T^2 P_T'^2}} , \\ \frac{(XdX)}{\sqrt{(pp')^2 P_X^2 P_X'^2}} = \frac{(YdY)}{\sqrt{(pp')^2 P_Y^2 P_Y'^2}} = - \frac{(tdt)}{\sqrt{(PP')^2 p_t^2 p_t'^2}} . \end{gathered} \tag{9}$$

« L'equazione (9) fra (x, y), o fra (X, Y), è un'equazione differenziale ellittica, di cui un integrale è dato dalla prima, o dalla seconda, delle equazioni (5), cambiando in esse t', t'' in x, y, e T', T'' in X, Y, cioè da

$$\begin{vmatrix} S_{11}, & S_{12} & S_{13}, & l'_x l'_y \\ S_{21}, & S_{22}, & S_{23}, & m'_x m'_y \\ S_{31}, & S_{32}, & S_{33}, & n'_x n'_y \\ l''_x l''_y, & m''_x m''_y, & n''_x n''_y, & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} s_{11}, & s_{12}, & s_{13}, & L'_X L'_Y \\ s_{21}, & s_{22}, & s_{23}, & M'_X M'_Y \\ s_{31}, & s_{32}, & s_{33}, & N'_X N'_Y \\ L''_X L''_Y, & M''_X M''_Y, & N''_X N''_Y & 0 \end{vmatrix} = 0 ; \tag{10}$$

l'integrale è completo, poichè mentre l'equazione differenziale (9) dipende solamente dai quattro punti comuni, o dalle quattro tangenti comuni, di f ed F, nell'integrale (10), rimanendo fissa f o F, si può supporre che F sia una linea qualunque di 2° ordine, cui appartengano quei quattro punti, o che f sia una linea qualunque di 2ª classe, cui appartengano quelle quattro rette; ciò evidentemente introduce nell'integrale una costante arbitraria.

2. « Supponiamo, per avere formole più semplici,

$$s_{23} = 0 , \; s_{31} = 0 , \; s_{12} = 0 ; \qquad S_{23} = 0 , \; S_{31} = 0 , \; S_{12} = 0 ;$$

in tal caso, ponendo

$$a_t^2 = \varphi , \; b_t^2 = \psi , \; c_t^2 = \chi ; \qquad A_T^2 = \Phi , \; B_T^2 = \Psi , \; C_T^2 = X ,$$

ed indicando con (a, b, c), (A, B, C) quantità costanti arbitrarie, si potrà supporre

$$l_t^2 = a\varphi\,,\quad m_t^2 = b\psi\,,\quad n_t^2 = c\chi\,;\qquad L_T^2 = A\Phi\,,\quad M_T^2 = B\Psi\,,\quad N_T^2 = CX\,;$$

si avrà inoltre

$$a^2\varphi^2 = -\frac{1}{2}(s_{33}\psi^2 + s_{22}\chi^2),\quad b^2\psi^2 = -\frac{1}{2}(s_{11}\chi^2 + s_{33}\varphi^2),\quad c^2\chi^2 = -\frac{1}{2}(s_{22}\varphi^2 + s_{11}\psi^2),$$

$$a^2 s_{11} = \frac{1}{2} s_{22}s_{33}\,,\quad b^2 s_{22} = \frac{1}{2} s_{33}s_{11}\,,\quad c^2 s_{33} = \frac{1}{2} s_{11}s_{22}\,,$$

$$A^2\Phi^2 = -\frac{1}{2}(S_{33}\Psi^2 + S_{22}X^2),\quad B^2\Psi^2 = -\frac{1}{2}(S_{11}X^2 + S_{33}\Phi^2),\quad C^2X^2 = -\frac{1}{2}(S_{22}\Phi^2 + S_{11}\Psi^2),$$

$$A^2 S_{11} = \frac{1}{2} S_{22}S_{33}\,,\quad B^2 S_{22} = \frac{1}{2} S_{33}S_{11}\,,\quad C^2 S_{33} = \frac{1}{2} S_{11}S_{22}\,,$$

da cui si deduce

$$s_{11} = 2bc\,,\quad s_{22} = 2ca\,,\quad s_{33} = 2ab\,;\quad S_{11} = 2BC\,,\quad S_{22} = 2CA\,,\quad S_{33} = 2AB\,,$$

$$(1)\qquad a\varphi^2 + b\psi^2 + c\chi^2 = 0\,;\qquad A\Phi^2 + B\Psi^2 + CX^2 = 0\,;$$

le equazioni di f, (in coordinate di rette e di punti), e le equazioni di F, (in coordinate di punti e di rette), si potranno quindi supporre

$$(2)\qquad \begin{aligned} &\frac{V_1^2}{a} + \frac{V_2^2}{b} + \frac{V_3^2}{c} = 0\,,\quad a v_1^2 + b v_2^2 + c v_3^2 = 0\,,\\ &\frac{v_1^2}{A} + \frac{v_2^2}{B} + \frac{v_3^2}{C} = 0\,,\quad AV_1^2 + BV_2^2 + CV_3^2 = 0\,. \end{aligned}$$

« Le supposizioni precedenti, con la prima e la seconda delle identità (1), saranno verificate ponendo

$$(3)\qquad \begin{aligned} &\varphi = (t_1^2 - t_2^2)\sqrt{bc}\,,\quad \psi = (t_1^2 + t_2^2)\sqrt{-ca}\,,\quad \chi = 2t_1t_2\sqrt{ab}\,,\\ &\Phi = (T_1^2 - T_2^2)\sqrt{BC}\,,\quad \Psi = (T_1^2 + T_2^2)\sqrt{-CA}\,,\quad X = 2T_1T_2\sqrt{AB}\,, \end{aligned}$$

o con altri due sistemi analoghi di formole, che si ottengono permutando tra loro le forme quadratiche.

« Ritenendo le formole (3), le equazioni corrispondenti alle 6, 8, 9, 10 del numero precedente, posto $Aa = \alpha$, $Bb = \beta$, $Cc = \gamma$,

$$\sigma = \frac{1}{3}\frac{\alpha(\gamma - \beta) + \beta(\gamma - \alpha)}{\gamma(\alpha - \beta)}\,,$$

saranno rispettivamente

$$(4)\quad (t_1^2 - t_2^2)(T_1^2 - T_2^2)\sqrt{\beta\gamma} + (t_1^2 + t_2^2)(T_1^2 + T_2^2)\sqrt{\gamma\alpha} + 4t_1t_2T_1T_2\sqrt{\alpha\beta} = 0,$$

$$(5)\qquad \frac{(tdt)}{\sqrt{t_1^4 + 6\sigma t_1^2t_2^2 + t_2^4}} + \frac{(TdT)}{\sqrt{T_1^4 + 6\sigma T_1^2T_2^2 + T_2^4}} = 0\,,$$

$$(6)\qquad \begin{aligned} &\frac{(xdx)}{\sqrt{x_1^4 + 6\sigma x_1^2x_2^2 + x_2^4}} = \frac{(ydy)}{\sqrt{y_1^4 + 6\sigma y_1^2y_2^2 + y_2^4}} = -\frac{(TdT)}{\sqrt{T_1^4 + 6\sigma T_1^2T_2^2 + T_2^4}}\,,\\ &\frac{(XdX)}{\sqrt{X_1^4 + 6\sigma X_1^2X_2^2 + X_2^4}} = \frac{(YdY)}{\sqrt{Y_1^4 + 6\sigma Y_1^2Y_2^2 + Y_2^4}} = -\frac{(tdt)}{\sqrt{t_1^4 + 6\sigma t_1^2t_2^2 + t_2^4}}\,, \end{aligned}$$

$$(7)\qquad \begin{aligned} &\alpha(x_1y_1 - x_2y_2)^2 - \beta(x_1y_1 + x_2y_2)^2 + \gamma(x_1y_2 + y_1x_2)^2 = 0\,,\\ &\alpha(X_1Y_1 - X_2Y_2)^2 - \beta(X_1Y_1 + X_2Y_2)^2 + \gamma(X_1Y_2 + Y_1X_2)^2 = 0\,. \end{aligned}$$

« Ponendo

$$\tau = \frac{1}{3}\frac{\sqrt{\alpha}(\sqrt{\gamma}-\sqrt{\beta})+\sqrt{\beta}(\sqrt{\gamma}-\sqrt{\alpha})}{\sqrt{\gamma}(\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta})}\,,\quad \omega = -\frac{1}{3}\frac{\sqrt{\beta\gamma}+\sqrt{\gamma\alpha}+\sqrt{\alpha\beta}}{\sqrt{\gamma}(\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta})}\,,$$

$$(t,t) = t_1^4+6\tau t_1^2 t_2^2+t_2^4 = 0\,,\qquad (\mathrm{T},\mathrm{T}) = \mathrm{T}_1^4+6\tau \mathrm{T}_1^2\mathrm{T}_2^2+\mathrm{T}_2^4,$$

all'equazione (4) potrà darsi la forma

$$(8)\qquad (t,\mathrm{T}) = \frac{1}{1.2.3.4}\left(\mathrm{T}_1\frac{d}{dt_2}-\mathrm{T}_2\frac{d}{dt_1}\right)^2(t,t)-\omega\,(\mathrm{T}_1t_1+\mathrm{T}_2t_2)^2 = 0\,,$$

nella quale si potranno scambiare tra loro le lettere t e T.

« Se poi si pone

$$\tau' = \frac{1}{3}\frac{(\gamma-\beta)+(\gamma-\alpha)}{\alpha-\beta}\,,\quad \omega' = -\frac{1}{6}\frac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha-\beta}\,,$$

$$(x,x) = x_1^4+6\tau' x_1^2x_2^2+x_2^4,\qquad (\mathrm{X},\mathrm{X}) = \mathrm{X}_1^4+6\tau'\mathrm{X}_1^2\mathrm{X}_2^2+\mathrm{X}_2^4\,,$$

(e similmente cambiando le lettere x, X in y, Y), alle equazioni (7) potrà darsi la forma

$$(9)\qquad \begin{cases} (x,y) = \dfrac{1}{1.2.3.4}\left(y_1\dfrac{d}{dx_1}+y_2\dfrac{d}{dx_2}\right)^2(x,x)-\omega'\,(x_1y_2-y_1x_2)^2 = 0\,,\\[2ex] (\mathrm{X},\mathrm{Y}) = \dfrac{1}{1.2.3.4}\left(\mathrm{Y}_1\dfrac{d}{d\mathrm{X}_1}+\mathrm{Y}_2\dfrac{d}{d\mathrm{X}_2}\right)^2(\mathrm{X},\mathrm{X})-\omega'\,(\mathrm{X}_1\mathrm{Y}_2-\mathrm{Y}_1\mathrm{X}_2)^2 = 0\,,\end{cases}$$

nelle quali si potranno scambiare tra loro le lettere x ed y, e le lettere X ed Y.

« Cambiando nelle formole precedenti rispettivamente

$$\frac{1}{\mathrm{A}},\frac{1}{\mathrm{B}},\frac{1}{\mathrm{C}}\quad\text{in}\quad \frac{1}{\mathrm{A}}+\theta a\,,\ \frac{1}{\mathrm{B}}+\theta b\,,\ \frac{1}{\mathrm{C}}+\theta c\,,$$

o pure

$$\frac{1}{a},\frac{1}{b},\frac{1}{c}\quad\text{in}\quad \frac{1}{a}+\Theta\mathrm{A},\ \frac{1}{b}+\Theta\mathrm{B},\ \frac{1}{c}+\Theta\mathrm{C},$$

il che corrisponde a cambiare F in un'altra linea di 2° ordine che ha con f gli stessi quattro punti comuni, o pure a cambiare f in un'altra linea di 2ª classe che ha con F le stesse quattro tangenti comuni, le equazioni differenziali ellittiche (6) restano inalterate, ed i loro integrali (7) diverranno (10)

$$\alpha(1+\theta\beta)(1+\theta\gamma)(x_1y_1-x_2y_2)^2-\beta(1+\theta\alpha)(1+\theta\gamma)(x_1y_1+x_2y_2)^2$$
$$+\gamma(1+\theta\alpha)(1+\theta\beta)(x_1y_2+y_1x_2)^2 = 0\,,$$

$$\alpha(1+\Theta\beta)(1+\Theta\gamma)(\mathrm{X}_1\mathrm{Y}_1-\mathrm{X}_2\mathrm{Y}_2)^2-\beta(1+\Theta\alpha)(1+\Theta\beta)(\mathrm{X}_1\mathrm{Y}_1+\mathrm{X}_2\mathrm{Y}_2)^2$$
$$+\gamma(1+\Theta\alpha)(1+\Theta\beta)(\mathrm{X}_1\mathrm{Y}_2+\mathrm{Y}_1\mathrm{X}_2)^2 = 0\,,$$

in cui θ o Θ rappresenta la costante arbitraria ».

Filologia. — *Sulle divergenze dei canzonieri nell' attribuzione di alcune poesie.* Nota del Socio E. Monaci.

« Chi si provi a ricomporre, secondo le scarse reliquie che ci restano, il canzoniere dei tempi di Federigo II, spesso incontra difficoltà nel riconoscere il vero autore di questa o di quella poesia. Infatti, per addurre

qualche esempio, la canzone « Guiderdone aspetto avere » che in A 3 ([1]) sta sotto il nome di *Notar Giacomo*, in C 27 e in D 230 la si ritrova sotto il nome di *Rinaldo d'Aquino*; la canz. « In un gravoso affanno » che in A 28 è attribuita a *Rinaldo d'Aquino*, in C 31 e in D 237 si vede invece attribuita a *Giacomo da Lentino*; e similmente altri scambi si osservano fra *Giacomo da Lentino* e *Arrigo Testa* (cnf. A 35 e B 61); fra *Giacomo da Lentino, Pier della Vigna* e *Jacopo Mostacci* (cnf. A 37, C 49, D 236); fra *Pier della Vigna* e *Stefano di Messina* (cnf. A 39 e B 122); fra *Jacopo Mostacci* e *Ruggieri d'Amici* (cnf. A 46 e C 31); fra *Pier della Vigna* e *Giacomino Pugliese* (cnf. A 60 e C 35); fra *Rinaldo d'Aquino* e *re Federigo* (cnf. A 177 e C 50), ecc. ([2])

« Come ebbi già a notare altrove ([3]), cotesti scambi sono ristretti fra rimatori dello stesso periodo, così che non si trovi, per esempio, una canzone di Giacomo da Lentino attribuita a Guittone d'Arezzo o viceversa: onde, allorchè di un rimatore manchi qualsiasi dato cronologico, siffatti scambi, anzichè crescere i dubbi, valgono invece a dare un aiuto per classificare quel rimatore non arbitrariamente.

« Ma perchè la critica possa giovarsi di questo che in certa guisa diventa un nuovo strumento d'indagine e un nuovo mezzo di dimostrazione, importa pur non poco di determinare, oltrechè la estensione, anche la causa che diede origine al fenomeno, e ciò si tenta di chiarire in questa seconda Nota.

« Che tal causa sia stata la infedeltà o il capriccio dei copisti, nella maggior parte dei casi non è nemmeno da pensare. Se fosse stato così, gli scambi non si vedrebbero limitati fra i rimatori dello stesso periodo, e il loro numero, minore nei codici più antichi, si vedrebbe andar crescendo nelle copie e nelle ricompilazioni seriori; laddove si verifica proprio il contrario, trovandosi che i canzonieri più recenti si mantennero generalmente fedeli ad una o ad altra delle tradizioni rappresentate da A da B o da C, e che le divergenze delle attribuizioni risalgono quasi sempre a quei tre antichissimi.

« Messa adunque da parte, eccetto che per qualche caso isolato, la ipotesi delle mutazioni arbitrarie de' compilatori, rimane un' altra spiegazione

([1]) Con la sigla A indico il Cod. Vat. 3793 descritto nelle *Romanische Studien* I, 61 e ss.; con B il Laurenz.-Red. 9 descritto in Caix, *Origini della lingua poetica*, 6, 255 e ss.; con C il Palatino 418 descr. in Caix, op. cit. 15, 265 e ss.; con D il Chigiano L. VIII, 305 edito diplomaticamente nel *Propugnatore*, a. 1877; con E il Vat. 3214 descr. in *Rivista di filol. romanza* I, 71 e ss.; con G il Barberiniano XLV-130 in via di pubblicazione negli Atti di questa Accademia; con M il Magliabechiano VII, 7, 1208 descr. nel *Giornale stor. della letter. ital.* IV, 116 e ss.; con N il Magliabechiano VII, 10, 1060 descritto ivi, IV, 119 e ss.

([2]) Se non m'inganno, il numero di questi scambî, nel periodo di cui ora mi occupo, è di 26.

([3]) *Da Bologna a Palermo*, Città di Castello, Lapi, 1884, p. 11.

soltanto: ma questa, fortunatamente, nè immaginaria, nè ipotetica, bensì suggerita dai manoscritti medesimi.

« Rammentiamo innanzi tutto che fra i nostri vecchi rimatori era generale il costume di mandare i loro versi non solo alla dama che cantavano, ma ben anche ai migliori maestri o compagni d'arte e a coloro altresì che pur non coltivando l'arte, erano tuttavia in riputazione di valenti quali giudici in materia d'amore e di gentilezza.

« Di tal costume ci restano molte testimonianze, particolarmente fra le canzoni di Guittone; siccome in A la 136 e la 145 dirette a ser Orlando di Chiusi, la 140 diretta a Corrado di Sterleto, la 143 a messer Cavalcante e messer Lapo, la 144 al conte Aldobrandino di Santa Fiora, la 146 a Mazzeo di Rico, la 161 al capitano Tarlati di Arezzo. E similmente, prima di Guittone, vediamo un anonimo mandare i suoi versi d'amore (A 72) al Notaio da Lentino; e vediamo altrove il Notaio da Lentino mostrarsi quasi infastidito dei versi che gli mandava l'Abbate di Tivoli (A 327, cnf. ivi 330); e più esempi ancora si potrebbero citare, se nella maggior parte dei casi i compilatori non avessero man mano soppresse le menzioni dell'invio, che non sempre si trovavano inserite nel testo medesimo del componimento.

« La insersione dell'*invio* nel testo del componimento fu, per la lirica italiana, quasi una novità di Guittone, il quale, come aveva imitato i provenzali introducendo nella canzone il *commiato*, così anche imitò i Provenzali destinando il *commiato* a contener l'*invio*.

« Prima di Guittone una canzone soltanto mi avvenne di trovare con l'invio inserito nel testo, la 72 A che ho già ricordata, dove l'invio fu messo nella penultima stanza. Invece, non solo prima di Guittone, ma anche dopo di lui, l'uso più comune fu di metter l'invio nel titolo. - Ecco uno di tali titoli che ci rimase sul 58 C:

Rex Entius Semprebono notario bononiensi [1];

eccone altri rimasti in G:

Nerius domino Simoni de Picrilc (93),
Nerius ad ser Simonem (95),
Manuellus Nerio (150),
Altavianus Nerio (152),
Pucciarellus Nerio (156),
Nerii ad Pucciarellum (157),
Ridolfus Manfredino (164),

[1] Veramente il Cod. ha *Rex hentius: sempreboñ not. boñ.*, che finora fu interpretato *Rex Hentius, Semprebonus notarius bononiensis.* Ma perchè nel secondo nome si avesse a vedere un nominativo, sarebbe stata necessaria altra abbreviatura, come *Sempreb.ˀ not.ˀ bon.ˀ* o *Semprebon ˀ* ecc. La formola del 58 C va, correttamente, risoluta in *Semprebono* ecc.

Manfredini Ridolfo (165),
D. Bosone Eugubio dompno Petro de Perugio (176),
Dompni Petro de Perugio d. Bosoni (189) ecc.

« Come si vede, questi titoli erano in origine scritti in latino, secondo si costumava pure sulle corrispondenze epistolari ([1]). Ma col tempo fra i compilatori invalse man mano l'uso di metterli in volgare, e non solamente costoro tradussero i titoli, ma altresì li ridussero, sopprimendo l'invio e lasciandovi per lo più il nome dell'autore soltanto. Così, mentre sul 72 E leggiamo :

Questo mandò messer Guido Guiniçcelli a ser Bonagiunta,

e sul 127 D

Messer Guido Guiniçcelli a ser Bonagiunta,

sul 784 A (= 127 D e 72 E) invece non resta che

Messer Guido Guinizello da Bologna.

Così pure, mentre il 314 D reca

Messer Honesto da Bologna a Messer Ugolino,

il 102 E (= 314 D) non ha che

Messer Honesto.

« E fin qui veramente la cosa è sì naturale ed ovvia che ben può parere non vi fosse bisogno di esemplificazioni, tanto più che l'invio, quando non si trattava propriamente di corrispondenze, rimanendo affatto estrinseco e accidentale, senza alcun nesso col contenuto del componimento, nemmeno era destinato a circolare sempre con quello fuor dell'esemplare mandato alla persona cui si riferiva l'invio. Ma purtroppo non tutte le riduzioni procedettero nel modo che si è visto. Si osservi difatto come andò a finire il titolo che nel 58 C è *Rex Hentius Semprebono notario bononiensi.* Nel 61 B quel titolo fu ridotto semplicemente a

Re Enzo ;

in un altro codice poi, a cui risalgono il 238 D e il 42 M, esso invece fu ridotto a

Semprebene da Bologna!

« La causa di questa sostituzione, per la quale il nome del destinatario prese il posto del nome dell'autore, fu evidentemente un equivoco che non è difficile a spiegare e che dovè ripetersi non di rado, se si consideri quanto di leggieri le sgrammaticature dei titoli latini e le abbreviature spesso arbitrarie ed incerte portavano i copisti a non riconoscere l'invio e a vedere nel secondo nome nient'altro che una *varia lectio* d'un compilatore precedente. Non sempre però tale equivoco diede luogo a una sostituzione, e talvolta anche si verificò un altro caso di cui in E s'incontra un

([1]) Veggansi per es. i facsimili delle Lettere varie de' secoli XIV e XV nell'*Archivio paleografico italiano*, I, 19-26.

esempio su quella medesima poesia che in D e in M trovasi attribuita a Semprebene. Invero, a capo di quella poesia nel 7 E si legge

Re Enzo et Messere Guido Guinizzelli;

ora, che cosa significano quei due nomi lì congiunti con la particola *et*? Altra volta si pensò che il copista avesse creduto a una specie di collaborazione del rimatore bolognese con Enzo. Ma di canzoni *a due* non si conoscono esempi, ed è più semplice e piana la ipotesi che il copista con quella dizione volesse solamente significare che aveva trovato la canzone attribuita tanto al re Enzo quanto al Guinicelli. Comunque sia però, e nella prima e nella seconda ipotesi bisogna sempre supporre un ms. anteriore dove i due nomi si trovassero di già riuniti, e su ciò il confronto del titolo 58 C non ci farà restare troppo perplessi. Re Enzo avrà mandata la sua canzone come a Semprobono così anche a Guido Guinicelli, il che non potrebbe essere più verisimile; e se sull'esemplare inviato al primo fu scritto *Rex Hentius Semprebon. not. bon.*, nell'esemplare inviato al secondo si sarà scritto *Rex Hentius dom. Guido Guiniçcelli.* Ecco dunque come poterono i due nomi trovarsi riuniti sull'esemplare onde derivò il 7 E, e non ci voleva di più perchè da questo titolo male interpretato si venisse alla doppia attribuzione del 7 E, mentre dall'altro del 58 C si era venuti alla sostituzione del 238 D e del 42 M.

« La stessa spiegazione è forse applicabile al titolo *Guido de Cavalcanti et Jacopo* che si legge sul 20 e sul 21 D; ma il caso che si ripetè più di frequente fu l'altro, quello cioè in cui il nome del destinatario rimase sostituito al nome dell'autore. Oltre l'esempio già addotto, un secondo ce ne offrono non meno evidente i titoli messi a riscontro del 110 A, 72 B, 64 C e 232 D. In A la canzone 110 è intestata *Messer Tiberto Galliziani,* in C 64 poi e in D 232 è intestata *Messer Rinaldo d'Aquino*: mentre in B 72 essa reca *Domino Rainaldo d'Aquino*: or chi non vede che la divergenza dell'attribuzione anche qui mette capo al solito equivoco generato da un titolo che press'a poco dovett'essere *Dominus Tibertus Galliziani domino Rainaldo de Aquino*? Similmente il 79 E va sotto il nome di *Messer Cino da Pistoia,* mentre il 221 D (= 79 E) va sotto il nome di *Maestro Rinuccino* e il 16 N (= 221 D e 79 E) reca *Domino Cino*; ora queste varianti non ci riporteranno anch'esse ad un titolo primitivo *Magister Rinuccinus domino Cino*? E non sarà da un *Arrigus Testa de Aritio not. J.* (*o Jacobo*) *de Lentino* che deviarono con diverso errore i tre titoli frammentarî di A 35 (*Notaio Arigo Testa da Lentino*), di B 61 (*N. Jacomo*) e di C 62 (*Arrigus divitis*) [1]? Non sarà da un *Rex Fredericus Rainaldo de*

[1] Si avverta che Arrigo Testa fu di Arezzo (v. il *Memor. Potestatum Regiensium* in Muratori, *Rer. Ital. Scr.* VIII, 1115, e il *Chron. Parmense,* ivi, IX, 768, 769 e 770), e non di Lentino donde era Giacomo; che fu podestà, e non notaio come era Giacomo. Quanto al d i u i t i s, chi ha pratica nelle scritture del sec. XIII non troverà impossibile che sia stato un abbaglio per d a r i t i o, cioè d e A r i t i o.

Aquino che ebbe origine la divergenza fra il 50 C (*Rex Fredericus*) e il 177 A (*Rinaldo d'Aquino*) ([1])? Il *Dno. Cino* del 13, del 18 e del 41 N, come il *Dno. Honesto* del 48 pur di N sono anch'essi tutti invii che si risolvettero per opera di antichi copisti e di moderni editori in altrettante sostituzioni e divergenze simili alle precedenti. E chi sa quanti altri esempi si potrebbero qui citare, osservando meglio la lettera di tutti i manoscritti. Ma non credo necessario di più per ritenere omai chiarita abbastanza la principal causa di siffatte varianti dei canzonieri. Che se dopo di ciò resterà tuttavia dubbio in alcuni casi quale, dei due iscritti sopra una stessa poesia, sia stato il vero autore e quale il destinatario, almeno si avrà sempre questo per assodato, che quei due furono non solo contemporanei, ma furono anche in relazione letteraria fra loro. Così, ricomponendo il quadro di tutte le divergenze, si potrà una volta giungere a farsi un'idea men vaga e meno fantastica del modo con cui si svolse e si diffuse quella letteratura che taluni tuttora dicono prodotta da una specie d'accademia sedente in Palermo sotto la presidenza dell'Imperator Federigo ».

Archeologia. — Il Socio Fiorelli trasmette i fascicoli delle *Notizie degli Scavi* pei mesi di giugno, luglio e agosto 1885, che trattano delle seguenti materie.

Giugno. — « *Ventimiglia.* Nuove lapidi latine del territorio intemeliese. — *Cologno al Serio.* Tomba rimessa in luce in contrada *Palazzo.* — *Crespellano.* Sepolcri del periodo detto di Villanova, scoperti in contrada *Ca Selvatica.* — *Bologna.* Avanzo di strada romana riconosciuto tra le vie Trebbo dei Carbonesi e Val d'Aposa. — *Ravenna.* Mattoni con bolli latini trovati nei resti della basilica di s. Severo presso la chiesa di *Classe Fuori.* — *Forlì.* Nuovi rinvenimenti di antichità avvenuti nella città e nel suburbio. — *Fiumana.* Tombe di età romana riconosciute nei fondi Albicini e Vicchi. — *Meldola.* Oggetti antichi scoperti nel fondo già Mastri, ora Brusaporci. — *Orvieto.* Prosecuzione degli scavi della necropoli volsiniese in contrada *Cannicella.* — *Nepi.* Cippi con iscrizioni latine trovati in via del Foro. — *Roma.* Scoporte nelle regioni urbane V, VI, VII, VIII, IX, XIII, XIV, e nelle vie *Salaria, Nomentana, Trionfale.* — *Nemi.* Nuove scoperte nell'area del tempio di Diana Nemorense. — *Tagliacozzo.* Epigrafe latina rinvenuta presso *Sorbo* frazione del Comune di Tagliacozzo. — *Torre del Garigliano.* Frammento marmoreo di iscrizione latina, riconosciuto presso la torre del Garigliano nel territorio di Minturno. — *Napoli.* Frammento d'iscrizione greca scoperto tra i materiali di costruzione in *Castel nuovo.* — *Taormina.* Frammento epigrafico greco ritrovato in contrada *s. Leo.* — *Termini-Imerese.* Lastra marmorea con avanzi di iscrizione latina trovata nel diruto castello.

([1]) Ora cancellato sopra altra cancellatura fatta sul nome di Federigo.

Luglio. — « *Rivoli-Veronese.* Situla di bronzo ed altri oggetti antichi trovati in contrada *il Castello.* — *Orbetello.* Oggetti riferibili alla necropoli di *Successa,* acquistati pel museo di Firenze. — *Roma.* Scoperte nelle regioni urbane II, IV, V, VI, VII, VIII, IX, XIII, XIV, e nelle vie *Nomentana, Portuense, Salaria.* — *Nemi.* Prosecuzione degli scavi nell'area del tempio di Diana Nemorense. — *Civita Tomassa.* Frammento di iscrizione latina rinvenuto dal sig. Tomasso Ciancarella. — *Santa Maria di Capua Vetere.* Sculture marmoree ed avanzi di antiche fabbriche rinvenute sulla via *Albana* nel casamento Maiorano. — *Pompei.* Scoperte nella Regione V, isola 2ª, e nella Regione VIII, isola 2ª. — *Taranto.* — Nuovi trovamenti epigrafici dell' agro tarantino. — *Castelvetrano.* Acquedotti di Selinunte ed oggetti trovati nella vasca di *Bigini* presso Castelvetrano.

Agosto. — « *Ventimiglia.* Altri sepolcri delle Necropoli intemeliese riconosciuti presso il teatro romano. — *Torino.* Ulteriori scoperte fatte presso il recinto romano, rimesso in luce vicino il santuario della Consolata. — *Cassano-Magnano.* Tombe scavate presso l'abitato sulla via di Fagnano. — *Cremona.* Sepolcri trovati fuori porta Milano, sulla via del *Milliaro.* — *Viadana.* Nuovi trovamenti di antichità nel territorio viadanese. — *Verona.* Ulteriori esplorazioni nella cattedrale della città. — *Venezia.* Lapide con iscrizione latina, esistente nel magazzino del sig. Emilio Cappati. — *Monteveglio.* Sepolcri del tipo detto di Villanova, scoperti presso la vallata *Ghiaia di Savigno.* — *Sarsina.* Rinvenimenti di antichità fatti in Sarsina e nel suo territorio. — *Roma.* Scoperte nelle regioni urbane II, V, VI, VII, IX. — *Nemi.* Prosecuzione degli scavi nell'area del tempio di Diana Nemorense. — *Sulmona.* Frammento epigrafico riconosciuto tra i vecchi materiali della cattedrale. — *Scurcola* (presso Avezzano). Antichi oggetti rinvenuti in vicinanza dell'abitato, e cippo iscritto scoperto in contrada *Conca d'oro.* — *Isola del Liri.* Sepolcri trovati a poca distanza dal paese nei lavori per la strada ferrata Roccasecca-Avezzano. — *Cassino.* Iscrizione latina trovata nel fondo *Petraccone.* — *Marcianise.* Statuette fittili e vaso con iscrizione graffita, rinvenuto nel fondo *Sagnelli.* — *Cuma.* Proseguimento degli scavi della necropoli cumana sulle sponde del Lago di Licola. — *Bacoli* (frazione del comune di Pozzuoli). Nuove epigrafi latine trovate a *Cappella* presso Bacoli nel territorio misenate. — *Brindisi.* Frammenti epigrafici latini scoperti presso la città, nei lavori per la strada ferrata Brindisi-Taranto. — *Nicotera.* Resti di antico acquedotto, rimessi in luce nella strada comunale Nicotera-Badia. — *Reggio di Calabria.* Nuove scoperte di antichità avvenute in Reggio e nel suo territorio. — *Termini-Imerese.* Frammento epigrafico latino scoperto tra i materiali di fabbriche nel diruto Castello. — *Selinunte.* Ripostiglio di monete di argento trovato a poca distanza dall'antica città ».

Fisica. — *Sull'errore nel metodo delle deflessioni prodotto dallo spostamento del filo di sospensione dalla verticale.* Appendice alla Nota II [1], del dott. Luigi Palazzo, presentata dal Socio Blaserna.

1. « A complemento dello studio precedente ho creduto opportuno aggiungere alcune esperienze aventi per scopo di osservare direttamente il fenomeno dello spostamento dell'ago magnetico sospeso nell'esperienza delle deflessioni. Volendo fare in modo che questo spostamento fosse almeno di qualche decimo di millimetro, ho dovuto appigliarmi ad un caso estremo, sospendendo al disopra del centro del teodolite l'ago attaccato ad un filo di seta lungo più di 6 metri; e nello stesso tempo riducendo a soli 23 cm. la distanza R fra l'ago e la sbarra. Sull'una delle due lunghe braccia del teodolite collocavo e poi toglievo alternativamente il magnete deflettente; gli spostamenti dell'estremità inferiore del filo nel piano verticale normale alla direzione della sbarra venivano osservati mediante un cannocchiale munito di un micrometro a denti ed avente forte ingrandimento, che stava fissato sull'altro braccio diametralmente opposto al primo. Le continue piccole oscillazioni del filo intorno alla sua posizione d'equilibrio non mi permisero di raggiungere l'esattezza che avrebbe potuto darmi il micrometro; nè per quante cautele abbia usato, mi fu possibile di totalmente evitarle. Ad ogni modo ho potuto benissimo osservare il fenomeno, ed ho trovato che questo spostamento avviene effettivamente nella direzione del polo dell'ago che è omonimo col polo più vicino della sbarra. Inoltre dalle numerose esperienze fatte mi risultò per questo spostamento l'ampiezza media di poco più di due denti del micrometro, corrispondenti a circa due decimi di mm. appena. Un tale spostamento non può certo produrre in pratica alcun errore sensibile. Infatti se nelle formule date facciamo come era nel nostro caso:

$$M = 1140{,}356 \quad M' = 15{,}130 \quad l = 620^{cm} \quad P = 6779^{dine}{,}37$$

otteniamo per α il valore $5''{,}627$; per λ il valore $0^{cm}{,}0169$ che non discorda molto da quello osservato; e pel termine di correzione ε il valore 0,0000046023, ancora troppo piccolo per doverne tener conto.

« Resta così completamente dimostrato che nel metodo delle deflessioni di Lamont esiste bensì una causa di errore per parte della componente longitudinale della forza che si esercita fra i due magneti, ma che quest'errore è affatto insensibile nei limiti di precisione delle nostre misure sull'intensità magnetica terrestre.

2. « Chiuderò questo mio lavoro ricordando che per effetto di induzione avviene pure uno spostamento del filo di sospensione dalla verticale, non più nella direzione normale, ma *nella direzione stessa del magnete deflettente;* cioè il magnete deflettente induce nell'ago libero una certa quantità

[1] Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, ser. 4ª, vol. I, fasc. 19 [1885].

di magnetismo normalmente alla sua lunghezza, donde deve avvenire una diminuzione della distanza fra i centri delle due calamite. Se indichiamo con — dR questa diminuzione della distanza, l'errore relativo nel valore del momento di rotazione Q è assai approssimativamente espresso da (V. nota I, form. (3)):

$$\frac{dQ}{Q} = 3\frac{dR}{R}.$$

Il Lamont accenna a questo fatto nel suo libro [1] e soggiunge che egli si è assicurato direttamente che coi mezzi ordinari questa diminuzione della distanza non è sensibile, facendo osservazioni con un microscopio munito di un micrometro che gli permetteva di valutare anche una variazione di distanza eguale a $\frac{1}{500}$ di mm.».

Fisica. — *Sulla deformazione prodotta in vasi di vetro da pressioni interne.* Nota I. dei dott. Giovanni Agamennone e Filippo Bonetti, presentata dal Socio Blaserna.

« Avendo intrapreso nell'Istituto Fisico della R.ª Università di Roma alcune ricerche sulla compressibilità dei gas, ci siamo trovati nella necessità di determinare la deformazione prodotta nel tubo di vetro, in cui avevamo da comprimere i gas, dalla pressione esercitata nel suo interno. I risultati di queste determinazioni ci è parso che potessero avere un interesse anche fuori delle nostre ricerche, e perciò abbiamo voluto pubblicarli nella presente Nota.

§ 1.

« Prima di sperimentare direttamente sull'apparecchio definitivo destinato allo studio della compressibilità dei gas abbiamo voluto far prova del metodo sopra un altro apparecchio più piccolo, ma di forma consimile e costruito con un pezzo della stessa canna di vetro, che doveva servirci per l'apparecchio definitivo.

« *Apparecchio e metodo di sperimentare.* — Questo primo piezometro consisteva in un tubo cilindrico di vetro terminato da due emisferi, dei quali il superiore portava un tubo capillare graduato. Se un istrumento di questa forma s'immagina empito d'acqua fino alla divisione n^{ma}, e si esercita poi sulla superficie dell'acqua una pressione di H mm. di mercurio (oltre la pressione atmosferica, la quale si fa sentire dentro e fuori dell'apparecchio), il

[1] Lamont, *Handbuch des Erdmagnetismus.* Berlino [1849], pag. 23.

livello si vede abbassarsi fino alla divisione m^{ma}. Conoscendo il volume v compreso tra la divisione n^{ma} e la m^{ma} e il volume V dell'apparecchio in condizioni ordinarie fino alla divisione n^{ma}, il coefficiente ω di compressibilità apparente dell'acqua viene espresso dalla formola

$$\omega = \frac{v}{V} \frac{760}{H} . \tag{1}$$

Questo coefficiente è uguale alla somma del coefficiente di deformazione φ dell'apparecchio e del coefficiente ψ di compressibilità assoluta dell'acqua. Si avrà dunque

$$\varphi = \omega - \psi = \frac{v}{V} \frac{760}{H} - \psi .$$

« Per attenuare l'influenza delle variazioni di temperatura durante le esperienze il nostro piezometro era immerso in un grande recipiente pieno d'acqua, e la lettura delle divisioni del tubo graduato si faceva da lontano con un cannocchiale, apprezzando ad occhio i decimi di divisione. Contuttociò nel recipiente era immerso un termometro destinato ad accusare le variazioni di temperatura. Per tenerne poi conto si faceva una lettura l_1 prima di comprimere, una seconda l_2 dopo la compressione e una terza l_3 alla fine, quando si tornava alla pressione ordinaria: l'abbassamento di livello era dato da $\frac{l_1 + l_3}{2} - l_2$.

« La pressione veniva fatta con una pompa di compressione per mezzo di tubi di piombo accuratamente uniti con mastice al tubo di vetro del piezometro, e misurata con un manometro ad aria libera. Le pressioni lette venivano poi ridotte a zero e corrette per la capillarità.

« *Calibrazione del tubo capillare.* — Il tubo capillare del piezometro è stato graduato in mm. con una buona macchina divisoria, tenendo conto dell'errore per il passo di vite. La calibrazione è stata fatta prima di saldare il tubo al bulbo del piezometro facendo scorrere una colonnina di mercurio lunga circa 70 mm. lungo il tubo e misurandone successivamente la lunghezza sulla graduazione del tubo. In ultimo si è pesata questa colonnina. Se p è il suo peso, t la temperatura durante la calibrazione, l la lunghezza variabile della colonna di mercurio, la sezione s determinata colla seguente formola

$$s = \frac{p(1 + 0.000179t)}{13,596l}$$

è ciò che noi abbiamo considerato come sezione corrispondente al punto medio della lunghezza abbracciata dalla colonna di mercurio. Abbiamo avuto così una serie di 32 misure, essendo la temperatura di 13°, colle quali abbiamo

costruito una curva. Per dare un'idea delle variazioni nel calibro del tubo trascriviamo i seguenti valori tratti da questa curva

TABELLA I.ª

Divisioni	Sezioni corrispondenti	Divisioni	Sezioni corrispondenti
0	mm^2 4,868	400	mm^2 4,684
100	4,850	500	4,643
200	4,803	600	4,632
300	4,747	700	4,630

« *Volume* V *del piezometro.* — Il piezometro era stato empito d'acqua in modo che alla temperatura di 12°, 5 arrivava fino alla divisione 585ª. Fu pesato alla fine delle esperienze, dipoi vuotato, asciugato con cura e ripesato un'altra volta. La differenza di queste due pesate, corretta per la spinta dell'aria e divisa per la densità 0.999489 dell'acqua a 12°. 5, ci ha dato per la temperatura di 12°. 5

$$V = cm^3\, 396,050 \,.$$

La piccola differenza di 0°, 5 che passa fra la temperatura di calibrazione e la temperatura di determinazione del volume V si è trovata addirittura trascurabile, e si sono ritenute nei calcoli le due determinazioni come fatte alla stessa temperatura.

« *Valore di* ψ. — Le più recenti e più attendibili misure della compressibilità dell'acqua sono quelle fatte dai dott. Pagliani e Vicentini [1], e perciò noi abbiamo tratto i valori occorrenti di ψ dalla curva tracciata da essi. Qui è da notare che l'acqua di cui abbiamo fatto uso non solo era stata distillata, ma per di più privata d'aria facendola bollire bene e poi ancor tepida introdotta nel piezometro facendovi il vuoto: si poteva dunque ritenere quest'acqua deaerata a sufficienza. Giova peraltro avvertire che l'influenza sul valore di ψ di un residuo d'aria disciolta non sembra considerevole, perchè Colladon e Sturm trovarono a 0° per l'acqua deaerata $\psi = 0.0000513$ e per l'acqua non privata affatto d'aria $\psi = 0.0000495$.

[1] Nuovo Cimento, serie 3ª, t. XVI, pag. 27 e seg. 161 e seg.

« *Determinazione di* ω *e di* φ. — La seguente tabella contiene i risultati delle esperienze sul primo apparecchio

Tabella II.ª

t	H	v	ω
	mm	mm³	
12°,3	837,3	42,285	0,00009691
	1506,8	78,066	0,00009942
	2617,9	134,603	0,00009868
12°,6	840,2	42,614	0,00009733
	1506,8	77,603	0,00009883
	2271,7	116,520	0,00009843
	2641,4	135,300	0,00009829
	3257,6	166,360	0,00009800
	3760,0	192,311	0,00009815
12°,5	883,1	46,320	0,00010065
	1572,7	81,633	0,00009961
	2388,9	123,142	0,00009894
	3008,2	154,776	0,00009873

Il valore di v è stato ottenuto moltiplicando la differenza di lettura $\frac{l_1+l_3}{2}-l_2$ per la sezione corrispondente al punto $\frac{\frac{l_1+l_3}{2}+l_2}{2}$ dedotta dalla curva di calibrazione.

« Da questa tabella si ricavano per i valori medî

$$t = 12°,5 \qquad \omega = 0.0000986$$

Dalle misure dei dott. Pagliani e Vicentini si deduce per la temperatura di 12°,5 $\psi = 0.0000462$; quindi si ha $\varphi = 0.0000524$.

« Per formarsi un'idea dell'importanza che hanno le misure dei diversi elementi che entrano nel valore di ω, basta mettersi nel caso più sfavorevole di H minimo e perciò anche di v minimo, cioè porre $H = 837$ mm e $v = 42$ mm³. I valori degli errori parziali saranno in questo caso i seguenti

per $\Delta v = 0.463$ mm^3 che corrisponde ad un errore di $0^d,1$ nella lettura sul tubo del piezometro 0.00000106
per $\Delta V = 100$ mm^3 che corrisponde ad un errore di circa 100 milligrammi nella pesata 0.00000002
per $\Delta H = 1$ mm. 0.00000012

Quindi l'errore totale $\Delta\omega$ sarà $= 0.00000120$
Se dalla tabella 2ª prendiamo i due valori estremi di ω, cioè 0.00009700 e 0.00010065, le loro differenze dal medio si trovano essere 0.00000160 e 0.00000200 un poco superiori al $\Delta\omega$ calcolato.

« Qui basta notare che la massima influenza è dovuta agli errori nella misura del v, ossia nella lettura sul tubo del piezometro.

§ 2.

« Dopo avere sperimentato su questo primo piezometro, ci accadde che facendo costruire col restante della canna di vetro l'apparecchio definitivo per la compressibilità dei gas, questo si ruppe. Fummo costretti allora di ricorrere ad un' altra canna, ma della stessa qualità di vetro, e fattovi costruire il nostro apparecchio, ci ponemmo a studiarne direttamente la deformazione. Il nuovo piezometro aveva forma analoga al primo, e portava lo stesso tubo graduato che era servito per il primo. Di differenza non c'era che la presenza di due punte ricurve di vetro lunghe circa 5 cm. saldate in due punti laterali del cilindro, destinate a servire di punte d'affioramento.

« Il volume V fu determinato collo stesso metodo tenuto di sopra, e si trovò per la temperatura di 16°, essendo l'apparecchio pieno d'acqua fino alla divisione 317ª,

$$V = cm^3\ 912,\ 110.$$

« Il resto delle misure procedè esattamente come nel primo caso.

« Nel fare i calcoli abbiamo preso per valori delle divisioni quelli stessi che nelle esperienze antecedenti, quantunque la determinazione di questi valori fosse stata fatta alla temperatura di 13°, e le nuove misure invece fossero fatte alla temperatura media di 16°,2; perchè l'errore possibile a commettersi vedemmo risultare trascurabilissimo. Infatti considerando l'abbassamento massimo di livello della colonna d'acqua nel tubo piezometrico, che fu di $89^d,60$ corrispondente ad una pressione di $3817^{mm},7$, e calcolando il nuovo medio w' dei valori delle divisioni comprese tra le due posizioni estreme della colonna per mezzo della formola:

$$w' = w\left[1 + a\,(t' - t)\right]$$

dove $t' - t = 3°,2$, $w =$ mm^3 4,763 ed $a = 0.000026$ (coefficiente di dilatazione cubica del vetro), si ha $v' =$ mm^3 426, 800, essendo $v = 426, 765$. Calcolando il valore di ω per mezzo di v' si ha $\omega = 0.000093152$; mentre calcolando per mezzo di v si ha $\omega = 0.000093145$. Da ciò si vede che la

differenza è trascurabilissima, e che sarebbe stato inutile tener conto della variazione di temperatura riguardo alla calibrazione del tubo.

« La tabella III[a] offre i risultati di queste nuove esperienze, ed è nella sua disposizione analoga in tutto alla prima.

TABELLA III.[a]

t	H	v	ω
	mm	mm³	
15°,4	643,51	72,169	0,00009345
	656,49	74,068	0.00009401
	1057,90	118,560	0,00009338
15°,5	1126,80	127,170	0,00009404
16°,6	1106,30	124,040	0,00009342
	1651,60	185,540	0,00009361
	2266,80	253,150	0,00009305
	2289,60	256,720	0,00009343
	2712,70	304,100	0,00009341
	3100,20	346,740	0,00009319
16,°4	687,46	76,646	0,00009290
	741,24	82,476	0,00009271
	3094,70	345,930	0,00009314
	3817,70	426,765	0,00009315

Da questa tabella si ricavano per i valori medî

$$t = 16^\circ.2 \qquad \omega = 0.0000934$$

Alla temperatura di 16°,2 si ha dalla Memoria sopracitata dei dott. Pagliani e Vicentini $\psi = 0.0000453$, donde

$$\varphi = 0.0000481$$

Prendendo $H = 643{,}51$, $v = 72{,}169$, $V = 912{,}110$ si hanno per gli errori parziali i seguenti valori

per $\Delta v = 0.463$	0.000 000 60
per $\Delta V = 100 mm^3$	0.000 000 01
per $\Delta H = 1 mm$	0.000 000 15

quindi l'errore totale $\Delta\omega$ sarà $= 0.000\,000\,76$

Prendendo dalla tabella II[a] il valore massimo di ω, cioè 0.00009406, e il minimo 0,00009274, le loro differenze dal medio sono tutt' e due eguali a 0.00000066 e comprese entro i limiti del $\Delta\omega$ calcolato ».

Fisica terrestre. — *Sull'aumento di temperatura prodotto dalla caduta d'acqua.* Nota di Filippo Keller presentata dal Socio Blaserna.

« Quando cade un corpo del peso di un chilogrammo dall'altezza di m. 428 = E si svolge per questa caduta una caloria, supposto che tutta la forza viva prodotta venga trasformata in calore; trattandosi di un chilogrammo di acqua questa caloria introdotta nella sua integrità nell'acqua medesima aumenterebbe la sua temperatura da zero a un grado. Per una temperatura iniziale superiore a zero l'aumento non sarebbe più, con rigore parlando, di un grado preciso, ma possiamo benissimo prescindere da questa piccola differenza, principalmente nel caso di una caduta di acqua in natura, la di cui temperatura è sempre poco elevata. L'altezza di m. 428 si riferisce al vuoto e dovrebbe essere aumentata per la caduta dell'acqua nell'aria di circa m. 0,56, correzione trascurabile e inferiore all'incertezza da temersi nel valore di E. Mi sono proposto di studiare fino a che punto si faccia sentire questo sviluppo di calore nelle cadute di acqua, e a tale scopo ho scelto la caduta di Terni chiamata delle Marmore, formata dal fiume Velino, che ha la considerevole altezza di m. 175 circa ed anche una portata abbastanza grande, che in media potrebbesi valutare non inferiore a m.^{3} 40 per minuto secondo, condizioni ambedue favorevoli a questa ricerca.

« Non so se simili misure siano state fatte da altri e pochi sono i passi degli autori che si riferiscono a questo argomento. Tyndall accenna il fatto soltanto con due parole, dicendo (¹) che esso dovrebbe essere percettibile nella cascata del Niagara, quando si adoperasse un termometro abbastanza sensibile. Daguin dice invece (²) « Au pied des cascades, on re-« marque quelquefois un échauffement sensible. Les voyageurs qui passent « entre le rocher et l'immense nappe de la cataracte de Niagara éprouvent « une impression de chaleur ». Io dubito molto della esattezza di questa asserzione: le non poche volte che ho visitato la caduta delle Marmore e altre, ho sempre avuto una impressione ben sensibile di freddo per effetto della molta umidità che ivi si svolge. In ogni modo poi, supposto anche vero quanto viene asserito, questo aumento di temperatura non si potrebbe che soltanto in piccola parte attribuire alla trasformazione della forza viva in calore, essendo questa cascata troppo bassa, cioè soltanto m. 50 circa.

« Secchi parlando della condottura di acqua di Patrica (circondario di

(¹) Tyndall, *La chaleur considerée comme un mode de mouvement.* Paris 1864 pag. 8.
(²) Daguin, *Traité élémentaire de Physique.* 4ª edition, vol. 2, pag. 522.

Frosinone) che è in fortissima discesa si esprime dicendo: « Car dans ces « grandes chutes l'échauffement dû à la transformation de l'action de la gra- « vité en chaleur n'est point négligeable. Ainsi à Patrica pour une chute « d'environ 400 mètres, l'eau s'echauffe de plus de deux degrés » (¹).

« Anche in questo caso l'altezza non è sufficiente per spiegare l'aumento di temperatura nella sua totalità mediante la trasformazione della forza viva; quest'ultima non basterebbe neppure a produrre un solo grado.

« Prima di esporre i risultati ottenuti da me alla caduta di Terni, stimo utile di fare precedere alcune considerazioni per rendere più chiaro il concetto che ci dobbiamo fare in generale dallo sviluppo di calore in questione. Consideriamo prima il caso astratto di una caduta di m. 428 di altezza, ove l'acqua nel cadere non incontra veruna altra resistenza nell'aria o altrove prima di giungere il fondo, di più ammettiamo che tutto il lavoro venga trasformato in calore. Poste le cose in questo modo, è chiaro che lo sviluppo del calore abbia unicamente luogo al fondo della cascata e ciascun chilogrammo d'acqua ivi giunto produrrà una caloria. Se si suppone, che la caduta si trovi riguardo alle condizioni idrauliche e calorifiche nello stato stazionario, allora è evidente che il fondo si comporterà come una sorgente perenne e costante di calore, una parte di questo viene portato via dall'acqua, mentre una seconda porzione, assai più piccola, penetra nel suolo contribuendo a mantenere una corrente calorifera, la quale si stabilisce nel suolo, secondo le leggi della trasmissione del calore nei solidi. Tale corrente deve in ultimo finire nell'atmosfera, non potendosi ammettere che il calore penetri a grandi profondità, perchè il calore terrestre aumenta con quest'ultima.

« Dal fin qui detto risulta che l'acqua non aumenterà nella supposta caduta la sua temperatura precisamente di un grado, bensì per una quantità alquanto minore. Ma per desumere teoricamente questa differenza in meno ci mancano affatto i mezzi: essa dipenderà dalle condizioni fisiche e topografiche delle roccie di cui è composto il suolo e da altre circostanze. Tuttavia è da credersi che tale differenza sia assai piccola e ciò principalmente per la poca conducibilità del suolo, mentre l'acqua smaltisce dal lato suo il calore con grande prontezza. Nel caso di una caduta non verticale le cose esposte devono essere modificate nel senso, che lo svolgimento del calore non ha più luogo esclusivamente alla base della cascata, bensì in tutta la sua estensione; però bene si vede che questa modificazione non cambia essenzialmente il precedente ragionamento; soltanto è da credersi che la porzione del calore non rimanente nell'acqua sia adesso maggiore. Il medesimo modo di ragionare è pure applicabile a un corso di acqua in pianura e perfino a un condotto d'acqua; però la circostanza ora indicata si farà

(¹) Comptes Rendus des séances de l'Académie des sciences. Vol. 65, pag. 628.

sentire ancora maggiormente e ciò in misura, che la pendenza del letto diminuisce.

« Dopo queste considerazioni generali veniamo ora al caso concreto e facciamoci innanzi tutto la domanda sino a che punto si verificano nella pratica le supposizioni fatte.

« In primo luogo non si può ammettere che realmente tutta la forza viva della cascata venga trasformata in calore, perchè l'acqua fa, mediante la corrosione del letto, un lavoro meccanico e come tale dovrebbesi considerare la produzione del suono ecc.; questa circostanza contribuisce adunque essa pure a diminuire lo sviluppo di calore. Vi è in secondo luogo una causa potentissima, che influisce sulla temperatura dell'acqua cadente, cioè il suo contatto coll'aria atmosferica, la di cui temperatura differisce in generale da quella del fiume. Questa comunicazione viene poi immensamente favorita dallo stato di suddivisione in cui si trova l'acqua nel cadere; essa sarà, a secondo il caso, favorevole o contraria allo sviluppo del calore in proposito. In terzo luogo è da considerare, che questo sparpagliamento dell'acqua produce una aumentata evaporazione e quindi anche un' azione frigorifera; questo effetto è senza dubbio molto favorito dall'azione aspiratrice della cascata, la quale agisce come una macchina pneumatica ad acqua, assorbendo cioè l'aria nella sua parte superiore e cedendola poi in basso mescolata con una grande quantità di vapore e di acqua polverizzata. In quarto luogo è da considerare un altro fatto, che potrebbe influire sulla temperatura dell'acqua cadente, il quale dipende dalla sua natura chimica. Cioè l'acqua, giunta in basso, perde una certa dose di carbonato di calcio, che tiene in soluzione, il che viene dimostrato dalle incrostazioni che ivi si formano e il depositare di questo sale determina, in astratto parlando, un qualche sviluppo di calore. Similmente è da credersi che la caduta faccia variare la quantità dei gas sciolti nell'acqua.

« Coll'enumerare queste cause che possono influire sulla temperatura in discorso non intendo punto asserire, che esse si facciano sentire tutte e quattro; è fuori di dubbio però che la seconda produce un effetto grandissimo e predominante sulle altre, come si vedrà fra poco.

« Vengo ora a esporre il procedimento, che ho seguito nelle mie osservazioni. Per prendere la temperatura di un fiume è necessario di usare delle cautele particolari, si deve scegliere un luogo, in cui si può direttamente immergere il termometro nella corrente, ove questa è abbastanza grande. Trascurando questa avvertenza e prendendo la temperatura in altri luoghi e principalmente nelle insenature, ove l'acqua ha una velocità e profondità minore, si può sbagliare persino per un grado e anche di più, segnatamente nell'estate sotto l'influenza del sole. Nelle mie osservazioni alle Marmore non era da temere nulla in questo riguardo atteso la grande velocità dell'acqua, la quale supera i due metri. Tuttavia avrei desiderato

di assicurarmi direttamente, se la temperatura si mantiene costante in tutta l'estensione della sezione o almeno alla due rive opposte, considerando anche le diverse profondità. Ma ciò non era possibile ad eseguirsi per essere i luoghi ove ho osservato poco accessibili. Ho fatto però simili osservazioni nell'Anio presso Ponte Nomentano, fiume di portata non molto differente da quella del Velino, ma di velocità assai minore; da queste risulta che stabiliti bene i due punti, le differenze osservate non superano gli errori di osservazione.

« Riguardo le condizioni topografiche della cascata sarà opportuno ricordare, che la sola metà superiore è a picco, il rimanente viene formato da varie piccole cascate e rapide. Il fiume si getta con un ultima cascatella direttamente nel Nera; essendo questo luogo inaccessibile sono stato costretto a stabilire il punto inferiore B delle mie osservazioni alquanto più in alto, cioè al ciglio di questa ultima cascatella e precisamente al principio della piccola deviazione, che conduce l'acqua per uso di innaffiamento nei sottoposti terreni apppartenenti al sig. Giovanni Conti. Parimente non ho potuto stabilire il punto superiore A al ciglio della cascata propriamente detta, bensì più a monte; tale punto al pari di B trovasi alla sinistra del fiume ed alla distanza di m. 246 dal ciglio medesimo, vi è in questa località un viottolo, che va dalla strada a raggiungere il fiume, unico punto accessibile fra la caduta e il così detto Ponte Regolatore.

« Questo tratto del fiume chiamato la Fuga ha la pendenza di $\frac{1}{240}$. La distanza orizzontale AB è di m. 780 circa. Il dislivello dei due punti A e B è stato misurato da me anni indietro varie volte mediante il barometro, ma questo modo di livellare è nel caso presente poco sicuro per la grande difficoltà che s'incontra nel valutare la temperatura dell'aria, quindi preferisco la cifra fornitami dal mio egregio amico Amilcare Spadoni. Questo distinto ingegnere incaricato ultimamente della livellazione del condotto, che porta l'acqua del Velino al nuovo stabilimento della Acciareria di Terni, ebbe la gentilezza di collegare i due punti colla detta livellazione e trovò il dislivello di m. 157,68 al quale corrisponde l'aumento teorico di temperatura di $0°,37$; questo numero è il medio di tre diverse livellazioni, molto difficoltose per la natura del suolo, la sua incertezza è di $\pm$ $0^m,20$ circa.

« Il dislivello in discorso dovrebbe essere aumentato per l'altezza dovuta alla velocità dell'acqua nel punto A, correzione assai piccola che risulta di soli m. 0,20. Si potrebbe dubitare se questa correzione deve realmente applicarsi, perchè il termometro ricevendo l'urto dell'acqua subisce un corrispondente aumento di temperatura; tuttavia questo aumento non si farà sentire, prescindendo anche dalla sua estrema piccolezza teorica, perchè trovandosi il termometro immerso in una quantità grandissima di acqua cede il calore svolto a quest'ultima con grande facilità.

« L'ostacolo più grande che ho incontrato nel prendere la temperatura

del fiume consiste nella sua continua variabilità; tale circostanza serebbe stata di poca entità, se le osservazioni fossero state fatte contemporaneamente in A e B, ma ciò non era attuabile, quindi ho dovuto contentarmi di farle in contrattempi uguali. L'ordine delle osservazioni era sempre B, A, B, meno nell'ultimo giorno, in cui era invertita; lo spazio di tempo fra due osservazioni consecutive era pel solito da 40 in 50 minuti, salvo nella 1ª 2ª e 3ª nelle quali il tempo era assai maggiore. Il termometro del quale mi sono servito, debitamente campionato, appartiene all' Istituto Fisico di Roma e fu gentilmente messo a mia disposizione dal suo Direttore, prof. Blaserna; esso è diviso in decimi di grado, le letture fatte colla lente possono considerarsi esatte sino a due o al più tre centesimi; siccome la colonna sporgente era durante le osservazioni di un giorno sempre la medesima, salvo la piccola differenza di frazione di grado, non era necessario di fare delle apposite ricerche intorno alla rispettiva correzione.

« La seguente tabella contiene i risultati da me ottenuti in undici escursioni fatte negli anni 1884 e 85.

	EPOCA		Temper. in alto	Temper. in basso	Differenza $= t$	Temper. dell'aria
1	9 Aprile 84.	ore 10 a	11°,65	11°,35	0°,30	—
2	17 Luglio	ore 12 m. 30 p	16,03	15,44	0,59	—
3	25 Agosto	ore 11 m. 30 a	13,41	13,07	0,34	—
4	20 Novembre	ore 11 m. 30 a	8,55	8,37	0,18	—
5	16 Febbraio 85.	ore 10 m. 30 a	8,10	7,80	0,30	9,00
6	15 Marzo	ore 8 m. 40 a	8,32	8,25	0,07	5,55
7	idem	ore 2 m. 30 p	8,30	8,15	0,15	7,90
8	3 Aprile	ore 10 a	10,68	10,38	0,30	10,40
9	15 Giugno	ore 8 m. 50 a	15,68	15,24	0,44	21,70
10	idem	ore 3 m. 15 p	15,25	14,73	0,52	23,10
11	23 Luglio	ore 2 m. 50 p	15,62	15,05	0,57	20,90
12	11 Agosto	ore 11 m. 30 a	15,08	14,35	0,73	25,60
13	18 Agosto	ore 8 m. 35 a	13,65	13,29	0,36	17,47

« Nell'ultima colonna s'intende per temperatura dell'aria la media delle temperature osservate in alto e in basso. Ma questa media differisce in generale considerevolmente dalla vera temperatura dell' atmosfera, perchè la cascata modifica nella sua vicinanza sensibilmente le condizioni meteorologiche di questa, principalmente per la enorme quantità di vapore che si palesa in forma di nebbia e per la corrente di aria che genera; tale effetto si fa principalmente sentire in B. Così si ebbe nella osservazione 12ª in A la temperatura 29,3, ma la vera temperatura dell'atmosfera era senza dubbio ancora maggiore, mentre la media della tabella non è che 25,60. Anche l' influenza del vento è assai sensibile, secondo che questo porta

l'umidità verso il luogo di osservazione o no. Per conoscere più esattamente la temperatura dell' atmosfera è indispensabile di stabilire il termometro ad opportuna distanza dalla cascata.

« Le cifre della ultima colonna non hanno quindi che un valore assai relativo; i valori delle prime quattro osservazioni sono soppressi del tutto, perchè in queste non era il termometro collocato precisamente nel medesimo luogo, le rispettive indicazioni non sono quindi paragonabili colle altre.

« Uno sguardo sulla tabella fa immediatamente vedere, che l'aumento t di temperatura prodotto dalla cascata è ben riconoscibile; si vede però altresì che questo aumento dipende in un modo assai marcato della temperatura dell'atmosfera, sebbene quest'ultimo non si conosca colla dovuta precisione. I valori di t vanno, ad eccezione di uno, di pari passo coll' eccesso della temperatura dell'atmosfera sopra quella del fiume. Così abbiamo nella osservazione 12ª il valore più grande di t cioè $= 0,72$ mentre il detto eccesso di temperatura risulta $= 10°,52$. Il minimo valore poi di $t = 0,07$ si verifica nella osservazione 6ª ove tale eccesso è di $— 2,76$ circa. Il valore teorico di t come fu stabilito di sopra è 0,37 e bene si vede, che i diversi t oscillano intorno a questa cifra presso a poco ugualmente al di sopra e al di sotto. La tendenza dell'atmosfera di comunicare la sua propria temperatura al fiume è quindi molto pronunciata. Il piccolo valore di t della osservazione 6ª, oltre all'aria assai fredda è probabilmente anche dovuto alla fortissima tramontana che soffiava a questo giorno. È da credersi che diminuendo la temperatura dell'aria fino a zero, il valore di t sarà verosimilmente nullo, vale a dire il riscaldamento prodotto dalla cascata rimane completamente mascherato. Tralascio di entrare in maggiori dettagli su questo fatto, come anche sull' azione frigorifera prodotta dalla vaporazione e ciò appunto per la poca sicurezza, con cui si conosce la temperatura dell'atmosfera.

« I risultati contenuti nella tabella sono una prova evidente della trasformazione di forza viva in calore nella cascata delle Marmore; su questo punto non può cadere dubbio, ma rimane difficile precisare il grado di esattezza delle cifre trovate. L'incertezza più grande da temersi dipende sopra tutto dal fatto che le osservazioni in mancanza di ogni assistenza non poterono essere fatte da me contemporaneamente al ciglio e alla base della cascata. L'argomento meriterebbe, se non erro, di essere meglio studiato disponendo le cose in modo che le temperature vengano prese nel medesimo tempo da due osservatori, mentre altri sarebbero incaricati di fare delle complete osservazioni meteoriche in luoghi posti a giusta distanza dalla cascata, forse presso il diruto castello del vicino Monte S. Angelo e in basso a Val Nerina. Sistemate le osservazioni in questo modo e ripetendole in diverse ore del giorno e in giorni delle diverse stagioni si giungerebbe a risultati più sicuri e meglio si potrebbero studiare le influenze che producono le varie vicende atmosferiche; così si farebbe anche un poco più di luce sulla parte che la evaporazione prende al fenomeno ».

Chimica. — *Sull'azione degli alogeni sul pirrolo in presenza di idrati alcalini.* Nota di GIACOMO CIAMICIAN e PAOLO SILBER, presentata dal Socio CANNIZZARO.

« In una Nota preliminare (¹) presentata a questa Accademia circa un anno fa, abbiamo brevemente accennato alla trasformazione del pirrolo in acido bicloromaleico o in imide bibromomaleica per l'azione del cloro o del bromo in soluzione alcalina. Nella presente comunicazione diamo la descrizione completa di queste esperienze.

I. Azione del cloro in soluzione alcalina sul pirrolo.

« Noi abbiamo fatto agire sul pirrolo una soluzione diluita di ipoclorito sodico, ottenuta per doppia decomposizione di una soluzione di cloruro di calce con carbonato sodico. Nel liquido filtrato venne determinato volumetricamente il cloro attivo.

« L'andamento della reazione dipende dalla concentrazione dell'ipoclorito impiegato. Se la soluzione di questo è diluita si forma ammoniaca, tetracloropirrolo ed acido bicloromaleico; con soluzioni concentrate non si ottiene invece che ammoniaca ed acido bicloroacetico.

« Si versano 10 gr. di pirrolo in un litro di una soluzione di ipoclorito sodico contenente 25 gr. di cloro attivo, avendo cura di agitare continuamente il liquido. Questo si riscalda notevolmente, prende dopo poco tempo una colorazione bruna e deposita piccole quantità di una materia carboniosa; il liquido così ottenuto, che acquista un odore irritante, viene abbandonato a se stesso per 24 ore ed indi distillato con vapore acqueo. Assieme ad abbondanti quantità di ammoniaca, passa un olio poco solubile nell'acqua e più pesante di questa, che venne estratto con etere dal liquido acquoso, seccato col cloruro di calcio e distillato a pressione ridotta. Dopo alcune distillazioni la parte principale del prodotto bolle a 50-60° ad una pressione di 25 mm.; essa ha un odore che è quasi identico a quello del pirrolo e contiene del cloro. Noi credevamo che questo liquido contenesse principalmente dei pirroli clorurati, ma l'analisi dimostrò non trattarsi invece che di pirrolo rimasto inalterato, con piccole tracce di un composto clorurato. Il liquido in questione non contiene che 5,8 % di cloro, mentre un monocloropirrolo ne richiede 34,9 %.

« Il liquido che resta indietro nella distillazione con vapore acqueo, liberato dal pirrolo rimasto inalterato e dall'ammoniaca, venne acidificato con acido solforico diluito e distillato nuovamente con vapor acqueo. Passa un olio che si solidifica nel refrigerante e che convenientemente purificato,

(¹) *Sull'azione degli ipocloriti ed ipobromiti alcalini sul pirrolo.* Transunti, VIII, 3ª serie. Ferie accademiche 1884.

ha tutte le proprietà del *Tetracloropirrolo*, ottenuto da noi per la prima volta dalla pirocolla [1] e poi artificialmente dalla succinimide [2]. L'analisi ci ha dato i seguenti numeri:

0,2175 gr. di sostanza dettero 0,6085 gr. di Ag Cl.

« In 100 parti:

	trovato		calcolato per $C_4 Cl_4 NH$
Cl	69,21	. . . .	69,27

« La soluzione acida liberata dal tetracloropirrolo venne filtrata per toglierle delle tracce di materia resinosa ed indi agitata con etere. Svaporando l'estratto etereo resta indietro un olio che si solidifica dopo qualche tempo stando nel vuoto sull'acido solforico, ma che va subito in deliquescenza se viene esposto all'aria. Per purificare questa sostanza l'abbiamo distillata alcune volte in una corrente d'anidride carbonica. Le prime porzioni del distillato restano liquide, le ultime invece si solidificano formando una massa cristallina, che venne spremuta fra carta ed indi fatta sublimare fra due vetri d'orologio. Si ottengono delle squamette senza colore che fondono a 119°-120° e che hanno tutte le proprietà dell'*anidride dell'acido bicloromaleico.*

« L'analisi diede i seguenti risultati:

I. 0,4164 gr. di sostanza dettero 0,4390 gr. di CO_2 e 0,0166 gr. di OH_2.
II. 0,4128 gr. di sostanza diedero 0,7080 gr. di Ag Cl.

« In 100 parti:

	trovato I	trovato II		calcolato per $C_4 Cl_2 O_3$
C	28,75	—	. . . .	28,74
H	0,44	—	. . . .	—
Cl	—	42,43	. . . .	42,51

« La sostanza in questione non si scioglie nell'acqua che dopo qualche tempo dando una soluzione acida; il sale argentico che venne preparato con la medesima ha tutte le proprietà del sale argentico *dell'acido bicloromaleico* [3].

« L'acido liquido che si forma in piccole quantità assieme all'acido bicloromaleico, facendo agire l'ipoclorito sodico sul pirrolo nelle proporzioni anzidette, non si produce affatto se si tratta il pirrolo (10 gr.) con una soluzione più diluita di ipoclorito sodico (15 gr. di cloro attivo in un litro di soluzione impiegata). Operando con soluzioni più concentrate invece, non si ottiene nè tetracloropirrolo, nè acido bicloromaleico ma soltanto questo

[1] e [2] Vedi: *Studî sui composti della serie del pirrolo.* Parte V. *I derivati della pirocolla*, 1883.
[3] Vedi: Ciamician e Silber, Gaz. Chim. XIII, 415.

acido che è liquido a temperatura ordinaria. Impiegando 500 c. c. di una soluzione di ipoclorito sodico contenente 45 gr. di cloro attivo, per 10 gr. di pirrolo, il liquido si riscalda fortemente; distillando la soluzione acidificata con acido solforico diluito, con vapor acqueo, non si ottengono nemmeno tracce di tetracloropirrolo. Estraendo con etere e svaporando il solvente resta indietro un olio che dopo alcune distillazioni, durante le quali si sviluppano piccole quantità di acido cloridrico, bolle quasi tutto fra 192-194°. Esso si solidifica in un miscuglio di neve e sale, e fonde a — 4°, ha un odore pungente e produce sulla cute delle vescichette. Noi abbiamo trasformato questo acido nel suo etere etilico, il quale forma un liquido di odore aggradevole che bolle costantemente a 158°. L'analisi di questo composto e tutte le sue proprietà dimostrano che esso è *l'etere bicloroacetico.*

I. 0,5040 gr. di sostanza diedero 0,5658 gr. CO_2 e 0,1884 gr. OH_2.

II. 0,2286 gr. di sostanza dettero 0,4192 gr. di Ag Cl.

« In 100 parti:

	trovato		calcolato per $C_4 Cl_2 H_6 O_2$
	I	II	
C	30,62	—	30,57
H	4,15	—	3,82
Cl	—	45,36	45,22

« Trattando dunque il pirrolo con soluzioni concentrate di ipoclorito sodico, non si ottiene che *ammoniaca* ed *acido bicloroacetico.*

II. Azione del bromo in soluzione alcalina sul pirrolo.

« Per studiare l'azione del bromo in soluzione alcalina sul pirrolo noi abbiamo trattato 10 gr. di questa sostanza con mezzo litro di una soluzione di bromo nella potassa, in cui la quantità del primo corrispondeva a 50 gr. di bromo in forma di ipobromito potassico.

« Il liquido si colora in bruno senza sensibile riscaldamento e deposita dopo qualche tempo piccole quantità di una materia carboniosa prendendo così un colore giallo chiaro. Si abbandona il tutto a se stesso per 24 ore e si fa poi bollire il liquido per qualche tempo in un apparecchio a ricadere. Le altre operazioni sono identiche a quelle descritte più sopra. Distillando con vapor acqueo passa un olio che oltre al pirrolo rimasto inalterato contiene tracce di sostanze bromurate. Acidificando il liquido con acido solforico diluito e distillando nuovamente con vapore acqueo, passano notevoli quantità di bromo libero. Noi non abbiamo potuto ottenere un tetrabromopirrolo, corrispondente al tetracloropirrolo che si forma coll'ipoclorito sodico. Il liquido che resta indietro è quasi scolorato e venne estratto con etere. Si ottiene una sostanza solida colorata in giallo, che venne fatta cristallizzare

prima dall'acqua bollente e poi dall'alcool. La materia così ottenuta fonde a 225° ed ha tutte le proprietà dell' *imide bibromomaleica* [1].

« L'analisi diede i seguenti risultati:

1,2430 gr. di sostanza dettero 0,8596 gr. di CO_2 e 0,0554 gr. di OH_2.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_4Br_2O_2NH$
C	18,86	18,82
H	0,49	0,39

« Le prime acque madri che restano indietro nella purificazione dell' imide bibromomaleica contengono una sostanza acida deliquescente, che non è altro che *l'acido bibromomaleico.* Per stabilire con certezza la natura di questo acido, abbiamo analizzato il suo sale argentico.

0,2944 gr. di sostanza dettero 0,2254 gr. di AgBr.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_4Br_2O_4Ag_2$
Ag	43,98	42,26

« Da queste esperienze risulta dunque che il bromo in soluzione alcalina trasforma il pirrolo in imide bibromomaleica, perchè la piccola quantità di acido bibromamoleico che si forma in questa reazione proviene certamente da una ulteriore decomposizione del prodotto principale.

III. Azione del jodio sul pirrolo in presenza di potassa caustica.

« Anche il jodio agisce sul pirrolo in presenza di potassa ed il prodotto che si forma non è altro che il *tetrajodopirrolo*, ottenuto per la prima volta da uno di noi assieme al Dr. Dennstedt, per l'azione di una soluzione eterea di jodio sul composto potassico del pirrolo [2]. Noi abbiamo ottenuto il tetrajodopirrolo nel seguente modo. In una soluzione di 2 gr. di pirrolo in 300 c. c. d'acqua alla quale venne aggiunto un po' di potassa si fece gocciolare una soluzione di 30 gr. di jodio in joduro potassico, agitando continuamente il liquido. Il contenuto del pallone, nel quale si fa questa operazione, prende da principio un colore oscuro e a poco a poco si va formando un precipitato azzurro-verdastro; in fine dell'operazione il liquido soprastante acquista una colorazione verdastra. Il precipitato venne filtrato, lavato con acqua e sciolto nell'alcool bollente. La soluzione alcoolica venne bollita con nero animale e trattata con acqua. Si ottiene un precipitato fioccoso, colorato in giallo, che si separa dal liquido mediante filtrazione e che si purifica facendolo cristallizzare dall'alcool bollente diluito.

[1] Vedi G. Ciamician e P. Silber, Gaz. Chim. XIV, 35.
[2] Vedi: *Studi sui composti della serie del pirrolo.* Parte III, 1882.

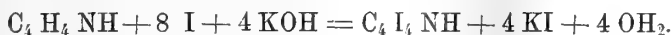
Si ottengono piccoli aghetti colorati in giallo che all'analisi diedero i seguenti numeri:

0,2156 gr. di sostanza dettero 0,3536 gr. di Ag I.

« In 100 parti :

	trovato		calcolato per $C_4 I_4 NH$
I	88,63	. . . .	88,96

« La reazione può venir rappresentata dalla seguente equazione:

$$C_4 H_4 NH + 8 I + 4 KOH = C_4 I_4 NH + 4 KI + 4 OH_2.$$

« Il tetrajodopirrolo così ottenuto corrisponde in tutte le sue proprietà a quello ottenuto dal composto potassico del pirrolo. È facilmente solubile nell' etere, nell'acido acetico glaciale e nell'alcool bollente, si scioglie meno facilmente nell'alcool freddo (1), nel benzolo bollente e nel toluene, ed è insolubile nell'acqua e nell'etere petrolico. Esso è un poco volatile e la sua soluzione alcoolica riscaldata emana un odore che ricorda quello del tetracloropirrolo. Stando esposto alla luce per lungo tempo si decompone in parte prendendo un colore più oscuro. L'acido solforico concentrato non agisce a freddo prontamente sul tetrajodopirrolo, riscaldando lievemente si produce una colorazione verde intensa, mentre si separano delle pagliette di jodio libero.

IV. Azione del bromo sul pirrilmetilchetone in presenza di acqua.

« Se si fa agire il bromo sul pirrolo in soluzione acquosa non si possono ottenere dei prodotti bene definiti; noi abbiamo perciò pensato di studiare l'azione del bromo in presenza di acqua sul pirrilmetilchetone, essendo questo uno dei composti più stabili della serie.

« Facendo arrivare dei vapori di bromo in una soluzione di 2 gr. di pirrilmetilchetone in circa 250 c. c. di acqua, si forma subito un precipitato bianco, voluminoso di piccoli aghetti, che va aumentando rapidamente in modo che quando il bromo non viene più assorbito, tutto il contenuto del pallone è trasformato in una massa semisolida. Il composto così ottenuto venne filtrato e fatto cristallizzare alcune volte dall'alcool bollente. Il nuovo prodotto, che è il

tribromopirrilmetilchetone [$C_4 Br_3 NH. COCH_3$],

(1) È da notarsi che il tetrajodopirrolo allo stato di precipitato fioccoso, oppure quando si separa dalla sua soluzione in alcool acquoso in piccoli cristalli, è molto più solubile nell'alcool freddo, che il prodotto cristallizzato in grossi prismi che si formano per lento raffreddamento di una soluzione alcoolica diluita; in ogni modo però nella Memoria già citata, invece di: « il tetrajodopirrolo è quasi insolubile nell'alcool freddo » si deve dire « esso è poco solubile nell'alcool freddo ». G. Ciamician.

forma degli aghi incolori di splendore setaceo, e diede all'analisi i seguenti numeri:

0,4466 gr. di sostanza dettero 0,7266 gr. di Ag Br.

« In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_6 H_4 Br_3 NO$
Br	69,23	69,37

« Esso fonde a 179°; è facilmente solubile nell'etere, nell'alcool bollente, nell'acido acetico e negli alcali ed è quasi insolubile nell'acqua.

« Il tribromopseudoacetilpirrolo si trasforma facilmente nel composto pentabromurato, che fu già ottenuto da uno di noi assieme al Dr. Dennstedt [1] per l'azione di un eccesso di bromo sul pirrilmetilchetone in soluzione di acido acetico glaciale. Riscaldando a b. m. una soluzione di tribromopseudoacetilpirrolo nell'acido acetico glaciale con un eccesso di bromo, fino che il liquido non emette più vapori di bromo, si ottiene una soluzione scolorata, che per raffreddamento deposita degli aghi bianchi, che fatti cristallizzare dall'acido acetico glaciale diedero all'analisi i seguenti numeri;

	trovato	calcolato per $C_6 H_2 Br_5 NO$
Br	79,22	79,36 %

« Vogliamo ancora far notare che il pirrilmetilchetone dà con una soluzione di ipoclorito sodico quasi gli stessi prodotti di decomposizione del pirrolo. Si ottiene oltre ad ammoniaca, cloroformio, acido acetico ed acido bicloromaleico.

« Riassumendo brevemente i risultati descritti nella presente Nota si può dire che gli alogeni in soluzione alcalina attaccano tutti il pirrolo, ma in grado molto diverso. Gli ipocloriti ossidano il pirrolo, trasformandolo in acido bicloromaleico o bicloroacetico, ed eliminandone l'azoto in forma di ammoniaca; il bromo in soluzione alcalina non toglie l'azoto ma esercita pure un'azione ossidante, trasformando il pirrolo in bibromomaleinimide; il jodio invece non dà altro che tetrajodopirrolo. È probabile però che in tutti i tre casi si formi prima il prodotto tetrasostituito, e che il cloro ed il bromo in soluzione alcalina esercitino una ulteriore azione su questi composti ».

Chimica — *Sopra due nuovi fluossipertitanati.* Nota di A. Piccini presentata dal Socio Cannizzaro.

« In una Nota presentata or sono due anni a questa Accademia [2] accennai che insieme al fluossipertitanato ammonico ottaedrico $Ti O^2 Fl^2 . 3NH^4 Fl$ otteneva talvolta un altro fluossisale, che si presentava in aghi gialli molto

[1] Vedi: *Studi sui composti della serie del pirrolo.* Parte VI. *L'acetilpirrolo ed il pseudoacetilpirrolo* 1883.

[2] R. Accademia de' Lincei. Transunti, 1883.

sottili. Da qualche fatto osservato allora desunsi che questo fluossisale doveva essere idrato, e contenere meno fluoruro ammonico di quello ottaedrico; ma la scarsa quantità di sostanza, di cui potevo disporre, non mi permise neppure di tentarne l'analisi. Avendo avuto, dopo molti vani tentativi, la fortuna di trovare un metodo abbastanza facile per ottenerla pura, sono ora in grado di descriverne con precisione le principali proprietà.

Fluossipertitanato ammonico aciculare $2\,Ti\,O^2\,Fl^2.\ 3\,NH^4\,Fl$.

« Questo sale si origina, insieme al fluossipertitanato ammonico ottaedrico, quando si tratta con acqua la massa gialla ottenuta facendo asciugare, in contatto dell'aria, il fluotitanito ammonico $Ti\,Fl^3.\ 3\,NH^4\,Fl$ [1]; però i cristallini aciculari sono sottilissimi ed impiantati su quelli ottaedrici, sì che è impossibile separarli nettamente: sciogliendo il tutto nell'acqua e trattando con fluoruro ammonico si ha un precipitato cristallino formato da $Ti\,O^2\,Fl^2.\ 3\,NH^3\,Fl$ puro; e questo fu il primo fatto che mi condusse a supporre una quantità minore di fluoruro d'ammonio nel fluossisale aciculare. Per la preparazione di questo sale occorreva però ricorrere a un altro processo ed il più adatto mi pare sinora il seguente.

« Si fa agire un eccesso di biossido di bario idrato sulla soluzione solforica di acido titanico (contenente circa $5\,^0/_0$ di $Ti\,O^2$); si filtra, si aggiunge dell'ammoniaca diluita, finchè il precipitato, che si va a mano a mano formando, stenta a sciogliersi, poi si versa a goccia a goccia una soluzione concentrata di fluoruro ammonico (contenente un peso di fluoruro che rappresenta soltanto la decima parte del biossido di titanio) e si agita il liquido. Si lascia a sè qualche minuto e quindi si tratta con ammoniaca finchè si ottiene un precipitato permanente; si agita il liquido col precipitato e dopo qualche ora si filtra. Talvolta avviene che il precipitato amorfo, rimasto sul filtro, si ricopre, alla superficie, di aghi gialli, sottili, disposti a raggi: in ogni modo il liquido filtrato si concentra nel vuoto, sull'acido solforico, e si ottengono così degli aghi gialli, sottilissimi, spessissimo riuniti in piccole masse mammellonari. Questi cristalli appena estratti dal liquido sono splendenti e trasparenti, ma coll'essicarsi divengono opachi; mi sono accertato che essi contengono acqua, la quale perdono completamente quando si espongono all'aria per molte ore. Il composto ben asciugato all'aria dà, se si tratta con acqua, un precipitato giallognolo e quindi non si può purificare per cristallizzazione. Esso contiene titanio, fluoro, ammoniaca ed ossigeno in quello stato, in cui esiste nell'acqua ossigenata. Per l'analisi quantitativa si ricorse alla calcinazione e si pesò il residuo ($Ti\,O^2$), oppure si sciolse il sale, a freddo, in acqua leggermente acidulata con acido cloridrico, si precipitò con ammoniaca il perossido di titanio, che venne

(1) Ibidem.

calcinato, per convertirlo in $Ti O^2$, e pesato; e finalmente si determinò nel liquido filtrato il fluoro come fluoruro di calcio.

« Per l'azione del calore moderato questo fluossisale si scompone in modo simile a quello ottaedrico ([1]), cioè lentamente e successivamente, perdendo a mano a mano il color giallo; al calor rosso lascia un residuo di $Ti O^2$ puro.

« Le analisi furono eseguite in due frazioni che si deposero successivamente dallo stesso liquido.

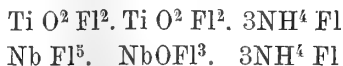
I. Gr. 0,7708 della prima frazione dettero per calcinazione Gr. 0,3491 di residuo;

II. Gr. 0,6410 della prima frazione dettero Gr. 0,2883 di $Ti O^2$ e Gr. 0,4951 di $Ca Fl^2$;

III. Gr. 0,3464 della seconda frazione dettero per calcinazione Gr. 0,1567 di residuo:

	calcolato		trovato		
			I	II	III
Ti^2 =	96	27,67	27,17	27,00	27,14
O^4 =	64	18,44	—	—	—
Fl^7 =	133	38,32	—	37,64	—
$3NH^4$ =	54	15,57	—	—	—
$2 Ti O^2 Fl^2 . 3NH^4 Fl$ =	347	100,00			
Residuo per calcinazione %		46,10	45,28		45,23

« Questo fluossisale, per la forma de' suoi cristalli isolati, per il modo nel quale questi si sogliono aggruppare, e anche per altri caratteri, presenta una certa analogia col fluo-fluossi-niobato di ammonio $Nb Fl^5 . 2NH^4 Fl + NbOFl^3 . NH^4 Fl$. Marignac ([2]) infatti lo descrive cristallizzato in mammelloni formati di prismi finissimi e corti terminati da una piramide acuta, e aggiunge che il sale disseccato fra carta da filtro, poi esposto all'aria, per una o due ore solamente, pare che contenga un equivalente d'acqua, che col tempo se ne va anche a temperatura ordinaria. Del resto scrivendo le formule dei due composti in questo modo:

$$Ti O^2 Fl^2 . Ti O^2 Fl^2 . 3NH^4 Fl$$
$$Nb Fl^5 . NbOFl^3 . 3NH^4 Fl$$

si vede una certa analogia anche nella composizione se si ricorda che la funzione di $NbOFl^3$, $Zr Fl^4$ ha qualche somiglianza con quella di $Ti O^2 Fl^2$, come io stesso ho altrove accennato. La presenza del $Nb Fl^5$ renderebbe, mi sembra, molto interessante la comparazione cristallografica dei due composti, che però si prestano malissimo alle esatte misure.

([1]) *Sopra una nuova serie di composti del titanio.* Nota di A. Piccini — R. Accademia de' Lincei — Transunti, 1885.

([2]) Annales de Chimie et de Physique (4) VIII-41.

« È inutile l'accennare come la formula 2 $Ti\,O^2\,Fl^2$. $3NH^4\,Fl$ ci spieghi senza altro perchè, aggiungendo fluoruro d'ammonio al fluossisale aciculare, si ottenga quello ottaedrico.

Fluossipertitanato baritico $Ti\,O^2\,Fl^2 . Ba\,Fl^2$

« Se si tratta con un sale solubile di bario (p. es. col nitrato) la soluzione del fluosale ammonico ottaedrico si ottiene un precipitato giallo, fioccoso, facilmente solubile negli acidi diluiti. Dopo essere stato lavato ed essiccato costituisce una polvere gialla la quale non si altera in contatto dell'aria; quando è seccata nel vuoto, sull'acido solforico, è affatto anidra e contiene bario, fluoro ed osssigeno nel solito stato. L'analisi di questo sale non si può fare sciogliendolo nell'acido cloridrico e precipitando coll'ammoniaca; e neppure si può dalla sua soluzione separare il bario coll'acido solforico perchè il solfato di bario trascina seco un poco di perossido di titanio. Un metodo spedito ed esattissimo è invece il seguente. Si incomincia col calcinare la sostanza, colle solite precauzioni, in contatto dell'aria, finche si svolge acido fluoridrico; si determina il peso del residuo formato da $Ba\,O + Ti\,O^2$. Nel crogiuolo stesso si versa poi acido cloridrico diluito, si fa digerire per qualche ora scaldando leggermente, si svapora a secchezza a bagno maria, si tratta il residuo con un po' d'acqua, si porta di nuovo a secchezza. Dopo avere mantenuto il crogiolo per qualche ora alla stufa, alla temperatura di 105°, si aggiunge acqua calda e si filtra. Nel filtrato si determina il bario allo stato di solfato, mentre nel filtro rimane l'acido titanico.

I. Gr. 0,6839 di sostanza dettero gr. 0,1765 di $Ti\,O^2$;
II. Gr. 0,7692 di sostanza dettero gr. 0,5993 di $Ba\,SO^4$ e gr. 0,2072 di $Ti\,O^2$;
III. Gr. 0,7776 di sostanza dettero per calcinazione un residuo di gr. 0,6219
IV. Gr. 0,6135 di sostanza dettero per calcinazione un residuo di gr. 0,4900 e da questo si ebbero gr. 0,1635 di $Ti\,O^2$ e gr. 0,4871 di $Ba\,SO^4$.

calcolato		trovato			
		I	II	III	IV
Ba = 137	46,75	—	45,81	—	46,68
Ti = 48	16,39	15,49	16,16	—	15,99
O^2 = 32	10,92	—	—	—	—
Fl^4 = 76	25,94	—	—	—	—
$Ti\,O^2\,Fl^2 . Ba\,Fl^2$ = 293	100,00				
Residuo per calcinazione %	79,52	—	—	79,97	79,86

« L'acido solforico diluito a freddo attacca facilmente questo composto, in specie quando è ancora umido; si forma del solfato di bario e si ottiene un liquido fortemente colorato in giallo rosso, oppure in giallo, se si opera

su piccole quantità. Se si ha l'avvertenza di impiegare un eccesso di combinazione baritica il liquido non conserva traccia di acido solforico, e contiene titanio, fluoro ed ossigeno nel solito stato; se si svapora all'aria libera si decompone con lentezza e lascia delle croste colorate in giallo rosso. Trattato con soluzioni di potassa e di ammoniaca diluite precipita dapprima; poi il precipitato si ridiscioglie, finchè per un eccesso di alcali si fa permanente. Io credo di poter fin d'ora asserire che trattando con acido solforico la soluzione di fluossipertitanato baritico $Ti\,O^2\,Fl^2.\,Ba\,Fl^2$ si libera l'acido corrispondente $Ti\,O^2\,Fl^2.\,2H\,Fl$; reazione che in questo caso mi sembra di qualche interesse non solo perchè permetterà la preparazione di nuovi fluossisali che non si sarebbero forse altrimenti ottenuti, ma anche perchè può servire a rischiarare la costituzione dei composti fluorurati derivanti dal $Ti\,O^3$. Mi riserbo di tornare su questo questo argomento, in una prossima comunicazione, quando le esperienze in proposito saranno del tutto finite ».

Chimica. — *Sulla ricerca dell'acido nitrico in presenza dell'acido nitroso.* Nota di A. Piccini presentata dal Socio Cannizzaro.

« Il Warington, in un notevole lavoro critico sui diversi modi di identificare l'acido nitrico e nitroso [1], dopo avere esaminato le reazioni che meglio servono a riconoscerli, quando sono separati, e stabilite le condizioni in cui riescono più delicate, si ferma a discutere sul valore dei due metodi, proposti l'uno dal Muir e l'altro da me [2], per constatare l'acido nitrico in presenza dell'acido nitroso. Egli, dopo avere affermato che il modo più semplice per distruggere completamente i nitriti è quello di ricorrere all'urea, e avere descritto le esperienze eseguite in proposito conclude che il mio metodo « avrebbe tutti i requisiti voluti se non fosse impossibile « di acidificare una soluzione di nitrito in presenza dell'aria senza che si « formi acido nitrico. Infatti una piccola quantità d'acido nitrico si trova « sempre, anche quando sono purissimi i nitriti con cui si esperimenta, e « i nitrati che si formano sono proporzionali ai nitriti esistenti nella solu- « zione ». L'autorità del critico su quest'argomento, che interessa l'analista oggi forse più del solito per le esatte ricerche che si fanno sui diversi stadi della nitrificazione delle materie organiche, compiuta dai bacteri, mi ha spinto a riprendere le mie esperienze, seguendo fedelmente le prescrizioni indicate quando mi occupai la prima volta della questione.

« La descrizione sommaria del modo con cui ha operato il Warington fa nascere dubbî fondati che egli non si sia messo nelle precise condizioni

[1] Chem. News LI-41.
[2] Gazz. Chim. Ital. IX-395 — Zeitschr. f. analyt. Chem. XIX-354.

da me proposte e piuttosto che alla nota originale abbia ricorso a qualche sunto. Egli infatti dice soltanto che « se si tratta una soluzione di nitrito « con un po' di urea, quindi si acidifica leggermente con acido solforico e « si scalda, il nitrito è completamente distrutto e l'azoto si svolge allo stato « gassoso », mentre io quando provava il metodo aggiungeva nitrito d'argento ad un eccesso d'urea sciolta nell' acqua e « versava poi adagio adagio l'acido « solforico diluito per mezzo di un tubo affilato, che arrivava sino al fondo del « liquido ». E raccomandavo quest' ultima precauzione perchè anch' io m'era accorto (e non ci voleva davvero molta avvedutezza) che, versando acido solforico alla superficie del liquido, si sentiva un leggiero odore di prodotti nitrosi e, talvolta, si vedeva anche una debolissima colorazione giallo aranciata nell'aria del tubo, perchè la decomposizione del nitrito era troppo rapida e l'acido nitroso sfuggiva all'azione dell'urea. Nessuna maraviglia quindi che si potesse, in queste condizioni, formare dell'acido nitrico e in dose sempre maggiore col crescere della quantità di acido nitroso reso libero e non decomposto dall'urea, ma semplicemente dall'acqua. E, per premunirmi ancora meglio contro questa causa di errore, proponeva che, quando si dovesse cercare un nitrato in presenza di un nitrito in una sostanza solubile, si dovesse prima « farne la soluzione acquosa insieme ad una buona quantità di urea « e aggiungere poi a poco a poco questa soluzione ad un'altra di urea « nell'acido solforico ». Così l'acido nitroso si liberava successivamente in piccole porzioni, in presenza di un grande eccesso di urea, e tutto si decomponeva nel modo ben noto. E l'esperienze ripetute adesso mi hanno confermato quello che allora trovai, quantunque mi sia servito di un reattivo diverso per riconoscere l'acido nitrico, della difenilammina cioè, come fece il Warington.

« Ho preparato il nitrito potassico decomponendo esattamente con cloruro di potassio puro il nitrito d'argento, ricristallizzato più volte dall'acqua bollente. Ho adoperato soluzioni di diversissima concentrazione, e trattandole come ora ho detto, mai ebbi colla difenilammina indizio di acido nitrico quando il miscuglio fu fatto lentamente e per mezzo del tubo affilato; se però il miscuglio si fa rapidamente e non si agita, si avverte un leggerissimo odore nitroso e si formano tracce di acido nitrico. Basta invece aggiungere minime quantità di un nitrato perchè la reazione colla difenilammina divenga positiva. Io sono sicuro che se il Warington vorrà ripetere le esperienze, nel modo descritto, arriverà ai medesimi risultati e, trovando così la risposta all'unica obbiezione che aveva fatto al mio metodo, lo giudicherà ben rispondente allo scopo, come lo giudicarono altri sperimentatori [1]; e nello stesso tempo si accorgerà non essere necessaria la

[1] A. Vogel, *Sitzungsberichte d. math-phys. Classe d. k. bayr. Akademie der Wissenschaften* 1881, pag. 5.

precauzione di decomporre i nitriti coll'urea fuori del contratto dell'aria, perchè operando, come ho indicato, l'acido nitroso viene distrutto prima che arrivi alla superficie libera del liquido.

« Il Warington scrive inoltre quanto segue: « Un altro metodo racco-
« mandato dal Piccini è basato sul fatto, che i nitriti si scompongono quando
« si scaldano con una soluzione perfettamente neutra di cloruro ferroso,
« mentre i nitrati si scompongono soltanto quando il sale ferroso viene aci-
« dificato. Questa reazione non pare adattata a scoprire quantità realmente
« piccole di nitrati, perchè dopo aver distrutto i nitriti non sembra possi-
« bile di applicare uno qualsiasi degli ordinarî reattivi per l'acido nitrico;
« per scoprire la sua presenza bisogna ridurlo in ammoniaca o trasformarlo
« in ossido nitrico ».

« Anche questa volta il Warington è stato probabilmente tratto in errore da qualche sunto poco ben riuscito, poichè nella mia Nota: *Sulla separazione e determinazione dell'acido nitrico e nitroso* [1] io mi sono occupato « solo della separazione quantitativa » e per il resto mi sono limitato ad « accennare, come « principio del metodo », a ciò che aveva osservato Schoenbein, citando la sua Memoria. Ma vi è di più; ciò che io proponeva era appunto di determinare l'acido nitrico sotto forma di biossido d'azoto, che si sviluppava dalla soluzione ferrosa, resa acida, dopo che tutto il nitrito era stato decomposto.

« Concludo che uno solo è il metodo qualitativo da me proposto per riconoscere l'acido nitrico in presenza dell'acido nitroso e che, praticandolo colla dovuta precauzione, dà, come risulta dagli esperimenti del Vogel e dai miei, ottimi risultati ».

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Furono inviate in dono all'Accademia le seguenti pubblicazioni di Socî:

F. Lampertico. *Nel Giubileo della Nob. Teresa Surlera delle Dame inglesi.*

T. Caruel. Continuazione della *Flora Italiana di F. Parlatore*, Vol. VI, Parte II.

A. De Zigno. *Sopra uno scheletro fossile di Myliobates, esistente nel Museo Gazola in Verona.*

G. vom Rath. *Arizona. Studien und Wahrnehmungen.*

Dal Governo di S. M. Britannica pervenne all'Accademia il Vol. I (Botanica) della *Relazione* sui risultati scientifici ottenuti colla spedizione dello « Challenger ».

[1] R. Accademia dei Lincei. Transunti, 1881; Gazz. Chim. Ital. XI, 267.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia di scienze, lettere e belle arti di Palermo; la Società zoologica di Amsterdam; la Società degli antiquari di Filadelfia; la Società botanica di Berlino; la Società di Storia patria di Kiel; la Società geologica di Manchester; il Museo di zoologia comparata di Cambridge, Mass.; l'Osservatorio di S. Francisco; la Commissione di controllo per la carta geologica del Belgio, di Bruxelles; la R. Biblioteca di Parma; le Biblioteche nazionali di Firenze e di Milano; la civica Biblioteca di Vercelli.

Annunciarono l'invio delle loro pubblicazioni:

Le R. Accademie delle scienze di Stoccolma e di Lipsia; la Società delle scienze di Harlem; l'Università di Cambridge.

D. C.
P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 20 settembre 1885.

Matematica. — *Sulle forme binarie bilineari.* Nota del Socio G. Battaglini.

1. « Sia $u = u_1 : u_2$ un parametro variabile che determina in una forma geometrica di 1ª specie, per es. in una punteggiata, la posizione di un elemento u rispetto a due elementi fondamentali. Poniamo tra i valori u' ed u'' del parametro una relazione bilineare espressa simbolicamente da

$$\varphi = (a'_1 u'_1 + a'_2 u'_2)(a''_1 u''_1 + a''_2 u''_2) = (a' u')(a'' u'') = 0 \,,$$

(1) o sia da

$$\varphi = a_{11} u'_1 u''_1 + a_{12} u'_1 u''_2 + a_{21} u'_2 u''_1 + a_{22} u'_2 u''_2 = 0 \,.$$

« L'equazione (1) stabilirà una dipendenza proiettiva tra gli elementi u' ed u''.

« Riferendo φ ad un'altra coppia di elementi fondamentali ξ' e ξ'', si avrà

$$(2) \qquad \varphi = \left\{ (a'\xi') u'_1 + (a'\xi'') u'_2 \right\} \left\{ (a''\xi') u''_1 + (a''\xi'') u''_2 \right\} = 0 \,,$$

sicchè ponendo le condizioni

$(a'\xi')(a''\xi') = 0$, $(a'\xi'')(a''\xi'') = 0$, ed inoltre $U' = (a'\xi')(a''\xi'')$, $U'' = (a'\xi'')(a''\xi')$, si otterrà l'equazione *canonica* della dipendenza proiettiva

$$(3) \qquad U' \frac{u'_1}{u'_2} + U'' \frac{u''_1}{u''_2} = 0 \,.$$

« Gli elementi ξ' e ξ'' sono gli elementi *uniti* della dipendenza (1), determinati dall'equazione $(a'u)(a''u) = 0$, o sia da

$$a_{11} u_1^2 + (a_{12} + a_{21}) u_1 u_2 + a_{22} u_2^2 = 0 \,;$$

si avranno perciò le relazioni

$$\frac{\xi'_2\xi''_2}{a_{11}} = -\frac{\xi'_1\xi''_2+\xi'_2\xi''_1}{a_{12}+a_{21}} = \frac{\xi'_1\xi''_1}{a_{22}} = \omega\,,$$

sicchè eliminando ξ' e ξ'' da

$$\mathrm{U}' = a_{11}\xi'_1\xi''_1 + a_{12}\xi'_1\xi''_2 + a_{21}\xi'_2\xi''_1 + a_{22}\xi'_2\xi''_2\,,$$
$$\mathrm{U}'' = a_{11}\xi'_1\xi''_1 + a_{12}\xi'_2\xi''_1 + a_{21}\xi'_1\xi''_2 + a_{22}\xi'_2\xi''_2\,,$$

e ponendo

$$\mathrm{I} = a_{12} - a_{21} = [a'a''],\ \mathrm{K} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = \frac{1}{2}[a'a'_\varkappa][a''a''_\varkappa],\ \mathrm{J} = \mathrm{I}^2 - 4\mathrm{K},$$

(in cui $a'_\varkappa$, $a''_\varkappa$ sono simboli equivalenti ad a', a'', ed in generale si ha per due simboli qualunque p e q, $p_1q_2 - p_2q_1 = [pq]$) si troverà

$$\mathrm{U}' - \mathrm{U}'' = \omega\mathrm{I}\sqrt{\mathrm{J}}\,,\quad \mathrm{U}' + \mathrm{U}'' = -\,\omega\mathrm{J}\,,$$

e l'equazione (3) diverrà

$$(4)\qquad (\mathrm{I} - \sqrt{\mathrm{J}})\,\frac{u'_1}{u'_2} - (\mathrm{I} + \sqrt{\mathrm{J}})\,\frac{u''_1}{u''_2} = 0\,,$$

o sia posto

$$\frac{\mathrm{I} - \sqrt{\mathrm{J}}}{\mathrm{I} + \sqrt{\mathrm{J}}} = \rho\,,\quad \text{onde}\quad \mathrm{I}^2 = \left(\sqrt{\rho} + \frac{1}{\sqrt{\rho}}\right)^2 \mathrm{K},\ u'' = \rho u'.$$

« Le quantità I, K, J sono invarianti della forma bilineare φ. Allorchè $\mathrm{I} = 0$, la dipendenza proiettiva (1) è in involuzione. Quando $\mathrm{K} = 0$, l'equazione (1) si decompone in due fattori, l'uno lineare in u', e l'altro lineare in u'', e la dipendenza proiettiva è *singolare*. Finalmente allorchè $\mathrm{J} = 0$, gli elementi uniti nella dipendenza proiettiva sono tra loro coincidenti: in tal caso prendendo per elementi fondamentali quello nel quale coincidono i due elementi uniti ($u_1 = 0$), ed un altro elemento qualunque u'_0 ($u_2 = 0$), l'equazione (1) si ridurrà alla forma

$$\frac{u''_2}{u''_1} - \frac{u'_2}{u'_1} = \frac{u''_{02}}{u''_{01}}\,,\quad \text{o sia}\quad \frac{1}{u''} - \frac{1}{u'} = \frac{1}{u''_0}\,,$$

dove u''_0 è l'elemento corrispondente all'elemento fondamentale u'_0.

« Se nella dipendenza proiettiva (4) si prende di un elemento qualunque u^0 il corrispondente u', di u' il corrispondente u'', e così di seguito, si avrà dopo n volte questa operazione $u^{(n)} = \rho^n u^0$, sicchè coinciderà $u^{(n)}$ con u^0 (qualunque sia questo elemento) quando $\rho^n = 1$, o sia quando ρ è una radice primitiva n^{ma} dell'unità; si avrà allora $\dfrac{\mathrm{I}}{\mathrm{J}} = \dfrac{1+\rho}{1-\rho}$, essendo $\rho = \cos\dfrac{2\mu\pi}{n} + i\,\mathrm{sen}\,\dfrac{2\mu\pi}{n}$ (μ numero primo con n ed inferiore ad n), onde $\mathrm{I}^2 = 4\cos^2\dfrac{\mu\pi}{n}\,\mathrm{K}$; in tal caso la dipendenza è *ciclicamente* proiettiva, o *periodica* d'ordine n. Allorchè gli elementi uniti coincidono tra loro la relazione tra u^0 ed $u^{(n)}$ sarà $\dfrac{1}{u^{(n)}} - \dfrac{1}{u^0} = \dfrac{n}{u''_0}$, e la dipendenza proiettiva non potrà essere periodica.

2. « Siano ora due forme bilineari

$$(1) \qquad \varphi = (a'u')(a''u'') = 0\,, \quad \psi = (b'u')(b''u'') = 0\,;$$

e si ponga

$$(2) \qquad \begin{aligned} I_a &= a_{12} - a_{21} = [a'a'']\,, \ I_b = b_{12} - b_{21} = [b'b'']\,, \\ 2K_{ab} &= a_{11}b_{22} - a_{12}b_{21} - a_{21}b_{12} + a_{22}b_{11} = [a'b'][a''b'']\,, \\ J_{ab} &= I_a I_b - 4K_{ab} = -[a'b'][a''b''] - [a'b''][a''b']\,, \end{aligned}$$

saranno K_{ab} ed J_{ab} invarianti simultanei delle due forme φ e ψ.

« Allorchè si annulla l'invariante K_{ab}, considerando le due dipendenze proiettive definite da $\varphi = 0$, e $\psi = 0$, si avrà che prendendo di ciascuno dei due elementi uniti, nella prima o nella seconda dipendenza, gli elementi corrispondenti rispetto alla seconda o alla prima dipendenza, nell'ordine diretto e nell'ordine inverso, (cioè da u' ad u'', e da u'' ad u') i due elementi così ottenuti saranno corrispondenti rispetto alla prima o alla seconda dipendenza. Se poi si annulla l'invariante J_{ab}, le coppie degli elementi uniti nelle due dipendenze proiettive saranno coniugate armoniche tra loro.

« Se invece della forma $(a'u')(a''u'')$, o pure $(b'u')(b''u'')$, si considera la forma $(a'u'')(a''u')$, o pure $(b'u'')(b''u')$, l'invariante

$$2K_{ab} = a_{11}b_{22} - a_{12}b_{21} - a_{21}b_{12} + a_{22}b_{11} = [a'b'][a''b'']\,,$$

si cambierà nell'altro

$$a_{11}b_{22} - a_{12}b_{12} - a_{21}b_{21} + a_{22}b_{11} = [a'b''][a''b']\,,$$

e l'annullarsi di questo invariante esprimerà una proprietà analoga a quella espressa da $K_{ab} = 0$.

« Chiamiamo *armoniche tra loro* le due forme bilineari φ e ψ allorchè $K_{ab} = 0$; se le forme

$$\varphi = (a'u')(a''u'')\,, \quad \text{e} \quad \psi = (b'u')(b''u'')$$

sono armoniche rispetto alle forme

$$\Phi = (A'u')(A''u'')\,, \quad \text{e} \quad \Psi = (B'u')(B''u'')\,,$$

ogni forma della serie semplicemente infinita $\alpha\varphi + \beta\psi$, variando il rapporto $\alpha:\beta$, sarà armonica rispetto ad ogni forma della serie semplicemente infinita $A\Phi + B\Psi$, variando il rapporto $A:B$, e viceversa.

« Le forme quadratiche

$$(3) \qquad (a'u)(b'u)[a''b''] = 0\,, \quad (a''u)(b''u)[a'b'] = 0\,,$$

sono covarianti del sistema di forme bilineari $\varphi = 0$ e $\psi = 0$. I due elementi u', o pure u'', determinati dalla prima, o pure dalla seconda, di queste equazioni hanno per corrispondenti, rispetto alle due dipendenze $\varphi = 0$ e $\psi = 0$, i due elementi u'', o pure u', determinati dalla seconda, o pure dalla prima delle stesse equazioni. Scambiando tra loro in (3) b' e b'', o pure a' ed a'' si avranno gli altri due covarianti

$$(4) \qquad (a'u)(b''u)[a''b'] = 0\,, \quad (a''u)(b'u)[a'b''] = 0\,.$$

« Il determinante funzionale, o Iacobiano, del sistema di forme binarie quadratiche

$$(a' u)(b' u) = 0 , \quad \text{e} \quad (b' u)(b'' u) = 0 ,$$

sarà la somma delle equazioni (3) e (4).

« Siano ora tre forme bilineari

$$(5) \quad \varphi = (a' u')(a'' u'') = 0 , \ \psi = (b' u')(b'' u'') = 0 , \ \chi = (c' u')(c'' u'') = 0 ;$$

se esse sono armoniche rispetto ad una quarta forma bilineare Θ, ogni forma della serie doppiamente infinita $\alpha\varphi + \beta\psi + \gamma\chi$, variando i rapporti $\alpha : \beta : \gamma$, sarà armonica rispetto a Θ; l'equazione della forma Θ, armonica rispetto alle tre forme φ, ψ, χ, sarà

$$(6) \quad \begin{vmatrix} u'_1 u''_1 , & u'_1 u''_2 , & u'_2 u''_1 , & u'_2 u''_2 \\ a_{22} , & -a_{21} , & -a_{12} , & a_{11} \\ b_{22} , & -b_{21} , & -b_{12} , & b_{11} \\ c_{22} , & -c_{21} , & -c_{12} , & c_{11} \end{vmatrix} = 0 .$$

« Finalmente, considerando quattro forme bilineari

$$(7) \quad \varphi = (a' u')(a'' u'') = 0 , \ \psi = (b' u')(b'' u'') = 0 , \ \chi = (c' u')(c'' u'') = 0 ,$$
$$\theta = (d' u')(d'' u'') = 0 ,$$

se esse sono armoniche rispetto ad una stessa forma (nel qual caso avverrà lo stesso per tutte le forme della serie triplamente infinita $\alpha\varphi + \beta\psi + \gamma\chi + \delta\theta$, variando i rapporti $\alpha : \beta : \gamma : \delta$), si avrà la condizione

$$(8) \quad \begin{vmatrix} a_{11} , & a_{12} , & a_{21} , & a_{22} \\ b_{11} , & b_{12} , & b_{21} , & b_{22} \\ c_{11} , & c_{12} , & c_{21} , & c_{22} \\ d_{11} , & d_{12} , & d_{21} , & d_{22} \end{vmatrix} = 0 .$$

3. « Supponiamo ora che le coordinate (v_1 , v_2 , v_3) di un elemento V in una forma geometrica di 2ª specie, per es. di un punto in un piano, riferito ad una terna di elementi fondamentali siano proporzionali a tre forme binarie bilineari; ponendo

$$vv_1 = (a' u')(a'' u''), \quad vv_2 = (b' u')(b'' u'') , \quad vv_3 = (c' u')(c'' u'') ,$$

ad ogni coppia di valori arbitrarî attribuiti ai parametri u' ed u'' corrisponderà un punto V nel piano; gli stessi valori determineranno poi in una forma geometrica di 1ª specie, per es. in una punteggiata, due elementi, che diremo gli elementi (u', u'') *rappresentativi* del punto V nel piano.

« Se il punto V appartiene alla retta v, di coordinate (V_1 , V_2 , V_3), tra i parametri u' ed u'' si avrà la relazione

$$(1) \quad \sigma(v) = V_1 (a' u')(a'' u'') + V_2 (b' u')(b'' u'') + V_3 (c' u')(c' u'') = 0 ,$$

sicchè ad ogni retta v del piano corrisponderà una forma bilineare $\sigma(v) = 0$, o in altri termini una dipendenza proiettiva tra gli elementi (u', u'') rappresentativi del punto V della retta v.

« Se la dipendenza $\sigma(v)=0$ è in involuzione, si avrà

(2) $$V_1 I_a + V_2 I_b + V_3 I_c = 0\,,$$

sicchè la retta v passerà allora pel punto V_0 rappresentato da (2).

« Se la dipendenza $\sigma(v)=0$ è singolare, o pure ha gli elementi uniti coincidenti, la retta v sarà tangente alla linea Σ di 2ª classe rappresentata dall'equazione

(3) $$V_1^2 K_{aa} + \dots + 2V_2 V_3 K_{bc} + \dots = 0\,,$$

o pure alla linea Θ di 2ª classe rappresentata dall'equazione

(4) $$(V_1 I_a + V_2 I_b + V_3 I_c)^2 - 4(V_1^2 K_{aa} + \dots + 2V_2 V_3 K_{bc} + \dots) = 0\,,$$

o sia

$$V_1^2 J_{aa} + \dots + 2V_2 V_3 J_{bc} + \dots = 0\,.$$

« Finalmente se la dipendenza $\sigma(v)=0$ è periodica d'ordine n la retta v sarà tangente alla linea Θ_n di 2ª classe, che ha per equazione

(5) $$(V_1 I_a + V_2 I_b + V_3 I_c)^2 - 4\cos^2\frac{\mu\pi}{n}(V_1^2 K_{aa} + \dots + 2V_2 V_3 K_{bc} + \dots) = 0\,,$$

o sia

$$V_1^2\left(I_a^2 - 4\cos^2\frac{\mu\pi}{n} K_{aa}\right) + \dots + 2V_2 V_3\left(I_b I_c - 4\cos^2\frac{\mu\pi}{n} K_{bc}\right) + \dots = 0\,.$$

« Le linee Θ e Θ_n hanno con Σ un doppio contatto; il polo della corda di contatto è il punto V_0.

« Se le rette v' e v'' sono tali che le dipendenze proiettive $\sigma(v')=0$, e $\sigma(v'')=0$, ad esse corrispondenti, siano armoniche tra loro, o pure abbiano armoniche tra loro le coppie degli elementi uniti, si troverà la condizione

$$V'_1 V''_1 K_{aa} + \dots + (V'_2 V''_3 + V'_3 V''_2) K_{bc} + \dots = 0\,,$$

o pure

$$V'_1 V''_1 J_{aa} + \dots + (V'_2 V''_3 + V'_3 V''_2) J_{bc} + \dots = 0\,,$$

vale a dire le due rette v' e v'' saranno coniugate rispetto a Σ, o pure coniugate rispetto a Θ.

« I punti V corrispondenti ad un dato valore del parametro u', o pure u'', variando l'altro parametro u'', o pure u', apparterranno rispettivamente alla retta $v_{u'}$, o pure $v_{u''}$, rappresentata da

(6) $$v_1 (b'u')(c'u')[b''c''] + v_2 (c'u')(a'u')[c''a''] + v_3 (a'u')(b'u')[a''b''] = 0\,,$$

o pure da

$$v_1 (b''u'')(c''u'')[b'c'] + v_2 (c''u'')(a''u'')[c'a'] + v_3 (a''u'')(b''u'')[a'b'] = 0\,.$$

Variando u' ed u'', le rette $v_{u'}$ e $v_{u''}$ costituiranno due serie di rette, che diremo le rette del 1° e del 2° sistema.

« Per uno stesso valore u attribuito ad u' ed u'' le due rette $v_{u'}$ e $v_{u''}$ in generale saranno diverse; esse però coincideranno ponendo tra u' ed u'' le relazioni

(7) $$\frac{(b'u')(c'u')[b''c'']}{(b''u'')(c''u'')[b'c']} = \frac{(c'u')(a'u')[c''a'']}{(c''u'')(a''u'')[c'a']} = \frac{(a'u')(b'u')[a''b'']}{(a''u'')(b''u'')[a'b']}\,,$$

le quali, come è facile vedere, equivalgono ad una sola condizione.

« Segue da ciò che i due sistemi delle rette $v_{u'}$ e $v_{u''}$, definiti da (6)

variando u' ed u'', ne costituiscono uno solo; le rette $v_{u'}$ e $v_{u''}$ avranno perciò uno stesso inviluppo, il quale evidentemente è di 2ª classe, poichè le equazioni (6) contengono u', o pure u'', a 2° grado. Osservando da un'altra parte che per ogni punto V di una retta v tangente alla linea di 2ª classe Σ, il valore di u', o pure di u'', è fisso, mentre il valore di u'', o pure di u', varia da punto a punto di v, si vedrà facilmente come appunto Σ sarà l'inviluppo delle rette $v_{u'}$ e $v_{u''}$. Per ogni tangente v di Σ l'equazione (1) decomponendosi in due fattori, lineari rispettivamente in u' ed u'', il valore di u', o di u'', corrispondente a quella tangente v di Σ, si otterrà eguagliando a zero il primo, o il secondo di quei fattori. Per ogni punto V del piano i due valori di u', o pure di u'', che si ricavano dalla prima, o pure dalla seconda, delle equazioni (6), sono quelli che determinano le due rette $v_{u'}$, o pure le due rette $v_{u''}$, tangenti al loro inviluppo comune Σ, che passano pel punto V.

« I punti V del piano per i quali $u' = u'' = u$, costituiscono una linea di 2° ordine, poichè ad una retta qualunque v appartengono i due soli punti del sistema, che corrispondono ai due valori di u dedotti dall'equazione di 2° grado

$$(8) \qquad V_1 (a'u)(a''u) + V_2 (b'u)(b''u) + V_3 (c'u)(c''u) = 0 ,$$

cioè dall'equazione (1) in cui si è posto $u' = u'' = u$. Si vedrà quindi facilmente come l'equazione tangenziale di questa linea di 2° ordine sarà la (4); adunque per ogni punto V della linea di 2ª classe Θ i valori corrispondenti di u' ed u'' sono eguali.

4. « Supponiamo finalmente che le coordinate (v_1, v_2, v_3, v_4) di un elemento V in una forma geometrica di 3ª specie, p. e. di un punto nello spazio, riferito ad una quaterna di elementi fondamentali, siano proporzionali a quattro forme bilineari; ponendo

$$vv_1 = (a'u')(a''u''), \ vv_2 = (b'u')(b''u''), \ vv_3 = (c'u')(c''u''), \ vv_4 = (d'u')(d''u''),$$

ad ogni coppia di valori arbitrarî attribuiti ai parametri u' ed u'' corrisponderà un punto V nello spazio: i punti V, variando u' ed u'', costituiranno una superficie Ω di 2° ordine; infatti ponendo

$$P = \begin{vmatrix} a_{11}, & a_{12}, & a_{21}, & a_{22} \\ b_{11}, & b_{12}, & b_{21}, & b_{22} \\ c_{11}, & c_{12}, & c_{21}, & c_{22} \\ d_{11}, & d_{12}, & d_{21}, & d_{22} \end{vmatrix}$$

ed indicando con P_{ij} l'elemento reciproco dell'elemento p_{ij} di questo determinante, dalle equazioni proposte si dedurrà

$$v(A_{11} v_1 + B_{11} v_2 + C_{11} v_3 + D_{11} v_4) = Pu'_1 u''_1 ,$$
$$v(A_{22} v_1 + B_{22} v_2 + C_{22} v_3 + D_{22} v_4) = Pu'_2 u''_2 ,$$
$$v(A_{12} v_1 + B_{12} v_2 + C_{12} v_3 + D_{12} v_4) = Pu'_1 u''_2 ,$$
$$v(A_{21} v_1 + B_{21} v_2 + C_{21} v_3 + D_{21} v_4) = Pu'_2 u''_1 ,$$

onde

$$(1) \qquad (A_{11}v_1 + B_{11}v_2 + \ldots)(A_{22}v_1 + B_{22}v_2 + \ldots) - (A_{12}v_1 + B_{12}v_2 + \ldots)(A_{21}v_1 + B_{21}v_2 + \ldots) = 0,$$

che sarà l'equazione di Ω.

« I valori attribuiti ad u' ed u'' determineranno in una punteggiata i due punti rappresentativi del punto V di Ω.

« Se il punto V appartiene al piano v, di coordinate (V_1, V_2, V_3, V_4) si avrà la relazione tra u' ed u''

$$\sigma(v) = V_1 (a'u')(a''u'') + \ldots\ldots + V_4 (d'u')(d''u'') = 0, \tag{2}$$

sicchè ad ogni piano v dello spazio corrisponderà una forma bilineare $\sigma(v) = 0$, o sia una dipendenza proiettiva tra gli elementi (u', u'') rappresentativi del punto V nel piano v; i punti V apparterranno alla linea di 2° ordine, intersezione di v con Ω.

« Se la dipendenza $\sigma(v) = 0$ è in involuzione, si avrà

$$V_1 I_a + \ldots + V_4 I_d = 0, \tag{3}$$

sicchè il piano v passerà allora pel punto V_0 rappresentato da (3).

« Se la dipendenza $\sigma(v) = 0$ è singolare, o pure è ad elementi uniti coincidenti, il piano v sarà tangente alla superficie Σ di 2ª classe, rappresentata dall'equazione

$$V_1^2 K_{aa} + \ldots + V_4^2 K_{dd} + 2V_2 V_3 K_{bc} + \ldots + 2V_3 V_4 K_{cd} = 0, \tag{4}$$

o pure apparterrà all'inviluppo Θ di 2ª classe, che ha per equazione

$$(V_1 I_a + \ldots + V_4 I_d)^2 - 4(V_1^2 K_{aa} + \ldots + V_4^2 K_{dd} + 2V_2 V_3 K_{bc} + \ldots + 2V_3 V_4 K_{cd}) = 0,$$

(5) o sia

$$V_1^2 J_{aa} + \ldots + V_4^2 J_{dd} + 2V_2 V_3 J_{bc} + \ldots + 2V_3 V_4 J_{cd} = 0.$$

« Finalmente se la dipendenza $\sigma(v) = 0$ è periodica d'ordine n il piano v sarà tangente alla superficie Θ_n di 2ª classe che ha per equazione

$$(V_1 I_a + \ldots + V_4 I_d)^2 - 4\cos^2\frac{\mu\pi}{n}(V_1^2 K_{aa} + \ldots + V_4^2 K_{dd} + 2V_2 V_3 K_{bc} + \ldots + 2V_3 V_4 K_{cd}) = 0,$$

(6) o sia

$$V_1^2 \left(I_a^2 - 4\cos^2\frac{\mu\pi}{n} K_{aa} \right) + \ldots + 2V_3 V_4 \left(I_c I_d - 4\cos^2\frac{\mu\pi}{n} K_{cd} \right) = 0.$$

« L'inviluppo Θ e la superficie Θ_n hanno con Σ una linea di contatto; il polo del piano di contatto è il punto V_0.

« Se i piani v' e v'' sono tali che le dipendenze proiettive $\sigma(v') = 0$, e $\sigma(v'') = 0$ siano armoniche tra loro, o pure che siano armoniche tra loro le coppie degli elementi uniti, si avrà

$$V'_1 V''_1 K_{aa} + \ldots + (V'_3 V''_4 + V'_4 V''_3) K_{cd} = 0,$$

o pure

$$V'_1 V''_1 J_{aa} + \ldots + (V'_3 V''_4 + V'_4 V''_3) J_{cd} = 0,$$

vale a dire i due piani v' e v'' saranno coniugati rispetto a Σ, o pure coniugati rispetto a Θ.

« Per i punti V corrispondenti ad un dato valore di u', o pure di u'', variando u'', o pure u', posto

$$W'_{23} = (b'u')(c'u')[b''c''], \quad W'_{31} = (c'u')(a'u')[c''a''], \quad W'_{12} = (a'u')(b'u')[a''b''],$$
$$W'_{14} = (a'u')(d'u')[a''d''], \quad W'_{24} = (b'u')(d'u')[b''d''], \quad W'_{34} = (c'u')(d'u')[c''d''],$$

o pure

$$W''_{23} = (b''u'')(c''u'')[b'c'], \quad W''_{31} = (c''u'')(a''u'')[c'a'], \quad W''_{12} = (a''u'')(b''u'')[a'b'],$$
$$W''_{14} = (a''u'')(d''u'')[a'd'], \quad W''_{24} = (b''u'')(d''u'')[b'd'], \quad W''_{34} = (c''u'')(d''u'')[c'd'],$$

si troverà il primo, o pure il secondo, sistema di relazioni

$$(7)\quad \begin{aligned} &v_2 W'_{34} - v_3 W'_{24} + v_4 W'_{23} = 0\,, && v_2 W''_{34} - v_3 W''_{24} + v_4 W''_{23} = 0\,, \\ &v_3 W'_{14} - v_1 W'_{34} + v_4 W'_{32} = 0\,, && v_3 W''_{14} - v_1 W''_{34} + v_4 W''_{31} = 0\,, \\ &v_1 W'_{24} - v_2 W'_{14} + v_4 W'_{12} = 0\,, && v_1 W''_{24} - v_2 W''_{14} + v_4 W''_{12} = 0\,, \\ &v_1 W'_{23} + v_2 W'_{31} + v_3 W'_{12} = 0\,, && v_1 W''_{23} + v_2 W''_{31} + v_3 W''_{12} = 0\,; \end{aligned}$$

le equazioni del primo, o pure del secondo, sistema (7) rappresentano quattro piani, che passano per una stessa retta w', o pure w'', di coordinate W'_{ij}, o pure W''_{ij}, per essere identicamente (come è facile verificare)

$$W'_{23}W'_{14} + W'_{31}W'_{24} + W'_{12}W'_{34} = 0\,, \quad \text{e} \quad W''_{23}W''_{14} + W''_{31}W''_{24} + W''_{12}W''_{34} = 0,$$

i punti V di cui si tratta apparterranno quindi alla retta w', o pure alla retta w''.

« Variando u' ed u'' le rette w' e w'' costituiranno due serie di rette; esse evidentemente saranno le generatrici, del 1° e del 2° sistema, della superficie di 2° ordine Ω. Il punto d'incontro di w' e w'' sarà il punto V corrispondente ai valori u' ed u'' dei parametri.

« Osservando che per tutt'i punti V del sistema, appartenenti ad un piano v tangente alla superficie di 2ª classe Σ, il valore di u', o pure di u'', è fisso, mentre il valore di u'', o pure di u', varia da punto a punto, si vedrà facilmente come appunto Σ sia il luogo delle rette w' e w'', vale a dire la superficie Ω, luogo di punti, e la superficie Σ, inviluppo di piani, costituiscono una stessa superficie di 2° ordine e di 2ª classe; per ogni piano tangente v di Σ l'equazione (2) decomponendosi in due fattori, lineari rispettivamente in u' ed u'', i valori di u' ed u'' corrispondenti rispettivamente alle generatrici w' e w'' di Ω, appartenenti a v, si otterranno eguagliando a zero il primo, o il secondo, di quei fattori.

« I punti V del sistema (o sia di Ω) per i quali $u' = u'' = u$ costituiscono una linea di 2° ordine, intersezione di Ω col piano v_0 che ha per equazione

$$\begin{vmatrix} v_1\,, & v_2\,, & v_3\,, & v_4 \\ a_{11}\,, & b_{11}\,, & c_{11}\,, & d_{11} \\ a_{12}+a_{21}\,, & b_{12}+b_{21}\,, & c_{12}+c_{21}\,, & d_{12}+d_{21} \\ a_{22}\,, & b_{22}\,, & c_{22}\,, & d_{22} \end{vmatrix} = 0\,;$$

ad un piano qualunque v (di coordinate V_1, V_2, V_3, V_4) apparterranno i due soli punti V del sistema, che corrispondono ai due valori di u dedotti dall'equazione di 2° grado

$$(9)\quad V_1\,(a'u)\,(a''u) + V_2\,(b'u)\,(b''u) + V_3\,(c'u)\,(c''u) + V_4\,(d'u)\,(d''u) = 0\,,$$

cioè dall'equazione (2) in cui si è posto $u' = u'' = u$; l'equazione, in coordinate di piani, della suddetta linea di 2° ordine, sarà quindi, per le cose dette la (5); adunque l'inviluppo di 2ª classe Θ non è che una conica; per

ogni punto V di questa conica i valori corrispondenti di u' ed u'' sono eguali; v è un piano tangente di Θ in V.

« Dovendo essere nullo il discriminante di Θ, se s'indica con K il discriminante di Σ, e con (K, I) la somma delle derivate di K rispetto a ciascuno dei suoi elementi K_j (per $i, j = a, b, c, d$), moltiplicate rispettivamente per $I_i\, I_j$, si avrà tra gl'invarianti delle quattro forme bilineari proposte la relazione

$$(K, I) - 4K = 0 . \tag{10}$$

Fisica. — *Sulla deformazione prodotta in vasi di vetro da pressioni interne.* Nota II. dei dott. Giovanni Agamennone e Filippo Bonetti, presentata dal Socio Blaserna.

« In una Nota precedente [1] abbiamo riferito alcune nostre esperienze sulla deformazione di due recipienti di vetro preparati per ricerche sulla compressibilità dei gas: crediamo opportuno di completare quello studio col determinare il coefficiente di compressibilità del vetro dei recipienti suddetti e trarre dalle nostre esperienze alcune conseguenze generali.

« *Coefficiente di compressibilità del vetro.* — Prendiamo la formola seguente calcolata da Jamin [2], la quale ci dà la variazione δU_0 del volume interno di un piezometro cilindrico terminato da due emisferi in seguito ad una pressione P_0 che si eserciti nel suo interno

$$\delta U_0 = \alpha P_0 \left(\frac{R_0^2 + \frac{8}{3} R^2}{R^2 - R_0^2} V_0 + \frac{R_0^3 + 2R^3}{R^3 - R_0^3} V'_0 \right) \tag{3}$$

dove α è il coefficiente di compressibilità del vetro, R ed R_0 sono i raggi esterno ed interno del piezometro, V_0 è il volume interno della parte cilindrica e V'_0 quello dei due emisferi terminali.

« Applicando ora ai nostri due apparecchi la formola (3) introducendovi cioè i valori rispettivi di R, R_0 misurati direttamente e di V_0, V'_0 dedotti da questi e dal valore già noto di V, e mettendo al posto di δU_0 e P_0 i valori forniti dall'esperienza, possiamo dedurne le due serie seguenti di valori di α l'una relativa al primo dei nostri apparecchi, l'altra al secondo. Il δU_0 si deduce togliendo dalla variazione totale di volume la parte dovuta alla compressione dell'acqua; quindi è dato da $v - \psi V P_0$.

[1] V. pag. 665.

[2] Jamin, *Traité de Physique* t. I, fasc. 2, pag. 167. Questa formola è basata sulle idee di Wertheim.

TABELLA IV.ª

I° apparecchio

$R = \overset{mm}{20,92}$ $V_0 = 361945\ mm^3$
$R_0 = 19,52$ $V'_0 = 31155\ mm^3$

H_0	α
mm 837,3	0,000001938
1506,8	0,000002033
2617,9	0,000002005
840,2	0,000001953
1506,8	0,000002011
2271,7	0,000001995
2641,4	0,000001990
3257,6	0,000001980
3760,0	0,000001985
883,1	0,000002080
1572,7	0,000002040
2388,9	0,000002014
3008,2	0,000002007

α medio = 0,000002002

TABELLA V.ª

II° apparecchio

$R = \overset{mm}{21,30}$ $V_0 = 875369\ mm^3$
$R_0 = 20,30$ $V'_0 = 35041\ mm^3$

H_0	α
mm 643,51	0,000001259
656,49	0,000001274
1057,90	0,000001257
1126,80	0,000001274
1106,30	0,000001258
1651,60	0,000001263
2266,80	0,000001249
2289,60	0,000001258
2712,70	0,000001258
3100,20	0,000001252
687,46	0,000001245
741,24	0,000001240
3094,70	0,000001251
3817,70	0,000001251

α medio = 0,000001256

« Qui è da notare che ambedue questi medî sono abbastanza lontani dal valore 0.000001719, che Jamin deduce dalle esperienze di Regnault sui piezometri di vetro (¹).

Conclusione — 1. « Da ciascuna delle due serie di valori di ω si ricava che ω può ritenersi come costante per uno stesso apparecchio, per una temperatura sensibilmente la stessa e dentro certi limiti di pressione. Quindi in queste condizioni la variazione apparente di volume e perciò anche l'assoluta si può ritenere come proporzionale alla pressione.

2. « Paragonando la prima serie colla seconda si vede che passando da un apparecchio ad un altro quantunque fatto colla stessa qualità di vetro

(¹) Jamin dà per α il valore 0,00016628; ma questo è riferito ad un kgrammo di pressione per mm^2: se vogliamo averlo riferito ad un' atmosfera per cm^2, come è richiesto dalla formola (3), basta prima dividere per 100 e poi moltiplicare per il rapporto $\frac{1033,6}{1000}$ ed allora si ottiene 0,000001719.

i valori di ω, di φ e di α cambiano notevolmente. Bisogna riflettere peraltro che al secondo dei nostri apparecchi sono state saldate due punte d'affioramento e quest' operazione può averne modificato notevolmente le condizioni fisiche.

« Giova anche avvertire che la differenza di cui parliamo non può spiegarsi colla variazione di temperatura da 12°,5 a 16°,2 che ha avuto luogo tra la prima serie di misure e la seconda. Infatti dalle esperienze dei dott. Pagliani e Vicentini risulta che il coefficiente di deformazione del vetro varia bensì colla temperatura, ma queste variazioni sono di un ordine inferiore alla differenza tra la prima e la seconda serie.

3. « In esperienze di precisione non si possono calcolare le variazioni di volume di un recipiente introducendo nelle formole date da Jamin e in altre consimili uno qualunque dei valori noti di α, ma è necessario studiare con esperienze dirette la deformazione del recipiente di cui si fa uso, e ciò anche avuto riguardo alla difficoltà di determinare con sufficiente precisione gli elementi geometrici del recipiente che entrano nelle formole suddette ».

PERSONALE ACCADEMICO

Giunse all' Accademia la dolorosa notizia della perdita da essa fatta nella persona del suo Socio, il generale J. J. Baeyer, morto il 10 settembre corrente. Il generale Baeyer, presidente del Comitato centrale per la misura dei gradi in Europa, apparteneva all'Accademia come Socio straniero sino dal 12 novembre 1883.

CONCORSI A PREMIO

Temi dei concorsi a premio del R. Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti.

— *Si domanda un manuale di chimica, il quale abbia in mira di guidare gli studiosi nella pratica del laboratorio e dell'analisi, con particolare riguardo alla farmacia ed alla medicina.*

Tempo utile 31 marzo 1887. — Premio lire 1500.

— *Storia ragionata delle opere e delle dottrine idrauliche nella regione Veneta, con particolare riguardo all'influenza esercitata dallo Studio di Padova.*

Tempo utile 31 marzo 1887. — Premio lire 3000.

— *Si esponga la storia del diritto di famiglia nella Venezia, e con principale riguardo a Venezia, dal secolo decimoterzo al decimonono.*

Tempo utile 15 marzo 1887. — Premio lire 3000.

— *Esporre le origini, le vicende e i progressi del metodo sperimentale in Italia, studiato nelle sue applicazioni alle scienze fisiche, naturali e biologiche, con particolare riguardo a tutto ciò ch'esso offre di notevole nei quattro secoli tra il principio del decimoquinto e la fine del decimottavo, comprendendo la scoperta della pila Voltaica.*

Tempo utile 31 marzo 1889. — Premio lire 5000.

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La Società Olandese delle scienze di Haarlem e il Comitato geologico di Pietroburgo.

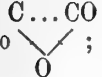
Annunciarono l'invio delle loro pubblicazioni:

L'Istituto Smithsoniano e la Società geologica degli Stati Uniti, di Washington.

D. C.
P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 4 ottobre 1885.

Chimica — *Sulla costituzione della santonina.* Nota del Socio S. Cannizzaro.

« La santonina $C^{15} H^{18} O^3$ è una anidride interna, come oggi dicesi, un lattone dello acido santoninico $C^{15} H^{20} O^4$, il quale è tanto poco stabile e si trasforma tanto prontamente nel corrispondente lattone, quanto tutti gli acidi lattonici studiati dal Fittig (1).

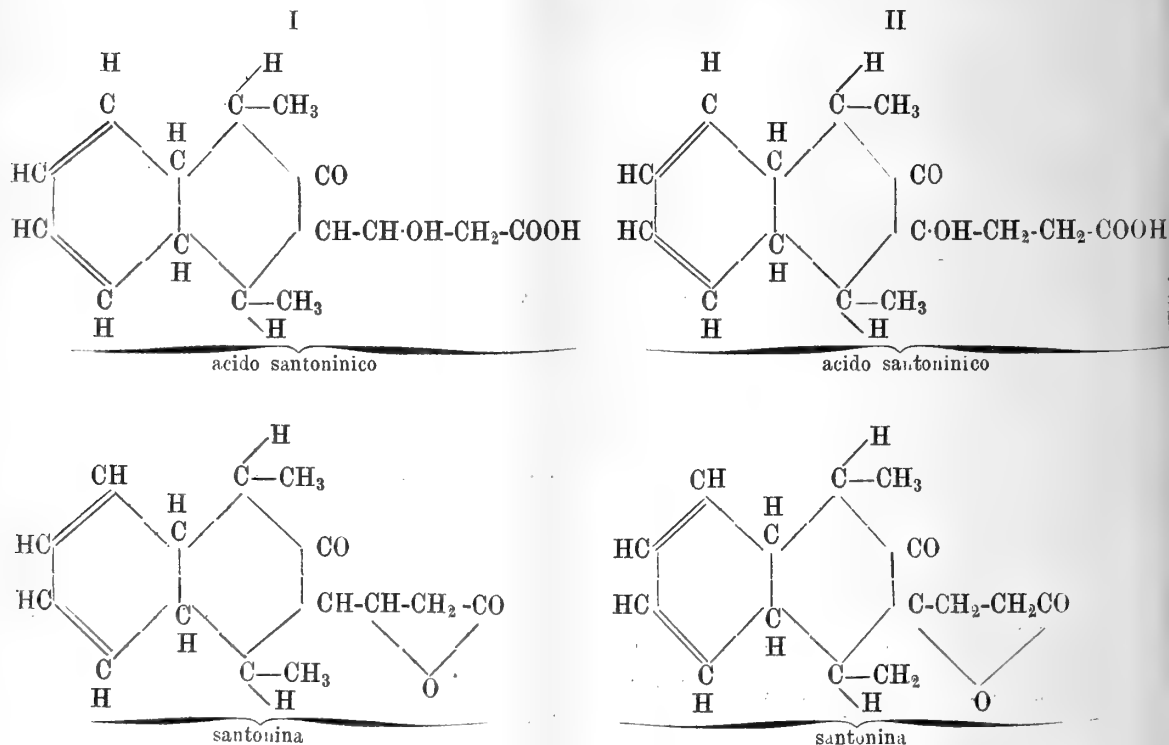
« Due atomi d'ossigeno della santonina sono dunque nel gruppo lattonico $\overset{C...CO}{\diagdown \underset{O}{} \diagup}$; il terzo atomo di ossigeno non è aldeidico, non appartiene ad un ossidrile alcoolico o fenico: è dunque, o allo stato di CO chetonico, o combinato a due C, $\begin{matrix} C\diagdown \\ | \quad O \\ C\diagup \end{matrix}$.

« Il comportamento della santonina, il fatto della formazione di un gruppo alcoolico secondario C H O H per idrogenazione, facevano già preferire l'ipotesi del CO chetonico; la quale poi ha acquistato una grande probabilità collo studio dell' azione dell'idrossilamina sulla santonina.

« Da questa azione di fatto si ottiene un composto $C^{15} H^{19} NO^3$ *santoninossima* simile alla canforossoima studiata da Nägeli (2).

« Conviene dunque ammettere un CO chetonico nella santonina, come nella canfora.

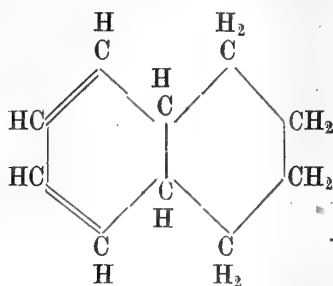
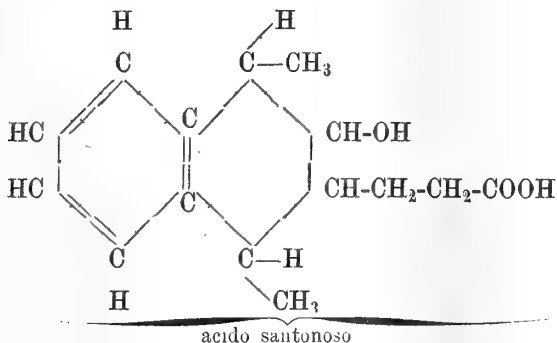
(1) Liebig's-Annalen. Band. 226, p. 322.
(2) Berlin, Berichte XVI p. 494 (1883).

« Le cose sopra ricordate e le relazioni che la santonina e l'acido santoninico hanno con l'acido santonoso e col fotosantonico, conducono ad assegnare con sufficiente probabilità all'acido santoninico ed alla santonina, che ne è il lattone, l'una o l'altra delle seguenti formole di struttura:

« In favore delle seconde due formole sta l'analogia con tutti gli acidi lattonici conosciuti, che hanno condotto alla regola riassunta dal Beilstein (¹) nel suo trattato di chimica cioè, che tutti gli acidi che danno facilmente il lattone (come invero fa il santoninico) contengono l'ossidrile alcoolico nella posizione detta gamma (γ) cioè al terzo atomo di carbonio dopo il carbossile.

« Io però sino a nuovi studî preferisco per l'acido santoninico la prima formola, cioè quella nella quale l'ossidrile alcoolico è nella posizione detta β; non ostante che secondo la regola sopraindicata in questi casi per eliminazione di H^2O non si suole ottenere il lattone, ma un acido col doppio legame — CH == CH — CO OH. È probabile che tale regola tirata dallo studio dei lattoni della serie grassa, non regga più per le catene laterali attaccate al nucleo benzoico o a quello naftalico; il risultato delle esperienze intraprese sull'acido fotosantonico rischiarerà questo argomento.

(¹) *Handbuch der Organischen Chemie*, seconda edizione T. I, p. 498.

« Qualunque però delle sopraindicate formole si adotti, l'acido santoninico e la santonina debbono considerarsi come derivati d'un'esaidronaftalina

H H_2
C C
H
HC C CH_2
HC C CH_2
H
C C
H H_2

« Dopo ciò è facile spiegare l'azione dell'acido jodidrico sulla santonina cioè la genesi dell'acido santonoso, la cui struttura è espressa dal seguente schema:

acido santonoso

« Dal tipo di un'esaidronaftalina si è passato a quello di una tetraidro-naftalina; il gruppo chetonico CO è divenuto gruppo alcoolico secondario C H O H, ed in luogo dell'ossidrile alcoolico della catena laterale dell'acido santoninico, è venuto un atomo di idrogeno, come avviene nel valerolattone che per l'azione dello acido jodidrico mutasi in acido valerico (¹).

« Che la struttura dell'acido santonoso sia quella sopraindicata è dimostrato dai fatti seguenti, descritti in altre mie Memorie (²):

1° L'acido santonoso non dà alcuna reazione coll'idrossilamina; non contiene dunque più il CO chetonico che esisteva nella santonina;

2° L'acido santonoso contiene invece un ossidrile alcoolico, il cui idrogeno è sostituibile da radicali acidi e da radicali alcoolici, formando gli acidi acetilsantonoso, benzoil-santonoso ed etil-santonoso;

(¹) Liebig's-Annalen, B. 226, p. 343.
(²) Gazzetta chimica vol. XII, pag. 393, e vol. XIII, p. 385.

3° L'acido santonoso per la sola azione del calore si scinde in acido propionico $CH\text{-}^3CH\text{-}^2COOH$ ed in biidrodimetilnaftol; ed il biidrodimetilnaftol per l'eliminazione di H^2O nella dimetilnaftalina corrispondente alla bibromonaftalina nella quale i due atomi di bromo sono nello stesso anello naftalico nella posizione para.

« Invero quest' ultimo risultato non dimostra che la posizione relativa dei due gruppi metilici e lascia il dubbio se sieno nello stesso anello naftalico che porta la catena laterale residuo dell'acido propionico, o nell'altro.

« Nulla inoltre dimostra che i quattro atomi d'idrogeno di più e l'ossidrile alcoolico o fenico, sieno nell'uno piuttosto che nell' altro anello.

« La posizione dunque che ho assegnata ai quattro atomi d' idrogeno all'ossidrile alcoolico e ai due metili deve riguardarsi come una prima ipotesi da essere discussa con ulteriori esperienze.

« Lo studio dell'acido fotosantonico, scoverto dal prof. Sestini per l'azione della luce sulle soluzioni di santonina nell'acido acetico diluito, fornirà probabilmente i dati per determinare la posizione dei metili e dell' idrogeno, in tutti i derivati della santonina.

« L'acido fotosantonico disseccato a 100° ha realmente la formola attribuitagli dal prof. Sestini $C^{15}H^{20}O^4$, cioè contiene H^2O più della santonina.

« Il sig. Vittorio Villavecchia però colle esperienze che saranno pubblicate, ha dimostrato che l'acido di questa composizione è monobasico ed è il lattone del vero acido bibasico $C^{15}H^{22}O^5$, e che la fotosantonina non è l'etere bietilico di questo ultimo acido, ma l'etere monetilico del lattone acido monobasico.

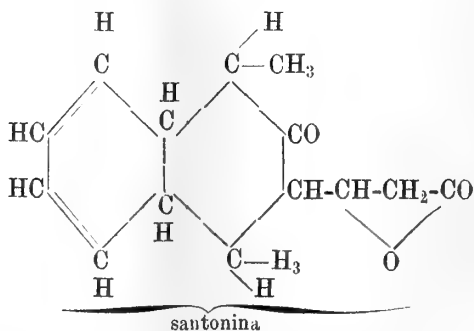
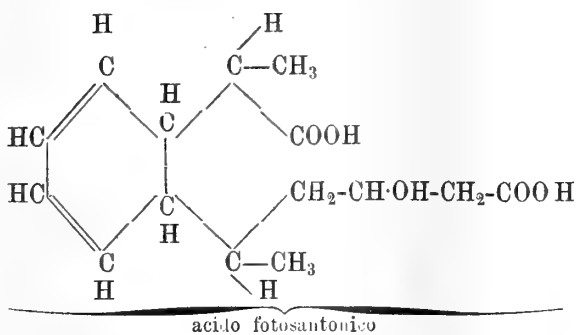
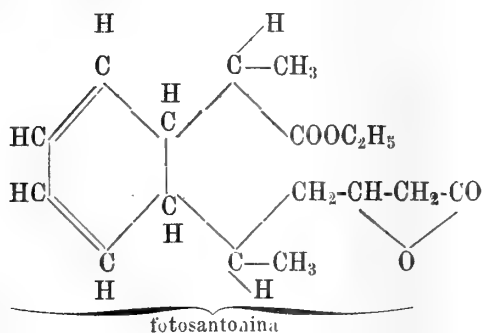
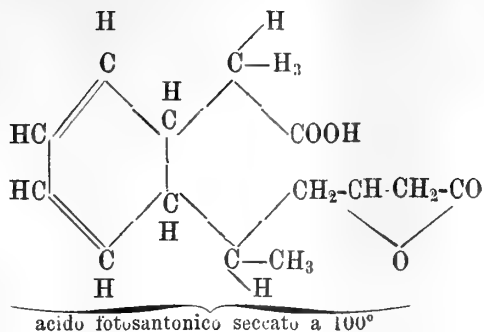
« Pare dunque che quando la santonina, assorbendo gli elementi d'una molecola d'acqua, diviene l'acido fotosantonico monobasico $C^{15}H^{20}O^4$, siavi rimasto inalterato il gruppo lattone, e che il CO chetonico sia divenuto COOH ed il CH sia divenuto CH^2 staccandosi dal CO; cioè un anello della catena naftalica si sia aperto formando così un derivato bisostituito del benzolo colla seguente formola di struttura:

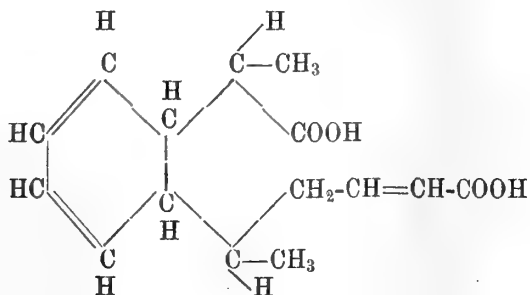
H, C, HC, HC, C, H; H, C, C, H; H, C—CH_3, CO, CH-CH-CH_2-CO, O, C—H_3, H

santonina

acido fotosantonico seccato a 100°

fotosantonina

acido fotosantonico

« Il sig. Villavecchia ha poi ottenuto dall'acido fotosantonico bibasico $C^{15}H^{22}O^{5}$ per eliminazione di $H^{2}O$ un acido anche bibasico $C^{15}H^{20}O^{4}$, che sarà probabilmente l'acido che nella catena laterale ha il doppio legame, cioè $CH = CH - COOH$; la formola di quest'acido sarebbe dunque

```
         H           /H
         C          C—CH3
       //  \   H   /    \
    HC/     \  C  /      \COOH
    |         \C/
    |          |
    HC\        C\          /CH2-CH=CH-COOH
       \\    / C  \       /
         \  /  H   \     /
          C          C—CH3
          H           \H
```

« Se ciò è confermato da ulteriori esperienze, dimostrerà che la catena lattonica dello acido santoninico che è passata inalterata nel vero acido fotosantonico bibasico $C^{15}H^{22}O^{5}$, si comporta in certe circostanze come quelle degli ossiacidi che contengono l'ossidrile alcoolico nella posizione detta β.

« Questo cenno spiegherà l'impazienza colla quale da alcuni anni si aspettano i risultati dello studio che il Sestini ed il Danesi hanno intrapreso sull'idrocarburo proveniente dalla distillazione secca del fotosantonato baritico.

« A nessuno poi sfugge la importanza che ha la determinazione della posizione degli atomi d'idrogeno aggiunti al tipo naftalico, dai quali pare provenga l' intenso potere rotatorio sulla luce polarizzata che hanno tutti i derivati della santonina. Un ufficio simile avranno probabilmente gli atomi di idrogeno nei terebeni, nella canfora e negli alcaloidi i quali sono derivati da idropiridine o da idrochinoline ».

Archeologia. — Il Socio Fiorelli presenta il fascicolo delle *Notizie degli Scavi* per lo scorso mese di settembre, nel quale si contengono le seguenti note.

« *Vighizzolo* (frazione del comune di Cantù). Ara votiva e frammenti di età romana scoperti in contrada *Castello*. — *Brescia*. Epigrafi latine e resti epigrafici trovati in Brescia e nel suburbio. — *Padenghe*. Tesoretto monetale rinvenuto in un laterizio in contrada *Pradello*. — *Bagnolo Mella*. Vasi di argento e di vetro, ed altri utensili scavati nella proprietà del sig. Camplani. — *Mairano*. Mano panthea rinvenuta nel territorio del comune. — *Visano*. Iscrizione votiva scoperta nel paese. — *Cortine* (frazione del comune di Nave). Cippo iscritto proveniente dal letto del fiume Garza. — *Casalmoro*. Frammento epigrafico ritrovato fra le macerie di una torre presso la chiesa de' ss. Faustino e Giovita. — *Iseo*. Mattoni con bolli trovati a poca distanza dall'abitato. — *Cividate alpino*. Iscrizione latina scavata nel territorio del comune. — *Sant' Agata bolognese*. Pozzo antico scoperto nel fondo *Ghiasone*. — *Ravenna*. Oggetti ritrovati nelle fondamenta per la nuova caserma sul corso Garibaldi. — *Forlì*. Nuove scoperte fatte nella città e nel suburbio. — *Roma*. Scavi e scoperte nelle regioni urbane II, V, VI, XIV, e nella via Tiburtina. — *Nemi*. Prosecuzione delle ricerche nell'area del tempio di Diana nemorense. — *Alfedena*. Nuovi scavi della necropoli rufidenate. — *Avellino*. Frammento di epigrafe cristiana trovato in contrada *Prata*. — *Pozzuoli*. Nuova epigrafe a Mavorzio scoperta presso l'ospedale della Carità.

Matematica. — *Intorno a taluni determinanti aritmetici.* Nota di Ernesto Cesàro, presentata dal Socio Cremona.

1. « Sia $F(x, y)$ una funzione qualunque del massimo comun divisore dei numeri x e y. Ci proponiamo di studiare il determinante

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} F(u_1, u_1) & F(u_1, u_2) & F(u_1, u_3) & \ldots & F(u_1, u_n) \\ F(u_2, u_1) & F(u_2, u_2) & F(u_2, u_3) & \ldots & F(u_2, u_n) \\ F(u_3, u_1) & F(u_3, u_2) & F(u_3, u_3) & \ldots & F(u_3, u_n) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ F(u_n, u_1) & F(u_n, u_2) & F(u_n, u_3) & \ldots & F(u_n, u_n) \end{vmatrix},$$

nell'ipotesi che la serie di numeri interi

$$u_1, u_2, u_3, \ldots\ldots u_n \tag{1}$$

sia dotata della seguente proprietà: *tutti i divisori d'un termine qualunque fanno parte della serie stessa.* Supponendo $u_1 < u_2 < \ldots < u_n$, è necessario che sia, anzitutto, $u_1 = 1$.

2. « Immaginiamo una funzione $\mu(x)$, nulla in generale, ma uguale all'unità per $x = 1$, ed a $(-1)^\tau$ quando x è il prodotto di τ fattori primi, disuguali. Si dimostra facilmente che la funzione

$$\mu(x) + \mu\left(\frac{x}{2}\right) + \mu\left(\frac{x}{3}\right) + \mu\left(\frac{x}{4}\right) + \ldots\ldots$$

è nulla, salvo per $x = 1$, nel qual caso essa è uguale all'unità. È noto inoltre che la funzione $F(x)$ può sempre essere considerata come la somma dei valori che prende un'altra funzione $f(x)$, quando per x si mettano *tutti* i divisori di x. Da tutto ciò risulta che, se si conviene di prendere $f(x) = 0$ quando x non è intero, si può scrivere:

$$F(x) = f(x) + f\left(\frac{x}{2}\right) + f\left(\frac{x}{3}\right) + f\left(\frac{x}{4}\right) + \ldots\ldots,$$

e, viceversa,

$$f(x) = \mu(x)\, F(1) + \mu\left(\frac{x}{2}\right) F(2) + \mu\left(\frac{x}{3}\right) F(3) + \ldots\ldots$$

3. « Ciò premesso, è facile dimostrare che la somma

$$\mu\left(\frac{u_n}{u_1}\right) F(u_r, u_1) + \mu\left(\frac{u_n}{u_2}\right) F(u_r, u_2) + \mu\left(\frac{u_n}{u_3}\right) F(u_r, u_3) + \ldots\ldots,$$

generalmente nulla, è uguale a $f(u_n)$ soltanto nel caso che u_r sia divisibile per u_n. Per le ipotesi fatte sulla serie (1), ciò non può accadere se non per $r = n$. Ne risulta che, se all'ultima colonna di Δ_n si aggiungono tutte le altre, rispettivamente moltiplicate per $\mu\left(\frac{u_n}{u_1}\right)$, $\mu\left(\frac{u_n}{u_2}\right)$, $\mu\left(\frac{u_n}{u_3}\right)$, ..., tutti gli elementi diventano nulli, salvo l'ultimo, che risulta uguale a $f(u_n)$.

Dunque

$$\Delta_n = f(u_n)\,\Delta_{n-1}\,,$$

e, per conseguenza,

$$\Delta_n = f(u_1)\,f(u_2)\,f(u_3)\,\ldots\ldots f(u_n)\,.$$

4. « Se la serie (1) è

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \ldots\ldots\ldots,\ n\,, \qquad (2)$$

si ottiene il *determinante di Smith e Mansion*, da noi studiato in varie occasioni [1]:

$$\begin{vmatrix} F(1,1) & F(1,2) \ldots\ldots & F(1,n) \\ F(2,1) & F(2,2) \ldots\ldots & F(2,n) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ F(n,1) & F(n,2) \ldots\ldots & F(n,n) \end{vmatrix} = f(1)\,f(2)\,f(3)\,\ldots\ldots f(n)\,.$$

« Ma possiamo in (1), e per conseguenza in (2), sopprimere tutti i termini divisibili per uno stesso numero, senza che la serie cessi di soddisfare alle imposte condizioni. Ne segue, per esempio, che

$$\begin{vmatrix} F(1,1) & F(1,3) & \ldots F(1,2n-1) \\ F(3,1) & F(3,3) & \ldots F(3,2n-1) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ F(2n-1,1) & F(2n-1,3) & \ldots F(2n-1,2n-1) \end{vmatrix} = f(1)\,f(3)\,f(5)\ldots f(2n-1).$$

« Potremmo far coincidere la serie (1) con la serie delle potenze successive d'un qualsiasi numero primo; potremmo anche supporre che le u siano dei numeri primi, presi ad arbitrio; ma nulla otterremmo di notevole. Dà luogo invece ad interessanti considerazioni l'ipotesi che la serie (1) coincida con la serie dei primi n numeri, privi di fattori quadrati, cioè che le u siano i primi n termini della serie

$$1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 10,\ 11,\ 13,\ 14,\ 15,\ 17,\ 19,\ 21,\ 22,\ \ldots\ldots$$

5. « Con procedimento analogo a quello che ci ha fatto conoscere il valore di Δ_n, si dimostra senza difficoltà che, rappresentando con $\alpha_{ij}^{(n)}\Delta_n$ il complemento algebrico dell'elemento $F(u_i, u_j)$, si ha

$$\alpha_{ij}^{(n)} = \sum_{r=1}^{r=n} \frac{\mu\left(\frac{u_r}{u_i}\right)\mu\left(\frac{u_r}{u_j}\right)}{f(u_r)}\,. \qquad (3)$$

« Per conseguenza, il sistema

$$\sum_{r=1}^{r=n} x_r\,F(u_r, u_s) = G(u_s)\,, \qquad (s = 1, 2, 3, \ldots\ldots n)$$

si risolve mediante la formola generale

$$x_r = \sum_{s=1}^{s=n} \alpha_{rs}^{(n)}\,G(u_s)\,,$$

[1] Giornale di Matematiche, Nouvelles Annales, Bulletin de Darboux.

la quale in virtù di (3), e supponendo che la funzione g si deduca da G come f si deduce da F, si trasforma in

$$x_r = \sum_{s=1}^{s=n} \mu\left(\frac{u_s}{u_r}\right) \frac{g(u_s)}{f(u_s)} .$$

« Per esempio, il sistema

$$\sum_{r=1}^{r=n} x_r \mathrm{F}(u_r, u_s) = \mathrm{F}(u_s) , \qquad (s = 1, 2, 3, \ldots\ldots n)$$

si risolve con la formola

$$x_r = \mu\left(\frac{u_1}{u_r}\right) + \mu\left(\frac{u_2}{u_r}\right) + \mu\left(\frac{u_3}{u_r}\right) + \ldots\ldots + \mu\left(\frac{u_n}{u_r}\right),$$

qualunque sia la funzione F. Infinite altre relazioni, più o meno notevoli, legano tra loro le x. Se, infatti, dalla funzione H si deduce un' altra funzione h, nello stesso modo che f e g sono state dedotte da F e G, si trova subito

$$\sum_{r=1}^{r=n} x_r \mathrm{H}(u_r) = \sum_{r=1}^{r=n} \frac{g(u_r)\, h(u_r)}{f(u_r)} .$$

« Ne segue che le $2n$ quantità x e y, definite dai sistemi

$$\sum_{r=1}^{r=n} x_r \mathrm{F}(u_r, u_s) = \mathrm{G}(u_s) , \qquad \sum_{r=1}^{r=n} y_r \mathrm{F}(u_r, u_s) = \mathrm{H}(u_s) ,$$

soddisfano alla relazione

$$\sum_{r=1}^{r=n} x_r \mathrm{H}(u_r) = \sum_{r=1}^{r=n} y_r \mathrm{G}(u_r) ,$$

che si presta ad innumerevoli applicazioni, ed è sorgente copiosa di interessanti identità aritmetiche.

Matematica. — *Nuovo studio di determinanti aritmetici.* Nota di Ernesto Cesàro presentata dal Socio Cremona.

1 « Relativamente all'ordinario sistema di *numeri interi*, una funzione dicesi *aritmetica* quando assume un valore assegnato ad arbitrio per ogni valore *intero* della variabile, mentre rimane nulla per qualsiasi altro valore della variabile stessa. È notevole fra tutte la *funzione fondamentale* $\varepsilon(x)$, uguale all'unità per $x = 1$, e nulla in ogni altro caso. Per due funzioni aritmetiche $h(x)$ e $k(x)$ le somme

$$\sum_{\nu} h(\nu)\, k\left(\frac{x}{\nu}\right), \quad \sum_{\nu} k(\nu)\, h\left(\frac{x}{\nu}\right),$$

nelle quali deve ν percorrere la serie dei numeri interi, sono equivalenti per identità: se, inoltre, è $\varepsilon(x)$ il loro comune valore, le due funzioni diconsi

coniugate. Ciò premesso, e supposto $h(1)=k(1)=1$, è chiaro che i determinanti

$$\mathrm{H}=\begin{vmatrix} h(1) & h\left(\frac{1}{2}\right) & \ldots & h\left(\frac{1}{n}\right) \\ h(2) & h\left(\frac{2}{2}\right) & \ldots & h\left(\frac{2}{n}\right) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ h(n) & h\left(\frac{n}{2}\right) & \ldots & h\left(\frac{n}{n}\right) \end{vmatrix}, \quad \mathrm{K}=\begin{vmatrix} k(1) & k\left(\frac{1}{2}\right) & \ldots & k\left(\frac{1}{n}\right) \\ k(2) & k\left(\frac{2}{2}\right) & \ldots & k\left(\frac{2}{n}\right) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ k(n) & k\left(\frac{n}{2}\right) & \ldots & k\left(\frac{n}{n}\right) \end{vmatrix},$$

sono uguali all'*unità.* Essi sono tra loro *reciproci*: rappresentando, infatti, con H_{ij}, K_{ij}, i complementi algebrici degli elementi $h\left(\frac{i}{j}\right)$, $k\left(\frac{i}{j}\right)$, facilmente si dimostra che

$$\mathrm{H}_{ij}=k\left(\frac{j}{i}\right), \quad \mathrm{K}_{ij}=h\left(\frac{j}{i}\right).$$

« Ciò fornisce il mezzo di esprimere una delle funzioni h, k, mediante l'altra ([1]). Un importante esempio della correlazione delle funzioni h e k si ha nella coesistenza dei sistemi

$$\sum_{\nu=1}^{\nu=n} x_\nu h\left(\frac{i}{\nu}\right)=y_i, \quad \sum_{\nu=1}^{\nu=n} y_\nu k\left(\frac{i}{\nu}\right)=x_i, \qquad [i=1,2,3,\ldots,n]$$

i quali danno luogo a numerose considerazioni, che noi ci asterremo dallo svolgere, perchè tutto l'interesse di questo breve lavoro è rivolto ad ottenere, in modo semplicissimo, una generalizzazione del *teorema di Mansion e Smith.*

2. « E però si consideri il determinante $\Delta^{(n)}$, di grado n, che ha per elemento generale

$$u_{ij}=\sum_{\nu=1}^{\nu=n} f(\nu)\, h\left(\frac{i}{\nu}\right) \mathfrak{h}\left(\frac{j}{\nu}\right).$$

« Se H' è il determinante che si ottiene moltiplicando rispettivamente per $f(1), f(2), \ldots f(n)$, le colonne di H, è visibile, per la regola di moltiplicazione dei determinanti, che

$$\Delta^{(n)}=\mathfrak{H}\,\mathrm{H}'=\mathfrak{H}\,\mathrm{H}.f(1)\,f(2)\ldots.f(n)=f(1)\,f(2)\ldots f(n).$$

« Ed è anche noto che si ha

$$\Delta^{(n)}_{ij}=\sum_{\nu=1}^{\nu=n} \mathrm{H}'_{i\nu}\,\mathfrak{H}_{j\nu}=\Delta^{(n)}.\sum_{\nu=1}^{\nu=n}\frac{k\left(\frac{\nu}{i}\right)\mathfrak{k}\left(\frac{\nu}{j}\right)}{f(\nu)}.$$

([1]) Questo problema riceve una soluzione effettiva mediante le formole del *Calcolo isodinamico*, da noi stabilito nell'articolo: *Gli algoritmi delle funzioni aritmetiche*; (Giornale di Matematiche, 1885, p. 175).

« Così, nel caso in cui h e $\mathfrak{h}$ sono coniugate, si hanno le formole simultanee

$$u_{ij}=\sum_{\nu=1}^{\nu=n} f(\nu)\, h\left(\frac{i}{\nu}\right) k\left(\frac{j}{\nu}\right), \quad \Delta_{ij}^{(n)}=\Delta^{(n)}\sum_{\nu=1}^{\nu=n}\frac{k\left(\frac{\nu}{i}\right)h\left(\frac{\nu}{j}\right)}{f(\nu)}.$$

« Se, per esempio, scomponendo x nei suoi fattori primi, si ottiene

$$x=\varpi_1^{\alpha_1}\varpi_2^{\alpha_2}\varpi_3^{\alpha_3}\ldots\varpi_r^{\alpha_r},$$

e si pone, secondo l'abitudine,

$$\omega(x)=2^r, \quad \lambda(x)=(-1)^{\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\ldots+\alpha_r},$$

è lecito supporre [1]:

$$h(x)=\omega(x), \quad k(x)=\lambda(x)\,\omega(x).$$

« Possiamo invece prendere, nelle formole generali,

$$f(x)=1, \quad \mathfrak{h}(x)=\mathfrak{k}(x)=\varepsilon(x),$$

e ritroviamo allora i risultati segnalati in principio, poichè si ha subito

$$u_{ij}=h\left(\frac{i}{j}\right), \quad \Delta_{ij}^{(n)}=k\left(\frac{j}{i}\right).$$

« Suppongasi finalmente che, per x intero, $h(x)$ ed $\mathfrak{h}(x)$ siano uguali all'unità. Allora $k(x)$ e $\mathfrak{k}(x)$ non differiscono dalla *funzione invertente* $\mu(x)$: è noto, infatti, che

$$\mu(x)+\mu\left(\frac{x}{2}\right)+\mu\left(\frac{x}{3}\right)+\ldots\ldots\ldots\ldots=\varepsilon(x).$$

« Intanto nell'espressione di u_{ij} possiamo attribuire a ν soltanto quei valori che dividono simultaneamente i e j, dimodochè u_{ij} si riduce alla somma dei valori che assume $f(x)$ quando ad x successivamente si sostituiscono tutti i divisori di (i,j). Per conseguenza, posto

$$f(x)+f\left(\frac{x}{2}\right)+f\left(\frac{x}{3}\right)+\ldots\ldots\ldots=F(x),$$

si ritrovano le note formole [2]

$$u_{ij}=F(i,j), \quad \Delta_{ij}^{(n)}=\Delta^{(n)}.\sum_{\nu=1}^{\nu=n}\frac{\mu\left(\frac{\nu}{i}\right)\mu\left(\frac{\nu}{j}\right)}{f(\nu)}.$$

« L'eguaglianza

$$\Delta^{(n)}=f(1)\,f(2)\,f(3)\ldots f(n),$$

relativa a questo caso particolarissimo, costituisce il *teorema di Mansion.*

3. « Si arriva, in sostanza, al medesimo teorema quando le funzioni h ed $\mathfrak{h}$ appartengono all'importante classe delle funzioni ψ, dotate della proprietà

$$\psi(x)\,\psi(y)=\psi(xy).$$

(1) *Sull'inversione delle identità aritmetiche* (Giornale di Matematiche, 1885, p. 168).

(2) *Determinanti in Aritmetica* (Giornale di Matematiche, 1885, p. 182).

« Osserviamo anzitutto che, pur restando nel caso generale, l'espressione di u_{ij} può prendere la seguente forma:

$$u_{ij} = \sum_{\nu=1}^{\nu=n} f\left(\frac{i,j}{\nu}\right) h\left(\frac{i\nu}{i,j}\right) \mathfrak{h}\left(\frac{j\nu}{i,j}\right).$$

« Se h ed $\mathfrak{h}$ appartengono alla classe delle ψ, e si pone

$$f(x) = h(x)\,\mathfrak{h}(x)\,\mathfrak{f}(x), \qquad \mathfrak{F}(x) = \sum_{\nu} \mathfrak{f}\left(\frac{x}{\nu}\right),$$

si ha subito

$$u_{ij} = h(i)\,\mathfrak{h}(j) \sum_{\nu=1}^{\nu=n} \frac{f\left(\frac{(i,j)}{\nu}\right)}{h\left(\frac{(i,j)}{\nu}\right) \mathfrak{h}\left(\frac{(i,j)}{\nu}\right)} = h(i)\,\mathfrak{h}(j)\,\mathfrak{F}(i,j).$$

« Prescindendo dai fattori comuni alle linee ed alle colonne, l'ultima espressione coincide con quella cui si riferisce il teorema di Mansion. E nemmeno per $\Delta_{ij}^{(n)}$ si ottiene una formola nuova, poichè si ha

$$k(x) = \mu(x)\,h(x), \qquad \mathfrak{k}(x) = \mu(x)\,\mathfrak{h}(x),$$

e, per conseguenza,

$$\Delta_{ij}^{(n)} = \Delta^{(n)} . \sum_{\nu=1}^{\nu=n} \frac{\mu\left(\frac{\nu}{i}\right) \mu\left(\frac{\nu}{j}\right) h\left(\frac{\nu}{i}\right) \mathfrak{h}\left(\frac{\nu}{j}\right)}{\mathfrak{f}(\nu)\, h(\nu)\, \mathfrak{h}(\nu)} = \frac{\Delta^{(n)}}{h(i)\,\mathfrak{h}(j)} \sum_{\nu=1}^{\nu=n} \frac{\mu\left(\frac{\nu}{i}\right) \mu\left(\frac{\nu}{j}\right)}{\mathfrak{f}(\nu)}.$$

4. « Fra le quantità u intercedono relazioni interessanti, che si possono riassumere come segue. Prese due funzioni aritmetiche g e ξ, vincolate dall'eguaglianza

$$\xi(x) = \sum_{\nu} \mathfrak{h}(\nu)\, g\left(\frac{x}{\nu}\right),$$

si consideri la somma

$$G_{\nu}(x) = g\left(\frac{x}{1}\right) u_{\nu 1} + g\left(\frac{x}{2}\right) u_{\nu 2} + g\left(\frac{x}{3}\right) u_{\nu 3} + \dots\dots$$

« Possiamo scrivere

$$G_{\nu}(x) = \sum_{i} \sum_{j} g\left(\frac{x}{i}\right) f(j)\, h\left(\frac{\nu}{j}\right) \mathfrak{h}\left(\frac{i}{j}\right),$$

ovvero

$$G_{\nu}(x) = \sum_{i} f(i)\, h\left(\frac{\nu}{i}\right) \xi\left(\frac{x}{i}\right).$$

« Da questa formola derivano infinite altre, una delle quali ci serve a generalizzare, per altra via, il teorema di Mansion. È chiaro infatti che possiamo prendere

$$g(x) = \mathfrak{k}(x), \qquad \xi(x) = \varepsilon(x).$$

« In tal caso si ha

$$G_\nu(x) = f(x)\, h\left(\frac{\nu}{x}\right),$$

e, per conseguenza,

$$G_1(n) = G_2(n) = \ldots\ldots = G_{n-1}(n) = 0\,, \quad G_n(n) = f(n)\,.$$

« Se dunque all'ultima colonna di $\Delta^{(n)}$ si aggiungono le altre, rispettivamente moltipticate per $k\left(\frac{n}{1}\right), k\left(\frac{n}{2}\right), k\left(\frac{n}{3}\right), \ldots\ldots$, tutti gli elementi si annullano, salvo l'ultimo, che diventa $f(n)$. Ne segue subito

$$\Delta^{(n)} = f(n)\, \Delta^{(n-1)};$$

quindi:

$$\Delta^{(n)} = f(1)\, f(2)\, f(3) \ldots\ldots f(n)\,.$$

« In modo analogo potrebbesi ottenere l'espressione di $\Delta_{ij}^{(n)}$. È chiaro poi, in forza di considerazioni da noi esposte in un precedente lavoro, che tutte queste proprietà sussistono quando alla serie dei primi n interi si sostituisce un qualunque sistema di n numeri, dotato della proprietà di racchiudere tutti i divisori di ciascun suo termine.

Chimica. — *Sulla costituzione del pirrolo.* Nota I. di Giacomo Ciamician, presentata dal Socio Cannizzaro.

« In seguito ai lavori pubblicati da me in questi ultimi anni in collaborazione con altri chimici, sui composti della serie del pirrolo, si può ora formarsi un concetto abbastanza esatto del comportamento di questa interessante sostanza; io credo perciò che non sia opera del tutto inutile il tentare di riassumere in una breve esposizione i fatti principali che possono servire a stabilirne il carattere chimico. Certo, malgrado il lavoro assiduo che io ho dedicato allo studio del pirrolo e malgrado alcune eleganti metamorfosi chimiche per le quali altri hanno potuto recentemente (1) produrre per via sintetica alcuni dei suoi derivati, non è possibile per ora di determinare con certezza assoluta la costituzione intima del pirrolo; ma se anche su questo punto principale della questione non è possibile presentemente di arrivare ad una conclusione definitiva, si possono risolvere alcuni problemi secondarii che sono i gradini per i quali si arriverà alla soluzione del quesito principale.

« Le questioni ch' io mi propongo di risolvere nella presente Memoria non sono nuove, ma io spero di potere dimostrare in parte ciò che finora non era che l'espressione di un ipotesi molto abilmente concepita.

(1) L. Knorr: Berl. Ber. XVIII, 299; C. Paal. Berl. Ber. XVIII, 367; L. Knorr: Berl. Ber. XVIII, 1558 e XVII, 1635.

« Il pirrolo è un' amina secondaria. Per lungo tempo il pirrolo fu considerato come un'amina primaria ([1]) e venne comparato all'anilina.

$$C_6 H_5 NH_2 \ldots\ldots\ldots C_4 H_3 NH_2$$

ed è stato Baeyer ([2]) che nel 1870 ha dato al pirrolo la formola « $C_4 H_4 : N . H$ » che venne generalmente adottata; però malgrado ciò questa formola non ha potuto essere dimostrata direttamente. La strana natura chimica del pirrolo non permise di usare i soliti mezzi che servono ordinariamente alla diagnosi degli alcaloidi organici; già la sua alcalinità non si rende manifesta direttamente, non formando il pirrolo con gli acidi dei sali bene definiti, nè dando dei composti col cloruro di platino o col cloruro d'oro. Il pirrolo non si combina coi joduri alcoolici ed il suo comportamento con tutti gli acidi minerali ha reso vani tutti i tentativi di dimostrare l'esistenza dell'idrogeno iminico, cercando di ottenere un nitroso-composto ($C_4 H_4 N . NO$). Si seppe ben tosto ([3]) che uno degli atomi d'idrogeno del pirrolo viene facilmente rimpiazzato dal potassio, ma questo fatto non bastava a provare che questo atomo d'idrogeno fosse unito all'azoto e fosse un'idrogeno iminico.

« Nel 1877 R. Schiff ([4]) tentò di dimostrare, essere il pirrolo base secondaria, descrivendo un composto acetilico ottenuto direttamente per azione dell'anidride acetica, ma è veramente strano che la bella sostanza scoperta da Schiff in questo modo, anzi che rendere probabile l'esistenza di un atomo d'idrogeno iminico nel pirrolo, provasse proprio il contrario, perchè Schiff lasciandosi sfuggire il vero composto acetilico, ha descritto come tale una sostanza che non lo è affatto, e che contiene il residuo acetilico unito ad uno degli atomi di carbonio ([5]).

« Che il pirrolo sia realmente un'amina secondaria si può provare, io credo, presentemente con sufficiente certezza, seguendo una via indiretta, e giovandosi in questa dimostrazione delle diverse reazioni scoperte in questi ultimi anni.

« Si può prima di tutto facilmente escludere la possibilità che il pirrolo sia un'amina primaria; già esso non ne dà affatto le reazioni caratteristiche, e poi si trasforma per azione dell'idrogeno nascente, addizionando due o quattro atomi d'idrogeno, in due alcaloidi ben definiti, *la pirrolina* ([6]) e *la pirrolidina* ([7])

$$\underbrace{C_4 H_4 NH}_{\text{pirrolo}} \ldots\ldots \underbrace{C_4 H_6 NH}_{\text{pirrolina}} \quad e \quad \underbrace{C_4 H_8 NH}_{\text{pirrolidina}}$$

([1]) Limpricht, Berl. Ber. II, 211.

([2]) Baeyer e Emmerling, Berl. Ber. III, 517.

([3]) Liubawin, Berl. Ber. II, 100.

([4]) Berl. Ber. X, 1501.

([5]) Ciamician e Dennstedt, *Studi sui composti della serie del pirrolo.* Parte VI. — *L'acetilpirrolo ed il pseudo-acetilpirrolo*, 1883.

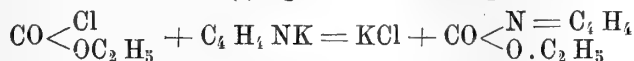
([6]) Id., *Studi* ecc. Parte IV. — *Azione dell'idrogeno nascente sul pirrolo*, 1883.

([7]) Ciamician e Magnaghi, *Sugli alcaloidi derivanti dal pirrolo*, 1885.

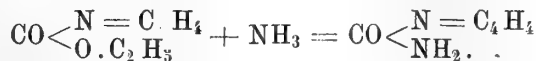
che sono, come lo si è potuto dimostrare direttamente, due basi secondarie. Che il pirrolo non sia una base terziaria, risulta dalle seguenti considerazioni. Il composto potassico del pirrolo dà col joduro di metile nettamente e già a temperatura ordinaria *il metilpirrolo* [1]; in questo composto il radicale alcoolico deve essere unito all'azoto, perchè riscaldandolo con acido cloridrico a 120° si ottiene della *metilamina* [2]. Ciò prova dunque che l'idrogeno che nel pirrolo viene sostituito dal potassio è un idrogeno iminico; del resto ci sono una serie di reazioni le quali non si potrebbero spiegare ammettendo che il pirrolo sia un'amina terziaria.

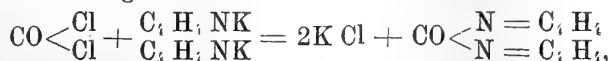
« Facendo agire l'anidride acetica sul pirrolo si ottiene oltre al composto chetonico un prodotto acetilico [3] decomponibile dalla potassa; il cloruro d'acetile reagendo sul composto potassico del pirrolo dà quasi esclusivamente questo prodotto. Il pirrolo, in forma del suo composto potassico, si comporta inoltre con l'etere clorocarbonico, col cloruro di carbonile e col cloruro di cianogeno come le amine secondarie.

« L'etere clorocarbonico [4] agisce secondo l'equazione:

$$CO{<}^{Cl}_{OC_2H_5} + C_4H_4NK = KCl + CO{<}^{N = C_4H_4}_{O.C_2H_5}$$

producendo un composto che deve essere considerato come la *tetroluretana*, chiamando *tetrolo* il residuo « C_4H_4 », perchè si scinde con la potassa in alcool etilico, anidride carbonica ed in pirrolo.

« La tetroluretana si trasforma per azione dell'ammoniaca in *monotetrolurea*

$$CO{<}^{N = C_4H_4}_{O.C_2H_5} + NH_3 = CO{<}^{N = C_4H_4}_{NH_2}.$$

« Il cloruro di carbonile [5] ha un'azione simile a quella dell'etere clorocarbonico e dà luogo alla formazione della *ditetrolurea* o *carbonilpirrolo*

$$CO{<}^{Cl}_{Cl} + \begin{matrix} C_4H_4NK \\ C_4H_4NK \end{matrix} = 2KCl + CO{<}^{N = C_4H_4}_{N = C_4H_4},$$

che pure viene decomposta dalla potassa in pirrolo ed anidride carbonica.

« Finalmente l'azione del cloruro di cianogeno [6] sul composto potassico del pirrolo è analoga a quella che questo gaz esercita sulla difenilamina:

$$CNCl + C_4H_4NK = C_4H_4 = N - CN + KCl$$

[1] Ciamician e Dennstedt, *Studi sui composti della serie del pirrolo.* Parte VIII. — *Sull'azione di alcune anidridi organiche sul pirrolo*, 1884.

[2] Secondo un'esperienza fatta recentemente da me assieme al dott. Magnaghi.

[3] Ciamician e Dennstedt, *Studi sui composti* ecc. Parte VI.

[4] Id., *Studi sui composti* ecc. Parte III, 1882.

[5] Ciamician e Magnaghi, *Sull'azione del cloruro di carbonile sul composto potassico del pirrolo*, 1885.

[6] Ciamician e Dennstedt, *Sull'azione del cloruro di cianogeno sul composto potassico del pirrolo*, 1882.

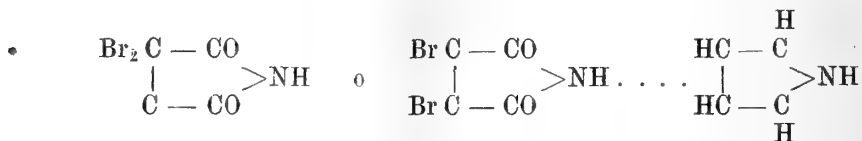
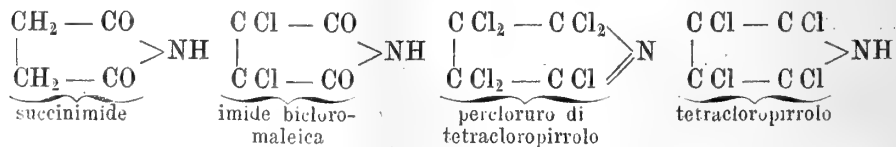
e la *tetrolcianamide* che si forma in questa reazione, corrisponde in tutte le sue proprietà alla difenilcianamide di Weith.

« Se in tutti questi composti i diversi radicali che vanno a sostituire il potassio nel composto potassico del pirrolo fossero legati al carbonio, tutte queste sostanze dovrebbero resistere all'azione della potassa, come lo fanno realmente i loro isomeri dei quali si parlerà più tardi.

« Si può ancora far notare che soltanto quattro dei cinque atomi di idrogeno del pirrolo sono sostituibili dagli alogeni, e che per il quinto atomo d'idrogeno ancora esistente, queste sostanze (il tetracloropirrolo [1] e tetrajodopirrolo [2]) vanno acquistando un comportamento che si avvicina a quello degli acidi.

« I quattro atomi di carbonio e quello di azoto del pirrolo formano una catena chiusa. La formola di Baeyer, che generalmente si ammette, rappresenta il pirrolo in forma di una catena chiusa, composta da 4 atomi di carbonio ed uno di azoto. Io credo che la prova diretta, che questa sia realmente la formola del pirrolo, stia nelle relazioni che esistono fra questo corpo e l'imide succinica e maleica.

« Bell [3] ottenne il pirrolo distillando la succinimide con la polvere di zinco; questa reazione però siccome non avviene che a temperature molto elevate non basta a dimostrare in modo assoluto la costituzione del pirrolo. Si può invece trasformare facilmente il pirrolo in *bibromomaleinimide* [4] per azione del bromo in soluzione alcalina ad una temperatura di poco superiore ai 100°, e qualunque sia la formola che si vuol dare all'imide bibromomaleica, questa reazione prova in modo assoluto che il pirrolo deve essere costituito in forma di una catena chiusa.

$$\begin{array}{l} Br_2C - CO \\ \;| \qquad\quad > NH \\ \;C - CO \end{array} \quad o \quad \begin{array}{l} Br\,C - CO \\ \;\;| \qquad\quad > NH \\ Br\,C - CO \end{array} \;\ldots\; \begin{array}{l} \qquad\;\; H \\ HC - C \\ \;\;| \qquad\; > NH \\ HC - C \\ \qquad\;\; H \end{array}$$

Inoltre è facile ottenere il tetracloropirrolo dalla succinimide per una serie di trasformazioni che avvengono tutte a temperature poco elevate [5].

$$\underbrace{\begin{array}{l} CH_2 - CO \\ \;| \qquad\quad > NH \\ CH_2 - CO \end{array}}_{\text{succinimide}} \quad \underbrace{\begin{array}{l} C\,Cl - CO \\ \;| \qquad\quad > NH \\ C\,Cl - CO \end{array}}_{\text{imide bicloromaleica}} \quad \underbrace{\begin{array}{l} C\,Cl_2 - C\,Cl_2 \\ \;| \qquad\qquad > N \\ C\,Cl_2 - C\,Cl \end{array}}_{\text{percloruro di tetracloropirrolo}} \quad \underbrace{\begin{array}{l} C\,Cl - C\,Cl \\ \;| \qquad\quad > NH \\ C\,Cl - C\,Cl \end{array}}_{\text{tetracloropirrolo}}$$

[1] Ciamician e Silber, *Studi sui composti della serie del pirrolo*. Parte V. — *I derivati della pirocolla*, 1883; e *Sull'azione degli alogeni sul pirrolo in soluz. alcalina*, 1885.

[2] Ciamician e Dennstedt, *Studi sui composti* ecc. Parte III, 1882.

[3] Berl. Ber. XIII, 877.

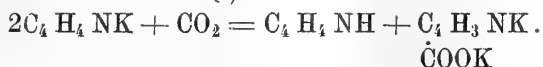
[4] Ciamician e Silber, *Sull'azione degli alogeni sul pirrolo in soluzione alcalina* 1885.

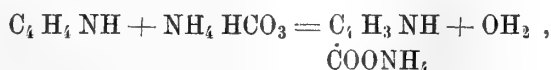
[5] Id., *Sopra alcuni derivati dell'imide succinica*, 1884.

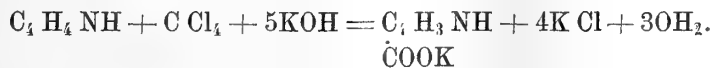
« Oltre a queste reazioni che provano direttamente ed assolutamente che il pirrolo non può rappresentarsi altrimenti che in forma di un nucleo chiuso, ciò viene anche indirettamente provato dal comportamento generale del pirrolo.

« In questi ultimi tempi una serie di reazioni ([1]) hanno dimostrato che il pirrolo ha grande analogia con due sostanze, il tiofene ed il furfurano, che differiscono dal pirrolo per avere invece del gruppo « NH », un atomo di zolfo o di ossigeno; di questi due composti, massime il tiofene ha nel suo comportamento la più grande somiglianza col benzolo. Il pirrolo per il suo idrogeno iminico si avvicina invece in molte reazioni ai fenoli della serie aromatica. Tutti i processi coi quali si ottengono dai fenoli gli ossiacidi, permettono di trasformare il pirrolo negli *acidi pirrolcarbonici*.

« Facendo agire l'anidride carbonica sul composto potassico del pirrolo riscaldato ([2]), si produce un miscuglio di acidi carbopirrolici fra i quali predomina quello di Schwanert ([3]); la reazione avviene come pel fenolo:

$$2C_4H_4NK + CO_2 = C_4H_4NH + \underset{\dot{C}OOK}{C_4H_3NK}.$$

Si forma pure principalmente l'acido carbopirrolico di Schwanert riscaldando il pirrolo in tubi chiusi con una soluzione di carbonato ammonico ([4]).

$$C_4H_4NH + NH_4HCO_3 = \underset{\dot{C}OONH_4}{C_4H_3NH} + OH_2\ ,$$

ed anzi questo è il metodo migliore per preparare questo composto. Anche la reazione di Reimer e Tiemann ([5]) dà, abbenchè in piccole quantità, questo acido:

$$C_4H_4NH + C\,Cl_4 + 5KOH = \underset{\dot{C}OOK}{C_4H_3NH} + 4K\,Cl + 3OH_2.$$

Inoltre anche il carbonilpirrolo sopramenzionato, che si ottiene dal composto potassico del pirrolo per azione del cloruro di carbonile, si trasforma, se viene riscaldato a 250°, parzialmente in *pirroilpirrolo* ([6]) $\left(\begin{matrix} C_4H_3\cdot NH \\ \dot{C}O.N\,C_4H_4 \end{matrix}\right)$, il quale si scinde con la potassa in pirrolo ed acido carbopirrolico. Finalmente ossi-

([1]) Paal, Berl. Ber. XVIII, 367 e poi V. Meyer, Berl. Ber. XVI, 1478; Ciamician e Silber, Berl. Ber. XVII, 142.

([2]) G. Ciamician, *Monatshefte für Chemie* I, 494.

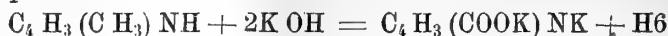
([3]) Ciamician e P. Silber, *Sopra una nuova sintesi dell'acido α carbopirrolico dal pirrolo*, 1884.

([4]) Id., *Studi sui composti della serie del pirrolo*. Parte VII. — *I derivati dell'acido α carbopirrolico*, 1884.

([5]) Berl. Ber. IX, 1285.

([6]) Ciamician e Magnaghi, *Azione del calore sull'acetilpirrolo e sul carbonilpirrolo*, 1885.

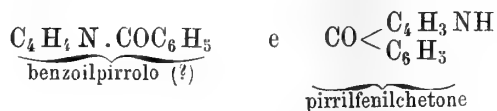
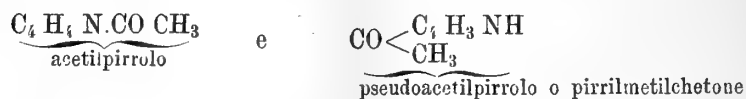
dando gli omopirroli (metilpirroli) [1] con potassa fondente si producono gli acidi carbopirrolici:

$$C_4 H_3 (C H_3) NH + 2K OH = C_4 H_3 (COOK) NK + H6$$

« Nel pirrolo inoltre è facile di introdurre al posto degli idrogeni che sono uniti al carbonio, invece del residuo dell'acido carbonico anche i radicali di altri acidi organici. Queste reazioni che nella serie aromatica non hanno luogo che in presenza di cloruro di alluminio o di cloruro di zinco, avvengono con grande facilità col pirrolo, già per la sola azione delle anidridi organiche. Questi composti chetonici che come s'è detto più sopra, si formano sempre assieme ai loro isomeri che contengono il radicale acido al posto dell'idrogeno iminico, si possono ottenere pure, abbenchè in piccole quantità, facendo agire i cloruri degli acidi organici sul composto potassico del pirrolo. Finalmente è da notarsi che i prodotti di sostituzione del pirrolo che contengono il radicale acido legato all'azoto, si trasformano, se vengono riscaldati verso i 300° in tubi chiusi, nei loro isomeri nei quali il radicale acido è unito al carbonio, formando così dei composti chetonici identici a quelli che si ottengono direttamente [2]

Si conoscono le seguenti sostanze:

$$\underbrace{C_4 H_4 N.CO\, CH_3}_{\text{acetilpirrolo}} \quad e \quad \underbrace{CO<{C_4 H_3 NH \atop CH_3}}_{\text{pseudoacetilpirrolo o pirrilmetilchetone}}$$

$$\underbrace{C_4 H_4 N.COC_6 H_5}_{\text{benzoilpirrolo (?)}} \quad e \quad \underbrace{CO<{C_4 H_3 NH \atop C_6 H_5}}_{\text{pirrilfenilchetone}}$$

$$\underbrace{CO<{N: C_4 H_4 \atop N: C_4 H_4}}_{\text{carbonilpirrolo}} \quad e \quad \underbrace{CO<{NC_4 H_4 \atop C_4 H_3 NH}}_{\text{pirroilpirrolo}} \quad e \quad \underbrace{CO<{C_4 H_3 NH \atop C\ H_3 NH}}_{\text{dipirrilchetone}}$$

« Che i composti chetonici abbiano realmente la costituzione che viene loro attribuita è stato dimostrato con una serie di reazioni [3]; essi resistono all'azione della potassa, formano dei composti argentici col nitrato d'argento ammoniacale e si combinano coll'idrossilamina e la fenilidrazina. Il pirrilmetilchetone, che è fra questi prodotti quello meglio studiato finora,

(1) Ciamician, *Sopra alcuni composti della serie del pirrolo*, 1881 (Berl. Ber. XIII 2235).

(2) Che i composti chetonici in questione possano formarsi direttamente per l'azione delle anidridi organiche sul pirrolo, cioè senza che sia necessario di ammettere che sempre il radicale acido sostituisca prima l'idrogeno iminico e passi poi per una trasposizione molecolare al posto di uno degli idrogeni dei quattro atomi di carbonio, viene provato dal fatto che il metilpirrolo $C_4 H_4 NCH_3$ si trasforma per azione dell'anidride acetica nel pseudoacetilmetilpirrolo $C_4 H_3 (COCH_3) NCH_3$.

(3) Ciamician e Dennstedt, *Studi sui composti* ecc. Parte VIII. — *Sull'azione di alcune anidridi organiche sul pirrolo*, 1884.

forma con l'aldeide benzoica un prodotto di condensazione, il *pirrilcinnamilchetone* (¹)

$$C_4 H_3 NH . CO . CH = CH . C_6 H_5,$$

in modo analogo all'acetone ed all'acetofenone, e come quest'ultimo dà degli acidi se viene ossidato. Per ossidazione col camaleonte si ottiene l'*acido pirrilgliossilico* (²) e per azione della potassa fondente si ottiene l'*acido carbopirrolico* di Schwanert (³).

$C_4 H_3 NH.CO.CH_3$	$C_4 H_3 NH.CO.COOH$	$C_4 H_3 NH.COOH$
pirrilmetilchetone	acido pirrilgliossilico	acido carbopirrolico

Chimica. — *Sopra alcuni derivati della Santonina.* Nota di Vittorio Villavecchia, presentata dal Socio Cannizzaro.

« Per incarico avuto dal prof. Cannizzaro e sotto la sua immediata direzione ho intrapreso uno studio sull'acido fotosantonico scoperto dal prof. Sestini (⁴). Nella preparazione di questo acido e della fotosantonina ho seguito il metodo indicato dal Sestini ed in questa occasione ho potuto stabilire definitivamente che realmente la luce è l'agente che determina la trasformazione della santonina in questi due nuovi composti. Conservando all'oscuro per oltre due mesi delle soluzioni di santonina nell'acido acetico (10 gr. di santonina per ogni litro d'acido acetico della densità 1,06) e nell'alcool (8 gr. di santonina per ogni litro d'alcool di 65°) questa rimane completamente inalterata.

I. Acido fotosantonico.

« Questo acido si forma in piccola quantità nelle soluzioni alcooliche ed in quantità maggiori in quelle acetiche della santonina. Il miglior rendimento si è ottenuto nel seguente modo. Una soluzione di 10 gr. di santonina per ogni litro di acido acetico della densità 1,067, a cui si aggiunsero 100 c. c. di acqua, venne esposta per un mese all'azione della luce diretta. Dopo questo tempo il liquido che si colora in giallo venne distillato nel vuoto a b. m. fino a consistenza sciropposa. Si lavò il residuo con acqua e lo si trattò con una soluzione tiepida di carbonato di soda. La materia resinosa non si scioglie completamente nel liquido alcalino ed il residuo insolubile, sciolto nell'alcool dà per svaporamento spontaneo dei prismi aci-

(¹) Ciamician e Dennstedt, *Studi sui composti della serie del pirrolo* Parte VIII. — *Sull'azione di alcune anidridi organiche sul pirrolo* 1884.

(²) Id., *Studi*, ecc. Parte VI — *L'acetilpirrolo ed il pseudoacetilpirrolo*, 1883 e Parte VIII.

(³) Secondo un'esperienza che io ho fatto ultimamente il pirrilmetilchetone dà fondendolo con potassa caustica circa l'80% di acido carbopirrolico.

(⁴) Gazz. chim. ital. VI, 357.

culari che convenientemente purificati fondono a 182-183° ed hanno la composizione corrispondente alla formola

$$C_{17} H_{22} O_5$$

cioè della somma di una molecola di santonina con una di acido acetico. Mi riserbo l'ulteriore studio di questa sostanza.

« La soluzione alcalina, che contiene la maggior parte del prodotto, venne trattata con acido cloridrico. Si separa l'acido fotosantonico in abbondante quantità, che purificato mediante una serie di cristallizzazioni dall'alcool forma dei cristalli prismatici incolori, ed ha tutte le proprietà descritte dal Sestini.

« L'acido fotosantonico perde a 100° una molecola di acqua e fonde poi a 154°-155°; Sestini trovò il punto di fusione a 153°.

« L'acido deacquificato ha la composizione:

$$C_{15} H_{20} O_4$$

Le analisi diedero i seguenti risultati, che concordano con quelli avuti dal Sestini:

	trovato					calcolato per $C_{15} H_{20} O_4 + OH_2$
	Villavecchia		Sestini			
H_2O	6,44	6,51 %	6,76	6,44	6,52 %	. . . . 6,38 %

	trovato			calcolato per $C_{15} H_{20} O_4$
	Villavecchia	Sestini		
C	68,11 %	68,09	68,11 %	. . 68,18 %
H	7,57 %	7,70	8,14 %	. . 7,57 %

« L'acqua contenuta nell'acido fotosantonico non può però considerarsi come acqua di cristallizzazione come fece il Sestini, ma deve essere riguardata come parte integrante della molecola dell'acido stesso, se si tiene conto della composizione dei sali dell'acido fotosantonico e della fotosantonina. L'acido fotosantonico non deacquificato e l'acido seccato a 100°, stanno fra di loro nella stessa relazione, che esiste fra la santonina e l'acido santoninico.

« *Fotosantonato baritico.* Per ottenere questo sale si sciolse l'acido fotosantonico a freddo nell'acqua di barite. Dopo aver eliminato l'eccesso di barite con l'acido carbonico, si ottiene una soluzione incolora che venne trattata con l'alcool assoluto. Si forma un precipitato bianco amorfo che venne lavato con alcool e seccato nel vuoto.

« Questo sale seccato a 100-105° ha la composizione corrispondente alla formola

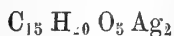
$$C_{15} H_{20} O_5 Ba$$

Le analisi diedero i seguenti risultati:

	trovato			calcolato per $C_{15} H_{20} O_5 Ba$
Ba	31,36	32,23	32,91 %	. . 32,85 %

mentre la formola $C_{15} H_{18} O_4 Ba$ richiederebbe 34,34 % di bario. Riscaldando questo sale oltre a 105°, esso incomincia ad ingiallire e a decomporsi.

« *Fotosantonato argentico.* Si ottenne questo sale trattando la soluzione del sale baritico con nitrato argentico, in forma di un precipitato bianco. Si fece una precipitazione frazionata impiegando in principio il nitrato d'argento in difetto, le due frazioni avevano però l'istessa composizione. Il precipitato venne lavato accuratamente e seccato prima nel vuoto e poi a 100°. Durante quest'ultima operazione non perdette di peso, riscaldandolo a temperature più elevate incomincia ad alterarsi prendendo una colorazione brunastra. Il fotosantonato argentico si altera facilmente alla luce, tutte le operazioni descritte vennero fatte perciò possibilmente al buio.

« Le analisi di questo sale conducono alla formola:

$$C_{15} H_{20} O_5 Ag_2$$

con la quale concordano anche alcune analisi del Sestini.

	trovato				calcolato per $C_{15} H_{20} O_5 Ag_2$
	Sestini			Villavecchia	
Ag	43,20	43,28	43,05 %	42,73 %	. . . 43,40 %

« La formola $C_{15} H_{18} O_4 Ag_2$ richiederebbe 45,19 % di argento.

II. Fotosantonina.

« Il miglior modo di preparare questo composto è il seguente: Una soluzione di santonina nell'alcool di 90° fatta in ragione di 20 gr. di santonina per ogni litro d'alcool venne esposta alla luce diretta per 3 mesi. Il liquido prese appena una tinta giallognola e venne distillato nel vuoto a b. m. per eliminare il solvente; al residuo che è un olio denso e colorato in giallo-bruno si aggiunse una soluzione tiepida di carbonato sodico e si riscaldò a blando calore. La parte del prodotto che si sciolse nel liquido alcalino, si riottenne saturando questo con acido cloridrico, in forma di un precipitato fioccoso che fatto cristallizzare dall'alcool, diede i cristalli fusibili a 154° dell'acido fotosantonico. La parte insolubile nel carbonato sodico venne sciolta nell'etere e dalla soluzione eterea si deposero dopo parecchio tempo dei cristalli tabulari che fondevano a 154-155°.

« La sostanza così ottenuta è un isomero della fotosantonina, ha la formola $C_{17} H_{24} O_4$, ed è destrogira mentre la fotosantonina è levogira: per 0,3825 gr. sciolti in 50 c. c. di alcool si ebbe, alla temperatura di 13°

$$[\alpha]_D = + 76°,77.$$

Lo studio di questo nuovo composto sarà continuato.

« Il liquido oleoso da cui si era separata la sostanza or accennata venne trattato nuovamente con etere. Per lento svaporamento della soluzione eterea si ottennero degli altri cristalli fusibili a 68-69°, che si mostrarono in tutto identici alla fotosantonina di Sestini, che è il prodotto principale

della reazione, mentre le altre due sostanze non si formano che in quantità molto più piccole. È da notarsi però che l'isomero della fotosantonina fusibile a 154-155° si forma più abbondantemente se invece dell'alcool ordinario si impiega l'alcool assoluto.

« La fotosantonina così ottenuta ha tutte le proprietà descritte da Sestini, è solubilissima nell'alcool e nell'etere ed è quasi insolubile nell'acqua fredda. In soluzione alcoolica è levogira:

per 1,0010 gr. di sostanza sciolta io 50 c. c. d'alcool a 14° si ebbe

$$[\alpha]_D = -121°,6$$

per 1,0980 gr. di sostanza sciolta in 50 c. c. d'alcool a 14° si ebbe

$$[\alpha]_D = -118°,4$$

« Le analisi della fotosantonina condussero alla formola:

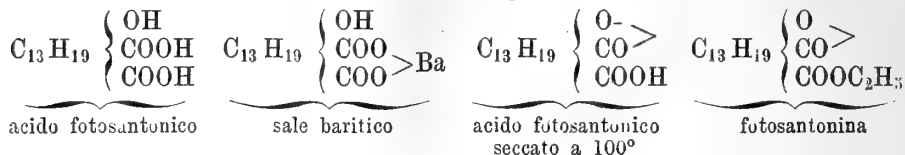
$$C_{17}H_{24}O_4$$

	trovato						calcolato per $C_{17}H_{24}O_4$
C	69,76	69,42	69,49	69.53	69,83 %	. .	69,86 %
H	8,68	8,24	8,35	8,25	8,47 %	. .	8,21 %

da cui dunque risulta che la fotosantonina non è l'etere bietilico dell'acido fotosantonico come credette Sestini, ma che è bensì *l'etere monoetilico dell'acido fotosantonico deacquificato.*

« L'acido fotosantonico seccato a 100° sarebbe dunque un acido lattonico che con gli alcali dà dei sali corrispondenti all'ossiacido bibasico, e la fotosantonina è l'etere etilico di questo acido lattonico.

« Si avrebbero dunque le formole seguenti:

$$\underbrace{C_{13}H_{19}\left\{\begin{matrix}OH\\COOH\\COOH\end{matrix}\right.}_{\text{acido fotosantonico}} \quad \underbrace{C_{13}H_{19}\left\{\begin{matrix}OH\\COO\\COO\end{matrix}\right.{>}Ba}_{\text{sale baritico}} \quad \underbrace{C_{13}H_{19}\left\{\begin{matrix}O-\\CO{>}\\COOH\end{matrix}\right.}_{\text{acido fotosantonico seccato a 100°}} \quad \underbrace{C_{13}H_{19}\left\{\begin{matrix}O\\CO{>}\\COOC_2H_5\end{matrix}\right.}_{\text{fotosantonina}}$$

« La fotosantonina si può pure ottenere dall'acido fotosantonico con alcool ed acido solforico, o dal fotosantonato argentico col joduro di etile [1]. In quest'ultimo caso dal sale biargentico non si ottiene l'etere bietilico, ma bensì l'etere monoetilico come suole avvenire con gli acidi lattonici.

« La fotosantonina non viene attaccata che lentamente dall'ammoniaca gassosa, più facilmente invece dall'idrato di barite e dalla soda caustica formando i sali dell'acido fotosantonico corrispondenti.

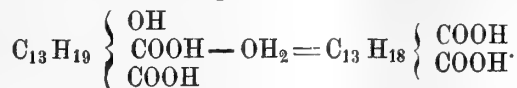
III. Azione dell'acido cloridrico gassoso sull'acido fotosantonico.

« Se si fa passare una corrente di gaz acido cloridrico in una soluzione alcoolica di acido fotosantonico, non si ottiene la fotosantonina, ma l'etere bietilico di un acido che contiene una molecola d'acqua di meno

(1) Vedi Sestini, l. c. pag. 368.

dell'acido fotosantonico non deacquificato. È probabile che in questo caso si formi un acido con due lacune che io propongo di chiamare *acido deidrofotosantonico.*

« La reazione sarebbe la seguente:

$$C_{13}H_{19}\left\{\begin{array}{l}OH\\COOH\\COOH\end{array}\right. - OH_2 = C_{13}H_{18}\left\{\begin{array}{l}COOH\\COOH\end{array}\right.$$

18 gr. di acido fotosantonico puro, vennero sciolti in alcool assoluto, ed indi vi si fece passare dell'acido cloridrico secco per parecchie ore. La soluzione si colorò in rosso brunastro, scaldandosi sempre più a misura che continuava l'assorbimento dell'acido cloridrico. Si distillò l'alcool ed il residuo venne lavato con una soluzione di carbonato sodico. Trattando con etere si ebbe una soluzione del nuovo composto che svaporando il solvente lascia indietro un olio denso e colorato in giallo. Il prodotto così ottenuto venne distillato a pressione ridotta (2-3 mm.) in un bagno ad olio. Si raccolsero separatamente tre frazioni successive l'una fra 180° e 185° (temperatura del bagno esterno), una seconda, che era la maggiore, a 185° ed infine una terza che distillava facendo salire la temperatura del bagno da 185° a 200°. Rimase indietro un residuo formato da una resina giallo-bruna solubile nell'alcool e nell'etere. La parte principale del prodotto era un liquido perfettamente incoloro che non si solidifica anche se raffreddato a-10°, la prima frazione conteneva piccole quantità d'una sostanza clorurata.

« Il liquido così ottenuto venne purificato con una seconda distillazione ed indi analizzato; si ottennero numeri che condussero alla formola:

$$C_{13}H_{18}\left\{\begin{array}{l}COOC_2H_5\\COOC_2H_5\end{array}\right.$$

	trovato			calcolato per $C_{19}H_{28}O_4$
C	71,08	70,71 %	. .	71,25 %
H	8,94	8,85 %	. .	8,75 %

È dunque l'*etere bietilico dell'acido deidrofotosantonico.* Questo composto devia a destra il piano della luce polarizzata:

per 0,7306 gr. di sostanza sciolta in 25 c. c. d'alcool si ebbe a 20°,4

$$[\alpha]_D = + 20°,4.$$

« Saponificando l'etere or descritto con un alcali ed estraendo la soluzione acidificata con acido cloridrico, con etere si ottiene svaporando il solvente, una sostanza vischiosa, che dopo poco tempo si trasforma in una massa cristallina. Il prodotto così ottenuto, purificato con successive cristallizzazioni dall'etere fonde a 132-133°. L'analisi diede i seguenti numeri che conducono alla formola:

$$C_{13}H_{18}\left\{\begin{array}{l}COOH\\COOH\end{array}\right.$$

	trovato		calcolato per $C_{15}H_{20}O_4$
C	67,86	. .	68,18
H	7,64	. .	7,57

« Esso è dunque come si vede isomero all'acido fotosantonico seccato a 100°, ma è un acido bibasico mentre questo è come s'è detto più sopra un acido lattonico monobasico.

« L'acido deidrofotosantonico è solubilissimo nell'alcool e nell'etere ed è destrogiro come il suo etere bietilico.

« Per 0,7114 gr. di sostanza sciolti in 50 c. c. d'alcool si ebbe

$$[\alpha]_D = +31^\circ,9$$

« Il *sale baritico* $\left(C_{13}H_{18}\begin{cases}COO\\COO\end{cases}Ba\right)$ si ottiene sciogliendo l'acido libero nell'acqua di barite, eliminando l'eccesso di barite con l'acido carbonico e precipitando la soluzione concentrata con alcool assoluto. Si forma un precipitato bianco, amorfo che venne seccato nel vuoto. Il sale baritico dell'acido deidrofotosantonico è solubilissimo nell'acqua, scaldato a 120°-130°, non perde di peso e rimane perfettamente bianco.

« L'analisi diede i seguenti numeri:

	trovato		calcolato per $C_{15}H_{18}O_4Ba$
Ba	33,70	33,89 %	. . 34,33 %

Bacterologia. — *Sui microrganismi delle acque potabili: loro vita nelle acque carboniche.* Ricerche del dott. T. Leone. Nota presentata dal Socio S. Cannizzaro.

« Le analisi delle acque potabili sino a questi ultimi tempi sono state esclusiva competenza dei chimici. È stata conosciuta nelle acque l'esistenza di organismi viventi, piccolissimi, microscopici; però la mancanza di metodi adatti ha costretto sempre gli analisti o a non occuparsene affatto o ad occuparsene in un modo del tutto sommario, per finire col coinvolgerli nel dosamento delle sostanze organiche.

« L'esistenza però in natura di microrganismi patogeni, riconosciuta, confermata e già passata nel dominio della scienza, e la probabilità che qualcuno di questi esseri possa, come gli altri, trovarsi nelle acque lasciano prevedere quanta parte del suo terreno debba la chimica, in siffatte ricerche, cedere alla Bacterologia tosto che questa novella scienza raggiungerà il suo completo sviluppo. Ed infatti non è appena, per gli ingegnosi metodi di cultura di Roberto Koch, trovata una buona via per siffatte investigazioni che dappertutto si cerca di coronare le analisi chimiche delle acque con quelle bacterologiche.

« Molti sperimentatori, che, con i recenti metodi di Koch, si sono occupati dei microrganismi delle acque potabili, si sono limitati ad apprezzare sommariamente il valore di un'acqua dal numero dei microrganismi contenutivi capaci di produrre delle colonie sulla gelatina. Si crede inoltre che i bacteri provenienti dalle materie animali in putrefazione producano

delle colonie che liquefanno la gelatina [1]; dal numero di queste colonie si crede quindi potersi dare un giudizio sulla maggiore o minore corruzione di un'acqua.

« La maggior parte di questi sperimentatori però pare che, in queste ricerche, non siano stati guidati da un esatto concetto sulla natura di questi esseri. Ed invero quando la maggior parte di questi sperimentatori, in siffatte ricerche, non hanno tenuto conto dal tempo trascorso dal momento in cui l'acqua fu attinta a quello in cui essa venne sperimentata, quando questi sperimentatori hanno, senz'altro, attribuito ad un'acqua le migliaia e migliaia di microrganismi per centimetro cubo, ad un'acqua che, dalla sua sorgente sino al punto dove venne sperimentata ebbe bisogno di due o tre giorni di cammino, è da supporre che questi sperimentatori non abbiano nemmanco tenuto conto della possibilità che la più pura acqua potabile avesse potuto essere un buon mezzo di cultura dei microrganismi. E quale valore invero si debba attribuire a queste ricerche lo vedremo da quanto sarà esposto in appresso.

« Le mie ricerche sono state condotte coi metodi di cultura sulla gelatina. La gelatina impiegata per ogni cultura era 10 cent. cubici [2]. Le culture venivano fatte su lastre di vetro, in ognuna delle quali la gelatina occupava una superficie di mq. 0,08. L'acqua in esame veniva adoperata nelle proporzioni da 0,1 a 0,5 cent. cub.; quando la quantità dei microrganismi era così grande da non permetterne l'esatta enumerazione, l'acqua veniva diluita con acqua distillata e sterilizzata. La quantità adoperata di questo miscuglio era anche da 0,1 a 0,5 cent. cub. Essa era misurata per mezzo di una pipetta, di piccolo calibro, graduata in decimi di centimetro cubo. Le preparazioni delle culture erano fatte ad una temperatura inferiore ai 30°. La gelatina, la pipetta, le lastre, i tubi, tutto quello insomma che veniva in contatto con la cultura o vi aveva relazione era, prima di adoperarsi, convenientemente sterilizzato col calore o con soluzione di sublimato [3].

[1] *Appréciation de la valeur des eaux potables à l'aide de la culture dans la gélatine* par M. le Dr A. Proust (Memoria letta all'Accademia di Medicina di Parigi nella seduta del 31 ottobre 1884). Revue d'Hygiène 1884 p. 914.

[2] Le proporzioni delle sostanze impiegate nella preparazione di questa gelatina furono le seguenti:

Acqua	100	parti
Gelatina	10	»
Peptone	0,5	»
Estratto di carne	0,5	»
Fosfato sodico	0,5	»

Carbonato sodico sino a reazione leggermente alcalina.

[3] E' precisamente: i tubi contenenti la gelatina erano sterilizzati a 100° per un'ora (in un ambiente di vapor d'acqua): la pipetta, le lastre, le pinze e le spatolette per distendere la gelatina nelle lastre alla temperatura di 150° per un'ora (in una stufa ad aria):

« Per l'enumerazione delle colonie la cultura, adagiata su di un fondo nero, veniva coperta da una lastra di vetro divisa in centimetri quadrati e le colonie erano enumerate con l'aiuto di una forte lente d'ingrandimento e, quando occorreva, con l'aiuto del microscopio. Operando in questo modo era difficile che sfuggissero le piccole colonie e che, dall'altro lato, la stessa colonia fosse enumerata più volte (¹).

« Un apprezzamento delle acque potabili, secondo i criterî precedentemente accennati, dipendendo dal numero delle colonie in genere, o delle colonie che liquefanno la gelatina in specie, si fu mia prima intenzione di ricercare se un'acqua potabile anche la più pura, sia tale un mezzo nutritivo dei microrganismi da rendere variabile e quindi erroneo un siffatto apprezzamento, quando le ricerche non siano rigorosamente eseguite secondo le avvertenze opportune.

« A tale scopo furono sperimentate acque di diverse sorgenti; i risultati conducono alla medesima conclusione. Io esporrò solamente quelli forniti dall'acqua, della quale è stata recentemente fornita la città di Monaco, dall'acqua *Maugfall*.

« Quest'acqua può essere considerata come tipo delle acque potabili purissime. Essa non contiene tracce di nitriti, nitrati e sali ammoniacali, lascia, per litro, un residuo di 284 milligr. e le *sostanze organiche* contenute in un litro d'acqua possono essere ossidate da *soltanto* 0,99 *milligr. di ossigeno*. Quest'acqua veniva attinta ad un rubinetto connesso con un tubo nel quale l'acqua, proveniente direttamente dal grande *Reservoir*, scorreva continuamente. Il rubinetto era sterilizzato pel calore della fiamma di una lampada Bunsen. I recipienti erano stati lavati con acido solforico concentrato, acqua distillata ed indi sterilizzati, a 150° per un'ora. Questi recipienti riempiti a due terzi e chiusi con turaccioli di bambagia. anch'essa sterilizzata, erano lasciati in riposo in un ambiente la cui temperatura oscillava tra i 14° ed i 18°.

« Per essere breve io taccio le ricerche dettagliate e passo direttamente all'esposizione dei risultati; mi basti solo avvertire che le cifre che io darò dovranno essere considerate come le medie di cifre fornite da parecchie culture. — Ecco i risultati:

« L'acqua *Maugfall* arriva in Monaco con 5 microrganismi per cent. cubo.

i piani di separazione delle culture e le pareti che racchiudevano lo spazio dove erano contenute le culture, con una soluzione di sublimato all'uno per mille e finalmente la lastra ed il coperchio che servivano di refrigerante durante la preparazione delle singole culture, con sublimato ed indi lavaggi con alcool ed etere (quest' ultimo infine si faceva convenientemente evaporare).

(¹) Quando le colonie erano in gran numero enumeravo soltanto le colonie contenute in alcuni piccoli quadrati e la media veniva moltiplicata per la superficie occupata dalla gelatina.

« Dopo 24 ore, lasciata nelle condizioni dette precedentemente, il numero dei microrganismi è salito al disopra del centinaio.

« Dopo due giorni ha raggiunto la cifra di 10500.

« Dopo tre giorni quella di 67000.

« Dopo quattro giorni quella di 315000.

« Al quinto giorno siamo al disopra del mezzo milione di colonie per centimetro cubo!

« Un sì rapido e considerevole accrescimento dei microrganismi nelle acque io trovo rilevato solamente in una recentissima publicazione del dott. Kramer professore all'Università di Zurigo. Il prof. Kramer nella sua relazione sulle acque della città di Zurigo [1] dimostra che, *col riposo*, i microrganismi contenuti in quelle acque si accrescono rapidamente.

« È da osservare però che l'azione del riposo non ha alcuna influenza sull'accrescimento dei microrganismi.

« Le esperienze che seguono dimostrano che i microrganismi nelle acque in movimento si moltiplicano con la stessa rapidità e nelle stesse proporzioni di quando queste acque si trovano in riposo.

« Per queste esperienze vennero impiegati dei tubi di vetro della lunghezza di 60 e del diametro di 4 centimetri; essi furono lavati con acido solforico concentrato, acqua distillata ed indi sterilizzati a 100° per un'ora (in un ambiente di vapor d'acqua).

« Questi tubi chiusi alla lampada, dopo essere stati riempiti a metà dell'istessa acqua *Mangfall*, furono disposti perpendicolarmente all'asse di una ruota ed in modo che l'asse veniva intersecata dalla parte media dei tubi. La ruota fu messa in movimento continuo da una corrente d'acqua.

« Così disposta l'esperienza ho fatto, per sei giorni, di quando in quando delle ricerche « sulla quantità dei microrganismi contenuti nell'acqua ». Mi risparmio anche qui di scrivere questi risultati particolareggiati, giacchè non dovrei che ripetere, presso a poco, le stesse cifre che si trovano precedentemente, essendo che la variazione della quantità dei microrganismi di quest'acqua in movimento segni le stesse fasi di quella della stessa acqua in riposo. In entrambi i casi il numero dei microrganismi raggiunge al quinto giorno un massimo per indi decrescere.

« Continuando le ricerche io ho trovato che dopo 10 giorni il numero dei microrganismi era disceso a 300000, dopo un mese a 120000 [2],

[1] *Die Wasserversorgung von Zürich. Berichte der « Erweiterten Wasserkommission » an den Stadtrath von Zürich.* Typ. Orell Füssli e Co 1885.

[2] Le cifre rappresentanti il numero dei bacteri per cent. cubo contenuti nell'acqua dopo 10 giorni e dopo un mese sono molto approssimative, dappoichè in queste culture si trovano delle colonie così poco sviluppate da essere affatto innumerabili.

e finalmente dopo sei mesi non vi trovai più di 95 colonie per centimetro cubo [1].

« Per apprezzare adunque secondo questo metodo e con gli accennati criterî l'inquinamento od in generale il grado di corruzione di un'acqua, le ricerche dovranno essere iniziate immediatamente dopo la raccolta delle acque. In questo apprezzamento si deve inoltre tener conto dell'aumento dei microrganismi durante il corso delle acque, acciocchè uno straordinario numero di microrganismi possa debitamente attribuirsi o ad una naturale aumentazione o ad un eventuale inquinamento.

« In relazione ai 5 microrganismi per cent. cubo contenuti, nel momento del suo arrivo a Monaco, dall'acqua *Maugfall*, la quale, dalla sua sorgente a Monaco impiega circa 24 ore, è da osservare che può darsi anche il caso che il numero dei microrganismi non siasi punto alterata durante il corso delle acque; va osservato infatti che l'acqua *Maugfall* arriva a Monaco sotto una pressione da 5 o 6 atmosfere ed è da ammettere con molta probabilità, che la vitalità dei microrganismi venga rallentata sotto questa pressione. Il dott. Karl Lehmann ha dimostrato sperimentalmente che una tale influenza viene esercitata da una forte pressione di ossigeno su molti organismi inferiori [2]. Il prof. Maggi dell'Università di Pavia, ha trovato che le acque del lago Maggiore ad una profondità superiore ai 60 metri non contengono più bacteri.

« Risultando dal rapido accrescimento dei microrganismi la rapida alterazione delle condizioni igieniche di un'acqua, di non lieve interesse mi sono sembrate le ricerche sul comportamento dei microrganismi nelle acque carboniche, le quali ordinariamente vengono bevute dopo un periodo di tempo più o meno lungo dalla loro preparazione. Per queste ricerche furono preparate delle ordinarie bottiglie di acqua carbonica (acido carbonico sciolto in acqua sotto pressione) e nello stesso tempo furono presi, per le ricerche di confronto, dei campioni dell'acqua potabile che servì alla loro preparazione [3].

« Si ebbe cura di adoperare bottiglie e turaccioli sterilizzati. Quanto all'apparecchio dell'acqua carbonica, il serbatoio dell'acqua era stato riempito pochi momenti prima di preparare i nostri campioni; del resto tanto delle

[1] Debbo quest'acqua alla cortesia dell'egregio dott. Reuk privato docente ed assistente nell'Istituto d' Igiene della r. Università di Monaco. Essa era stata verso i primi di febbraio 1885 da lui attinta e sperimentata. Nel corso delle mie ricerche (agosto) quest'acqua si trovava conservata in condizioni da essere ancora sperimentata.

[2] *Ueber den Einfluss des comprimirten Sauerstoff auf die Lebensprocesse* ecc. (Inaugural Dissertation Zürich).

[3] L'acqua impiegata questa volta fu la *Bruntaler* della quale è fornita la farmacia reale (*Hof. Apoteke*) di Monaco; alla farmacia è aggregata una fabbrica di acque carboniche ed in questa fabbrica fu preparato il nostro materiale.

acque carboniche che di quelle non carboniche, non appena preparate, furono fatte le culture per fissare le condizioni nelle quali erano iniziate le esperienze. Da queste culture risultò che:

l'acqua carbonica conteneva 186 microrganismi per centimetro cubo
l'acqua non carbonica » 115 » » » »

In seguito, nelle due acque si fecero delle contemporanee ricerche, ad ogni intervallo di 5 giorni, pel periodo di 15 giorni.

« In queste ricerche fu constatato che, mentre il numero dei microrganismi nelle acque non carboniche era salito, dopo 5, 10, 15 giorni, alle centinaia di migliaia per cent. cubo, *il numero dei microrganismi nelle acque carboniche non si era aumentato: esso invece diminuiva.* Dopo 5 giorni la quantità dei microrganismi da 186 per cent. cubo era discesa ad 87, dopo 10 giorni a 30, dopo 15 giorni a 20 (¹).

« Il non aumentarsi dei microrganismi nelle nostre acque carboniche può essere effetto di una delle seguenti cause: 1° Azione dell'acido carbonico; 2° azione della pressione; 3° azione simultanea dell'acido carbonico e della pressione; 4° mancanza di ossigeno (²).

« Possiamo mettere da parte la pressione. Ed invero ammesso che ad impedire lo sviluppo dei microrganismi essa sia sufficiente, nel nostro caso non è necessaria. Nelle ricerche su tre qualità di acque carboniche minerali *Giessel, Selters, Apollinaris,* che erano sotto debolissima pressione trovai sempre un numero sparuto di microrganismi che andava a decrescere. Ma la prova decisiva per escludere la necessità della pressione l'ebbi nelle ricerche fatte sull'acqua carbonica che io preparai in laboratorio a pressione ordinaria.

« Nell'acqua *Maugfall* contenuta in bocce sterilizzate si fece gorgogliare per una mezz'ora, avendo cura di agitare di quando in quando, una corrente di acido carbonico, che sviluppavasi da un apparecchio, per l'azione dell'acido cloridrico sul marmo. L'acido carbonico prima di giungere nell'acqua in esame si faceva gorgogliare in due bocce contenenti soluzioni di carbonato sodico per trattenere le tracce del gas cloridrico che avrebbero potuto essere trasportate dalla corrente carbonica. Così preparata l'acqua carbonica, le bocce furono ermeticamente chiuse con turaccioli smerigliati, assicurati da uno strato di paraffina.

« Lasciata l'acqua in queste condizioni risultò, dalle ricerche fatte nel

(¹) La diminuzione dei microrganismi nelle acque carboniche sarà argomento di mie nuove ricerche; i risultati ottenuti, giacchè non furono preparati un numero sufficiente di campioni per la continuazione delle ricerche non mi permettono, per ora, di potere affermare la completa sparizione dei microrganismi dalle acque carboniche.

(²) Sebbene nella preparazione delle acque carboniche, l'ossigeno (che si trova in soluzione nell'acqua potabile) non venga scacciato, pure trovandosi esso qui in condizioni speciali potrebbe essere non atto alla vita dei microrganismi.

periodo di 15 giorni, che anche in essa la quantità dei microrganismi non solo non aumentava, ma anche diminuiva. Dopo 15 giorni l'acqua conteneva soltanto 2 microrganismi per cent. cubo.

« Esclusa la pressione ci resta soltanto, come causa che impedisce l'aumento dei microrganismi, o l'azione dell'acido carbonico o la mancanza dell'ossigeno.

« Ma possiamo escludere anche l'ossigeno.

« Nell'istessa acqua *Maugfall* contenuta in bocce sterilizzate si fece gorgogliare per un'ora una corrente d'idrogeno avendo cura di agitare. L'idrogeno che sviluppavasi per azione dell'acido solforico sullo zinco era convenientemente purificato dalle tracce di acidi per mezzo di una soluzione di potassa caustica. Le bocce così preparate furono ermeticamente chiuse, ed in seguito l'acqua fu di giorno in giorno sperimentata.

« Or bene, i microrganismi in quest'acqua, la quale rispetto all'ossigeno si trovava nelle stesse condizioni dell'acqua carbonica preparata a pressione ordinaria, si accrebbero rapidamente ed analogamente ai microrganismi dell'acqua che si trova in libero contatto con l'aria atmosferica.

« Questi risultati non lasciano alcun dubbio che l'acido carbonico sia da se solo un elemento nocivo alla vita dei microrganismi delle acque potabili.

« Queste ricerche sono state fatte nell'Istituto d'Igiene della r. Università di Monaco. E qui io sento il dovere, e son lieto di poter cogliere l'occasione, di pubblicamente ringraziare l'illustre igienista monacense, prof. Max von Pettenkofer, il quale, durante la mia dimora in Germania, accoltomi nel suo laboratorio, mi fu sempre largo di suggerimenti, di mezzi e della sua direzione. ».

PERSONALE ACCADEMICO

Colle forme prescritte dallo statuto accademico, il Presidente procedette alle seguenti elezioni nella Classe di scienze morali:

Rodolfo Lanciani, Socio corrispondente, eletto Socio nazionale nella categoria dell'Archeologia, con 15 voti su 29 votanti.

Giuseppe De Leva, eletto Socio nazionale nella categoria della Storia e Geografia storica, con 20 voti su 29 votanti.

S. M. approvò queste nomine con decreto del 2 settembre 1885.

Alessandro D'Ancona, eletto Socio corrispondente nella categoria della Filologia con 18 voti su 29 votanti.

Carlo Cantoni, eletto Socio corrispondente per la categoria delle Scienze filosofiche con 15 voti su 28 votanti.

Queste elezioni furono proclamate dal Vice-Presidente con circolare del 12 agosto 1885.

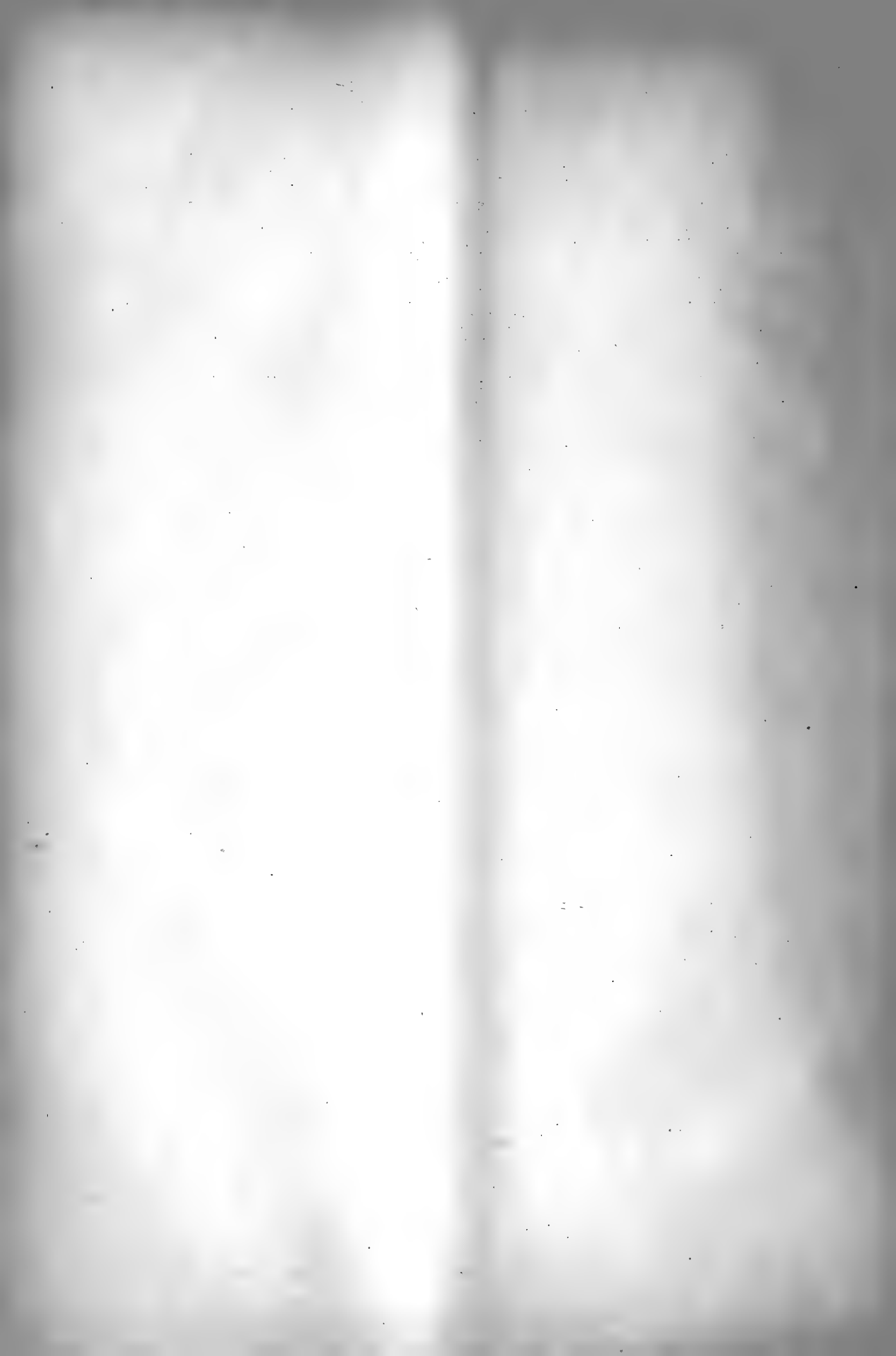
CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La Società di scienze naturali di Amburgo; la Società di storia naturale di Reichenberg; la Società astronomica di Lipsia; la Società geologica di Edimburgo; le Società filosofiche di Filadelfia e di Birmingham; la Società archeologica di Jena; la R. Biblioteca di Parma; le Biblioteche nazionali di Firenze e di Milano; l'Osservatorio di S. Fernando; la Scuola politecnica di Delft.

Ringraziarono ed annunciarono l'invio delle loro pubblicazioni:

Il Governo francese e la Società batava di filosofia sperimentale di Rotterdam.

D. C.
P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 18 ottobre 1885.

Matematica. — *Alcune particolari trasformazioni involutorie dello spazio.* Nota I. del Socio R. De Paolis.

« Quando è data una trasformazione involutoria dello spazio ogni coppia di punti corrispondenti determina una retta e queste rette, in generale, sono i raggi di un complesso. Ora è nota l'esistenza di casi nei quali le rette che contengono una coppia di punti corrispondenti ne contengono infinite e quindi non generano più un complesso, ma solamente un sistema ∞^2. Quali sono queste involuzioni?

« Le involuzioni dello spazio, nelle quali le rette determinate dalle coppie di punti corrispondenti sono gli ∞^2 raggi di un sistema Σ, si dividono in tre classi:

I. Classe. I raggi di Σ sono tutti quelli di una stella.

II. Classe. I raggi di Σ sono tutte le corde di una cubica.

III. Classe. I raggi di Σ sono tutti quelli che si appoggiano ad una retta e ad una curva di ordine μ che incontra la retta in μ—1 punti.

« Ogni classe contiene poi diverse specie di involuzioni, qui appresso le enumeriamo tutte, accennando per ciascuna la sua costruzione e le sue principali circostanze.

I. Classe (¹).

« I raggi di Σ sono tutti quelli che passano per un punto fisso O.

1ª Specie. « Prendiamo un luogo U di ordine ν con un punto $(\nu-2)$-plo « in O. Per un punto p e per O passa una retta che fuori di O incontra U « in due soli punti h, k. Il punto p' corrispondente a p è il suo coniugato « armonico rispetto ad h, k ».

« Il luogo U è unito.

1° Caso. « Il luogo U è formato da una sola superficie.

« I punti di contatto delle tangenti condotte da O alla U generano una curva Γ, di ordine $\nu(\nu-1)$ con un punto $(\nu-1)(\nu-2)$-plo in O, intersezione di U e della prima polare di O rispetto ad U.

« Ai piani corrispondono superficie Φ di ordine ν, le quali hanno in O un punto $(\nu-1)$-plo e contengono semplicemente la Γ.

« La superficie fondamentale corrispondente ad O è la sua prima polare rispetto ad U, di ordine $\nu-1$ con un punto $(\nu-2)$-plo in O e contenente semplicemente la Γ. Ad ogni punto di Γ corrisponde la retta che tocca in esso la U e passa per O. La superficie fondamentale corrispondente alla Γ è il cono di ordine $2(\nu-1)$ che la proietta da O.

« Le curve di ordine ν corrispondenti alle rette hanno in O un punto $(\nu-1)$-plo e si appoggiano alla Γ in $2(\nu-1)$ punti.

« La jacobiana delle Φ è costituita dal cono di ordine $2(\nu-1)$, corrispondente alla Γ, e dalla superficie di ordine $\nu-1$, corrispondente ad O, contata due volte.

2° Caso. « Il luogo U è formato da due superficie.

« Se le due superficie U_1, U_2, che costituiscono U, sono di ordine ν_1, ν_2, essendo $\nu_1+\nu_2=\nu$, per esse O è multiplo secondo ν_1-1, ν_2-1. Le U_1, U_2 hanno comune una curva Γ di ordine $\nu_1\nu_2$, con un punto $(\nu_1-1)(\nu_2-1)$-plo in O, e posseggono rispettivamente $q_1=\nu_1(\nu_1-1)$, $q_2=\nu_2(\nu_2-1)$ rette R_i che passano per O.

« Ai piani corrispondono superficie Φ di ordine ν, con un punto $(\nu-1)$-plo in O, le quali contengono semplicemente le q_1+q_2 rette R_i e la Γ, toccandosi tutte in ciascuno dei suoi punti.

« Ciascuna delle rette fondamentali R_i corrisponde a ciascuno dei suoi punti. La superficie fondamentale corrispondente ad O è di ordine $\nu-1$, ha in O un punto $(\nu-2)$-plo e contiene semplicemente le q_1+q_2 rette R_i e

(¹) Martinetti (*Sopra una classe di trasformazioni involutorie dello spazio*. Rendiconti del R. I. Lombardo. Serie 2ª, vol. XVIII) dà un cenno delle involuzioni di questa classe, la quale è analoga ad una classe di involuzioni piane di Jouquières, studiate da Bertini, (*Sopra una classe di trasformazioni univoche involutorie*. Annali di Matematica. Serie 2ª, vol. VII).

la Γ. Ad ogni punto di Γ corrisponde la retta che lo unisce ad O. La superficie fondamentale corrispondente a Γ è il cono di ordine $\nu-1$ che da O proietta Γ, e che quindi contiene semplicemente la Γ e le R_i.

« Le curve di ordine ν corrispondenti alle rette hanno in O un punto $(\nu-1)$-plo e si appoggiano alla Γ in $\nu-1$ punti, toccando in ciascuno tutte le Φ.

« La jacobiana delle Φ è costituita dalle due superficie di ordine $\nu-1$ corrispondenti ad O ed alla Γ, ciascuna contata due volte.

2ª Specie. « Prendiamo una superficie U di ordine ν con un punto « $(\nu-1)$-plo in O. Per un punto p e per O passa una retta che fuori di O « incontra U in un solo punto h. Il punto p' corrispondente a p è il suo « coniugato armonico rispetto ad h, O ».

« La superficie U è unita, il punto O è unito.

« La U possiede $q=\nu(\nu-1)$ rette R_i che passano per O.

« Ai piani corrispondono superficie di ordine ν con un punto $(\nu-1)$-plo in O, le quali contengono semplicemente le q rette R_i ed in O hanno lo stesso cono tangente della U, avendo poi tutte un contatto di secondo ordine fra loro in tutti i punti comuni infinitamente vicini ad O.

« Ciascuna delle rette fondamentali R_i corrisponde a ciascuno dei suoi punti. La superficie fondamentale corrispondente ad O è il cono di ordine $\nu-1$ tangente in O a tutte le Φ.

« Le curve di ordine ν corrispondenti alle rette passano per O con $\nu-1$ rami, ciascuno dei quali oscula in O tutte le Φ.

« La jacobiana delle Φ è costituita dal cono di ordine $\nu-1$, corrispondente ad O, contato quattro volte.

II. Classe.

« I raggi di Σ sono tutte le corde di una cubica S.

1ª Specie. « Il punto corrispondente a p si costruisce conducendo la « corda di S che passa per p e prendendo il punto p' coniugato armonico « di p rispetto ai punti h, k in cui la corda incontra S ».

« La cubica S è unita.

« Questa involuzione è nota (¹). Ai piani corrispondono superficie Φ di terzo ordine che passano per la cubica S toccando in ciascun suo punto il piano osculatore in esso. La superficie fondamentale corrispondente alla S è la sua sviluppabile osculatrice, di quarto ordine e per la quale la S è cuspidale. Alle rette corrispondono le cubiche le quali si appoggiano alla S in quattro punti, toccando in ciascuno il piano che in esso oscula la S. La jacobiana delle Φ è costituita dalla superficie di quarto ordine, corrispondente alla S, contata due volte.

(¹) Vedi per es. Reye, *Geometrie der Lage.*

2ª Specie. « Prendiamo un luogo U di ordine $2(s+1)$ per il quale « la cubica S sia s-pla. Per un punto p passa una sola retta che si appog- « gia alla S in h, k, questa retta incontra U in due soli punti, fuori di « h, k, il punto p' corrispondente a p è il suo coniugato armonico rispetto « ad essi ».

« Il luogo U è unito.

1° Caso. « Il luogo U è costituito da una sola superficie.

« Vi sono ∞^1 corde di S che toccano la U, la curva Γ, luogo dei loro punti di contatto è di ordine $m=(s+2)(s+4)$.

« Ai piani corrispondono superficie Φ di ordine $n=2s+5$, le quali contengono semplicemente la curva Γ, mentre per esse la S è multipla secondo $\sigma=s+2$.

« La superficie fondamentale corrispondente alla S è di ordine $2(n-1)$, per essa la Γ è doppia e la S è $(2s+3)$-pla; in ogni punto di S i piani che toccano la U toccano pure la superficie corrispondente alla S.

« Ad ogni punto di Γ corrisponde tutta la corda di S che tocca in esso la U; queste corde generano la superficie fondamentale corrispondente alla Γ, che è di ordine $2(n-1)$, tocca la U lungo la Γ, ed ha la S come multipla secondo 2σ.

« Le curve di ordine n corrispondenti alle rette incontrano la Γ e la S ciascuna in $2(n-1)$ punti.

« La jacobiana delle Φ è costituita dalle due superficie, ciascuna di ordine $2(n-1)$, corrispondenti alle Γ, S.

2° Caso « Il luogo U è costituito da due superficie.

« Le due superficie U_1, U_2, che costituiscono U, devono essere di ordine $2s_1+1$, $2s_2+1$, se contengono la S come multipla secondo s_1, s_2, avendo posto $s=s_1+s_2$.

« Oltre alla S le U_1, U_2 hanno comune una curva Γ di ordine $m=s_1s_2+2s+1$. Le U_1, U_2 posseggono rispettivamente q_1, q_2 corde di S, essendo $q_1=s_1^2+2s_1+3$, $q_2=s_2^2+2s_2+3$.

« Ai piani corrispondono superficie Φ di ordine $n=2s+5$, le quali contengono semplicemente le q_1+q_2 rette R_i e contengono semplicemente la curva Γ, toccandosi tutte in tutti i suoi punti. Per le Φ la S è multipla secondo $\sigma=s+2$.

« Ciascuna delle rette fondamentali R_i corrisponde a ciascuno dei suoi punti. La superficie fondamentale corrispondente alla S è di ordine $2(n-1)$, per essa le q_1+q_2 rette R_i sono doppie ed è doppia la Γ; la superficie corrispondente alla S in ogni punto di Γ tocca con due falde tutte le Φ, in modo che nella sua intersezione con una Φ la Γ conta quattro volte. La S è multipla secondo $2s+3$ per la superficie corrispondente, la quale in ogni punto di S tocca i piani tangenti in esso alle U_1, U_2.

« Ad ogni punto di Γ corrisponde tutta la corda di S che passa per esso,

queste corde generano la superficie fondamentale corrispondente alla Γ, che è di ordine $n-1$, contiene semplicemente le q_1+q_2 rette R_i e la Γ, e per essa la S è multipla secondo σ.

« Le curve di ordine n corrispondenti alle rette incontrano la S in $2(n-1)$ punti e la Γ in $n-1$, toccando in ciascuno di questi ultimi tutte le Φ.

« La jacobiana delle Φ è costituita dalla superficie di ordine $2(n-1)$, corrispondente alla S, e da quella di ordine $n-1$, corrispondente alla Γ, contata due volte.

III. Classe.

« I raggi di Σ sono tutti quelli che si appoggiano ad una retta fissa R e ad una curva fissa S, di ordine μ che incontra R in $\mu-1$ punti.

1ª Specie. « Il punto corrispondente a p si costruisce conducendo « per p il raggio che si appoggia ad R, S, nei punti h, k, e prendendo su « di esso il punto p' coniugato armonico di p rispetto ad h, k ».

« La curva S è unita.

« Ad un piano qualunque P corrisponde un cono Φ di ordine μ, col vertice nel punto in cui P incontra R. La R è generatrice $(\mu-1)$-pla per tutti i coni Φ, i $\mu-1$ piani tangenti ad essi lungo la R sono fissi e sono precisamente i piani π_i che passano per R e toccano la S nei $\mu-1$ punti a_i in cui incontra la R.

« La retta fondamentale R corrisponde a ciascuno dei suoi punti. I piani π_i sono fondamentali e ciascuno corrisponde al punto fondamentale a_i in cui tocca la S. Le curve corrispondenti alle rette sono di ordine μ e toccano la S nei punti a_i. La jacobiana delle Φ è costituita dai $\mu-1$ piani π_i, ciascuno contato quattro volte.

2ª Specie. « Prendiamo un luogo U, di ordine ν, per il quale la R « sia r-pla e la S sia s-pla, essendo $r+s=\nu-2$. Per un punto p passa « un raggio che si appoggia ad R, S nei punti h, k ed incontra U in altri « due soli punti, il punto p' corrispondente a p è il suo coniugato armo- « nico rispetto ad essi ».

« Il luogo U è unito.

1° Caso. « Il luogo U è costituito da una sola superficie.

« Vi sono ∞^1 rette che incontrano le R, S e toccano la U, il luogo Γ dei loro punti di contatto è una curva di ordine:

$$m=(\mu+\nu)^2-(\mu+r)^2-\mu(s+1)^2-(\mu+\nu).$$

« Ai piani corrispondono superficie Φ di ordine $n=\mu+\nu$, le quali contengono semplicemente la curva Γ, mentre per essa la R è multipla secondo $\rho=n-(s+2)$ e la S secondo $\sigma=s+1$.

« La superficie fondamentale corrispondente alla R è di ordine $n-1$, contiene semplicemente la Γ, e per essa la S è multipla secondo σ, la R

secondo $\rho-1$; in ogni punto di R i piani che toccano la U toccano pure la superficie corrispondente alla R.

« La superficie fondamentale corrispondente alla S è di ordine $n-1$, contiene semplicemente la Γ, e per essa la R è multipla secondo ρ, la S secondo $\sigma-1$; in ogni punto di S i piani che toccano la U toccano anche la superficie corrispondente alla S.

« Ad ogni punto di Γ corrisponde tutta la retta che psssa per esso ed incontra R, S; queste rette generano la superficie fondamentale corrispondente alla Γ, che è di ordine $2(n-1)$ e tocca la U lungo la Γ, per questa superficie la R è multipla secondo 2ρ, la S secondo 2σ.

« Le curve di ordine n corrispondenti alle rette incontrano in $2(n-1)$ punti la Γ, la R e la S in $n-1$ punti ciascuna.

« La jacobiana delle Φ è costituita dalle due superficie di ordine $n-1$, corrispondenti alle R, S, e dalla superficie di ordine $2(n-1)$, corrispondente alla Γ.

2° Caso. « Il luogo U è costituito da due superficie.

« Se le due superficie U_1, U_2, che costituiscono U, sono di ordine ν_1, ν_2, essendo $\nu_1+\nu_2=\nu$, se la R per esse è multipla secondo r_1, r_2, essendo $r_1+r_2=r$, e la S secondo s_1, s_2, essendo $s_1+s_2=s$, dobbiamo avere $\nu_1-1=r_1+s_1$, $\nu_2-1=r_2+s_2$.

« Oltre alle R, S le U_1, U_2 hanno comune una curva Γ di ordine $m=\nu_1\nu_2-r_1r_2-\mu s_1s_2$; le U_1, U_2 posseggono rispettivamente q_1, q_2 rette R_i che si appoggiano ad R, S, essendo:

$$q_1=\mu(1-s_1^2)+\nu_1(\nu_1-1)-r_1^2, \quad q_2=\mu(1-s_2^2)+\nu_2(\nu_2-1)-r_2^2.$$

« Ai piani corrispondono superficie Φ di ordine $n=\mu+\nu$, le quali contengono semplicemente le q_1+q_2 rette R_i e la curva Γ, toccandosi tutte in tutti i suoi punti. Per le Φ la R è multipla secondo $\rho=n-(s+2)$ e la S secondo $\sigma=s+1$.

« Ciascuna delle q_1+q_2 rette fondamentali R_i corrisponde a ciascuno dei suoi punti. La superficie fondamentale corrispondente alla R è di ordine $n-1$, contiene semplicemente le q_1+q_2 rette R_i, tocca tutte le Φ nei punti di Γ, e per essa la S è multipla secondo σ, la R secondo $\rho-1$; in ogni punto di R la superficie corrispondente è toccata dai piani tangenti in esso alle U_1, U_2.

« La superficie fondamentale corrispondente alla S è di ordine $n-1$, contiene semplicemente le q_1+q_2 rette R_i, tocca tutte le Φ nei punti di Γ, e per essa la R è multipla secondo ρ, la S secondo $\sigma-1$; in ogni punto di S la superficie corrispondente è toccata dai piani tangenti in esso alle U_1, U_2.

« Ad ogni punto di Γ corrisponde la retta che passa per esso e si appoggia alle R, S; queste rette generano la superficie fondamentale corrispondente alla Γ, che è di ordine $n-1$ e contiene semplicemente le q_1+q_2 rette R_i e le R, S, rispettivamente come multiple secondo ρ, σ.

« Le curve di ordine n corrispondenti alle rette incontrano la Γ in $n-1$ punti, toccando in ciascuno tutte le Φ, ed incontrano pure in $n-1$ punti ciascuna delle R, S.

« La jacobiana delle Φ è costituita dalle due superficie di ordine $n-1$, corrispondenti alle R, S, e da quella di ordine $n-1$, corrispondente a Γ, contata due volte.

3ª Specie. « Prendiamo una superficie U di ordine ν, per la quale « la R sia r-pla e la S sia s-pla, essendo $r+s=\nu-1$. Per un punto p « passa un solo raggio che si appoggia ad R, S nei punti h, k, questo rag- « gio incontra la U in un altro solo punto ed il coniugato armonico di p « rispetto ad esso ed a k é il punto corrispondente p' ».

« La superficie U è unita, la curva S è unita.

« Bisogna distinguere i casi: $s>0$, $s=0$.

1° Caso: $s>0$.

« La superficie U contiene $q=\mu(1-s^2)+\nu(\nu-1)-r^2$ rette R_i, le quali si appoggiano ad R, S.

« Ai piani corrispondono superficie Φ di ordine $n=\mu+\nu$, le quali contengono semplicemente le q rette R_i, la retta R come multipla secondo $\rho=n-(s+1)$, la curva S secondo s. In ogni punto k di S la U possiede s piani tangenti, questi piani toccano in k tutte le Φ, le s falde di due Φ che si toccano in k hanno fra loro un contatto di secondo ordine, in modo che la curva S conta s^2+2s volte nella intersezione di due Φ.

« Ciascuna delle q rette fondamentali R_i corrisponde a ciascuno dei suoi punti. La superficie fondamentale corrispondente alla R è di ordine $n-1$, contiene semplicemente le q rette R_i, contiene la R come multipla secondo $\rho-1$ e la S secondo s. In ogni punto di R la superficie corrispondente è toccata dagli stessi piani che in esso toccano la U, in ogni punto di S ciascuna delle s falde che vi passano ha un contatto di secondo ordine con tutte le Φ, in modo che nella sua intersezione con una Φ la S conta s^2+2s volte.

« La superficie fondamentale corrispondente alla S è di ordine $n=1$, contiene semplicemente le q rette R_i e la R come multipla secondo ρ, di più per essa la S è multipla secondo s ed in ciascun punto di S ha gli stessi piani tangenti di U.

« Le curve di ordine n corrispondenti alle rette incontrano la R in $n-1$ punti, incontrano pure la S in $n-1$ punti, os culando in ciascuno di questi ultimi tutte le Φ.

« La jacobiana delle Φ è costituita dalla superficie di ordine $n-1$, corrispondente alla R, e da quella di ordine $n-1$, corrispondente alla S, contata tre volte.

2° Caso: $s=0$.

« Abbiamo $r=\nu-1$ e la R è $(\nu-1)$-pla per la U, che è di ordine ν. Sulla U vi sono $q=\mu+\nu-1$ rette R_i che incontrano R, S.

« Ai piani corrispondono superficie Φ di ordine $n = \mu + \nu$, le quali contengono semplicemente le q rette R_i e la R come multipla secondo $n - 1$. Se k_i sono i punti in cui le R_i incontrano la S, le Φ si toccano tutte nei punti k_i.

« Ciascuna delle q rette fondamentali R_i corrisponde a ciascuno dei suoi punti. La superficie fondamentale corrispondente alla R è di ordine $n - 1$, contiene semplicemente le q rette R_i e la R come $(n - 2)$-pla. In ciascun punto di R la superficie corrispondente è toccata dai piani che in esso toccano la U. Gli $n-1$ punti k_i sono fondamentali e ciascuno ha per corrispondente il piano fondamentale R_i R.

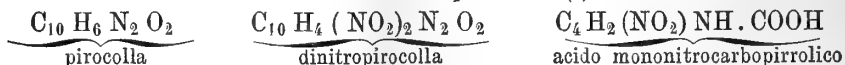
« Le curve di ordine n corrispondenti alle rette incontrano la R in $n-1$ punti e passano per gli $n-1$ punti k_i, toccando in ciascuno di questi ultimi tutte le Φ.

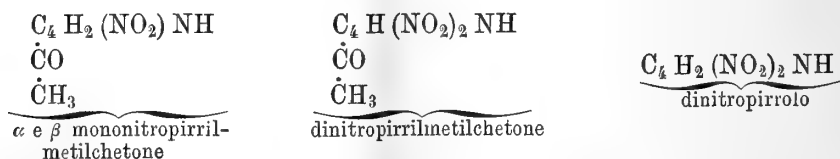
« La jacobiana delle Φ è costituita dalla superficie di ordine $n-1$, corrispondente alla R, e dagli $n-1$ piani RR_i, ciascuno contato tre volte ».

Chimica. — *Sulla costituzione del pirrolo.* Nota II. di Giacomo Ciamician, presentata dal Socio Cannizzaro.

« Quelli fra i composti della serie del pirrolo che sono più stabili e non vengono distrutti dagli acidi minerali, si comportano con l'acido solforico e l'acido nitrico concentrati, come i composti aromatici. Da questo lato non sono stati studiati finora che l'anidride dell'acido carbopirrolico di Schwanert (la pirocolla) [1] ed il pirrilmetilchetone.

« La pirocolla dà con l'acido nitrico fumante una *dinitropirocolla* da cui si ottiene un *acido mononitrocarbopirrolico* [2].

$$\underbrace{C_{10}H_6N_2O_2}_{\text{pirocolla}} \qquad \underbrace{C_{10}H_4(NO_2)_2N_2O_2}_{\text{dinitropirocolla}} \qquad \underbrace{C_4H_2(NO_2)NH.COOH}_{\text{acido mononitrocarbopirrolico}}$$

« Il pirrilmetilchetone, trattandolo con l'acido nitrico fumante, dà origine ad una serie di nitrocomposti [3]:

$$\underbrace{\begin{array}{l}C_4H_2(NO_2)NH\\ \dot{C}O\\ \dot{C}H_3\end{array}}_{\alpha \text{ e } \beta \text{ mononitropirrilmetilchetone}} \qquad \underbrace{\begin{array}{l}C_4H(NO_2)_2NH\\ \dot{C}O\\ \dot{C}H_3\end{array}}_{\text{dinitropirrilmetilchetone}} \qquad \underbrace{C_4H_2(NO_2)_2NH}_{\text{dinitropirrolo}}$$

fra i quali il più interessante è il *dinitropirrolo*, che è molto stabile e che ha tutti i caratteri di un acido. Il dinitropirrolo forma dei sali che sono esplosivi e può essere comparato in certo modo all'acido picrico. L'α mono-

(1) Weidel e Ciamician, *Sui prodotti della distillazione secca della gelatina*, Gazz. Chim. XI, 28; Ciamician e Silber, *Sintesi della pirocolla*, 1884.

(2) Ciamician e Danesi, *Studi sui composti* ecc. Parte I. — *I derivati della pirocolla.* 1882.

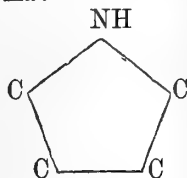
(3) Ciamician e Silber, *Studi sui composti* ecc. Parte IX — *Sull'azione dell'acido nitrico sul pirrilmetilchetone*, 1885.

nitropirrilmetilchetone dà per riduzione con lo stagno e l'acido cloridrico l'amido-composto corrispondente, che è poco stabile, come lo sono del resto anche gli amidoderivati della serie del tiofene.

« Con l'acido solforico fumante il pirrilmetilchetone forma un solfoacido i di cui sali sono stabilissimi e bene cristallizzati.

« Nel pirrolo ed in tutti i suoi derivati, gli atomi d'idrogeno dei quattro atomi di carbonio sono molto mobili, cioè facilmente sostituibili massime dagli alogeni. Si ottiene p. es. facilmente il tetracloro-e tetrajodopirrolo ed il tetrabromoetilpirrolo [1] e con eguale facilità, gli acidi tricloro-[2] e tribromocarbopirrolici [3] ed il tribromopirrilmetilchetone [4]. Prodotti alogenati mono-o bisostituiti non si possono ottenere invece che molto difficilmente, e finora non si conosce che il monobromo-e bibromopirrilmetilchetone [5].

« Costituzione intima del pirrolo e sue relazioni con la piridina. Se è cosa facile a dimostrare che il pirrolo deve avere una formola corrispondente allo schema:

NH
C C
C C

non lo è egualmente lo stabilire la sua costituzione intima. In quanto alla distribuzione degli altri quattro atomi d'idrogeno si può ammettere presentemente con sufficiente probabilità che essi sieno distribuiti regolarmente fra i quattro atomi di carbonio. In seguito all'esistenza di tre derivati monosostituiti isomeri [6] nel tiofene, V. Meyer ha fatto recentemente notare che per questo corpo acquista probabilità l'ipotesi che i quattro atomi di idrogeno sieno disposti asimmetricamente fra i quattro atomi di carbonio. Le isomerie nei derivati del pirrolo sono finora poco conosciute, ma la sua grande analogia col tiofene rende necessario di tener conto nella presente discussione anche delle interessanti anomalie scoperte da V. Meyer. Io feci perciò ultimamente osservare che anche pel pirrolo non si poteva escludere del tutto la possibilità di una costituzione asimmetrica [7], ma l'ultima

[1] Bell. Berl. Ber. XI, 1812.

[2] Ciamician e Danesi, *Studi sui composti della serie del pirrolo*. Parte I — *I derivati della pirocolla*, 1882.

[3] Ciamician e Silber, *Studi sui composti* ecc. Parte VII — *I derivati dell'acido α carbopirrolico*, 1884.

[4] Id., *Sull'azione degli alogeni sul pirrolo in presenza di idrati alcalini*, 1885.

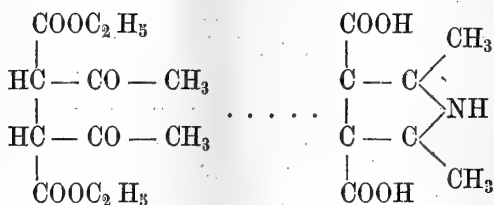
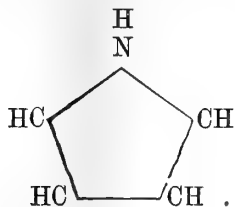
[5] Ciamician e Dennstedt, *Studi* ecc. Parte VI — *L'acetilpirrolo ed il pseudoacetilpirrolo*, 1883.

[6] V. Meyer, XVIII, 1326, 1770.

[7] Ciamician, *Sulla costituzione del pirrolo*, 1885.

pubblicazione di L. Knorr [1], nella quale egli è riuscito a stabilire l'identità di un derivato dell' etere diacetilsuccinico col dimetilpirrolo, scoperto da Weidel e me [2] nell' olio animale alcuni anni or sono, rende a dir vero presentemente molto più probabile la distribuzione simmetrica degli atomi di idrogeno nel pirrolo.

« Se dall'etere diacetilsuccinico:

$$\begin{array}{l} COOC_2H_5 \\ | \\ HC - CO - CH_3 \\ | \\ HC - CO - CH_3 \\ | \\ COOC_2H_5 \end{array} \quad \cdots\cdots \quad \begin{array}{l} COOH \quad CH_3 \\ | \qquad\quad / \\ C - C \\ | \qquad\quad \rangle NH \\ C - C \\ | \qquad\quad \backslash \\ COOH \quad CH_3 \end{array}$$

si ottiene per azione dell'ammoniaca nettamente l'etere dimetilpirroldicarbonico (e da questo l'acido libero e poi il dimetilpirrolo), senza trasposizioni molecolari, non si può ammettere che nel pirrolo gli atomi d'idrogeno sieno distribuiti altrimenti che come nello schema:

« La questione più ardua, che per ora non può risolversi definitivamente è quella del modo in cui sono disposte le altre quattro valenze libere dei quattro atomi di carbonio.

« Il pirrolo non dà dei prodotti di addizione con gli alogeni, almeno finora non è noto nessun composto [3] di questa natura, e ciò probabilmente in seguito alla grande mobilità dei suoi atomi di idrogeno per cui si formano subito dei prodotti di sostituzione; e realmente si vede che quando si è formato il composto completamente sostituito (come per esempio la percloropirocolla [4] ed il tetracloropirrolo), questo diventa suscettibile a dare un composto di addizione (come p. es. il percloruro di tetracloropirrolo $C_4Cl_4(Cl_3)N$, ed il percloruro di percloropirocolla $C_{10}Cl_6(Cl_8)N_2O_2$) [5]. Il pirrolo addiziona invece due o quattro atomi d'idrogeno, secondo che il

[1] Berl. Ber. XVIII, 1558, (1885).

[2] Berl. Ber. XIII, 78.

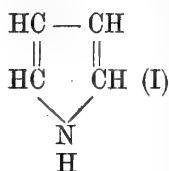
[3] Il prodotto C_4H_5NICl descritto ultimamente da M. Dittmar dovrebbe contenere gli alogeni legati all'azoto. Berl. Ber. XVIII, 1622.

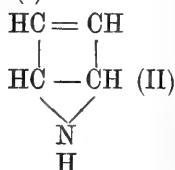
[4] Ciamician e Danesi, *Studi sui composti della serie del pirrolo.* Parte I. — *I derivati della pirocolla*, 1882.

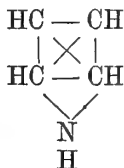
[5] Id., *Studi sui composti* ecc. Parte I. — Ciamician e Silber, *Studi sui composti* ecc. Parte V. — *I derivati della pirocolla*, 1883.

processo di riduzione è più o meno energico, dando due basi secondarie, la pirrolina $C_4 H_4 (H_2) NH$ e la pirrolidina $C_4 H_4 (H_4) NH$.

« Il pirrolo è stato finora rappresentato con due formole, quella proposta da Baeyer

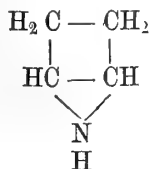
$$\begin{array}{c} HC - CH \\ \| \qquad \| \\ HC \qquad CH \\ \diagdown \diagup \\ N \\ H \end{array} \quad (I)$$

e quella dedotta da R. Schiff [1] da un composto bibromurato del pirrilmetilchetone che egli erroneamente [2] credette essere un prodotto di addizione:

$$\begin{array}{c} HC = CH \\ | \qquad | \\ HC - CH \\ \diagdown \diagup \\ N \\ H \end{array} \quad (II)$$

« A queste formole si può aggiungere una terza

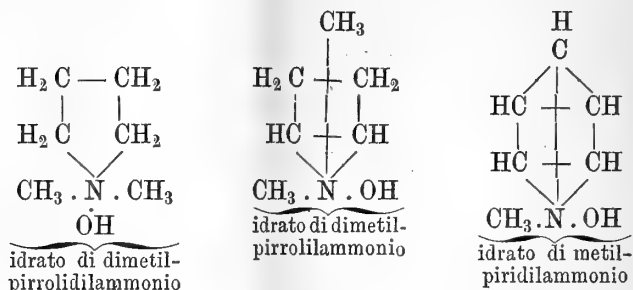
$$\begin{array}{c} HC - CH \\ | \times | \\ HC - CH \\ \diagdown \diagup \\ N \\ H \end{array}$$

che per ora nella presente discussione può considerarsi identica alla prima. Le due prime formole possono servire tutte e due a spiegare il comportamento del pirrolo, in modo che presentemente non è possibile di escludere del tutto l'una o l'altra formola, perchè se ci sono delle reazioni che fanno piuttosto preferire la prima, ce ne sono molte che rendono più probabile la seconda.

« Tutte le sintesi di derivati del pirrolo fatte recentemente, si spiegano meglio con la prima formola, e del pari le relazioni che si credono esistere fra il pirrolo e l'indolo, delle quali devesi tener conto sebbene non sieno state finora dimostrate sperimentalmente, richiedono di preferenza la formola di Baeyer.

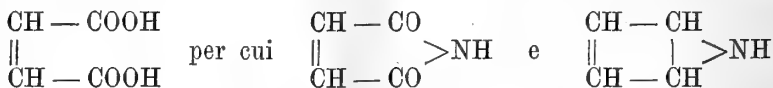
« Il fatto invece che il pirrolo addiziona con facilità due atomi d'idrogeno (per azione dello zinco ed acido acetico) e poi più difficilmente (coll'acido jodidrico e fosforo a 250°) gli altri due, parla in favore della seconda formola, anche per il motivo che dando alla pirrolina la formola:

$$\begin{array}{c} H_2C - CH_2 \\ | \qquad | \\ HC - CH \\ \diagdown \diagup \\ N \\ H \end{array}$$

(1) Berl. Ber. X, 1501.

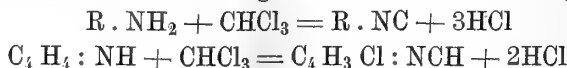
(2) Ciamician e Dennstedt, *Studi sui composti* ecc. Part. VI, 1883.

si potrebbe forse spiegare in certo modo il comportamento dell' idrato di dimetilpirrolilammonio ([1]), che è del tutto diverso di quello dell'idrato di dimetilpirrolidilammonio ([2]), e che invece ricorda molto quello dell' idrato di metilpiridilammonio.

Ammettendo cioè, che nella pirrolina i due idrogeni addizionati non sieno situati in prossimità dell'azoto, si può supporre che la ragione per cui non si può ottenere una dimetilpirrolina distillando l'idrato di dimetilpirrolilammonio, sia questa: che perchè la catena del pirrolo si apra, è necessario che l'atomo di azoto sia legato direttamente con un gruppo metilenico (CH_2), invece che con un gruppo metinico (CH) ([3]).

« La seconda formola del pirrolo rende anche meglio conto delle relazioni di questo corpo con l'imide e con l'acido maleico, se considerando l'isomeria degli acidi maleico e fumarico analoga a quella dell' acido tartrico inattivo e dell'acido tartrico neutro, si dà all'acido maleico la formola

$$\begin{matrix} CH - COOH \\ \| \\ CH - COOH \end{matrix} \quad \text{per cui} \quad \begin{matrix} CH - CO \\ \| \\ CH - CO \end{matrix}\!\!>NH \quad \text{e} \quad \begin{matrix} CH - CH \\ \| \qquad | \\ CH - CH \end{matrix}\!\!>NH$$

« Le relazioni del pirrolo con la piridina si possono esprimere con tutte e due le formole, però si interpretano con maggior facilità partendo dalla seconda formola del pirrolo.

« Il pirrolo si trasforma in cloropiridina ([4]) trattando il suo composto potassico col cloroformio, oppure trattandolo direttamente con alcoolato sodico e cloroformio ([5]). Quest'ultima reazione ricorda, come s' è già detto più volte, molto la formazione degli isonitrili dalle amine primarie:

$$R . NH_2 + CHCl_3 = R . NC + 3HCl$$
$$C_4 H_4 : NH + CHCl_3 = C_4 H_3 Cl : NCH + 2HCl$$

([1]) Ciamician e Dennstedt, *Studi sui composti della serie del pirrolo. — Azione dell'idrogeno nascente sul pirrolo.* Parte IV, 1883.

([2]) Ciamician e Magnaghi, *Sugli alcaloidi derivanti dal pirrolo,* 1885.

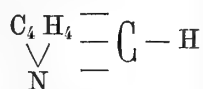
([3]) Vedi anche Ladenburg, Berl. Ber. XVI, 2057.

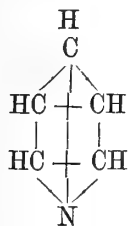
([4]) Ciamician e Dennstedt, *Sull'azione del cloroformio sul composto potassico del pirrolo* 1881; e *Studi sui composti della serie del pirrolo.* Parte II. — *Trasformazione del pirrolo in piridina,* 1882.

([5]) Ciamician e Silber, *Sulla monobromopiridina,* 1885.

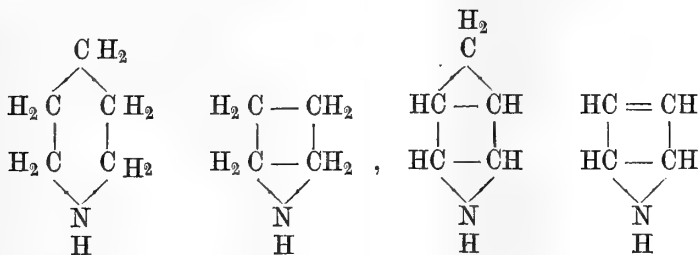
ma non è una reazione generale delle amine secondarie, e non ha più luogo col pirrolo biidrogenato (la pirrolina). Ciò fa supporre che l'azione del cloroformio (o bromoformio) sul pirrolo stia in relazione colle valenze libere esistenti in questa sostanza e che se due di queste sono occupate dall' idrogeno, come nella pirrolina, la reazione non possa più avvenire; per cui sembra che conformemente alla seconda formola del pirrolo, delle quattro valenze disponibili, due si trovino in condizioni diverse dalle altre due.

« La piridina sarebbe dunque da scriversi:

$$\begin{array}{l} C_4H_4 \equiv C - H \\ \;\; \vee \\ \;\; N \end{array}$$

e siccome si deve ammettere che questa base sia formata da una catena chiusa composta di 5 atomi di carbonio ed uno d'azoto, ne risulta la formola:

$$\begin{array}{ccc} & H & \\ & C & \\ / & | & \backslash \\ HC & + & CH \\ | & | & | \\ HC & + & CH \\ \backslash & | & / \\ & N & \end{array}$$

che io, in una Memoria pubblicata assieme al dott. Dennstedt [1] [2], ho già proposto parecchi anni or sono.

« Volendo dare alla piridina la formola ordinaria, bisogna ammettere, che nella trasformazione del pirrolo in piridina, perchè un atomo di carbonio possa entrare direttamente nel nucleo del primo, si apra la catena chiusa del pirrolo e dopo avere acquistato il quinto atomo di carbonio si richiuda nuovamente.

« Per ultimo si può ancora far notare, che a schiarire maggiormente le relazioni che esistono fra il pirrolo e la piridina, contribuisce molto la comparazione dei prodotti idrogenati di questa base, col pirrolo e con i suoi prodotti di riduzione; la piperidina trova riscontro nella pirrolidina ed una diidropiridina secondaria dovrebbe avere molta analogia col pirrolo:

$$\begin{array}{ccc} & CH_2 & \\ / & & \backslash \\ H_2C & & CH_2 \\ | & & | \\ H_2C & & CH_2 \\ \backslash & & / \\ & N & \\ & H & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} H_2C & - & CH_2 \\ | & & | \\ H_2C & - & CH_2 \\ \backslash & & / \\ & N & \\ & H & \end{array} , \qquad \begin{array}{ccc} & H_2 & \\ & C & \\ / & & \backslash \\ HC & - & CH \\ | & & | \\ HC & - & CH \\ \backslash & & / \\ & N & \\ & H & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} HC & = & CH \\ | & & | \\ HC & - & CH \\ \backslash & & / \\ & N & \\ & H & \end{array}$$

[1] Ciamician e Dennstedt, *Sull'azione del cloroformio sul composto potassico del pirrolo*, 1881.

[2] Vedi anche: Pyridin, Chinolin, und deren Derivate von Dr. S. Metzger, pag. 30. Braunschweig, 1885.

perchè esiste una idrometilpiridina ($C_5 H_6 NCH_3$) che ha proprietà chimiche e fisiche molto simili a quelle del metilpirrolo ($C_4 H_4 NCH_3$) ed affatto diverse da quelle della piridina [1] ».

PERSONALE ACCADEMICO

Cenno necrologico del Socio AUGUSTO VERA, comunicato dal Segretario FERRI.

« AUGUSTO VERA del quale si è notificata la perdita nel fascicolo 17°, vol I° dei Rendiconti di quest'anno (p. 605) nacque il 4 maggio del 1813 in Amelia (provincia di Perugia) da Sante e Giovanna Altieri. Suo padre, avvocato, gli fu guida nei primi studî che continuò nei collegi di Spello e di Todi.

« Nel 1826 il giovane Vera fu mandato a Roma per essere avviato alla professione del foro, ma tratto da altre tendenze attese allo studio dell'archeologia sotto il Nibby, e, desideroso di allargare le sue cognizioni, lasciò presto l'Italia, e cercò, visitando paesi esteri, nuovo pascolo alla sua curiosità scientifica e alla sua attività. Fu una prima volta in Francia, poi in Isvizzera, ove per qualche tempo insegnò in due rinomati istituti lettere latine e greche oltre il francese. Ritornato a Parigi, ove il Cousin apprezzò il suo ingegno, attese, in modo più particolare che per lo innanzi, agli studii filosofici, ed ebbe impiego come insegnante di filosofia nei collegi di Mont de Marsan (1839), di Tolone (1840), di Lilla (1843).

« Già provveduto anteriormente dei gradi universitarii di baccelliere in lettere e scienze e di licenziato in lettere, il Vera superò felicemente alla Sorbona il concorso di aggregazione e ottenne inoltre il grado di dottore negli anni 1844 e 1845.

« Supplente per un anno nei Licei di Parigi fu nominato professore di filosofia successivamente a quelli di Limoges (1845), di Carlo Magno in Parigi (1848), di Rouen (1849), di Strasburgo (1850). Poscia la posizione dei professori di filosofia divenuta difficilissima in Francia, pel modo con cui era angustiato e vigilato in un tempo di reazione l'insegnamento filosofico, il Vera, hegeliano, e quindi più esposto di molti altri ai sospetti e alle accuse di una ombrosa ortodossia, cercò nella libera Inghilterra (1852) un terreno più adatto ai suoi diletti studii e alla sua professione, e le sue speranze non furono deluse. Egli sapeva l'inglese, e si perfezionò abbastanza in questa lingua per pubblicare, con buon successo, il suo *Inquiry in to Speculative and experimental science* e *l'History of religion and of the Christian Church*, versione dal tedesco dello Bretschneider. Non iscrisse libri in tedesco, ma possedeva egregiamente questo idioma, e ne fanno fede le sue eccellenti

[1] Ciamician e Magnaghi, *Sugli alcaloidi derivanti dal pirrolo*, 1885.

versioni francesi delle opere di Hegel, lavoro poco meno che completo. Collaboratore a Parigi, nella *Liberté de penser*, di Jules Simon (1848), il Vera stabilito a Londra scrisse nell'*Athenaeum* e in altri periodici inglesi, e, venuti i tempi della ricostituzione dell'Italia a nazione, intraprese di pubblicare e dirigere l'*Emporio*, giornale scritto in italiano, francese ed inglese, indirizzato al lodevole scopo di promuovere le relazioni letterarie, artistiche e commerciali fra l'Italia e l'Inghilterra, ma che ebbe vita assai breve.

« Venuto meritamente in fama anche in Italia per la pubblicazione della sua bellissima « *Introduction à la philosophie de Hegel* », il Vera fu dal Mamiani, ministro della pubblica istruzione nel 1860, nominato professore di storia della filosofia all'Accademia scientifico-letteraria di Milano, e dal De Sanctis eletto nell'anno seguente professore della medesima materia alla Università di Napoli con stipendio straordinario. In questo ufficio rimase fino alla morte avvenuta il 13 luglio 1885; periodo di 25 anni, nel quale il Vera spiegò una grande attività scientifica, traducendo e pubblicando a Parigi presso Germer Baillière la Logica, la Filosofia della natura, la Filosofia dello spirito, la Filosofia della religione di Hegel, con commenti, introduzioni e note, ristampando la introduzione a tutto il sistema e sostenendo con ardore e fede di apostolo le dottrine del filosofo tedesco contro le varie scuole che gli disputavano la direzione del pensiero. Il Vera ebbe, come lo Spaventa, durante il suo lungo esercizio a Napoli, scolari devoti che divennero egregi insegnanti e scrittori; sopra tutti va nominato Raffaele Mariano. L'Accademia delle scienze morali e politiche della Società reale di Napoli e ultimamente quella dei Lincei (novembre 1883) lo ascrissero fra i loro socî. Fu decorato degli ordini cavallereschi italiani ed onorato nel 1880 della dignità senatoria.

« Per la morte del Vera rimane senza titolare una delle cattedre filosofiche più importanti di filosofia nella Università di Napoli, e cioè quella di storia di questa disciplina che egli occupava [1], mentre è trascorso così poco tempo dacchè quella di filosofia teoretica già affidata allo Spaventa, poi al Fiorentino, è rimasta deserta per la perdita successiva di questi due valorosi ».

« L'elenco delle opere di Augusto Vera è stato riferito nel fascicolo dei Rendiconti suindicato.

« Il Vera ha scritto poco in italiano relativamente al numero dei libri che ha pubblicati. I suoi lavori mirano al dominio del pensiero hegeliano in Europa piuttosto che alla direzione del movimento filosofico nel suo paese. In generale le sue indagini storiche comprendono gli antecedenti dell'hegelianismo nella filosofia greca, tedesca e francese, e non si riferiscono alle dottrine italiane salvo poche allusioni. Anche le sue polemiche non si rivolgono

[1] Rettifichiamo alcuni errori occorsi nel dare tale notizia. *Invece di* professore di Storia in Milano *leggasi* professore di Storia della Filosofia *e invece di* insegnò Filosofia in quella università (di Napoli) *leggasi* insegnò Storia della Filosofia.

ai seguaci di Rosmini e di Gioberti o alle dottrine di questi filosofi, ma alle scuole francesi o tedesche opposte alla sua. Così, nella seconda edizione della sua Introduzione alla filosofia di Hegel, egli combatte con acuti argomenti la triade dell'*essere*, del *pensiero* e del *moto* sostituita dal Trendelenburg alla triade hegeliana dell'*essere*, del *non-essere* e del *divenire*, e difende valorosamente la causa dell'idealismo contro il materialismo di Moleschott e di Büchner. Medesimamente nel libro intitolato *L'Hégélianisme et la Philosophie* la controversia ha per oggetto le dottrine della scuola eclettica francese, come nell' *Inquiry in to speculative and experimental Science,* i suoi colpi sono diretti a Bacone, a Locke e all'empirismo inglese.

« I tedeschi stessi riconoscono le grandi benemerenze del Vera verso la scuola hegeliana; nella quale la Storia gli assegnerà certamente un posto distinto fra il Michelet (di Berlino) e il Rosenkranz. Di lui ha detto quest'ultimo che nei suoi scritti il pensiero di Hegel si spoglia di una forma soverchiamente scolastica per esprimersi colla precisione e la chiarezza della lingua francese. Questo forse è poco; dovrebbe aggiungersi che le idee del maestro hanno subìto nella mente del discepolo una elaborazione, che, senza alterarne la sostanza e le formole fondamentali, le ha svolte e ne ha reso più accessibile l'intelligenza [1].

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Furono inviate in dono all'Accademia da Socî e da estranei le seguenti pubblicazioni:

A. Amari. *La guerra del Vespro Siciliano.* 9ª edizione.

G. D. Whitney. *The roots, verb-forms and primary derivatives of the Sanskrit langage.*

A. Kanitz. *Risultati botanici della spedizione nell'Asia centrale del conte Széchenyi.*

Id. *Campanulaceae brasilienses.*

G. vom Rath. *Vorträge und Mittheilungen.*

Codex diplomaticus cavensis. Tomo VI. Dono dell'editore U. Hoepli.

[1] Vedi il secondo tomo dell'*Essai sur la Philosophie en Italie au XIXème siècle*, Paris, Durand, 1869, e per la vita del Vera il 2º volume dei *Nuovi profili letterarii* del Camerini e il recente lavoro del Mariano nelle biografie contenute nel *Risorgimento italiano* di Leone Carpi.

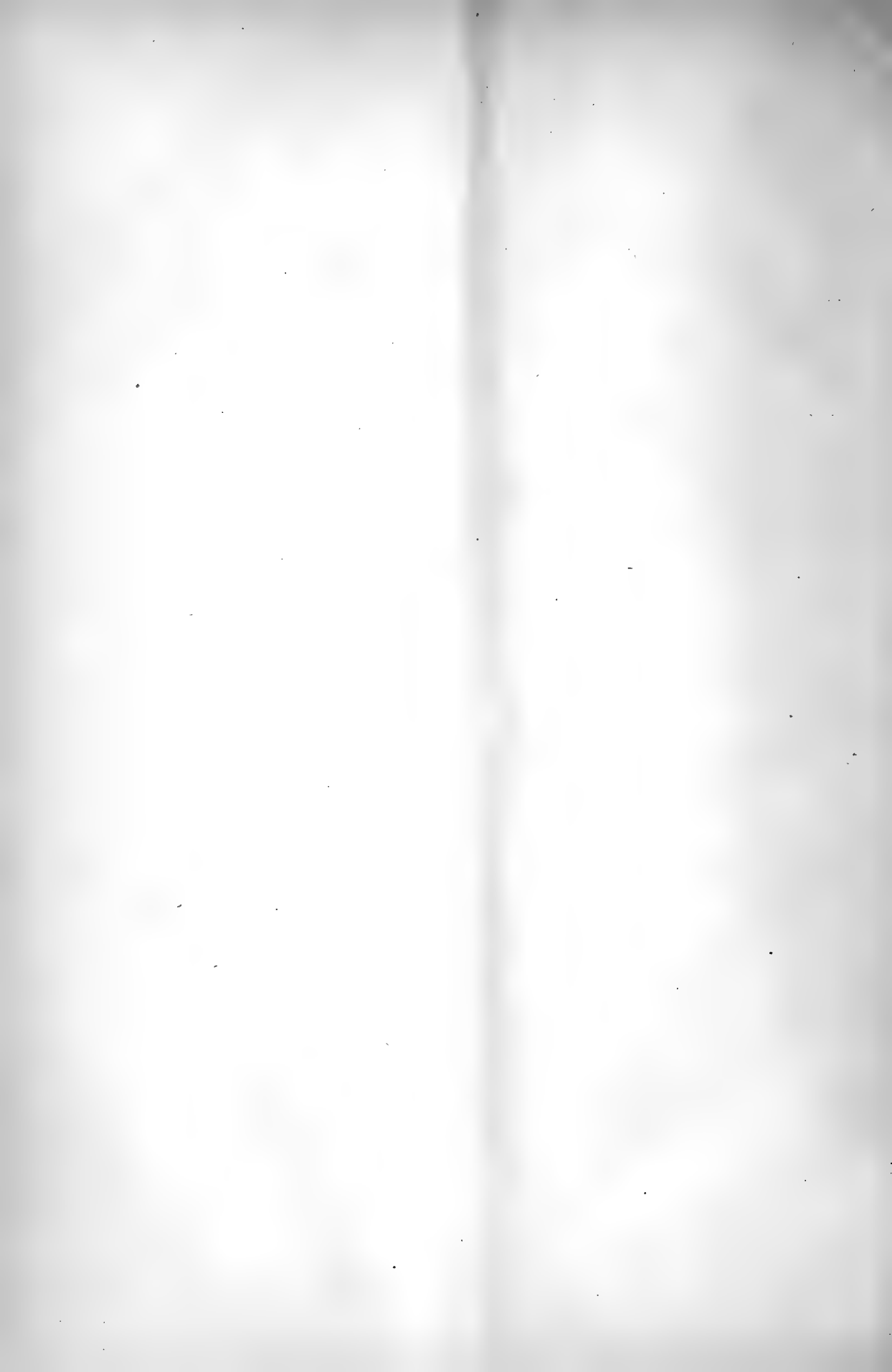
CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La Società di storia naturale di Freiburg; la Società geologica di Edimburgo; la Società geologica di Amsterdam; il Comitato geologico di Pietroburgo; la R. Biblioteca di Parma; le Biblioteche nazionali di Firenze e di Milano.

Annunciarono l'invio delle loro pubblicazioni:

L'Accademia Ungherese delle scienze, di Budapest; il R. Museo di storia naturale, di Bruxelles.

D. C.
P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

pervenute all'Accademia sino al 1 novembre 1885.

Archeologia. — Il Socio FIORELLI presenta il fascicolo delle *Notizie degli Scavi* per lo scorso mese di ottobre, nel quale si contengono le seguenti note.

« *Verona.* Avanzi romani scoperti in via *Portici* ed in via *Pelliciai.* — *Lavagno.* Nuovi rinvenimenti fatti sul colle di *s. Briccio.* — *Castel d'Azzano.* Tomba di età romana trovata presso la chiesa parrocchiale. — *Colonna* (Comune di Castiglioni della Pescaia). Nuove scoperte nella necropoli antichissima di Vetulonia. — *Orvieto.* Prosecuzione degli scavi della necropoli volsiniese in contrada *Cannicella.* — *Sipicciano* (Comune di Roccalvecce nel viterbese). Mattone con bollo trovato nei lavori per la strada ferrata. — *Corchiano.* Tomba falisca scoperta in contrada *s. Antonio.* — *Allumiere.* Ripostiglio di oggetti di bronzo scoperto tra il sepolcreto della *Pozza* e la valle del *Campaccio.* — *Roma.* Scavi e scoperte nelle regioni urbane II, IV, V, IX. — *Gabii* (Tenuta di *Pantáno*, agro romano). Avanzi di antiche opere nel territorio gabino, e nuovo frammento di fasti quivi rinvenuto. — *Ariccia.* Tesoretto di monete sassoni scoperto negli orti Chigi attraversati dall'antica Appia. — *Nemi.* Prosecuzione degli scavi nell'area del tempio di Diana nemorense. — *Ascoli-Piceno.* Ghiande missili rinvenute presso la nuova stazione della strada ferrata. — *Airola.* Resti di suppellettile funebre raccolti lungo il torrente, presso *s. Maria della Neve.* — *Baja.* Tombe rinvenute presso il

Castello di Baja. — *Pozzuoli.* Frammento di decreto dei decurioni puteolani, scoperto presso *la Nunziata.* — *Napoli.* Tomba con suppellettile funebre scoperta presso *s. Domenico Maggiore.* — *Ricigliano.* Pavimenti in musaico rimessi in luce presso la cappella di *s. Maria dell'Incoronata.* — *Metaponto.* Vaso con alfabeto acheo rinvenuto nella necropoli Metapontina. — *Arena.* Tombe con iscrizione latina scoperte nel territorio del Comune ».

Matematica. — *Alcune particolari trasformazioni involutorie dello spazio.* Nota II. del Socio R. De Paolis.

4ª Specie. « Prendiamo una superficie U di ordine ν, per la quale la R « sia r-pla e la S sia s-pla, essendo $r+s=\nu-1$. Per un punto p passa « un solo raggio che si appoggia ad R, S nei punti h, k, questo raggio « incontra la U in un altro solo punto ed il coniugato armonico di p rispetto « ad esso ed a h è il punto corrispondente p' ».

« La superficie U è unita, la retta R è unita.

« Ritenendo prima $r>0$ bisogna distinguere i due casi: $s\leqq r$, $s>r$.

1° Caso: $s\overline{\gtrless}r$.

« La superficie U contiene $q=\mu(1-s^2)+\nu(\nu-1)\cdot r^2$ rette R_i che si appoggiano alle R, S.

« Ai piani corrispondono superficie Φ di ordine $n=\mu+\nu$, le quali contengono semplicemente le q rette R_i, la S come multipla secondo $\sigma=s+1$, la R secondo $\rho=n-(s+2)$. Le Φ contengono tutte $\mu-1$ rette infinitamente vicine ad R, situate nei $\mu-1$ piani che passano per R e toccano la S in uno dei $\mu-1$ punti in cui si appoggia alla R. In ogni punto h di R la U possiede r piani tangenti, questi piani toccano in h tutte le Φ; le r falde di due Φ che si toccano in h hanno fra loro un contatto di secondo ordine, in modo che la R conta $\rho^2+(\mu+2r-1)$ volte nella intersezione di due Φ. Il punto in cui un piano sega la R è multiplo secondo $\rho+1$ per la corrispondente Φ.

« Ciascuna delle q rette fondamentali R_i corrisponde a ciascuno dei suoi punti. La superficie fondamentale corrispondente alla R è di ordine $n-1$, contiene semplicemente le q rette R_i, e per essa la S è multipla secondo σ, la R secondo ρ. Gli r piani che toccano U in un punto h di R toccano in h anche la superficie corrispondente alla R.

« Alla S corrisponde una superficie fondamentale di ordine $n-1$ la quale contiene semplicemente le q rette R_i, per essa la S è s-pla, la R è ρ-pla. Questa superficie in ogni punto k di S ha gli stessi piani tangenti di U, le sue ρ falde che passano per un punto h di R hanno in h un contatto di secondo ordine con ρ falde di ciascuna Φ, di più contiene le $\mu-1$ rette infinitamente vicine ad R e comuni a tutte le Φ.

« Le curve di ordine n corrispondenti alle rette incontrano la S in $n-1$

punti ed incontrano pure la R in $n-1$ punti, osculando in ciascuno di questi ultimi tutte le Φ.

« La jacobiana delle Φ è costituita dalla superficie di ordine $n-1$ corrispondente alla S e da quella di ordine $n-1$ corrispondente alla R, contata tre volte.

2° Caso: $s > r$.

« In questo caso o abbiamo $\mu = 1$, o $\mu = 2$, $s = r + 1$, o $\mu = 3$, $s = r + 1$.

« Supponiamo: $\mu = 1$.

« La trasformazione non si distingue essenzialmente da quella in cui $s \lesseqgtr r$. Le R, S sono due rette che non s'incontrano.

« Se $s = r + 1$ e $\mu = 2$ o $\mu = 3$, la U è di ordine $\nu = 2\,(r + 1)$ e contiene una retta R, r-pla, ed una conica S, $(r + 1)$-pla, che si appoggia ad R, ovvero contiene una retta R, r-pla, che è corda di una cubica S, $(r + 1)$-pla.

« Supponiamo: $\mu = 2$.

« La superficie U contiene $q = (r + 1)^2 + 1$ rette R_i che si appoggiano alle R, S.

« Ai piani corrispondono superficie Φ di ordine $n = 2\,(r + 2)$, che contengono semplicemente le q rette R_i, mentre per esse la S è multipla secondo $\sigma = r + 2$ la R secondo $\rho = r + 1$. Le Φ contengono tutte una retta infinitamente vicina ad R, situata nel piano che passa per R e tocca la conica S. In ogni punto h di R la U possiede r piani tangenti, questi piani toccano in h tutte le Φ; le r falde di due Φ che si toccano in h hanno fra loro un contatto di secondo ordine, in modo che la R conta $(r + 1)^2 + (2r + 1)$ volte nella intersezione di due Φ. Il punto a in cui la S incontra R è $(\rho + 1)$-plo per tutte le Φ, che hanno in a lo stesso cono tangente; il punto in cui un piano sega la R è $(\rho + 1)$-plo per la corrispondente Φ.

« Ciascuna delle q rette fondamentali R_i corrisponde a ciascuno dei suoi punti. La superficie fondamentale corrispondente alla R è di ordine $n-2$, contiene semplicemente le q rette R_i, mentre per essa la S è multipla secondo $\rho = r + 1$ e la R pure secondo $\rho = r + 1$. Gli r piani che in un punto h di R toccano la U toccano in h pure la superficie corrispondente alla R. Alla S corrisponde una superficie fondamentale di ordine $n-1$, la quale contiene semplicemente le q rette R_i; per essa la S e la R sono multiple secondo $\rho = r + 1$. Questa superficie in ogni punto k di S ha gli stessi piani tangenti di U, r delle sue falde, che passano per un punto h di R, hanno in h un contatto di secondo ordine con r falde di ciascuna Φ, di più contiene la retta infinitamente vicina ad R e comune a tutte le Φ. Per la superficie corrispondente alla S il punto a è $(\rho + 1)$-plo, il cono tangente ad essa in a è quello che è tangente in a a tutte le Φ. Il punto a è fondamentale e corrisponde al piano della conica S.

« Le curve di ordine n corrispondenti alle rette incontrano la S in $n-1$ punti, la R in n-2 punti, osculando in ciascuno di questi ultimi tutte le Φ, e passano per a, toccando in esso tutte le Φ.

« La jacobiana delle Φ è costituita dalla superficie di ordine n-1 corrispondente alla S, da quella di ordine $n-2$, corrispondente alla R, contata tre volte, e dal piano di S, pure contato tre volte.

« Supponiamo: $\mu = 3$.

« La U è una superficie rigata le cui generatrici sono corde della cubica S, tra esse due sole R_1, R_2 incontrano la R e passano per i punti a_1, a_2 in cui la R si appoggia alla S.

« Ai piani corrispondono superficie Φ di ordine $n = 2r + 5$, le quali contengono le due rette R_1, R_2, mentre per esse la cubica S è multipla secondo $\sigma = r + 2$, la retta R secondo $\rho = r + 2$. Le Φ contengono tutte due rette infinitamente vicine ad R, situate nei piani che passano per R e toccano la S in a_1, a_2. In ogni punto h di R la U possiede r piani tangenti, questi piani toccano in h tutte le Φ; le r falde di due Φ che si toccano in h hanno fra loro un contatto di secondo ordine, in modo che la R conta $(r+2)^2 + 2(r+1)$ volte nella intersezione di due Φ. I punti a_1, a_2 sono $(\rho+1)$-pli per tutte le Φ, che hanno in a_1, a_2 gli stessi coni tangenti; il punto in cui un piano sega la R è $(\rho+1)$-plo per la corrispondente Φ.

« Ciascuna delle due rette fondamentali R_1, R_2 corrisponde a ciascuno dei suoi punti. La superficie fondamentale corrispondente alla R è di ordine $n-5$, non contiene le rette R_1, R_2, ma contiene, come r-ple, le R, S. Gli r piani che toccano U in un punto h di R toccano in h anche la superficie corrispondente alla R.

« Alla cubica S corrisponde una superficie di ordine $n-1$, la quale contiene semplicemente le due rette R_2, R_2, mentre per essa la S è multipla secondo $r+1$, avendo in ogni punto di S gli stessi piani tangenti della U, e la R è multipla secondo $r+2$. Delle falde di questa superficie, che passano per un punto h di R, ve ne sono r che hanno in h un contatto di secondo ordine con r falde di ciascuna Φ. La superficie contiene le due rette infinitamente vicine ad R e comuni a tutte le Φ, per essa i punti a_1, a_2 sono $(\rho+1)$-pli ed i coni tangenti in essi sono quelli stessi che in a_1, a_2 sono tangenti a tutte le Φ. I punti a_1, a_2 sono fondamentali e ciascuno corrisponde al cono di secondo grado che da esso proietta la S.

« Le curve di ordine n corrispondenti alle rette incontrano la S in $n-1$ punti, incontrano la R in $n-5$ punti, osculando in ciascuno di questi ultimi tutte le Φ, e passano per ciascuno dei due punti a_1, a_2 con due rami, che toccano in essi tutte le Φ.

« La jacobiana delle Φ è costituita dalla superficie di ordine $n-1$, corrispondente alla S, da quella di ordine $n-5$, corrispondente alla R, contata

tre volte, e da ciascuno dei coni di secondo grado, corrispondenti ad a_1, a_2, contato tre volte.

« Ritenendo ora che sia $r=0$ bisogna distinguere altri due casi:

3° Caso: $r=0$, $s=0$.

« La superficie U è un piano, che non passa per R, e contiene μ rette R_i, che si appoggiano ad S e passano per uno stesso punto h di R.

« Ai piani corrispondono superficie Φ di ordine $n=\mu+1$, le quali contengono semplicemente la S, hanno un punto μ-plo in h, per esse la R è $(\mu-1)$-pla e tutte contengono $\mu-1$ rette infinitamente vicine ad R, situate nei $\mu-1$ piani che passano per R e toccano S. Le Φ contengono pure le μ rette R_i. Il cono di ordine μ tangente alle Φ in h è fisso. Il punto in cui un piano sega la R è μ-plo per la corrispondente Φ.

« Ciascuna delle μ rette fondamentali R_i corrisponde a ciascuno dei suoi punti. Al punto h corrisponde il cono fondamentale che da h proietta la S; alla S corrisponde il cono fondamentale che tocca in h tutte le Φ, e che ha la R come generatrice $(\mu-1)$-pla.

« Le curve di ordine n corrispondenti alle rette incontrano la S in $n-1$ punti e passano per h con $n-1$ rami tangenti a tutte le Φ.

« La jacobiana delle Φ è costituita dal cono corrispondente alla S e dal cono corrispondente ad h, contato tre volte.

4° Caso: $r=0$, $s>0$.

« Necessariamente deve essere $\mu=1, s=\nu-1$, o $\mu=2, s=1$, o $\mu=3, s=1$.

« Supponiamo: $\mu=1$.

« Le R, S sono due rette che non si incontrano, la U è di ordine ν e contiene la S come $(\nu-1)$-pla. Questo caso rientra in quello $\mu=1$, $r>0$, $s=0$ della specie precedente.

« Supponiamo: $\mu=2$.

« La S è una conica appoggiata in a alla retta R e la U è una superficie di secondo ordine, che contiene la S e fuori di essa sega la R in un punto h. La U contiene due rette R_1, R_2, che passano per h e si appoggiano ad S.

« Ai piani corrispondono superficie Φ di quarto ordine per le quali la conica S è doppia; tutte le Φ hanno in a le stesse tangenti ed hanno in h un punto doppio collo stesso cono tangente. Le Φ contengono le R_1, R_2, la R ed una retta infinitamente vicina ad R, nel piano che passa per R e tocca S. Il punto in cui un piano sega la R è doppio per la corrispondente Φ.

« Ciascuna delle due rette fondamentali R_1, R_2 corrisponde a ciascuno dei suoi punti. Alla S cosrisponde una superficie fondamentale di terzo ordine, la quale contiene la S, essendo toccata in ogni suo punto dal piano tangente in esso alla U, contiene le R_1, R_2, la R e la retta infinitamente vicina ad R comune a tutte le Φ, ha due punti doppi in a, h, ed i coni tangenti in essi sono quelli che in a, h sono tangenti a tutte le Φ.

« Al punto a corrisponde il piano di S, al punto h corrisponde il cono di secondo grado che da esso proietta la S.

« Le curve di quarto ordine corrispondenti alle rette incontrano la S in tre punti, passano per h con due rami tangenti a tutte le Φ e passano per a con un ramo tangente a tutte le Φ.

« La jacobiana delle Φ è costituita dalla superficie di terzo ordine corrispondente alla S, dal cono corrispondente ad h, contato tre volte, e dal piano corrispondente ad a, pure contato tre volte.

« Supponiamo: $\mu = 3$.

« La U è una superficie di secondo ordine, che contiene la cubica S, la quale incontra in due punti a_1, a_2 la retta R. Sulla U vi sono due rette R_1, R_2, che passano per a_1, a_2 ed incontrano altrove la S.

« Ai piani corrispondono superficie Φ di quinto ordine, le quali contengono semplicemente le due rette R_1, R_2, la cubica S come doppia e per le quali anche la R è doppia; di più le Φ contengono tutte due rette infinitamente vicine ad R, situate nei piani che passano per R e toccano S. Per le Φ i punti a_1, a_2 sono tripli, tutte le Φ hanno in essi gli stessi coni tangenti. Il punto in cui un piano sega la R è triplo per la corrispondente Φ.

« Ciascuna delle due rette fondamentali R_1, R_2 corrisponde a ciascuno dei suoi punti. Alla S corrisponde una superficie di quarto ordine, la quale contiene semplicemente le due rette R_1, R_2 e la S, avendo in ogni punto di S lo stesso piano tangente di U, per questa superficie la R è doppia, i punti a_1, a_2 sono tripli ed in essi i coni tangenti sono quelli stessi che in a_1, a_2 toccano tutte le Φ. La superficie corrispondente alla S contiene pure le due rette infinitamente vicine ad R comuni a tutte le Φ. I punti a_1, a_2 sono fondamentali, ciascuno corrisponde al cono di secondo grado che da esso proietta la S.

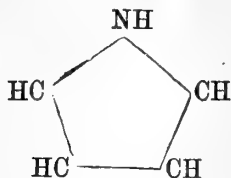
« Le curve di quinto ordine corrispondenti alle rette incontrano la S in quattro punti ed hanno un punto doppio in ciascuno dei due a_1, a_2, toccando in essi tutte le Φ con ambedue i rami.

« La jacobiana delle Φ è costituita dalla superficie di quarto ordine, corrispondente alla S, e da ciascuno dei coni di secondo grado, corrispondenti ad a_1, a_2, contato tre volte ».

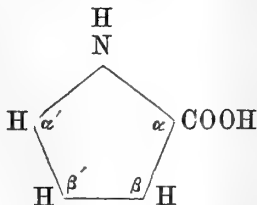
Chimica. — *Sulla costituzione del pirrolo.* Nota III. di Giacomo Ciamician, presentata dal Socio Cannizzaro.

« Isomerie nei derivati del pirrolo e determinazione della posizione dei radicali sostituenti. I derivati del pirrolo finora conosciuti non sono molto numerosi e nella più parte di questi non è ancora possibile di determinare con sicurezza la posizione dei radicali sostituenti,

quello che io vorrei ora esporre non può considerarsi perciò che come un primo tentativo ch' io pubblico con la massima riserva.

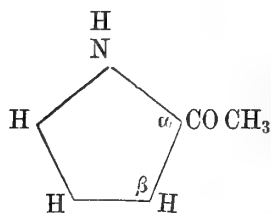
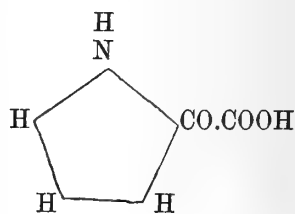
« Esprimendo il pirrolo con lo schema:

si può prevedere l'esistenza di tre derivati monosostituiti isomeri, uno dei quali, cioè quello in cui il radicale sostituente è legato all'azoto resta fuori di discussione, perchè in questo caso la determinazione della posizione del radicale non offre difficoltà.

« Se nel pirrolo, oltre ai due casi d'isomeria prevedibili coll' aiuto di questa formola, ne possano esistere degli altri dovranno decidere le esperienze che si faranno in seguito, ma io credo che per la grande analogia che il tiofene ha col pirrolo e col furfurano sia da aspettarsi a priori, che anche questi due composti offriranno nelle isomerie dei loro prodotti di sostituzione, le stesse anomalie che V. Meyer ha scoperto pel tiofene [1]. Certo per ora sarebbe prematura qualunque considerazione in proposito, tanto più che le esperienze di V. Meyer e dei suoi allievi, non hanno finora risoluto la parte puramente sperimentale del problema, ma per le ragioni esposte più sopra, sembra poco probabile che queste anomalie sieno conseguenze di una distribuzione assimmetrica degli atomi d'idrogeno nel tiofene, ed io credo che i fatti scoperti da V. Meyer saranno altrettanto difficili a spiegarsi quanto lo sono le isomerie degli acidi maleico e fumarico.

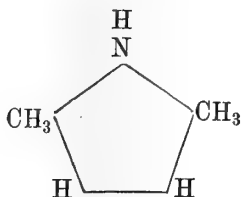
« Fra i derivati monosostituiti del pirrolo, quello in cui meglio si può conoscere la posizione del radicale sostituente è l'acido carbopirrolico di Schwanert. Questo acido si ottiene, in forma della sua amide, distillando il mucato ammonico ed in modo del tutto analogo si ottiene dall'acido mucico l'acido piromucico; avendo ora Baeyer [2] dimostrato che in questo composto il carbossile è situato in prossimità dell'ossigeno del furfurano, si può ammettere con qualche probabilità che l'acido carbopirrolico di Schwanert abbia una costituzione analoga

[1] Sembra che esistano tre acidi piromucici isomeri. L'acido piromucico ordinario, l' acido isopiromucico di Limpricht e l'acido β piromucico di Stenhouse ottenuto dal fucusolo.

[2] Berl. Ber. X, 355, 695, 1360.

e sia l'acido *α* carbopirrolico. Questa supposizione viene inoltre avvalorata dall'esistenza di un' anidride interna di questo acido, la cosidetta pirocolla $\left[(C_4 H_3 {:N \atop .CO}>)_2 \right]$, che si forma facilmente riscaldando l'acido *α* carbopirrolico con l'anidride acetica [1]; qui pure regge il paragone dei derivati del pirrolo con i composti della serie aromatica: L'acido *α* carbopirrolico sarebbe in tutto da paragonarsi all'acido salicilico, che come questo, si forma di preferenza nelle sintesi dirette tanto coll'anidride carbonica, che col carbonato ammonico e col cloruro di carbonile [2].

« Se l'acido carbopirrolico di Schwanert ha la posizione *α* è probabile che anche l'unico pirrilmetilchetone finora conosciuto sia *l'α pirrilmetilchetone.* Esso si produce direttamente dal pirrolo in modo del tutto analogo all'acido *α* carbopirrolico e si trasforma nettamente in questo composto se viene ossidato con la potassa fondente. Se si può dunque ammettere, con ogni riserva, che nel pseudoacetilpirrolo l'acetile sia situato in prossimità dell'azoto, ne viene di conseguenza che anche l'acido pirrilgliossilico deve avere una costituzione corrispondente:

α pirrilmetilchetone — acido *α* pirrilgliossilico

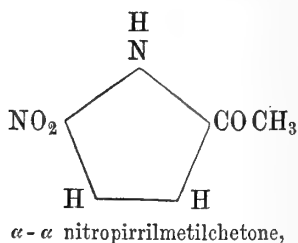
« Fra i derivati bisostituiti, il dimetilpirrolo scoperto da Weidel e me nell'olio animale ha di certo la posizione *α α'*

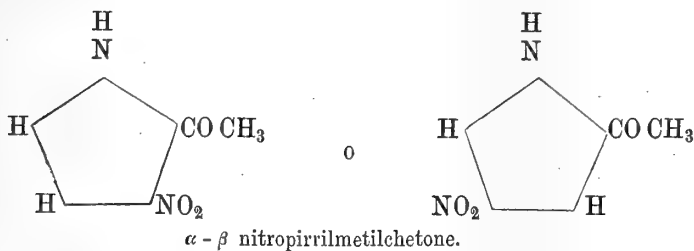
H
N
CH_3 CH_3
H H

(1) Ciamician e Silber, *Sintesi della pirocolla*, 1884.

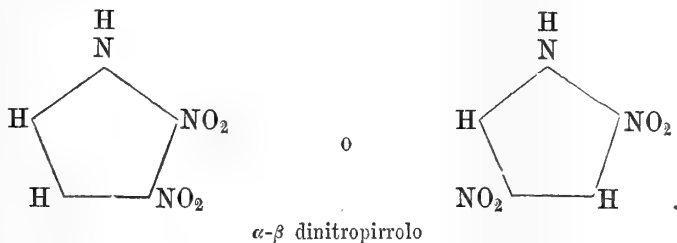
(2) Io ho descritto alcuni anni or sono (Monatshefte für Chemie I. 494) un' altro acido carbopirrolico fusibile a 161-162°, che si ottiene pure dal composto potassico del pirrolo per azione dell'anidride carbonica, al quale presentemente io non oserei attribuire la posizione *β*, avendo esso un punto di fusione inferiore all'acido carbopirrolico di Schwanert. In seguito alle pubblicazioni di V. Meyer e di R. Bonz contenute del 13° fascicolo dei Berliner Berichte (XVIII, 2308 e 2315), che mi pervenne quando la presente Memoria era già scritta, credo che anche gli acidi carbopirrolici abbiano bisogno d'essere studiati ulteriormente, tanto più che a volte l' acido carbopirrolico di Schwanert apparentemente perfettamente puro, offre un punto di fusione molto inferiore a quello che generalmente si attribuisce a questa sostanza.

come lo dimostra l'elegante sintesi di L. Knorr; del pari ha questa costituzione il metilfenilpirrolo di C. Paal [1] ottenuto dall'acetofenonacetone.

« Per ultimo si possono fare alcune considerazioni sulla posizione del residuo dell'acido nitrico nei nitroderivati del pirrolo e del pirrilmetilchetone [2]. Dei due mononitrocomposti isomeri, che si ottengono direttamente per azione dell'acido nitrico sul pirrilmetilchetone, soltanto uno ha proprietà acide e questo fatto potrebbe far supporre che l'acidità di uno degli isomeri provenga dall'essere in questo prodotto, che è anche quello che fonde a temperatura più bassa, il residuo dell'acido nitrico situato in prossimità dell'azoto. Il mononitropirrilmetilchetone fondente a 156° avrebbe dunque la costituzione:

α - α nitropirrilmetilchetone,

mentre per l'altro isomero che fonde a 197° resterebbe una delle due formole

α - β nitropirrilmetilchetone.

« Il dinitropirrolo che si ottiene da questo composto probabilmente per sostituzione del radicale dell'acido nitrico a quello dell'acido acetico, potrebbe essere

α-β dinitropirrolo

(1) Berl. Ber. XVIII, 367.

(2) Ciamician e Silber, *Studi sui composti* ecc. Parte IX. — *Sull'azione dell'acido nitrico sul pirrilmetilchetone*, 1885.

« La posizione dei radicali nel prodotto tetrasostituito, l'acido dimetilpirroldicarbonico di L. Knorr, dal quale deriva il dimetilpirrolo suaccennato, è pure indubitabilmente determinata ».

Matematica — *Sulle superficie generate da due sistemi Cremoniani reciproci di grado m.* Nota del prof. G. Jung, presentata dal Socio Brioschi.

« Intendo per *sistemi Cremoniani isografici di* 2ª *specie e di grado m* due piani punteggiati o due piani rigati, o due stelle di raggi o due stelle di piani o una stella di raggi (piani) e un piano punteggiato (risp. rigato), fra i quali abbia luogo la corrispondenza univoca studiata dal Cremona nelle Memorie dell'Istituto di Bologna (t. II e t. V della 2ª serie) e investigate per un caso particolare da Jonquières (Nouvelles Annales de Mathematique, 1864) [1].

« E per *sistemi Cremoniani reciproci di grado m* intenderò due forme di 2ª specie Σ, Σ', tali, che la forma reciproca (per dualità) di una di esse, si trovi con l'altra in corrispondenza Cremoniana di grado m; onde Σ, Σ' saranno o due sistemi piani (uno punteggiato, uno rigato) o due stelle (una di raggi, una di piani) o un sistema piano punteggiato (rigato) e una stella di piani (risp. di raggi).

« In ciascuno dei due sistemi vi è un determinato numero di *elementi fondamentali* — α_1 (rispettivamente β_1) elementi semplici, α_2 (risp. β_2) elementi doppi, ... α_r (risp. β_r) elementi r-pli — comuni a tutte le *figure* [2] di una certa rete di grado m; e vi è un certo numero di *figure principali*, componenti la Jacobiana di questa rete. Fra i numeri α_r e β_r hanno luogo le relazioni:

$$\Sigma r^2 \alpha_r = \Sigma r^2 \beta_r = m^2 - 1\,, \quad \Sigma r\alpha_r = \Sigma r\beta_r = 3\,(m-1)\,, \quad \Sigma\alpha_r = \Sigma\beta_r. \qquad (1)$$

« Dati due sistemi Cremoniani isografici o reciproci di grado m, ogni projezione centrale e ogni sezione piana eseguita sull'uno o sull'altro o su ambedue i sistemi dà origine a due nuovi sistemi Cremoniani dello stesso grado e della stessa natura (cioè rispettivamente isografici o reciproci); gli elementi fondamentali e le figure principali di questi, provengono dagli elementi fondamentali e dalle figure principali di quelli, ogni elemento r-plo

[1] Le due Memorie di Cremona sono riprodotte nei tomi I e III del Giornale di Battaglini; quella di Jonquières, lungamente arrenata negli Archivi dell'Accademia di Parigi, fu stampata recentemente nel t. XXIII dello stesso Giornale, per cura dell'egregio dott. Guccia di Palermo.

[2] Per *figura* qui s'intenda una linea (luogo o inviluppo) o un cono (luogo o inviluppo); per *rete di figure* un sistema di linee d'ordine (classe) m oppure di coni d'ordine (classe) m, soddisfacenti ad $\frac{m(m+3)}{2} - 2$ condizioni comuni.

del primitivo sistema dando luogo a un elemento r-plo del nuovo, e ogni figura di grado r a una figura di ugual grado. Del resto *la projettività di due forme di 2ª specie non è che un caso particolare della corrispondenza Cremoniana;* infatti *per* $m=1$ *la corrispondenza isografica o reciproca di grado* m *coincide con l'omografia o rispettivamente con la correlazione (dualità) ordinaria.*

« Considerando due sistemi Cremoniani *isografici* di grado m, Σ, Σ', e l'ente geometrico determinato da due elementi corrispondenti, si presenta spontanea la ricerca della figura (linea, superficie, ecc.), generata dall'ente anzidetto.

« Tale ricerca, nell'ipotesi che Σ, Σ' siano due stelle di raggi, fu fatta per un caso particolare da Jonquières (l. c.) e pel caso generale da Cremona (l. c. 2ª Memoria); — le due stelle isografiche generano una curva gobba dell'ordine $m+2$, luogo dei punti ove s'incontrano i raggi corrispondenti.

« Nell'ipotesi che Σ, Σ' siano due piani punteggiati, tale ricerca fu fatta da Hirst (¹); — i due piani isografici generano una congruenza di classe m e di ordine $m+2$ (che l'autore chiama *congruenza Cremoniana*), ogni raggio della quale unisce due punti corrispondenti dei piani dati.

« Si rileva poi, per dualità, che se Σ, Σ' sono due piani rigati, l'inviluppo dei piani contenenti coppie di raggi corrispondenti è una sviluppabile della classe $m+2$; e se Σ, Σ' sono due stelle isografiche di piani, gli elementi corrispondenti si segano lungo i raggi di una congruenza dell'ordine m e della classe $m+2$.

« In simil modo c'è luogo a studiare la figura geometrica generata da due sistemi Cremoniani *reciproci* di grado m. Avendo io fatto tale studio ed essendo arrivato a risultati forse non privi d'interesse, mi permetto di qui comunicarne alcuni.

« Se, allargando il significato di una denominazione già in uso, per *monoide di grado* n si convien d'indicare tanto una superficie di ordine n dotata di un punto $(n-1)$-plo, quanto una superficie di classe n dotata di un piano tangente $(n-1)$-plo, *trovo che due sistemi Cremoniani reciproci di grado* m, Σ e Σ', *generano un monoide del grado* $m+1$; precisamente, se Σ, Σ' sono due stelle, il monoide è il luogo dei punti comuni ai raggi di Σ e ai corrispondenti piani di Σ', se sono due piani, il monoide è l'inviluppo dei piani che passano pei punti di Σ e per le rette corrispondenti di Σ'.

« Per ogni valore di m vi sono tante classi di sistemi Cremoniani reciproci quante sono le soluzioni delle equazioni (1); ed altrettante sono le specie di monoidi di grado $m+1$ *da essi generati* (una medesima specie contenendo un monoide-luogo e il monoide-inviluppo correlativo). Ogni specie

(¹) *On Cremonian Congruences*, nei Proceedings of the London Math. Society vol. XIV; *On Congruences of the third Order and Class*, ibidem, vol. XVI (1885).

poi può presentare più tipi diversi, dipendenti dalla scelta degli elementi fondamentali e dagli altri elementi arbitrari di cui si può disporre nello stabilire la corrispondenza reciproca dei sistemi generatori Σ, Σ'.

« Fra le soluzioni delle (1) vi è sempre la seguente

$$\alpha_1 = \beta_1 = 2m - 2\,, \quad \alpha_{m-1} = \beta_{m-1} = 1$$

che caratterizza la corrispondenza reciproca di grado m, analoga a quella isografica studiata da Jonquières; la classe corrispondente di sistemi reciproci si distinguerà col nome di sistemi Cremoniani reciproci di Jonquières, e il monoide che questi generano si chiamerà *monoide normale* [1] del grado $m+1$.

« Ad esempio, per $m=1$ si ha la consueta generazione delle *quadriche* (come luogo o come inviluppo, secondo che Σ, Σ' sono due stelle o due piani);

per $m=2$ si ha una nuova generazione della *superficie di* 3° *ordine con punto doppio* o della *superficie di* 3ª *classe con piano tangente doppio*, secondo che Σ, Σ' sono rispettivamente due stelle o due piani; e, come caso particolare, si ha una nuova generazione della *cubica dotata di* 4 *punti doppi*, o, rispettivamente della sua reciproca, cioè della *superficie romana di* Steiner;

per $m=3$, prescindendo dai casi particolari, si ha, come nei casi precedenti, una sola specie di monoide (il monoide normale) di 4° grado; la quale comprende la *superficie di* 4° *ordine con punto triplo e una retta doppia* [2], e la reciproca di questa;

per $m=4$, al contrario, essendovi due classi distinte di trasformazioni Cremoniane reciproche, si hanno due distinte specie di monoidi del 5° grado; prescindendo dai casi particolari, l'una comprende la *superficie di* 5° *ordine con punto quadruplo e una retta tripla* (monoide normale) e la sua reciproca — l'altra la *superficie di* 5° *ordine con un punto triplo e tre rette doppie in esso concorrenti*, e la sua reciproca [3];

e anche maggior varietà di specie presentano i valori di $m>4$.

« Si può dire in sostanza che, *dato* m, *ogni soluzione delle* (1) *somministra le caratteristiche:* a) *di una classe di sistemi Cremoniani* isografici

[1] Il monoide normale d'ordine n rientra nel tipo delle superficie d'ordine n dotate di retta $(n-2)$-pla; sulle quali si confronti nel t. III dei Mathem. Annalen la Memoria di R. Sturm: *Ueber die Flächen mit einer endlichen Zahl von (einfachen) Geraden, vorzugsweise die der vierten und fünften Ordnung.*

[2] Per monoidi di 4° ordine vedasi la Memoria di K. Rohn, *Ueber die Flächen vierter Ordnung mit dreifachem Punkte*, Math. Annalen, t. XXIV (1884).

[3] Questi monoidi (corrispondenti ad $m=4$) sono casi particolari della *superficie di* 5° *ordine dotata di una cubica doppia*; due casi non considerati nella celebre Memoria di Clebsch, *Ueber die Abbildung algebraischer Flächen, insbesondere der vierten und fünften Ordnung*, Math. Annalen, t. I (1870).

(*e corrispondente specie di curve gobbe*, ecc. *da essi generata*); b) *di una classe di sistemi Cremoniani* reciproci, *associata alla precedente*; c) *di una determinata specie di monoidi del grado* $m+1$ (*comprendente due monoidi correlativi*) *cioè quella generata dai sistemi* b).

« Le principali proprietà dei monoidi dei quali ci stiamo occupando sono riassunte nei seguenti teoremi, che si dimostrano con facili considerazioni geometriche, e nei loro correlativi, i cui enunciati si omettono per brevità.

Due stelle Cremoniane reciproche di grado m *generano* (*come luogo del punto comune a un raggio dell'una e al piano corrispondente dell'altra*) *una superficie* Φ_{m+1}, *dell'ordine* $m+1$, *per la quale il centro* S *della stella di raggi è un punto* m-plo *e il centro* S' *dell'altra è un punto semplice. Alla congiungente i due centri corrisponde in* S' *un piano* τ *e in* S *un cono* k_m *d'ordine* m: τ *è il piano tangente in* S' *e* k_m *il cono osculatore in* S *alla superficie* (*monoide*) *generata*.

Questo monoide) Φ_{m+1} *contiene, allo stesso grado* r *di molteplicità, ciascuna retta fondamentale* r-pla *della stella di raggi; e da ogni piano fondamentale* i-plo ξ_i *dell'altra stella è segato secondo una linea composta di una curva* c_i (*d'ordine* i *e genere zero*) *e di una* C_{m-i+1} [1]. *Se* j *intersezioni di queste curve si trovano su rette fondamentali* semplici *della stella* S, ξ_i *è un piano* $(j+i+1)$-*tangente del monoide*.

« Già da questo teorema emerge che Φ_{m+1} contiene un certo numero di rette (*rette fondamentali del monoide*) concorrenti nel suo vertice S: cioè le α_1 rette semplici, le α_2 doppie, . . . le α_r rette fondamentali r-ple della stella di raggi. Vedremo ora che sulla superficie sono inoltre situate altre rette in numero limitato. Mantenendo infatti ad α_1 e β_1 il significato già detto e indicando con γ il numero dei piani *non principali* della stella S che eventualmente contengono (per equivalenza) [2] m rette semplici della superficie, passanti per S, si può formulare quest'altro teorema:

Il monoide Φ_{m+1} *contiene* $\lambda=\alpha_1+m+1$ *rette semplici concorrenti nel suo vertice* S, *ed altre* $\mu=\beta_1+\gamma$ *non passanti per questo punto* [3].

[1] Oltre alla serie di coniche di cui si dirà in seguito, *ogni monoide normale contiene dunque almeno un'altra conica, appoggiata in un punto della retta fondamentale multipla:* è la conica posta nel piano $(m-1)$-plo della stella S'. Stante questa proprietà, *il monoide normale di grado* m *si può rappresentare punto per punto sul piano con l'identica costruzione adoperata da* Clebsch *per la rappresentazione della superficie di* 4° *ordine dotata di retta doppia* (l. c. § 2). Del resto qualsiasi monoide (normale o no) si può rappresentare sul piano con una semplicissima costruzione: *basta farne una proiezione sul piano rappresentativo dal suo punto* m-plo (*vertice*).

[2] Vale a dire che invece di m rette semplici, il piano potrebbe anche contenere delle rette multiple di Φ_{m+1}, purchè la somma dei gradi di molteplicità uguagli m.

[3] Il valor *minimo* di γ, se Φ_{m+1} è il monoide normale del rispettivo ordine, è $=m+1$.

Se esistono due paja di rette fondamentali in ciascun dei quali la somma dei gradi di molteplicità uguagli $m-1$, *si può stabilire la corrispondenza Cremoniana reciproca fra* S *ed* S' *in modo da assicurare a* γ *il valor minimo* 2.

Quando invece esiste un solo pajo di tali rette, oppure quando vi son due rette fondamentali la somma dei cui gradi di molteplicità uguagli $m-2$, *la corrispondenza si può stabilire in modo da assicurare a* γ *il valor minimo* 1.

Applicando il teorema al *monoide normale* di grado $m+1$ $(\alpha_1=\beta_1=2m-2)$ si trova: *Sul monoide normale di ordine* $m+1$ *giacciono* $3m-1$ *paia di rette semplici associate* (s_j, s'_j): *le* s_j $(j=1, 2, \ldots \overline{3m-1})$ *concorrono nel vertice o punto* m-plo S; *le loro associate* s'_j *sono situate nei piani che quelle determinano con la retta fondamentale* $(m-1)$-pla [1]. *Oltre alle* $3m-1$ *rette* s'_j *vi sono sul monoide tante altre rette non passanti pel vertice, quanti sono i piani per* S *che eventualmente contengono* m *rette* s_j [2].

« Ritornando al caso generale, quelle $m+1$ $(=\lambda-\alpha_1)$ rette, insieme alle $\Sigma\alpha_r$ fondamentali, costituiscono l'intersezione completa del monoide col cono osculatore del suo vertice S; nessun'altra retta g' della superficie, oltre a queste g_i $(i=1, 2, 3, \ldots =$ grado di molteplicità), passa per S.

« Ogni retta g_i è asse di un fascio di piani e determina sulla superficie una serie di curve C_{m-i+1} dell'ordine $m-i+1$, aventi un punto $(m-i)$-plo in S; onde *il monoide* Φ_{m+1} *contiene* λ $(=\alpha_1+m+1)$ *serie di curve* C_m *con punto* $(m-1)$-plo S, α_2 *serie di curve* C_{m-1} *dotate in* S *di punto* $(m-2$-plo, ecc. ecc.; *ma non contiene in generale alcuna serie di coniche situate in piani passanti per una delle rette fondamentali* — invece sui *monoidi normali* di qualsivoglia grado si trova sempre una tal serie di coniche.

« *La superficie* Φ_{m+1} *contiene pure* μ $(=\beta_1+\gamma)$ *serie di curve* C_m, *corrispondenti alle* μ *rette* g' *che situate sulla superficie, non passano pel suo vertice;* ogni C_m posta in un piano per g' ha un punto $(r-1)$-plo fisso in ciascuna delle rette fondamentali r-ple incontrate dalla g' ed ha un punto r-plo (variabile col piano) in ciascuna delle altre fondamentali r-ple $(r=1, 2, 3, \ldots)$.

« Altri gruppi discreti ed altre serie di curve di diversi ordini si trovano sulla superficie; la strettezza dello spazio m'impedisce di darne quì una descrizione anche sommaria. Osservando però che i monoidi normali

(1) Così Φ_4 contiene 8 paja di rette associate, Φ_5 ne contiene 11 paja, ecc. ecc.; cfr. Sturm, l. c.

(2) Per una proprietà dimostrata da Rohn col sussidio delle funzioni ellittiche (l. c. pag. 59), il monoide di 4° ordine, per es., potrebbe contenere al massimo altre 11 rette non passanti pel vertice.

di 4° e 5° ordine (cioè quelli generati da stelle Cremoniane reciproche di Jonquières, di gradi $m=3$ e $=4$ rispettivamente) sono risp. *casi particolari* della superficie di 4° ordine dotata di una retta doppia e della superficie di 5° ordine dotata di una cubica doppia, e che le curve situate su queste superficie furono diffusamente studiate da Clebsch e da Sturm (l. c.), posso dire che applicando ai detti monoidi Φ_4, Φ_5 la teoria superiormente esposta, si perviene a risultati i quali, tenuto conto della *particolarità* accennata, sono in perfetto accordo con quelli ottenuti dai ricordati due geometri ».

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Dai Soci S. Cannizzaro e P. Blaserna, venne presentata al Presidente una Memoria dei dottori G. Ciamician e P. Magnaghi, intitolata: *Sugli alcaloidi derivanti dal pirrolo*, accompagnandola con una Relazione che ne approva la stampa e la dichiara d'urgenza.

Questa Memoria sarà pubblicata negli Atti dell'Accademia.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Pubblicazioni inviate in dono da Soci:

C. Nigra. *Canzoni popolari del Piemonte.* — *Il Moro Saracino.*

CORRISPONDENZA

Ringraziarono per le pubblicazioni ricevute:

La Società storica lombarda di Milano; la Società geologica di Edimburgo; la Societa zoologica di Amsterdam; la R. Università di Pavia: la Biblioteca di Reykjavik; il R. Osservatorio di Praga; la Commissione per la carta geologica del Belgio, di Bruxelles.

Ringraziò, annunciando l'invio delle proprie pubblicazioni:

L'Osservatorio meteorologico di Vienna.

D. C.
P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 15 novembre 1885.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Le equazioni modulari nella trasformazione del terzo ordine delle funzioni iperellittiche a due variabili.* Nota del Socio Brioschi.

« La teorica della trasformazione delle funzioni iperellittiche a due variabili non è molto progredita dopo che fino dall'anno 1855 il sig. Hermite ne stabiliva le basi nella sua nota Memoria « *Sur la théorie de la transformation des fonctions Abeliennes* ». Mi limiterò a citare fra i lavori posteriori quello del sig. Königsberger pubblicato nel giornale di Borchardt « *Ueber die Transformation dritten Grades und die zugehörigen Modular-gleichungen der Abelschen Functionen erster Ordnung* » (anno 1867) ed i più recenti del sig. Krause in parte riassunti nella Memoria « *Sur la transformation des fonctions hyperelliptiques de premier ordre* » che trovasi negli Acta Mathematica del sig. Mittag-Leffler (anno 1884).

« Le ricerche del sig. Krause conducono, anche nel caso qui considerato della trasformazione di terzo ordine, ad un grande numero di relazioni, alcune delle quali dovranno necessariamente essere conseguenza di altre, essendo limitato il numero delle incognite del problema.

« Sieno $\vartheta(v_1, v_2)$, $\vartheta_{34}(v_1, v_2)$, $\vartheta_1(v_1, v_2)$, $\vartheta_{02}(v_1, v_2)$ quattro funzioni théta, le prime due pari, dispari le seconde; indicando con $\theta(u_1, u_2)$, $\theta_{34}(u_1, u_2)$ e così via le funzioni trasformate, si avrà come gli autori citati:

$$\theta = \rho[\vartheta^3 + \vartheta(\lambda\vartheta_{34}^2 + \mu\vartheta_1^2 + \nu\vartheta_{02}^2) + \omega\vartheta_{34}\vartheta_1\vartheta_{01}]$$

nella quale le ρ, λ, μ, ν, ω sono i cinque coefficienti indeterminati.

« Rappresenterò con t, u i valori di $\vartheta(v_1, v_2)$, $\vartheta_{34}(v_1, v_2)$ corrispondenti a $v_1 = v_2 = 0$, e così con x, y; z, w quelli delle funzioni ϑ_4, ϑ_{14}; ϑ_{03}, ϑ_{23}, e colle stesse lettere maiuscole i corrispondenti valori delle funzioni trasformate. Si hanno fra queste quantità le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} &X = \rho x(x^2 - \lambda y^2), \qquad && Y = \rho y(y^2 + \lambda x^2) \\ (1)\qquad &Z = \rho z(z^2 + \mu w^2), && W = \rho w(w^2 - \mu z^2) \\ &T = \rho t(t^2 + \nu u^2), && U = \rho u(u^2 + \nu t^2) \end{aligned}$$

« Inoltre dalle relazioni generali:

$$t^4 - u^4 = z^4 + w^4 = x^4 + y^4$$

si deducono le due note:

$$\begin{aligned} xX + yY + uU &= tT \\ zZ + wW + uU &= tT. \end{aligned}$$

« Formo ora coi valori superiori di X, Y, Z, W, T, U le tre espressioni eguali fra loro:

$$X^4 + Y^4 = Z^4 + W^4 = T^4 - U^4$$

si ottengono le:

$$\frac{X^4 + Y^4 - \rho^4(x^4 + y^4)^3}{\rho^4 x^4 y^4 (x^4 + y^4)} = \lambda^4 + 6\lambda^2 - 4\lambda\frac{x^4 - y^4}{x^2 y^2} - 3$$

$$\frac{Z^4 + W^4 - \rho^4(z^4 + w^4)^3}{\rho^4 z^4 w^4 (z^4 + w^4)} = \mu^4 + 6\mu^2 + 4\mu\frac{z^4 - w^4}{z^2 w^2} - 3$$

$$\frac{T^4 - U^4 - \rho^4(t^4 - u^4)^3}{\rho^4 t^4 u^4 (t^4 - u^4)} = -\left[\nu^4 + 6\nu^2 - 4\nu\frac{t^4 + u^4}{t^2 u^2} - 3\right].$$

« I numeratori delle frazioni primi membri delle precedenti equazioni sono evidentemente eguali fra loro; ora si può dimostrare che ciascuno di essi è eguale a zero. Dalle equazioni (1) vedesi tosto essere:

$$\rho = \frac{xX + yY}{x^4 + y^4} = \frac{zZ + wW}{z^4 + w^4} = \frac{tT - uU}{t^4 - u^4}$$

ed indicando con ρ_1 il valore di ρ per la trasformazione supplementare, si avrà:

$$\rho_1 = \frac{xX + yY}{X^4 + Y^4} = \frac{zZ + wW}{Z^4 + W^4} = \frac{tT - uU}{T^4 - U^4}$$

per le prime delle quali:

$$X^4 + Y^4 - \rho^4(x^4 + y^4)^3 = \frac{\rho}{\rho_1}(x^4 + y^4)[1 - \rho^3\rho_1(x^4 + y^4)^2]$$

e siccome la formola per la triplicazione dà:

$$\rho^3 \rho_1 = \frac{1}{(x^4 + y^4)^2}$$

si giunge al seguente teorema:

«I coefficienti λ, μ, ν, della formola di trasformazione del terzo ordine devono soddisfare alle seguenti equazioni:

$$\lambda^4 + 6\lambda^2 - 4a\lambda - 3 = 0$$
$$\mu^4 + 6\mu^2 - 4b\mu - 3 = 0$$
$$\nu^4 + 6\nu^2 - 4c\nu - 3 = 0$$

essendo:

$$a = \frac{x^4 - y^4}{x^2 y^2}, \qquad b = \frac{w^4 - z^4}{z^2 w^2}, \qquad c = \frac{t^4 + u^4}{t^2 u^2}.$$

« Se si indicano con λ_1, μ_1, ν_1 i valori di λ, μ, ν per la trasformazione supplementare, si avranno, analogamente alle (1):

$$x = \rho_1 X (X^2 - \lambda_1 Y^2) \qquad y = \rho_1 Y (Y^2 + \lambda_1 X^2)$$
$$z = \rho_1 Z (Z^2 + \mu_1 W^2) \qquad w = \rho_1 W (W^2 - \mu_1 Z^2)$$
$$t = \rho_1 T (T^2 + \nu_1 U^2) \qquad u = \rho_1 U (U^2 + \nu_1 T^2)$$

dalle quali e dalle (1) si deducono la:

$$\lambda\lambda_1 + 3 = \frac{(xX + yY)^4 - (x^4 + y^4)(X^4 + Y^4)}{xyXY(xX + yY)^2}$$

ed altre due analoghe; ma i numeratori di queste frazioni sono nulli per quanto si è osservato più addietro, si avranno quindi le tre relazioni:

$$\lambda\lambda_1 + 3 = 0 \qquad \mu\mu_1 + 3 = 0 \qquad \nu\nu_1 + 3 = 0 .$$

« Infine indicando con c_0, c_{01}, c_2, c_{12} i valori delle altre quattro funzioni pari $\vartheta_0(v_1, v_2)$, $\vartheta_{01}(v_1, v_2)$, $\vartheta_2(v_1, v_2)$, $\vartheta_{12}(v_1, v_2)$ corrispondenti a $v_1 = v_2 = 0$, si hanno, come ha dimostrato il sig. Krause:

$$C_0 c_0 = \rho \left[c_0^4 + \lambda c_0^2 c_{01}^2 + \mu c_0^2 c_2^2 + \nu c_0^2 c_{12}^2 + \omega c_0 c_{01} c_2 c_{12} \right]$$

ed altre tre analoghe, per le quali:

$$C_0 c_0 + C_2 c_2 = Tt - Xx \qquad C_0 c_0 + C_{01} c_{01} = Tt - Zz$$
$$C_{01} c_{01} + C_{12} c_{12} = Tt - Yy \qquad C_2 c_2 + C_{12} c_{12} = Tt - Ww$$

si otterrà dalle medesime la equazione del quarto grado a cui soddisfa ω.

« A questo scopo si osservi che fra le x, y, z, w, t, u e le c_0, c_{01}, c_2, c_{12} hanno luogo le relazioni:

$$c_0^2 = \frac{y^2 w^2 t^2 + x^2 z^2 u^2}{z^4 + w^4} \qquad c_{01}^2 = \frac{x^2 w^2 t^2 - y^2 z^2 u^2}{z^4 + w^4}$$
$$c_2^2 = \frac{x^2 w^2 u^2 - y^2 z^2 t^2}{z^4 + w^4} \qquad c_{12}^2 = \frac{y^2 w^2 u^2 + x^2 z^2 t^2}{z^4 + w^4}$$

e quindi si può formare il valore di ω in funzione delle x, y ...; X, Y ... .

Geologia — *Contribuzione alla geologia dei vulcani Laziali. Sul cratere tuscolano.* Nota del Socio G. Ponzi.

« Trovandomi per consiglio dei medici in Frascati, uno dei più ridenti paesi del Lazio, affine di provvedere, per quanto sia possibile, alla cura della malattia, che da tanti anni mi affligge, ho approfittato di qualche breve tregua concessami per portare nuove indagini scientifiche su quella contrada, già altre volte da me esplorata, a fine di scoprire se fossi incorso in qualche errore e di aggiungere ulteriori cognizioni.

« Nelle mie pubblicazioni io accennai all'esistenza di un cratere, che per la sua situazione in prossimità della città di Frascati, chiamai Tuscolano. Questo cratere è ora cancellato e poco o nulla riconoscibile per disfacimenti sopraggiunti; fa parte della ghirlanda di bocche succursali, che coronano il grande cratere della prima epoca eruttiva nel sistema vulcanico Laziale.

« L'attuale territorio di Frascati, a dire il vero, si distende per la massima parte sulle vaste pianure della campagna romana, e solo in parte risale per comprendere le colline tuscolane, giacenti sulle pendenze esterne del grande cono Laziale. È appunto in queste che si ritrova il cratere tuscolano, del quale ora non resta che un'ampia cavità sotto la villa Montalto, oggi Grazioli.

« La esistenza di tale bocca eruttiva può dedursi dalle vestigia e dagli indizî che oggi ancora ci rimangono di essa, cioè:

1° Dalla sua stessa posizione sulla esterna pendenza del grande cono, analogamente agli altri crateri ausiliarî, spettanti alla prima epoca eruttiva.

2° Dalle correnti di lava emesse da quel cratere. Presso la villa Pallavicini si manifesta una vasta corrente lavica, la quale poi si divide in due ingenti rami; l'uno diretto a Grottaferrata verso S. S-O e che osservasi all'Osteria del Fico; l'altro scorrente verso N-O, che arriva fino a Vermicino.

3° Dalla quantità enorme di cristalli isolati di melanite ed augite disseminati in questa regione insieme a grande numero di cristalli di leucite, minerale così frequente in tutti i vulcani italiani. Sembra che gli indicati cristalli sieno stati lanciati dalla bocca eruttiva sotto forma di pioggia, analogamente alla pioggia di cristalli di augite, lanciati dal cratere dei Monti Rossi sull'Etna nel 1813.

4° Dall'ingente numero di rocce erratiche, miste a prodotti clastici, lapilli, scorie, ceneri, pozzolane, frammenti di lave, ecc., che si trovano accumulate in quella località ([1]).

([1]) Molti campioni di massi erratici, provenienti da questa località furono raccolti e mi furono mostrati dal sig. ingegnere Panizza, capo dell'uffizio tecnico di Frascati.

5° Infine dalla stessa stratificazione di questi materiali clastici, mostranti inclinazione tutto all'intorno del cratere.

« Sembra quindi non potersi dubitare che la cavità, che osservasi sotto la villa Montalto, rappresenti realmente un cratere, facente parte delle bocche ausiliarie sparse sul grande cono laziale ed aperte nelle più violenti eruzioni ».

Matematica — *Sui sistemi Cremoniani reciproci di grado m.* Nota II. del prof. G. Jung, presentata dal Socio Brioschi.

« In una Nota precedente ([1]) mi sono occupato delle superficie generate da due sistemi Cremoniani reciproci di grado m comunque situati nello spazio. Supporrò ora che i due sistemi Σ, Σ' siano sovrapposti ([2]) e cercherò se esistono e come siano distribuiti gli elementi uniti dei due sistemi.

« Per fissar le idee imaginiamo dapprima che Σ e Σ' siano due sistemi piani sovrapposti (il caso di due stelle concentriche sarà considerato più tardi). Qual' è il luogo dei punti uniti di Σ cioè dei punti situati nelle corrispondenti rette di Σ'? In altre parole: quante rette di Σ' incontrano una retta arbitraria g del piano nei punti corrispondenti di Σ? Alla g, considerata come retta di Σ, corrisponde in Σ' una certa curva G' di classe m, avente per tangente r-pla ogni retta fondamentale r-pla del sistema Σ' $(r=1,2,3,...)$. Da un punto P di g arrivano a G' m tangenti $p'_1 p'_2 \ldots p'_m$, le quali, se risguardate come elementi di Σ', hanno per corrispondenti (in Σ) m punti $P_1 P_2 \ldots P_m$ della stessa g; onde ogni posizione di P su g determina un gruppo di m punti $(P_1 P_2 \ldots P_m)$. Viceversa a un punto P_1 di g corrisponde in Σ' una tangente p'_1 di G', la quale incontra g in *un* punto P e determina gli altri $m-1$ punti $P_2 P_3 \ldots P_m$; onde ogni punto P_i del gruppo determina *un* punto P di g. Vi è dunque su g una corrispondenza $[1, m]$ con $m+1$ coincidenze; ma se il punto P coincide con P_1, esso giace nella retta corrispondente, è un *punto unito* di Σ — epperò *il luogo dei punti uniti è una curva* C_{m+1} *dell' ordine* $m+1$. Per $m=1$ si ritrova così una proprietà notissima di due piani projettivi reciproci sovrapposti ([3]).

« Se la retta g passa per un punto o_r, fondamentale r-plo del sistema Σ, le corrisponde in Σ' una curva della classe $m-r$; mentre al suo punto o_r corrispondono tutte le tangenti di una determinata curva principale $\Omega^{(r)}$, della classe r. Ciascuna delle r tangenti condotte da o_r ad $\Omega^{(r)}$ contenendo il proprio punto corrispondente — cioè o_r — ne viene che o_r *è punto* r-*plo per la* C_{m+1}.

([1]) *Sulle superficie generate da due sistemi Cremoniani reciproci di grado m.* Rendiconti della R. Accademia dei Lincei. 1885; pag. 762.

([2]) Sono sovrapposti o conjettivi due sistemi piani quando giacciono nello stesso piano, due stelle quando hanno lo stesso centro.

([3]) Cfr. per es. Reye, *Geometrie der Lage*, 2ª Aufl., B. II, p. 61.

« Indicando con α_r il numero dei punti fondamentali r-pli di $\Sigma (r=1,2,3,...)$, con δ il numero dei punti doppî (per equivalenza) della C_{m+1} e tenendo presenti le equazioni

$$\Sigma r^2 \alpha_r = m^2 - 1,$$
$$\Sigma r \alpha_r = 3(m-1),$$

si trova:

$$\delta = \Sigma \frac{r(r-1)}{2} \alpha_r = \frac{(m-1)(m-2)}{2};$$

onde *la classe della curva* C_{m+1} *è* $=4m-2$. Con considerazioni correlative si dimostrano le proprietà reciproche, epperò il teorema:

« *Dati in uno stesso piano due sistemi Cremoniani reciproci di grado* m, *il luogo dei punti uniti ossia situati nelle rette corrispondenti è una curva dell' ordine* m+1 *e della classe* 4m—2, *la quale passa* r *volte per ogni punto fondamentale* r-*plo del sistema punteggiato; e l'inviluppo delle rette unite ossia passanti pei punti corrispondenti è una linea della classe* m+1 *e dell' ordine* 4m—2, *la quale è toccata* r *volte da ogni retta fondamentale* r-*pla del sistema rigato.*

« Sia applicando il principio di dualità, sia direttamente si trova il teorema analogo:

« *Date due stelle Cremoniane reciproche di grado* m, *aventi lo stesso centro, il luogo dei raggi uniti è un cono dell' ordine* m+1 *e della classe* 4m—2, *contenente* r *volte ogni raggio fondamentale* r-*plo della stella di raggi; e l'inviluppo dei piani uniti è un cono della classe* m+1 *e dell'ordine* 4m—2, *il quale è toccato* r *volte da ogni piano fondamentale* r-*plo della stella di piani.*

« Questi teoremi, presentati sotto aspetto alquanto diverso, si possono collegare con quelli della Nota in principio ricordata; si può dire infatti che:

« *Due sistemi Cremoniani reciproci di grado* m Σ, Σ' *generano un monoide del grado* m+1, *quando non sono sovrapposti; quando sono sovrapposti generano due linee piane reciproche (una delle quali di ordine* m+1 *e di classe* 4m—2) *oppure due coni reciproci (uno dei quali di ordine* m+1 *e di classe* 4m—2) *secondo che* Σ, Σ' *sono rispettivamente due sistemi piani o due stelle.*

MEMORIE

DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

A. Righi. *Ricerche sperimentali e teoriche intorno alla riflessione della luce polarizzata sul polo d'una calamita.* Memoria II, presentata dal Socio Blaserna.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio CERRUTI, a nome dei Socî BATTAGLINI e DE PAOLIS, relatore, legge una Relazione sulla Memoria del dott. A. PORCHIESI, intitolata: *Una rappresentazione del complesso lineare sullo spazio ordinario.* La Relazione conclude approvando detta Memoria per la stampa negli Atti dell'Accademia.

Le conclusioni delle Commissioni, messe ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PERSONALE ACCADEMICO

Il PRESIDENTE commemora brevemente le perdite subìte dall'Accademia nelle persone dei Socî AUGUSTO VERA e CARLO MAGGIORANI. Aggiunge che del primo il Socio FERRI dettava un cenno necrologico, che venne pubblicato nei Rendiconti.

Il Socio MORIGGIA legge una Commemorazione del defunto Socio MAGGIORANI.

Questa commemorazione sarà pubblicata negli Atti accademici.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio CERRUTI, a nome del segretario BLASERNA, presenta le seguenti pubblicazioni delle quali Socî ed estranei fecero omaggio all'Accademia:

G. GOVI. *L'ottica di Claudio Tolomeo, da Eugenio Ammiraglio di Sicilia ridotta in latino sovra la traduzione araba di un testo greco imperfetto.* Pubblicazione fatta per deliberazione della R. Accademia delle scienze di Torino.

I. L. SORET. *Sur le rôle du sens du toucher dans la perception du beau, particulièrement chez les aveugles.*

S. VECCHI. *La Teoria geometrica attuale delle restituzioni prospettive riveduta e corretta.* Presentata dal Socio CREMONA.

CORRISPONDENZA

Il Socio CERRUTI, a nome del segretario BLASERNA, comunica la seguente corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

Il R. Istituto lombardo di scienze e lettere di Milano; la R. Accademia storica di Madrid; la Società filosofica americana di Filadelfia; la Società

batava di filosofia sperimentale di Rotterdam; il Museo di zoologia comparata di Cambridge Mass.; la Società degl' ingegneri di Torino; le Biblioteche nazionali di Milano e di Firenze; la R. Biblioteca di Parma; la Biblioteca comunale di Siena; il Comitato geologico di Pietroburgo.

Annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

La R. Accademia di scienze, lettere e belle arti del Belgio; la R. Società sassone delle scienze, di Lipsia; il Comitato geologico degli Stati Uniti, di Washington.

V. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 29 novembre 1885.

G. Fiorelli Vice-Presidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Filologia. — *Formulari della cancelleria di Egitto nel XIV secolo, per alcuni Capi di Stati italiani.* Memoria del Socio M. Amari.

« In questo lavoro verranno dati gli estratti di un'opera del Calcasciandi, che contengono la intitolazione con la quale la Cancellaria de' sultani d'Egitto nel XIV secolo scrivea a' magistrati di Genova, al doge di Venezia, al marchese di Monferrato, alla regina Giovanna di Napoli e al papa. Conterrà inoltre la traduzione arabica di una lettera dell'ambasciatore di Venezia e d'una del capitano di Cipro al Sultano d'Egitto. Di tuttociò sarà dato testo arabo e versione italiana, col riscontro di un codice arabo della Ambrosiana ».

Questa Memoria sarà pubblicata negli Atti dell'Accademia.

Archeologia. — Il Socio Fiorelli presenta il fascicolo delle *Notizie degli Scavi* per lo scorso mese di ottobre, accompagnando la presentazione colle seguenti osservazioni.

« Il fascicolo delle *Notizie* sulle scoperte di antichità per lo scorso mese di ottobre fu già stampato, e mi onoro di presentarlo alla R. Accademia. Delle materie quivi contenute fu già dato annunzio nel penultimo

fascicolo de' Rendiconti. Giovami per altro informare i colleghi che nel fascicolo medesimo si parla delle ulteriori ricerche fatte nella necropoli di Vetulonia, dove furono trovate altre tombe antichissime con suppellettile funebre di tipo laziale; e tratta di un rinvenimento di ghiande missili iscritte, avvenuto presso la città di Ascoli, il quale rinvenimento accresce soltanto il numero di epigrafi conosciute, ripetendosi negli esemplari ultimamente ritrovati le note leggende FIR e XV, cioè della XV[a] Sezione.

« Si riferisce pure nel fascicolo predetto un cospicuo frammento di un decreto municipale puteolano, che sarà quanto prima illustrato dal prof. de Petra.

« Finalmente vi si trova una nota del prof. Barnabei, sopra un framfento di fasti gabini, ultimamente rinvenuto in occasione di lavori per il rilievo della carta archeologica del territorio di Gabii ».

Epigrafia. — *Sopra un frammento epigrafico latino relativo ai Fasti Gabini.* Osservazioni del Socio Barnabei.

« Il Socio Barnabei richiama l'attenzione della Classe sopra un frammento epigrafico latino, rinvenuto non ha guari presso il lago di Castiglione, sulla via Prenestina, nel sito dell'antica Gabii, ove si fecero le numerose scoperte di antichità nel 1792.

« Questo frammento appartiene ai *Fasti Gabini*, e riguarda gli anni 727-732 di Roma.

« Un altro pezzo de' Fasti medesimi, scoperto nel sito stesso, riferivasi agli anni 755-759; ma esso andò perduto nel trasporto che si fece delle antichità Gabine dalla tenuta di Pantano a Roma ».

Storia. — *Documenti riguardanti Federico Cesi.* Nota del Socio corr. E. Narducci.

« Ho l'onore di presentare all'Accademia, a nome del signor Duca di Rignano, D. Emilio Massimo, una grande tavola in rame, impressa in Roma nel 1628, mentr'era ancor vivo Federico Cesi, intitolata « GENEALOGIA CÆSIORVM », e contenente un albero genealogico della famiglia Cesi, compilato da Luca Alberto Petti di Todi, Protonotario Apostolico e Canonico di quella cattedrale (¹). Questo dono sembrami tanto più doversi tenere in pregio, in quanto che mi sono assicurato che la nostra Accademia mancava finora di questo sincrono documento. L'albero medesimo, edito per la prima volta

(¹) Del medesimo Petti riportansi: *Ottave 72 in lode della città di Todi e suoi cittadini*, da Gio. Batt. Possevino, nella sua opera: *Vita de' santi e beati di Todi*. Perugia 1597

nel 1609, fu poi due altre volte ripubblicato con giunte, onde è questa che presento la terza edizione, ed apparisce incisa da Francesco Folcari. Contiene le diverse diramazioni dei Cesi, da Federico I Cesio Aquitano, l'anno 942, e prosegue in linea retta, sino ai figli di Federico, fondatore della nostra Accademia. Oltre parecchie illustrazioni storiche, ha, nel margine superiore a destra, due distici latini in onore dei Cesi, firmati: « Joannes Domissianus Lynceus cephalloniensis D. T. », che è Giovanni Demisiano, da Cefalù, inscritto sotto il n° 17 del catalogo autografo dei Lincei.

« La penultima ramificazione del tronco diretto dell'accennato albero ha uno scudo sormontato da una corona, con a canto una piccola targa ov'è la lince, anch'essa coronata, nel quale scudo il nostro Federico è così registrato: « Federicus | Marchio Mōtis | Celij II. L. P. I. Prñeps | S. P. et « S. A. Vx. Isabel- | la Saluiata. a. Ar- | temisia Colũ- | na », cioè « Fe-« dericus Marchio Montis Celii secundus, Lyncæorum Princeps primus, « Princeps Sancti Poli ed sancti Angeli, Uxores Isabella Salviata et Arte-« misia Columna ». E qui giova avvertire che S. Angelo e S. Polo furono eretti in Principati di moto proprio dal pontefice Paolo V con sua bolla dei 18 gennaio 1613, a favore del nostro Federico (1), non a favore di Federico suo padre; cioè circa tre anni dopo che questi, con atto degli 8 marzo 1610, rogato da Giovan Francesco Bulgarini notaio di Camera (2), e confermato dallo stesso Paolo V con breve dei 7 marzo 1611 (3), aveva rinunciato all'amministrazione del suo patrimonio, a favore di suo figlio. Termina l'albero colle figlie di esso Federico in numero di sei, delle quali Olimpia, Firmina e Teresa allora in vita, e Maria Maddalena, Cecilia e Francesca morte bambine. E questa precoce morìa in casa Cesi sembra fosse ereditaria, dacchè troviamo essere a Federico morti nell'infanzia quattro fratelli e due sorelle. Sembra per altro che nel 1642 la sola Olimpia rimanesse in vita, affermandosi da Nicola Ratti (4), che nel medesimo anno ella andò sposa a Paolo II Sforza, conte di Santa Fiora, e che ella era allora « unica figlia di D. Federico Angelo Cesi ». Onde apparisce quanto poco fondata fosse l'asserzione di Gian Vittorio Rossi (5), che parlando di Federico, da lui erroneamente chiamato Angelo, soggiunge: « Uxorem habuit mulierem « nobilissimam, sed nullum ex ea, neque virilem neque femineum sexum « reliquit ».

(1) Archivio Massimo, sezione Cesi, n° 54.
(2) Archivio detto, Tomo 25, n° 82, car. 122.
(3) « 1610, nouis martii, ab Incarnatione » (Ivi, car. 115).
(4) *Della famiglia Sforza*. Parte I. Roma, s. a., pag. 343.
(5) Jani Nicii Erythræi, *Pinacotheca tertia imaginumVirorum, aliqua ingenii et eruditionis fama illustrium*. Col. Urbiorum, 1648, pag. 103.

« Profittando del gentile permesso concessomi dal prelodato signor Duca Massimo, di fare indagini nell'Archivio di Casa Cesi, ora congiunto con quello della sua famiglia, ho preso nota di alcuni documenti, che in calce riporto, e che contengono particolari non privi d'importanza intorno a Federico ed alla sua famiglia, raccolti tutti dal precitato Luca Alberto Petti, in tre suoi lavori inediti che hanno per titoli:

1. *Probationes diversae super antiquitate et nobilitate Familiae Æquitanae Caesiae.*

2. *De familia Caesia, olim de Aquitanis.*

3. *Compendium seu commentarii de posteritate DD. Caesiorum Aquitanorum.*

« Apparisce da tali documenti, che Federico, dopo essergli morta di parto prematuro Artemisia, figlia di Francesco Colonna, principe di Palestrina, e di Ersilia Sforza, avesse dalla sua seconda moglie Isabella, figlia del marchese Giuliano di Lorenzo Salviati e di Maddalena Strozzi, e consanguinea del Gran Duca di Toscana, anche due maschi omessi nell'albero e ambedue di nome Federico, e morti entrambi non oltre il terzo giorno dalla loro nascita, l'uno nel 1623, l'altro nel 1626. È da notare anche la insistenza colla quale in tali documenti si pone la morte del nostro Federico ai 2 di agosto del 1630, anzichè al primo di esso mese, come dalla notissima lettera di Francesco Stelluti (¹). Vengo anche assicurato esistere nel Comune di Acquasparta una lettera o verbale della morte di Federico, ov'è detto che sulla targhetta trovata nella sua tomba è notata la sua morte come avvenuta il 2 agosto. Ma di questo documento, che pure avrei desiderato vivamente di produrre, non mi è riuscito di aver copia.

« Primo dei documenti che più oltre riporto, siccome il più importante, fu da me ritrovato dopo lunghe e pazienti ricerche in molti archivî parrocchiali di Roma. Niuna delle vite stampate o manoscritte (²) di Federico Cesi accenna al giorno o al mese della sua nascita, limitandosi a porre

(¹) Vedi: *Sulla vera epoca della morte di Federico Cesi*, ecc. *Nota istorico-critica del prof.* Paolo Volpicelli, negli *Atti dell'Accad. pont. de'Nuovi Lincei*, to. XVI, anno XVI (1862-63), Roma 1863, pag. 267-293, sess. 2ª dei 4 genn. 1863; e nel *Giornale Arcadico*, to. CLXXV, della *Nuova serie* XXX. Genn. e febbr. 1862. Roma 1863, pag. 162-202: ove non è da dimenticare che in ciascuno di questi due volumi trovansi pubblicate 13 lettere di Federico Cesi, due delle quali dirette al card. Maffeo Barberini, poi Urbano VIII, una al fratello di lui D. Carlo, Generale di S. Chiesa, e le altre dieci al card. Francesco Barberini.

(²) Fra queste ultime, oltre il manoscritto del *Cancellieri* indicato più oltre, è da annoverare una *Vita del principe Federico Cesi*, stesa dal Nelli, e conservata a car. 10-30 del vol. V della Divisione III (Contemporanei) dei manoscritti Galileiani della Biblioteca Nazionale di Firenze (sezione Palatina).

questa nell'anno 1585. E veramente non mi sembra prova di molta accuratezza l'aver trascurato che Giovanni Battista Porta, in una sua lettera al Cesi, data di Napoli il 20 luglio 1604, lo dice: « vix decimum nonum agens « annum » ([1]), il che stabilisce la sua nascita doversi riferire innanzi al 20 luglio del 1585.

« Apparisce pertanto da un libro manoscritto ora conservato nell'archivio parrocchiale di San Lorenzo in Damaso, che contiene il registro dei battesimi dal 1582 al 1590, che Federico Cesi fu battezzato nella parrocchia de' SS. Simone e Giuda, il 13 di marzo del 1585, impostigli i nomi di Federico, Francesco, Ercolano, e tenuto al sacro fonte da Iacopo Boncompagni, e da una dama, il cui nome è lasciato in bianco, ma che è detta moglie dell'ambasciatore di Spagna. Da che si vede, come fosse tratto in inganno il Ratti ([2]), allorchè scusava coloro, e specialmente l'Eritreo, che Federico chiamarono « Angelo », dicendo che portò ambedue questi nomi. Essendo pertanto ordinario costume in Roma di battezzare i bambini l'indomani, o al più tre giorni dalla nascita, possiamo stabilire con molta approssimazione che Federico nascesse tra il 10 e il 12 marzo 1585.

« Iacopo Boncompagni, Duca di Sora, Marchese di Vignola, e Generale di Santa Chiesa, fu grande protettore dei letterati, come ne fanno fede molte opere a lui dedicate, specialmente da Carlo Sigonio, e del quale può leggersi un amplissimo elogio, tributatogli da Uberto Foglietta, nel primo dei suoi tre libri *De lingua latina usu et praestantia* ([3]), condotti a mo' di Dialogo, del quale fingesi interlocutore lo stesso Iacopo.

« Anche dell'anonima Dama, moglie del mentovato ambasciatore, mi è dato svelare il nome, senza tema di venir meno ad una postuma galanteria. Al tempo della morte di papa Gregorio XIII, avvenuta il 10 aprile 1585, cioè un mese appena dalla nascita di Federico, era ambasciatore di Spagna in Roma Don Enrico Guzman, conte di Olivares ([4]). Si raccoglie dalle memorie del tempo, ch'egli ebbe in moglie Donna Maria Pimentel ([5]), e da costoro nacque in Roma stessa nel 1587 il celebre ministro e favorito Gaspare Guzman, Conte Duca d'Olivares.

« Mi sia concesso in tale occasione di ricordare, che ricorrendo ora il terzo centenario dalla nascita di Federico Cesi, si porge all'Accademia propizia occasione di riparare ad una dimenticanza, lamentata e riprovata da illustri scrittori. Scrive infatti il principe Baldassarre Odescalchi nelle

([1]) Jo. Bapt. Portae *Neapolitani, De distillatione, lib. IX.* Romæ, 1608, pag. 17ª.
([2]) Vol. cit., pag. 345.
([3]) *Roma, apud Jos. De Angelis*, 1574. In 8.° Bibl. Ang. f. 9, 28.
([4]) *Raccolta di conclavi*, ecc. Codice T. 4. 7, della Bibl. Angelica, car. 423 verso.
([5]) *Anecdotes du ministère du Comte Duc d'Olivarès. A Paris*, 1722, pag. 2. Bibl. Ang. LL. 3, 39.

sue Memorie della nostra Accademia [1]: « Seguìta la morte del principe « de'Lincei, fu il suo cadavere sepolto nella Chiesa di Santa Cecilia in Acqua- « sparta, nella cappella della sua famiglia, e nella sepoltura sua gentilizia, « dove giace tuttora, senza che nemmeno una breve iscrizione, indichi al « passeggiero il luogo dov'è sepolto un sì dotto ed eccellente signore ». A sì giusto rimpianto si associa l'ab. Francesco Cancellieri, nelle sue Memorie inedite dell'Accademia de' Lincei, colle seguenti parole, che trascrivo dall'autografo possedutone dal ch. principe D. Baldassarre Boncompagni, degnissimo discendente del mentovato Iacopo [2]: « È da dolersi che sì gran- « d'uomo sia rimasto sepolto nella tomba gentilizia del suo feudo di Acqua- « sparta, senza l'onore di qualche memoria che ne avvisi e istruisca i pas- « seggieri. Da ultimo il conte Pompeo Litta nelle sue *Famiglie celebri d'Italia* [3], di fronte a sì immeritato oblio, compreso da nobile sdegno, esclama: « con Federico ingiusti furono i contemporanei, ingrati i posteri, poichè non « gli accordarono nemmeno la pia testimonianza di un' iscrizione, al luogo « delle sue ceneri ».

« Oso pertanto proporre all'Accademia, sicuro che da sì elevato consesso la mia proposta avrà favorevole accoglienza, ch'ella voglia senza indugio riparare a sì grave sconcio, in quei modi e con quella solennità che si addice al più alto consesso scientifico dello Stato, e ai generosi sentimenti dei miei colleghi. Per mia parte, mi associo al voto espresso dal nostro egregio segretario, Barone Carutti, nella seduta accademica dei 16 marzo 1879, che siano pubblicate le lettere di Federico Cesi « a fine di rendere onore « alla memoria del fondatore nostro » [4]: al quale oggetto aggiungerò, che ho potuto realizzare la speranza dallo stesso signor segretario emessa in quella seduta, verificando che tra le molte lettere del Cesi che si conservano tra i manoscritti Galileiani della Biblioteca Nazionale di Firenze, ben 23 ve ne sono interamente inedite, e 22 pubblicate solamente in parte in diverse raccolte. — Seguono i Documenti.

DOCUMENTI

I.

« Archivio Parrocchiale di S. Lorenzo in Damaso. Volume in foglio, legato in cartoni coperti esternamente di pergamena, composto di 196 carte, numerate nei *recto* da 1 a 196, nel rovescio della cui prima legatura è scritto:

« Liber in quo Baptizator. Nomina sunt scripta incipieñ.
ab anno 1582 usq. ad ãnũ 1590. »

[1] *Memorie istorico-critiche dell'Accademia de' Lincei e del Principe Federico Cesi*, ecc. *raccolte e scritte da* Baldassarre Odescalchi, *Duca di Ceri*. Roma, 1806, in 4°, pag. 199.

[2] *Memorie dell'Accademia de' Lincei*; mss. autografo segnato n° 184, car. 32 *verso*.

[3] Famiglia Cesi, tavola II.

[4] *Atti, anno CCLXXVI*, 1878-79. *Serie terza della cl. di sc. mor. stor. e filol. vol. III*. Roma 1879, pag. 137. — *Breve storia dell'Accademia dei Lincei*. Roma 1883, pag. 48.

« Incomincia nelle linee 1-12 del *recto* della carta numerata 1 così:

« In nõie Dñi Amen

Liber initiatorũ sacro fõte Baptismatis in Eccla sčti Laurentij in Damaso in quo describentur nomina baptizator, et eorũ parentũ, ac patrinorũ qui ad sacrũ fõtem baptizatos tenebũt, vicorũq;, seu locorũ, ac parocchiarũ cuiusq; baptizati habitationis, iux: relationẽ de singulis haben: et quoto die mensis cuiusq; añi quisq; bapptizatorũ admotus fuerit baptismati quæ oĩa describentur per me Theodorũ Veronicũ de Terra Giraldi Captaneor, Spoletan^e: Dioc.^s ad pñs Vicariũ ꝑpetuũ dictæ Ecclæ. ut̃ ꝑ meũ substitutũ Curator. pro tẽpor. existen. ut̃ per aliũ mihi fidũ. Et hic est secũndus liber incipieñ: à p.^a die Ianuarij 1582. Nã alter primus incipit a die 29. mensis Martij. 1575. in qua ego indignus Titulũ ac possẽm dictæ Vicariæ pp:^e ad curã animarũ accepi et sequitur per totũ ãnũ 1581. »

« Nelle linee 1 e 18-20 del rovescio dolla carta numerata 72 del medesimo volume si legge:

« Marzo 1585.

. . . .

« 13. Federico, Francesco, Erculano, figliolo del S:^r Federico Cesi, et della S:^ra D. Ulimpia sua moglie | a S. Simone, et fù batezzato in d:^a chiesa. Il S:^r Iacomo Buõncompagno, la S:^ra Dõna | moglie del S:^r Inbasciator di Spagna. »

II.

« Archivio del Signor Duca D. Emilio Massimo, nel suo palazzo in piazza d'Aracœli, sezione Cesi, Busta, N.° 1.

« Contiene un Volume in 4.° segnato « Libro n.° 219 », intilolato nel *recto* della 2^a sua carta:

« Probationes diuerse | super antiquitate et nobilitate | Familiæ Æquitanæ Cæsiæ, | in hunc librum congestæ | A. D. Luca Alberto de Pettis | de Tuderto, I. V. D, Can.^co Ecc.^æ | Cathed. Tud. Proton.° Aplico, | et suæ Patriæ Antiquario. | Anno Sal. 1627. inceptæ. »

« Le carte 20-23 di questo volume contengono uno scritto intitolato, nelle lin. 1-5 del *recto* della prima di tali carte:

« Antiquarij Lucæ Alberti de Pettis de Tuderto | Appendix | Ad Compendium Historiæ antiquorum Cæsiorum | ac eorum Posteritatis à Dño Jo: Bap.^ta Porta Neap.^no summo | Philosopho collectum, et habitum ut supra. »

« Nelle lin. 6-24 del medesimo *recto* si legge:

« VII. Federicus, Marchio, Federici Ducis, et Olimpiæ Ursinæ, filius, Angeli Nepos, Principis titulum in oppidis Sancti Angeli, et S.^ti Poli à Paulo Papa V. obtinuit. Uxorem primã Artemisiam Columnam Principis Prænestæ Franc.^i Columnæ, et Hersiliæ Sfortiæ filiam, quæ abortu infirmitate contracta obijt. Unde secundo Isabellam Saluiatam Ser.^mi Magni Hetruriæ Ducis consanguineã, Marchionis Iuliani Laurentij Saluiati, et Magdalenæ Strozziæ filiam duxit, ex qua ad hunc usque annũ 1620 (*sic*) Olimpiam et Mariam Magdalenã, Firminã ac Teresiã; Federicũ anno 1623, alterum Federicũ 1626, qui masculi infra triduũ post eor. natiuitatẽ infantes cœlum repeterunt.

« Secuta morte Ill.^mi et Exc.^mi D. Fed.^ci Ducis p.^i Aquesp.^æ, quæ fuit die 24 junij 1630 Romæ, Idẽ Federicus Princeps eius filius ac præfatæ D. Olimpiæ Orsinæ Ducissæ, successit tanquã Primogenitus in Ducatu Aquæsp.^æ cũ tit.° Ducis secundi. Qui obiit die 2 aug.^ti 1630. anno suæ ætatis 46. relictis post se D. Olimpia et D. Teresia eius filiabus puellis, et Ill.^ma et Exc.^ma D. Isabella Saluiata Ducissa coniux, ætatis annor. 28.

« A car. 22, *recto*, lin, 18-27, del volume stesso si ha l'altro brano seguente:

« 1630. Die lunæ 24 Junij obijt Romæ Ill.mus et Exc.mus D. Fed.cus p.s Dux Aquæspartæ, D. Angeli D. Jo: Iacobi Cæsii fil. et die seq. sollemni pōpa fuit sepultus in Ecc.a Jesuitar. almæ Urbis, cuius anima reqescat in pace.

« 1630. Die Veneris secunda aug.ti Obijt Aquasp.æ Ill.mus et Exc.mus D. Federicus Dux secundus Aquæsp.æ fil. p̄.ti D. Fed.ci Ducis primi, graui infirmitate oppressus, relictis post se, Dña Olimpia et Dña Teresia eius filiab. in minori ætate constitutis, natis ex Ill.ma et Exc.ma D. Isabella Saluiata Ducissa eius coniuge, anno ætatis p̄.ti D. Fed.ci Ducis 2i, 46. uel circa, sepultus Aquæsp.e in Capp.la DD. Cesior in. ecc. S. Cæciliæ. »

III.

« Archivio medesimo, Eredità Cesi, 1.a Divisione. Volume in 4.°, contenuto entro una busta, con altre scritture, legato in cartone, composto di 60 carte, numerate nei *recto*, salvo le prime due e le ultime due, da 1 a 11 e da 2 a 46.

« Nelle car. num. 2-46 del medesimo volume trovasi uno scritto intitolato nelle lin. 1-5 del *recto* della prima di tali carte:

« De Familia Cæsia, olim de aqvitanis, sev | de æqvitanis, et corrvpte de | chitanis qvandoqve nvncvpata, et | eivs posteritate eivsdem | D. Lucæ Alb.i Petti Tud.ni Cōmentarii incepti anno 1629.

« Nella carta num. 22, *recto*, di questo volume si legge:

« Federicus VII. fil. Fed.ci 4.i Ducis Aquesp.e et Olimpiæ Ursinæ Ducissæ, Angeli Nepos, Montis Celij Marchio. ii. Principis titulum in Oppidis S.ti Ang.i et S.ti Poli à Paulo Papa V. obtinuit, Uxorē primā Artemisiam Columnā Principis Prenestæ Francisci Columnæ, et Hersiliæ Sfortiæ filiā, quæ abortu infirmitate contracta obijt, Unde secundo Isabellam Saluiatam Ser.mi Magni Hetruriæ Ducis cōsanguineā Marchionis Iuliani Laurentij Saluiati, et Magdalenæ Stroziæ filiam duxit, ex qua ad hunc usque annū 1620 Olimpiā et Mariā Magdalenā, Firminā, ac Teresiā, Federicū año 1623 alterū Federicū 1626, qui masculi infra triduū post eorȝ natiuitatē infantes cœlum repeterunt.

« Idem Fridericus, ut leg.r in sup.to libro fratris Abrahami Poloni continens uitam Siluestri ii Cæsij Aquitani sub fol. 13 nominatum, nostri huius æui litterator. Phœnix, S.ti Angeli Princeps, qui (ut Schioppius laudabat) iā ingenium sortitus sit miræ (sic) ad percipiendū quoduis disciplinarȝ genus docilitatis, rariqȝ ad excogitandū, præcipueqȝ ad indagandas rerū naturaliū causas, acuminis, memoriæ etiam ad retinendū quæ siue legit siue audit, fidelissime, id lectione optimi cuiusqȝ ueterȝ et recentiorȝ scriptorȝ, sic excoluit, ut ex tempore in hominū Doctorū cœtu disserens, nō minus stupore audientes defigat, quā uenere, ac lepore sermonis, tum humanitate, plenaqȝ officii uoluntate omnium amorē soleat allicere. Cuius de philosophia lucubrationes, cū in lucē olim exierint, magnā eo nomine ætati nostræ gratulationē factū iri quotquot probius eum noscent augurantur: utpote, cui (ut Jo. Bap.ta Laurus Perusinus in Theatro Romano Eruditorȝ Romæ, nō secundus citra omnem assentationem adscripsit) ipsa prope inermis uideatur Pallas, nisi se obarmet ægida, et in præclaro Heroe argute, sapienterqȝ resplendeat.

« Qui Federicus VII. obiit Aquasp.e anno Dñi 1630 die 2.a aug.ti anno suæ ætatis 46. relictis post se D. Olimpia, et D. Teresia suis filiabus puellis, ac Ill.ma et excell.ma D. Isabella Saluiata Ducissa coniuge ætatis annorȝ 28. Sepultus in Capp.a DD. Cesiorȝ in ecc.a S. Ceciliæ eiusd. Terræ Aquesp.e »

« A car. 34 *verso*, lin. 25-29, del volume stesso si ha il brano che segue:

« L'Impresa al nome del S. Federico vii. Principe Cesi p.°, è un lupo Ceruiero coronato, sua impresa particolare, et è della Accademia de'filosofi Lincei, eretta da esso S.r Principe . L . P . I . nel nome dell'istesso significato Lynceorũ Princeps Primus, uel Institutor. »

IV.

« Archivio stesso, volume in 4.° testè citato. Contiene nella prima numerazione di carte uno scritto intitolato nel *recto* della prima di tali carte.

« Compendium | seu | Commentarii de Posteritate DD. Cæsiorum Aquitanorum | non sine magno studio, ac diligentia collecti ex publicis Docu | mentis, ac ex libris Historicis impressis | et manuscriptis, diuersis in locis asseruatis, repertis. | A Dño Luca Alberto de Pettis de Tuderto J. V. D. Can.co Cathed.lis ecclesiæ | Tudertinæ, Protonot.° Apłico, milite aurato, ac suæ Patriæ | Antiquario, incepti anno sal. 1620: Ex quibus probationes | super Antiquitate, et notabilitate ipsius Ill.mæ et excell.mæ Familiæ | in hunc librum congestæ clare uidentur. | 1629. »

« Nelle linee 13-26 del *recto* della carta num. 9 dello scritto medesimo, sotto il titolo di « Appendix », è ripetuto ciò che di sopra si riporta dalla carta 22 della seconda numerazione di carte del volume stesso, dalla parola « Federicus » alla parola « repeterunt », che qui è scorrettamente scritta « rapuerũt ».

Matematica. — *Il teorema di Cauchy per le funzioni a più valori.* Nota di A. Tonelli presentata dal Socio Betti.

« Se w è una funzione della variabile complessa z, monodroma, finita e continua in un campo C limitato da un contorno c (sia questo campo una porzione del piano ordinario o una porzione di una superficie di Riemann) è noto che si ha:

$$\int_c w\,dz = 0\,.$$

« Se poi nell'interno del campo C venissero a cadere dei punti $a_1, a_2, .. a_n$ nei quali la funzione w cessa di essere finita e continua, accennando con $s_1, s_2, .., s_n$ delle curve chiuse che limitano delle porzioni di C, piccole a piacere, nelle quali sono contenuti i punti $a_1, a_2, .., a_n$, si avrebbe:

$$\int_c w\,dz = \sum_1^n \int_{s_h} w\,dz$$

dove le curve $s_1, s_2, .., s_n$ sono percorse nel senso positivo rispetto alle porzioni del campo C che comprendono i punti $a_1, a_2, .., a_n$. Supponendo, per maggior generalità, che il punto a_h sia di diramazione e di ordine $\mu_h - 1$, e che la funzione w in quel punto divenga infinita, è noto che si ha:

$$\int_{s_h} w\,dz = 2\pi\mu_h A_h$$

accennando con A_h il coefficiente di $\frac{1}{z-a_h}$ nello sviluppo di w nell'intorno di a_h.

« Premesso questo, suppongasi che w sia una funzione monodroma dei punti di una superficie T di Riemann, con un numero qualunque di fogli; sia C una porzione qualunque di questa superficie e c il suo contorno; la funzione w in tutto il campo C è finita e continua. Prendasi allora a considerare la funzione ausiliaria:

$$\varphi(z) = \frac{w(z)}{z-z'}.$$

« Questa funzione sarà ancora monodroma dei punti di T, ma, in generale, non sarà più finita e continua nel campo C. Considerando il punto $z=z'$ ed inalzando in esso una perpendicolare, la funzione $\varphi(z)$ diverrà infinita in tutti i punti di incontro di questa perpendicolare coi fogli della superficie T. Accennando con $a_{l_1}, a_{l_2}, .., a_{l_m}$ quelli tra questi punti che appartengono al campo C, con $w_{l_1}, w_{l_2}, .., w_{l_m}$ i valori di w in quei punti, e supponendo, per maggior generalità, che quei punti sieno di diramazione e degli ordini rispettivi $\mu_{l_1}-1, \mu_{l_2}-1, ..., \mu_{l_m}-1$; per quanto si è detto, avremo:

$$\mu_{l_1} w_{l_1} + \mu_{l_2} w_{l_2} + ... + \mu_{l_m} w_{l_m} = \frac{1}{2\pi}\int_c \frac{w}{z-z'}\,dz \tag{1}$$

dove $\mu_{l_1}, \mu_{l_2}, .., \mu_{l_m}$ saranno uguali a uno per quei punti che non sono di diramazione.

« Supponendo che sia:

$$\mu_{l_1} + \mu_{l_2} + ... + \mu_{l_m} = n$$

potremo anche scrivere più semplicemente:

$$w_1 + w_2 + ... + w_n = \frac{1}{2\pi}\int_c \frac{w}{z-z'}\,dz \tag{1'}$$

dove i termini della somma che compariscono nel primo membro non sono necessariamente tutti differenti, ma alcuni di essi divengono uguali, quando corrispondono a valori di w in punti di diramazione. Se i punti nei quali la verticale in $z=z'$ incontra i fogli del campo C si riducono ad uno solo di diramazione di ordine $n-1$, si avrà:

$$w(z') = \frac{1}{2n\pi}\int \frac{w}{z-z'}\,dz. \tag{1''}$$

« È da notarsi che le formule (1) (1') cessano di valere quando la verticale al punto $z=z'$ incontri una linea appartenente al contorno c di C. La funzione definita dalla (1) o dalla (1') è quindi finita e continua in tutto il campo C, escluse certe linee speciali che sono le projezioni sopra i diversi fogli appartenenti a C delle curve appartenenti al contorno c. Ciò

è naturale quando si osservi che, attraversando una di queste proiezioni, si aumenta o si diminuisce il numero dei punti nei quali la verticale in $z = z'$ incontra i fogli di C, e quindi viene corrispondentemente a variare il numero dei termini nelle somme che compongono i primi membri delle (1), (1').

« Le formule (1) o (1'), per le funzioni a più valori possono sostituirsi alla formula di Cauchy che serve per le funzioni monodrome. Ordinariamente lo studio delle funzioni a più valori suol farsi spezzando il campo nel quale si vuole studiare la funzione in modo che le differenti porzioni o non contengono punti di diramazioni, o ne contengono uno solo. Le formule (1) o (1') valgono per un campo C qualunque per quanti fogli e per quanti punti di diramazioni ad esso appartengano. È facile far vedere come la maggior parte dei teoremi fondamentali per le funzioni a più valori si deducano immediatamente dalle (1) o (1').

« Mantenendo le supposizioni fatte fin qui per la funzione w, tanto sulla superficie T quanto nel campo C di essa, consideriamo l'altra funzione:

$$\psi(z) = w^k$$

con k intero e positivo. È chiaro che $\psi(z)$ sarà ancora nelle medesime condizioni di w tanto in T quanto in C e nei punti $a_{l_1}, a_{l_2}, \ldots, a_{l_m}$ avremo:

$$\psi(a_{l_1}) = w_{l_1}^k, \quad \psi(a_{l_2}) = w_{l_2}^k, \ldots, \psi(a_{l_m}) = w_{l_m}^k$$

onde si potrà concludere:

$$\mu_{l_1} w_{l_1}^k + \mu_{l_2} w_{l_2}^k + \ldots + \mu_{l_m} w_{l_m}^k = \frac{1}{2\pi} \int_c \frac{w^k}{z - z'} dz \tag{2}$$

ovvero, come si è scritto sopra:

$$w_1^k + w_2^k + \ldots + w_n^k = \frac{1}{2\pi} \int_c \frac{w^k}{z - z'} dz . \tag{2'}$$

In queste formule k può esser qualunque purchè intero e positivo: facendo dunque $k = 2, 3, \ldots, n$ le (2) o (2') unite alla (1) o (1') ci daranno i valori di $w_{l_1}, w_{l_2}, \ldots, w_{l_m}$ ovvero $w_1, w_2, \ldots, w_n$ come radici di una equazione di grado n della forma:

$$w^n + A_1 w^{n-1} + A_2 w^{n-2} + \ldots + A_{n-1} w + A_n = 0$$

i cui coefficienti saranno noti quando sieno dati i valori di n sul contorno c di C. Avremo dunque così conosciuta la funzione w in C quando di essa sia noto il valore sul contorno c. Resterebbero esclusi, con questo processo, i valori di z cui corrispondono proiezioni del contorno c; ma dobbiamo osservare che la condizione di continuità della funzione w in tutto C, ce la renderà nota anche lungo queste linee nell'interno di quel campo.

« Se la funzione w fosse costantemente nulla pei punti di c si vede, sempre per le (1) o (1') e (2) o (2'), che essa sarebbe anche in tutto C

uguale a zero. Ugualmente, se fosse, sul contorno, sempre $w = a$, con a costante, si vede che w avrebbe il medesimo valore in tutto C.

« Tanto la prima quanto quest'ultima considerazione fatta, ci mostrano, con molta semplicità, che una funzione finita e continua per tutti i punti di un campo C di una superficie T di Riemann, è completamente determinata quando sieno dati i valori al contorno.

« Lo studio della funzione a più valori è così riportato alla risoluzione di una equazione algebrica; solamente che, in generale, i coefficienti non saranno funzioni nè algebriche nè razionali, ma funzioni qualunque trascendenti della variabile complessa.

« Però se si sapesse che w è una funzione algebrica, e per un certo valore z' di z i punti della verticale che si trovano nel campo C fossero in numero eguale a quello dei fogli della superficie corrispondente alla funzione stessa, ovvero nelle (1) o (1') o nelle (2) o (2') fosse n uguale al numero dei fogli della superficie stessa si potrebbe coucludere che l'integrale:

$$\int_c \frac{w^k}{z - z'}\, dz$$

per $k = 1, 2, 3, \ldots$ è una funzione algebrica e razionale di z'. Questa proprietà potrebbe in qualche caso essere utile pel calcolo di integrali definiti.

« Le formule (1) o (1') e (2) o (2') ci conducono immediatamente alla dimostrazione di un'altra proprietà importante delle funzioni di variabile complessa a più valori. È noto che se w è una funzione monodroma dei punti di una superficie di Riemann con un numero finito n di fogli, essa non può essere che una costante se si mantiene sempre finita e continua.

« Per questa funzione, qualunque sia il campo C di contorno c, avremo sempre:

$$\mu_{l_1} w_{l_1}^k + \mu_{l_2} w_{l_2}^k + \ldots + \mu_{l_m} w_{l_m}^k = \frac{1}{2\pi} \int_c \frac{w^k}{z - z'}\, dz$$

ovvero:

$$w_1^k + w_2^k + \ldots + w_n^k = \frac{1}{2\pi} \int_c \frac{w^k}{z - z'}\, dz$$

con $k = 1, 2, \ldots$.

« Prendiamo per campo C quello limitato dalle intersezioni colla superficie T di Riemann di un cilindro il cui asse, perpendicolare al piano z, passa per l'origine e la cui sezione retta ha un raggio R che può supporsi grande a piacere, così che il punto $z = z'$ cada in un punto interno di questa sezione. Riguardo al contorno c possono darsi tre casi: o che sia composto di n circonferenze separate ognuna delle quali giacente in un piano della superficie (il punto all'infinito non è di diramazione); o che sia composto di una sola curva circolare che percorre gli n fogli (il punto all'infinito è di diramazione di ordine $n - 1$); o che si componga di m curve circolari

separate tra loro, ognuna delle quali percorre respettivamente $\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_m$ fogli della superficie con:

$$\mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_m = n$$

nel qual caso il punto all'infinito presenta m punti di diramazione sovrapposti degli ordini respettivi $\mu_1 - 1, \mu_2 - 1, \ldots, \mu_m - 1$. Prenderemo a considerare questo caso perchè è il più generale e comprende gli altri due, scrivendo:

$$\int_c \frac{w}{z - z'}\, dz = \int_{c_1} \frac{w}{z - z'}\, dz + \int_{c_2} \frac{w}{z - z'}\, dz + \ldots + \int_{c_m} \frac{w}{z - z'}\, dz$$

dopo avere accennato con $c_1, c_2, \ldots c_m$ le m curve circolari di cui si compone il contorno c.

« Poniamo:

$$z = r e^{i\theta}, \qquad z' = \mathrm{R}' e^{i\theta'}$$

e avremo:

$$\int_c \frac{w^k}{z - z'} dz = i \int_0^{2\mu_1\pi} \frac{f(\mathrm{R}e^{i\theta})\, d\theta}{1 - \frac{\mathrm{R}'}{\mathrm{R}} e^{i(\theta' - \theta)}} + i \int_0^{2\mu_2\pi} \frac{f(\mathrm{R}e^{i\theta})\, d\theta}{1 - \frac{\mathrm{R}'}{\mathrm{R}} e^{i(\theta' - \theta)}} + \ldots + i \int_0^{2\mu_m\pi} \frac{f(\mathrm{R}e^{i\theta})\, d\theta}{1 - \frac{\mathrm{R}'}{\mathrm{R}} e^{i(\theta' - \theta)}}$$

dopo aver posto $w^k = f(z)$. Se si fa:

$$\frac{1}{1 - \frac{\mathrm{R}'}{\mathrm{R}} e^{i(\theta' - \theta)}} = 1 + \varepsilon$$

sarà:

$$\varepsilon = \frac{\frac{\mathrm{R}'}{\mathrm{R}} e^{i(\theta' - \theta)}}{1 - \frac{\mathrm{R}'}{\mathrm{R}} e^{i(\theta' - \theta)}}$$

e:

$$\int_c \frac{w^k}{z - z'} dz = i \int_0^{2\mu_1\pi} f(\mathrm{R}e^{i\theta})\, d\theta + i \int_0^{2\mu_2\pi} f(\mathrm{R}e^{i\theta})\, d\theta + \ldots + i \int_0^{2\mu_m\pi} f(\mathrm{R}e^{i\theta})\, d\theta$$

$$+ i \int_0^{2\mu_1\pi} \varepsilon\, d\theta + i \int_0^{2\mu_2\pi} \varepsilon\, d\theta + \ldots + i \int_0^{2\mu_m\pi} \varepsilon\, d\theta .$$

« Ma per quanto grande sia R' noi possiamo assumere R in modo che:

$$\mathrm{mod}\ \varepsilon < \eta$$

con η piccolo a piacere, e poichè n e conseguentemente m, è finito, potremo rendere la somma degli ultimi m integrali così che il suo modulo sia inferiore di quella quantità che più ci piace. La somma dei primi m inte-

grali sarà finita per le ipotesi fatte sopra la funzione $w=f(z)$, e sarà evidentemente indipendente da z'; accennandola con S_k, sarà:

$$(3)\qquad \mu_{l_1} w_{l_1}^k + \mu_{l_2} w_{l_2}^k + \ldots + \mu_{l_m} w_{l_m}^k = S_k$$

ovvero:

$$(3')\qquad w_1^k + w_2^k + w_n^k = S_k .$$

« Le formule (3) o (3') ci dicono che i valori di w nel punto $z=z'$ ovvero:

$$w_1(z') , \quad w_2(z') , \ldots , w_n(z')$$

sono dati da una equazione algebrica della forma

$$w^n + A_1 w^{n-1} + A_2 w^{n-2} + \ldots + A_{n-1} w + A_n = 0$$

dove i coefficienti $A_1 , A_2 , \ldots , A_n$ sono costanti: avremo dunque, qualunque sia z',

$$w_1(z') = h_1 , \quad w_2(z') = h_2 , \ldots , w_n(z') = h_n$$

con $h_1 , h_2 , \ldots , h_n$ costanti. Ma, per le ipotesi fatte, la funzione w non cessa mai di essere finita e continua, per cui, nei punti di diramazione, i valori della funzione debbono divenire necessariamente uguali, ed avremo, come è noto:

$$h_1 = h_2 = \ldots = h_n$$

cioè:

$$w = \text{cost}$$

per tutti i punti della superficie. Uua funzione dei punti di una superficie T di Riemann deve cessare di essere finita e continua in qualche punto della superficie stessa.

« Del resto è chiaro che le formule fondamentali (1) o (1') debbono rendere, nella teoria generale delle funzioni a più valori, i medesimi servigi che la formula di Cauchy rende nella teoria delle funzioni monodrome, e quindi da esse potranno dedursi altre importanti applicazioni che mi propongo di presentare in seguito ».

MEMORIE

DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

S. Levi. *Delle antichità egiziane di Brera.* Presentata dal Segretario della Classe.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Carutti presenta le pubblicazioni giunte in dono all'Accademia, segnalando fra esse quelle dei seguenti Socî;

L. Delisle. *Les collections de Bastard d'Estang.*

E. Levasseur. *Le progrès de la race européenne au XIX siècle par la colonisation.*

Il Socio Carutti presenta i due splendidi volumi offerti alla R. Accademia dal sig. F. Vigliardi proprietario della Ditta Paravia, intitolati *La Casa di Savoja e la Monarchia italiana. Plebisciti. Dono nazionale.* Torino, 1884; Stamperia reale Paravia, edizione di soli 300 esemplari. Il primo volume contiene i plebisciti riguardanti il regno di Carlo Alberto, il secondo quelli compiuti durante il regno di Vittorio Emanuele II, gli uni e gli altri preceduti da un discorso del senatore Nicomede Bianchi, e arricchiti di incisioni e cromolitografie. Il Socio Carutti, mentovando le annessioni compiutesi dal 1848 al 1870, osserva che la base della libera volontà popolare, sulla quale fu costituita la monarchia italiana di Casa Savoja, ha riscontri numerosi nella storia antica dei nostri re, e che, iniziata dalla dedizione del piccolo luogo di Miradolo presso Pinerolo, avvenuta nell'anno 1198, si distende lungo i secoli XIII, XIV e XV con una serie di atti che sommano a circa novanta. Sarebbe desiderabile che fra le copiose pubblicazioni di documenti storici che oggi si fanno, alcuno ponesse mano a quest'essa, per molti rispetti importante, e del sicuro onorevole alla Dinastia, cui sono affidati i destini italiani.

Lo stesso Socio Carutti presenta, in nome dell'autore, lo scritto intitolato: *I conti di Pombia e di Biandrate secondo le carte novaresi* dell'avv. A. Rusconi. Milano, Ditta F. Manini, 1885; e ne discorre.

Il Segretario Ferri presenta a nome del Socio Augusto Conti i seguenti opuscoli: *La Nazionalità — Brevi Note sulla politica del Metternich — Proposta d'una nuova guida d'Italia composta da Italiani — Che cosa è la Patria*, facendo notare il nesso che li unisce in un concetto comune. Nel primo è stabilito il criterio della nazionalità desunto dai caratteri interni ed esterni, dall'idioma, dalle tradizioni e dal territorio. Nel secondo si mantiene il diritto che ne deriva contro i concetti arbitrarî di una politica senza principî. Nel terzo si dimostra l'importanza di una Guida d'Italia fatta con la compitezza d'informazioni che gli Italiani possono procurarsi tanto più facilmente degli stranieri sotto tutti i rispetti nei quali merita di essere studiato il nostro paese. Il quarto ha per iscopo di inculcare il sentimento della patria.

Lo stesso Segretario presenta inoltre l'opera di G. Haimann « *Cirenaica* » accompagnando la presentazione colle seguenti parole:

« Faccio omaggio all'Accademia da parte della Vedova dell'autore Giuseppe Haimann del volume intitolato « *Cirenaica* ».

« Le descrizioni di viaggi occupano, come è noto, un posto importante nella nostra letteratura scientifica. Questa della Cirenaica, già comparsa nel Bollettino della Società geografica, è ora ripubblicata in questo volume con bella forma tipografica, con l'aggiunta di molte note illustrative e disegni destinati a rappresentare al vivo i luoghi e i costumi del paese descritto. Condotta con la serietà di osservazione e di metodo richiesta da questa specie di lavori, quando mirano, innanzi tutto, al progresso delle cognizioni e alla utilità pratica, essa interessa non solo al geografo, ma anche al naturalista e al cultore delle scienze sociali e politiche, e per questi titoli merita di essere raccomandata all'attenzione dell'Accademia. Premesso un cenno storico sulla Cirenaica, l'autore narra il viaggio che, per due mesi del 1881, egli intraprese in questa parte della costa mediterranea dell'Africa, destando interesse per le scene di una Natura varia e poco esplorata, descrivendo gli avanzi delle civiltà che vi hanno lasciato un vestigio, notando tutto ciò che di più essenziale può importare a chi si propone di visitarla o di stabilire con essa relazioni commerciali.

« Dopo il racconto del viaggio, che forma la seconda parte del libro, l'autore consacra il rimanente ai risultati delle sue ricerche intorno alle condizioni fisiche e climatologiche del territorio esplorato, senza dimenticare le principali notizie relative alla Flora, alla Fauna, ai Minerali.

« La popolazione con le sue varietà etnografiche e coi suoi costumi ha pure occupato l' attenzione dell' Haimann e lasciato nel presente libro notevole impronta del suo spirito di osservazione. Elenchi di collezioni scientifiche riportate dalla Cirenaica e donate ai nostri Musei, appropriate carte geografiche compiono questa interessante pubblicazione, opera di un ingegno vario quanto serio e istruito, che, con intento patriotico e vivo senso dell'arte pittorica da lui coltivata, compì un'impresa faticosa e non priva di pericoli, riuscita, nel suo risultato, onorevole alla sua memoria quanto alla benemerita Società di esplorazione commerciale in Africa che gliene affidò l'incarico.

« Un cenno biografico sull'Haimann precede l'opera sua e discorre brevemente della sua carriera di magistrato, di artista e viaggiatore »,

Il Socio Guidi presenta all'Accademia in nome dell'autore prof. Ciasca, il primo volume del libro *Sacrorum Bibliorum fragmenta Copto-Sahidica* ecc. pubblicato nella tipografia di Propaganda per sapiente disposizione del Pontefice Leone XIII. Questo primo volume, adorno di 18 tavole, contiene i frammenti del Pentateuc., Jos., Jud. Rut. Re I-III, Tob. Non solamente i cultori degli studî biblici, ma anche quelli della lingua e letteratura copta, vedranno con piacere questa importantissima pubblicazione, colla quale la tipografia di Propaganda riprende dopo molti anni le grandi pubblicazioni orientali d'indole puramente scientifica, che già la resero così celebre.

Il Socio Tommasini presenta un volume della Biblioteca della R. Società romana di storia patria, contenente il « *Regesto Sublacense, dell'XI secolo* » pubblicato dai signori L. Allodi e G. Levi.

Sul fine della seduta il Segretario Carutti ragguaglia l'Accademia sullo stato della stampa del *Codice Astense*, la cui pubblicazione incominciata dal defunto Presidente Sella, venne proseguita per deliberazione dell'Accademia dall'avv. Pietro Vayra. Egli aggiunge che la stampa del primo volume del Codice, che solo mancava a completare l'opera, sarà terminata nei primi mesi del prossimo anno.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Carutti dà comunicazione all'Accademia della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

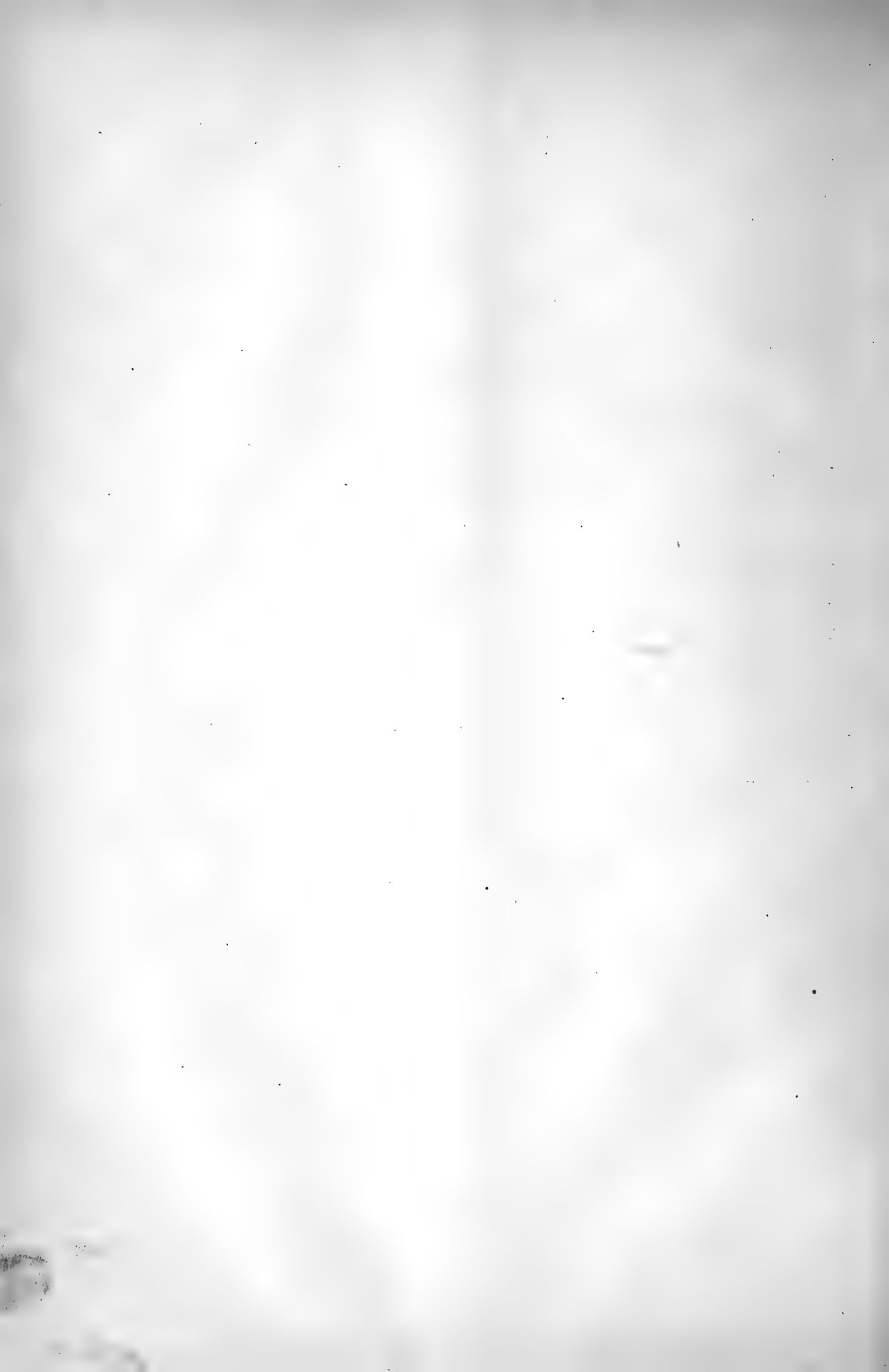
La R. Accademia della Crusca di Firenze; la R. Società zoologica di Amsterdam; la Società di scienze naturali di Dresda; la Società geologica di Lisbona; la Società degli antiquarî di Filadelfia; il Museo di zoologia comparata di Cambridge Mass.

Annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

La Società sassone delle scienze di Lipsia; il R. Osservatorio astronomico di Greenwich; l'Università di Basilea.

Ringraziano ed annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

Il R. Istituto geologico svedese di Stoccolma; la Società filosofica di Birmingham.

D. C.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 6 dicembre 1885.

F. Brioschi Presidente

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Sulla conferenza internazionale di Vienna, per l'adozione di un corista uniforme.* Nota I. del Socio Pietro Blaserna.

« Dietro invito del Governo austriaco, il giorno 16 novembre u. s. si è riunita a Vienna una conferenza internazionale, per stabilire un corista uniforme per tutto il mondo musicale. Come uno dei delegati, che vi ebbero l'onore di rappresentare il Governo italiano, io credo che non riescirà discaro all'Accademia di sapere quali sono state le idee che vi si sono agitate e quali le deliberazioni prese.

« La grande opportunità, direi quasi la necessità, di un corista unico per tutto il mondo musicale non ha bisogno di essere lungamente dimostrata. Sarà un grande vantaggio per tutti, e specialmente per l'Italia, se gli istrumenti costruiti in varî luoghi andranno d'accordo fra di loro, se le bande militari e civili e le orchestre potranno a volontà riunirsi insieme e se i nostri cantanti, che girano il mondo, troveranno da per tutto il medesimo corista appropriato alle loro voci. Dico di più: la costruzione degli istrumenti a fiato, imperfetti ancora non ostante i molti perfezionamenti introdotti, si è trovata impacciata dalla presenza di molti coristi, ai quali si dovevano adattare i diversi tipi; l'introduzione di un corista unico darà

senza dubbio un nuovo slancio all'ulteriore perfezionamento di tutti questi istrumenti.

« L'importante questione dell'altezza, che si deve assegnare al corista, è questione anzitutto musicale. Spetta ai musicisti di tener conto delle esigenze dei cantanti, per eseguire sia la musica antica, sia la moderna, di tener presente il carattere delle composizioni, il timbro e la sonorità degli istrumenti a corda e a fiato e di far valere tante altre considerazioni ancora, per stabilire se a queste esigenze diverse e in parte contraddittorie si sodisfi meglio con un corista alto o con uno basso. In Italia, ove il bisogno di un corista unico è vivamente sentito ed è stato ardentemente discusso, non può mettersi in dubbio, che il desiderio di un corista basso era stato espresso dalla grande maggioranza dei nostri compositori e musicisti, e questo desiderio era condiviso da una non meno grande maggioranza di compositori e di musicisti stranieri.

« Già prima che la conferenza si adunasse, si poteva prevedere che si sarebbero trovati in presenza tre coristi diversi, i quali tutti sodisfano in misura più o meno pronunziata alla condizione di essere bassi:

1) il corista detto tedesco, che corrisponde a 440 vibrazioni intere al minuto secondo;

2) il corista francese con 435 vibrazioni al secondo;

3) il corista, introdotto ultimamente nelle nostre bande militari, con 432 vibrazioni nel medesimo tempo.

« Il corista tedesco ha esistito ed esiste più di nome che di fatto in Germania. Si può dire in suo favore, che esso ha il carattere di essere un po' meno basso degli altri e di presentare il vantaggio didattico, che i suoni della scala naturale maggiore vi sono rappresentati da numeri interi. Difatti si ha la seguente scala

do	re	mi	fa	sol	la	si	do
264	287	330	352	396	440	495	528

il che non ha una grande importanza, ma può far comodo nell'insegnamento teorico della scala musicale.

« Il corista francese, di 435 vibrazioni intere, è stato introdotto in Francia nel 1859, in seguito al parere di una Commissione composta di celebri musicisti, fra cui il nostro Rossini, e di distinti scienziati. Esso è convenzionale e risponde soltanto al concetto musicale, per ciò che riguarda l'altezza; durante un quarto di secolo esso si mantenne costante, non ostante la tendenza verificatasi in tante orchestre, di alzare il corista poco a poco.

« Finalmente il corista di 432 vibrazioni, introdotto ultimamente nelle bande del nostro esercito, è il più basso di tutti, quantunque esso differisca dal francese di una quantità appena apprezzabile musicalmente. Questo corista fu proposto la prima volta nel 1873 dal Meerens, belga, il quale criticando l'opera della Commissione francese, fece vedere che esso presenta

alcuni caratteri d'indole scientifica, per cui sarebbe preferibile a quello francese. Il ragionamento del Meerens fu riprodotto in quest'anno, e sotto forma più scientifica, dal distinto nostro Socio straniero, sig. Soret di Ginevra. Se si pone il $la^3 = 432$ vibrazioni, scendendo per tre quinte pure, nel rapporto di $2:3$, come è richiesto dall'accordatura degli istrumenti ad arco — gli istrumenti più perfetti che abbiamo —, si arriva al do^2 della viola $= 128$ e un'ottava più bassa al $do = 64$ del violoncello. Questo *do* è una potenza di 2, per cui scendendo per ottave basse, nel rapporto di $1:2$, si arriva ad un *do* bassissimo e puramente ideale di una vibrazione al secondo, il quale non è altro che il pendolo a secondi e sarebbe così il vero suono fondamentale e la base del nostro sistema musicale. In vece di un corista convenzionale, se ne avrebbe così uno a base più naturale. Aggiungasi a ciò, che nei laboratorî di Fisica i diversi *do* che si adoperano, hanno, fin dal principio del secolo e per ragioni di semplicità, questa base naturale, per cui adottando il $la^3 = 864$, si metterebbe d'accordo la musica pratica colla pratica dei nostri laboratorî, vantaggio di una certa entità, quando si considerino i continui e incessanti rapporti che passano fra la musica e l'acustica.

« Non vi è alcun dubbio, che, qualora la questione del corista fosse stata impregiudicata, queste considerazioni sarebbero state sufficienti, per far adottare da tutti il corista di 432 piuttosto che quello di 435. Difatti i due coristi sono, musicalmente parlando, quasi identici; ma il primo offre alcuni vantaggi d'indole scientifica in più, che al secondo mancano. Non vi sarebbe stata quindi alcuna ragione per non dare la preferenza al primo. Ma così come stavano le cose si poteva prevedere, che la grande maggioranza non avrebbe considerate queste ragioni come sufficienti per chiedere alla Francia, ed ai paesi che ne hanno seguito l'esempio, il sagrifizio di una istituzione, che aveva dato eccellenti risultati, abbandonando il corista che essa aveva avuto il merito di aver introdotto e mantenuto per 25 anni, ed intorno al quale si erano aggruppati molti istrumenti, che si considerano tra i migliori.

« Nella conferenza di Vienna, i delegati della Germania non sostennero punto il loro corista di 440 vibrazioni, e si mostrarono favorevoli al corista francese, intorno al quale si raccoglievano le più vive e le più generali simpatie. I delegati italiani fecero valere le ragioni che militavano in favore del corista semi-italiano. Si riconobbe da molte parti, in via teorica, che esso presentava incontestabilmente alcuni vantaggi e che a caso nuovo esso potrebbe anche preferirsi agli altri; ma per considerazioni pratiche tutti stavano per il corista francese. D'altra parte il Governo italiano, apprezzando al suo giusto valore il vantaggio che ne verrà al mondo musicale, ed all'Italia in particolare, dall'adozione di un corista unico internazionale, con un sentimento di larghezza altamente commendevole, aveva incaricato i delegati italiani di dichiarare che esso avrebbe accettato, anche

all'infuori del corista di 432, quell'altro corista, su cui la grande maggioranza o l'unanimità dei voti si fosse potuta raccogliere. Ed è così, che dopo una interessante discussione, la conferenza nella seduta del 17 novembre ha proclamato all' *unanimità* il corista francese di 435 vibrazioni intere (= 870 vibrazioni semplici) a corista internazionale.

« Coll'adozione di un corista unico, il quale si presta bene alle esigenze musicali, si è fatto un gran passo nella via dell'unificazione. Tutti i paesi ne ricaveranno un grande vantaggio e l'Italia in modo anche più speciale, se essa saprà tener alta la bandiera della sua produzione e dell'esecuzione musicale. È questa una di quelle misure benefiche, nelle quali tutti ci guadagnano e nessuno ci perde. Ed io mi compiaccio di avervi contribuito, colle mie deboli forze, specialmente a mantenere alla importante questione il suo vero e proprio carattere di questione musicale. Perchè non posso e non devo nascondere, che vi sono stati in Italia distinti musicisti e non meno valorosi dilettanti, i quali hanno creduto e credono di buona fede, che il corista di 432 vibrazioni non doveva in alcuna guisa abbandonarsi, perchè il solo che abbia un fondamento scientifico. Se la cosa stesse così, posso affermare che la condotta dei delegati italiani sarebbe stata diversa. Essi avrebbero tenuto fermo fino all'ultimo, anche a costo di recare uno screzio nel seno della conferenza, sicuri che un giorno o l'altro la scienza avrebbe dato loro ragione.

« Qui non si tratta più delle considerazioni di opportunità scientifica già esposte. Il corista di Meerens ha avuto la disgrazia, che intorno a lui si sono affastellate delle pretese teorie, una più strana dell'altra. Dal punto di vista scientifico la scelta del primo suono, come punto di partenza, è completamente arbitraria. Si può scegliere un suono con molte o con poche vibrazioni, a numero intero, frazionario ed anche irrazionale, purchè tutti gli altri suoni che l'accompagnano o gli succedono, siano col primo nei rapporti semplici voluti dalla teoria. La scala maggiore

$$a\,,\ \frac{9}{8}a\,,\ \frac{5}{4}a\,,\ \frac{4}{3}a\,,\ \frac{3}{2}a\,,\ \frac{5}{3}a\,,\ \frac{15}{8}a\,,\ 2a$$

è sempre esatta, qualunque sia il valore iniziale di a.

« Nella musica pratica la scelta di un primo suono è più limitata, perchè bisogna tener conto della possibilità e della facilità dell'esecuzione. Ma entro i limiti posti da considerazioni prettamente musicali, la scelta è perfettamente libera. Che si scelgano per il la^3 432, 435, 433 $\frac{1}{2}$ vibrazioni, è per la teoria completamente indifferente. Può far comodo l'avere numeri interi per semplificare certi calcoli e facilitare l'insegnamento teorico-musicale: ma altro è la comodità, altro un principio scientifico. Il violinista che suona solo nella sua stanza, si sceglie il la^3 come crede, ma egli sa benissimo che, una volta scelto il la^3, le altre tre corde e tutti i

suoni che egli produce devono accordarsi su quello. Questa è la grande legge degli intervalli musicali, che è la chiave di volta della teoria musicale.

« Ma per dare al corista di 432 vibrazioni un *fondamento scientifico* si è fraintesa e capovolta questa prima e fondamentale legge dell'acustica. Si è detto che il corista deve essere scelto in modo, che tutti i suoni della scala siano rappresentati da numeri interi, perchè la natura non conosce frazioni di vibrazioni, queste essendo i più piccoli movimenti delle molecole. Tuttociò è completamente erroneo. Le vibrazioni sonore sono tutt'altro che piccole; la lunghezza dell'onda sonora prodotta p. e. da una canna d'organo è uguale alla lunghezza della canna stessa e importa talvolta parecchi metri. In fisica e in musica occorrono sempre le frazioni; perchè se p. e. una canna o una tromba dànno in un dato momento 432 vibrazioni, basta che la temperatura si modifichi anche di poco, per farci cadere nelle frazioni, visto che questi istrumenti sentono fortemente, e in misura disuguale, l'influenza della temperatura. E poi, i numeri che attribuiamo alle vibrazioni, dipendono dall'unità di tempo adottata, la quale è data dagli astronomi all'infuori di ogni considerazione musicale. Modificando l'unità di tempo, sostituendo p. e. al secondo sessagesimale quello centesimale, si trasformerebbe con quella strana idea la buona musica in cattiva e viceversa.

« Partendo da così falsi principî, le conseguenze diventano disastrose. Basti dire che uno degli autori, per il bisogno dei numeri interi, giunse perfino a costruire una nuova scala cromatica, in modo sorprendentemente arbitrario. Mentre la scienza stabilisce che il numero assoluto delle vibrazioni è arbitrario e gli intervalli devono essere esatti, lì si procede al rovescio. Si mette innanzi un principio falso sui numeri interi e si manomettono gli intervalli musicali, che sono la base della musica corretta. Basta citare questi fatti, per vedere il valore che hanno quelle pretese teorie ».

Igiene. — *Sulla preservazione dell'uomo nei paesi di malaria.* Nota del Socio Corrado Tommasi-Crudeli.

« Cinque anni fa io ebbi l'onore di fare all'Accademia una comunicazione preventiva, sui risultati ottenuti nel 1880, mediante la somministrazione quotidiana di piccole dosi d'arsenico (acido arsenioso), agli uomini che debbono vivere durante la stagione calda nei paesi di malaria [1]. Dichiarai allora come io mi proponessi di continuare ed estendere l'esperimento, onde stabilire, se, ed in quale misura, questo mezzo potesse servirci ad uscire dal circolo vizioso, nel quale ci troviamo ogni qualvolta si tratta di mettere a coltura intensiva un paese di malaria grave. Infatti, mentre da un lato non si può intraprendere una coltivazione intensiva, se non si assicura la

[1] Vedi *Transunti* della r. Accademia dei Lincei, Serie 3ª, Volume V, pag. 22.

presenza degli agricoltori sui luoghi durante tutte le stagioni dell'anno; dall'altro lato gli agricoltori non possono restar nei luoghi malarici durante la stagione calda, perchè corrono un rischio troppo grave. Per uscire da questo circolo vizioso non v'è che un modo; *aumentare la resistenza specifica dell'organismo umano contro gli attacchi della malaria.*

« In fatto di malaria non v'è da sperare che l'*acclimatazione* aumenti la resistenza organica specifica dell'uomo. L'*acclimatazione individuale* è impossibile, e sempre lo fu. L'infezione malarica non è una di quelle infezioni le quali, dopo un primo attacco, producono una immunità da attacchi ulteriori. Essa è invece una infezione progressiva, la durata della quale può essere indefinita, come quella della sifilide; cosicchè, talvolta, un unico attacco può bastar a rovinare la costituzione dell'organismo umano per tutta la vita. Una *acclimatazione collettiva*, o *acclimatazione di razza*, era possibile nel passato, quando i rimedi specifici della infezione malarica erano ignoti; ed anco più tardi, quando l'applicazione di questi rimedi era molto ristretta. L'acclimatazione di una razza umana avveniva allora per mezzo di una cèrnita naturale operata dalla malaria stessa, la quale, nelle generazioni che si succedevano, portava via, quasi senza ostacolo, tutti quelli che avevano debole resistenza specifica, mentre risparmiava quelli che possedevano questa resistenza in grado eminente. I primi erano, secondo il mito dei Greci italici, *le vittime umane destinate a placare il mostro, o il demone, che si opponeva alla occupazione del territorio nel quale aveva sino allora regnato da sovrano assoluto.* I secondi diventavano i fondatori della razza colonizzatrice, nella quale, ad ogni nuova generazione, si producevano nuove cèrnite utili al corpo sociale; cosicchè la *resistenza specifica collettiva* della razza andava progressivamente aumentando. Ai nostri giorni una tal cèrnita può avvenire nelle razze umane selvagge (come avviene nei branchi di buoi e di cavalli importati nei paesi di malaria), ma è divenuta impossibile nelle razze umane civilizzate. Per mezzo dei rimedi specifici che possediamo, l'uso dei quali è ora così generale, vengono preservate le vite di molti i quali hanno debole resistenza specifica, ed i quali, dopo guariti, generano dei figli che ne hanno anche meno di loro. Cosicchè, dopo una serie di generazioni, si produce nei paesi malarici una degradazione fisica della razza umana, invece di quella cèrnita utile che aveva luogo nei secoli passati, e della quale si possono ancora apprezzare gli effetti in alcune razze italiane.

« Non possiamo dunque contar oggimai sull'azione della natura esterna, per riuscire ad un aumento della resistenza specifica delle società umane contro gli attacchi della malaria. Un tal risultato non può essere ottenuto adesso, se non coll'intervento dell'arte. Si è cercato di ottenerlo per mezzo delle somministrazioni quotidiane dei sali di chinina, dei salicilati alcalini, e delle tinture di *Eucalyptus.* Ma i sali di chinina costano molto, e non sono, alla lunga, accessibili alla borsa dei poveri agricoltori; esercitano

un'azione anti-malarica pronta, ma fugace; e, a lungo andare, perturbano le funzioni digestive e, quelle del sistema nervoso. I salicilati, quando sono puri, costano assai; e del resto, nessun fatto ha provato sin qui che essi possano agire come preservativi contro la malaria. La tintura alcoolica di *Eucalyptus* può riuscire utile (come tutti gli altri alcoolici, cominciando dal vino) mantenendo attiva la circolazione del sangue, cosa che è sempre essenziale nei paesi di malaria: forse anche può agire come preservativo in luoghi di malaria mite. Ma è certo che non agisce come tale in luoghi di malaria grave. Basterebbero a provarlo le epidemie di febbri, che hanno colpita nel 1880, nel 1882, ed anco in quest 'anno, la colonia agricola delle Tre Fontane, sebbene ivi si fabbrichi una buona tintura di *Eucalyptus*, che viene distribuita largamente alla gente della colonia nella stagione pericolosa dell'anno.

« Avendo avuta l'occasione di osservare varie volte, nei paesi di malaria, che quando le febbri erano state curate coll'arsenico (acido arsenioso) invece che col chinino, esse recidivavano raramente; ed essendomi assicurato che talvolta queste cure arsenicali preservavano gli uomini da ulteriori attacchi della malaria, cominciai nel 1880 ad adoperare l'arsenico come preservativo in una tenuta della campagna di Roma. Questo mezzo era raccomandato per un esperimento di tal natura, non solamente dalla durata della sua azione anti-malarica, ma, oltre a ciò, dal suo basso prezzo, dalla benefica influenza che ha sulla nutrizione, e dalla facilità colla quale lo si amministra, anche ai bambini. I miei primi tentativi furono incoraggianti, e perciò mi credei autorizzato ad eccitare alcuni proprietari, e le amministrazioni delle ferrovie romane e meridionali, a tentare la prova negli anni successivi; raccomandando però di usare l'arsenico in forma solida, onde avere agio di controllare l'esperimento. Questa vasta esperienza incominciò nel 1881, ed acquistò proporzioni sempre maggiori nel 1882 e nel 1883. Sulle prime, una prova di questo genere non è facile. Il nome dell'arsenico impaurisce non soltanto i volgari, ma talvolta anco i medici; e spesso la prova riesce inutile, perchè fatta timidamente. Ma alcuni uomini intelligenti, e specialmente il dottor Ricchi, medico capo delle Ferrovie Meridionali, giunsero a superare presto questi ostacoli, ed a stabilire l'esperienza su solide basi. I fatti raccolti sin qui sembrano aver accertato, che quando si comincia ad amministrare l'arsenico qualche settimana prima della stagione delle febbri, e quando l'amministrazione viene continuata regolarmente durante tutta questa stagione, l'organismo umano resiste meglio agli attacchi della malaria. Alcuni acquistano una immunità assoluta, altri una immunità relativa. Questi ultimi sono attaccati talvolta dalla febbre; ma, nemmeno nei luoghi di malaria grave, la febbre che gli colpisce diviene perniciosa, ed essi se ne liberano con poco chinino. Nel 1883, per esempio, il dottor Ricchi, istituì l'esperimento sopra 78 individui nel distretto di Bovino, dove la malaria è grave. Li

divise in due metà, una delle quali soltanto fu sottoposta al trattamento preservativo per mezzo dell'arsenico. Alla fine della stagione delle febbri si trovò: che mentre nella metà composta di quelli che non avevano fatta alcuna cura preventiva molti erano stati attaccati da febbri gravi, trentasei di quelli che erano stati sottoposti al trattamento arsenicale erano rimasti interamente immuni, e gli altri tre avevano avuto febbri leggiere, che avevano guarite da se stessi con poco chinino, senza nemmeno chiamare il medico.

« Analoghi risultati sono stati ottenuti in quest'anno dal dott. Giulio Magnani durante il suo soggiorno a Cervia (Provincia di Ravenna), dove egli aveva assunto il servizio sanitario delle guardie finanziarie. Cervia è situata sul littorale adriatico, in una regione eminentemente malarica, ed un gran numero di guardie finanziarie vi sono raccolte, sia pel servizio della costa, sia per quello delle saline di Cervia. Queste guardie sono tutte esposte agli attacchi della malaria, e pagano ad essa un largo tributo ogni anno, anche quando lo sviluppo locale della malaria è molto minore di quello che fu nell' estate decorso. Il dott. Magnani impegnò l'ispettore di Finanza del circolo di Ravenna a tentare in quest'anno la cura preservativa del suo personale, per mezzo dell'arsenico. L'ispettore vi acconsentì, e l'esperimento fu intrapreso per mezzo delle gelatine arsenicali titolate dal De Cian di Venezia, le quali permettono di controllare bene la somministrazione. Infatti ogni quadretto di esse contiene due milligrammi d' arsenico, e con grande facilità, sopratutto in un personale militarizzato, si può condurre per mezzo di esse l'esperimento. Il dott. Magnani lo incominciò alla fine di giugno sopra 163 individui, fra soldati e graduati, e lo continuò sino alla fine di settembre, con una sola interruzione di pochi giorni al principio di agosto, la quale fu dovuta ad un ritardo nella spedizione delle gelatine da Venezia. Ai due di ottobre egli diresse all'ispettore delle finanze il rapporto che qui trascrivo:

Pregmo Sig. Ispettore

« L'onorevole Tommasi-Crudeli mi affidava, nella primavera scorsa, l'incarico di esperimentare sul personale delle Guardie di Finanza di questa Luogotenenza, l'efficacia preservativa delle gelatine arsenicali nelle febbri malariche.

« Si trattava di uno studio importantissimo, su poco meno che 200 individui riuniti in un centro malarico, viventi nei tre mesi peggiori dell'anno in luoghi pessimi, e che ogni anno aveano pagato un largo tributo alle febbri di stagione.

« Non potendo direttamente esaurire l'incarico ricevuto, pensai di farmi raccomandare a Lei, da cui dipende il numeroso personale in discorso. E fui soddisfatto al di là di ogni mia previsione, poichè Ella comprese immediatamente l'importanza e l'utilità dell'esperimento da eseguirsi, e con squisita gentilezza mi aperse il campo agli studî, e mi diede agio di soddisfare al vivo desiderio dell'onorevole prof. Tommasi-Crudeli.

« È superfluo del tutto che io mi estenda qui nella descrizione del luogo, delle saline, dei terreni circostanti ecc. essendo tutto questo meglio conosciuto da Lei che da me. Basti

il dire che lo stabilimento salifero di Cervia è per intensità malarica uno dei peggiori luoghi che io m'abbia mai visitato.

« Premesso questo, è necessario accennare alle condizioni igieniche dell'annata per far risaltare ciò che si ottenne dalla cura arsenicale.

« L'anno 1885 si è segnalato per un'intensità e frequenza eccezionale di febbri e di forme malariche acute, specialmente nelle popolazioni rurali. Quasi tutta la bassa Romagna fu egualmente colpita. Per citare un fatto in appoggio, posso accertare che il consumo del chinino fu a Cervia maggiore di $^1/_4$ degli anni antecedenti.

« La ragione di questa frequenza di febbri sta forse nell'umidità eccessiva della primavera, e nelle pioggie che si prolungarono fino nell'estate, mantenendo i terreni o allagati o inzuppati fino ad estate inoltrato.

« Privo però di dati statistici esatti sugli anni scorsi, e nuovo dei luoghi, sono costretto a riferirmi a quanto ho potuto attingere da persone competenti. Ora i medici, e locali e vicini, la qualità delle malattie da me curate, i registri di questo civico ospedale, mi hanno confermato che le febbri in quest'anno furono più numerose ed intense che negli ultimi anni.

« Stabilita alla meglio l'eccezionale intensità malarica dell'annata in corso, vengo senz'altro alla cura arsenicale, al modo come venne eseguita, ed ai risultati ottenuti.

« Premessa la pesatura del personale da curarsi, si cominciò alla fine di giugno la somministrazione delle gelatine arsenicali, proseguendola fino a tutto settembre.

« In questi tre mesi si consumarono n. 592 gelatine per n. 163 individui.

« Fatta la proporzione delle persone che eseguirono la cura, ogni individuo avrebbe consumato in media poco meno di 3 gelatine e mezzo in tre mesi (¹) quantità che si può certamente sorpassare senza timore, ed anzi colla certezza di ottenere risultati migliori.

« Affinchè però i criterî da ricavarsi siano più esatti, mi fa d'uopo dividere il personale curato in due categorie, distinte per numero e per genere di servizio. La 1ª categoria è costituita dalla Luogotenenza di Cervia e consta di circa 60 individui fra guardie e graduati.

« Il loro servizio si compie in luoghi meno malsani delle saline ma sempre malarici; sono alloggiate meno male, e meno aggravate nel servizio delle guardie addette allo stabilimento salifero.

« La cura fu fatta da 50 fra guardie e graduati con moltissima diligenza, senza che fosse a lamentare neppure un caso d'intolleranza. Si cominciò da 1 quadretto, e si andò gradatamente fino a 6 al giorno. Sospesa la cura per pochi giorni ai primi di agosto, fu ripresa e continuata fino alla fine di settembre, non sorpassando però i 4 quadrelli al giorno.

« I risultati furono addirittura ammirabili, ed eccone la prova.

« Nel 1884 entrarono all'ospedale con febbri malariche 15 uomini di questa Luogotenenza, senza contare quelli, e furono molti che ebbero leggiere febbri curate in caserma col vino al chinino.

« Nel corrente anno, delle diverse brigate componenti la Luogotenenza, non risulta dai registri uniti al presente rapporto, che siano entrati all'ospedale malati di febbri, e solo due o tre ebbero qualche leggero accesso vinto subito col vino al chinino.

« Riguardo al peso del corpo in media fuvvi diminuzione la quale si spiega benissimo coll'aumento di lavoro e di fatica a cui sono assoggettati gli agenti durante l'estate.

« Veniamo ora alle guardie addette allo stabilimento salifero.

« Qui la cura fu fatta più o meno regolarmente, per le esigenze del servizio, da n. 113 fra guardie e graduati; 36 non vollero o non poterono farla.

« Anche su questo personale, previa la pesatura (che fu fatta regolarmente in principio ma non si potè ripetere in fine) si cominciò la cura da 1 quadretto al giorno fino a 6 per

(¹) Ogni gelatina contiene un decigrammo di arsenico, distribuito in 50 quadretti, ognuno dei quali contiene 2 milligrammi di acido arsenioso.

tutto luglio. Si tralasciò qualche giorno ai primi di agosto, e ripresa si proseguì fino alla fine di settembre.

« Sui 113 che fecero la cura, soli 15 entrarono all'ospedale per febbri malariche, come risulta dai registri della Luogotenenza, mentre nell'84 con un annata migliore, gli entrati furono 28. Dei 36 che non fecero la cura se ne contano 11 entrati all'ospedale con febbri.

« Fatta adunque la proporzione si avrebbero queste cifre che parlano chiaro in favore della cura arsenicale e cioè: per quelli che fecero la cura un $^1/_8$ appena di ammalati, e un $^1/_3$ circa di malati per quelli che non la fecero.

« Ad onor del vero però bisogna aggiungere che si ebbero a curare molti casi di febbri leggiere, che cedettero subito ad una o due dosi di vino chininato, e che non si dovettero rimettere neppure all'ospedale.

« Quelle poi fra le guardie che furono ammesse agli ospedali di Cervia e di Bologna, posso accertare che guarirono colla massima facilità, e con una o due dosi di chinino.

« Questo fatto poi di avere a curare febbri leggiere in una certa quantità si spiega anche col frequente e parziale cambiamento di personale, che talvolta arriva sul luogo a metà della campagna salifera, quando la malaria è più intensa, e senz'aver fatto cure preservative.

« Per quanto ai nuovi venuti si facesse cominciar subito la cura arsenicale, essa non poteva renderli subitamente refrattarii alle influenze locali.

« Se poi si aggiunga che il servizio delle guardie nello stabilimento salifero è gravosissimo, e tale da alterare le più robuste costituzioni; che i così detti Caselli (¹) sono la negazione assoluta d'ogni norma igienica; che l'annata avrebbe dovuto dare un numero straordinario di febbricitanti, come è avvenuto nella popolazione rurale, parmi siavi da rallegrarsi dai risultati ottenuti, e questi risultati sarebbero, secondo il mio parere, anche migliori se la cura fosse rigorosamente obbligatoria, e fatta con quella esattezza che l'autorità può imporre.

« E ad ottenere meglio lo scopo, gioverebbe la diffusione di qualche istruzione dettagliata e alla portata di tutti, per togliere i pregiudizii e i timori che risveglia la parola *arsenico*.

« Dai risultati suesposti si possono dedurre i seguenti corollarii:

1° « Che l'arsenico e le gelatine in ispecie (per la loro precisa dosatura e comodità) sono certamente un eccellente preservativo contro le febbri da malaria.

2° « Che in un corpo militare o militarizzato l'uso delle gelatine è facile, scevro d'inconvenienti, e può essere facilmente controllato dai graduati.

3° « Che l'arsenico, cosa già provata, e confermata anche dalle mie osservazioni all'ospedale di Cervia, rende le febbri benigne, leggiere, e facili ad esser vinte dai chinacei, evitando i casi di infezioni gravi, lente, letali.

4° « Che il marsala al chinino, finora usato come preservativo, non può esser considerato come tale, ed è buono tutt'al più a troncare una febbre, *qualora venga somministrato con norme e dosi diverse affatto dalle attuali.*

5° « Che infine, paragonato il numero dei malati nell'84, annata buona a detto di tutti, con quelli dell'85, annata cattiva per malaria intensa; calcolata la maggior somma di lavoro ottenuto dalle guardie (cosa riconosciuta dai sigg. ufficiali comandanti) parmi risultino tali elementi in favore della cura preservativa colle gelatine arsenicali, da poterla coscienziosamente raccomandare al ministero, come l'unica rispondente allo scopo di tutelare la salute del personale nei luoghi di malaria, e nell'interesse stesso dell'amministrazione.

Cervia 2 ottobre 1885.

Dott. Giulio Magnani

(¹) I *Caselli* sono dei miseri tuguri nei quali le Guardie alloggiano durante la notte, ammassate per modo da dover tenere in estate le finestre aperte (in un luogo di malaria grave!) onde respirare.

« So che alcune persone del circolo di Ravenna, convinte dai risultati ottenuti quest'anno a Cervia, che veramente l'arsenico aumenta la resistenza del corpo umano agli attacchi della malaria, vorrebbero proporre al ministero di istituire una carica d'ispettore sanitario delle guardie finanziarie, onde estendere e regolare questa cura preventiva in tutti i luoghi di malaria nei quali queste guardie debbono prestare il loro gravoso servizio. Sarebbe desiderabile che questa proposta si facesse, e venisse accettata; non solamente pel beneficio che ormai sembra poter essere assicurato agli uomini che fanno questa cura preventiva, ma anche per completare lo studio di essa, giovandosi di un corpo militarizzato. Nei cinque anni durante i quali io ho cercato di estendere questo esperimento in Italia, ho dovuto persuadermi che spesso l'esperimento fallisce per l'inerzia, od i pregiudizi inveterati, di chi lo dirige; ma più spesso per il modo indisciplinato col quale gli agenti subalterni lo conducono, anche quando chi lo dirige intende farlo sul serio. A Cervia si è avuto invece l'esempio di una cura preventiva condotta sin dal bel principio con una tale regolarità, da dover ritenere che un secondo esperimento raggiungerà quasi la precisione scientifica. E se questo secondo esperimento verrà esteso a tutte le guardie finanziarie poste nelle medesime condizioni, è sperabile che l'amministrazione e la scienza ne siano ugualmente vantaggiate.

« La preferenza data da me e dai miei collaboratori alle gelatine titolate, nel condurre questi vasti esperimenti, è dovuta soltanto alla necessità di fare la somministrazione dell'arsenico in tal forma da renderne sicura la regolarità. Le preparazioni liquide di arsenico non si possono adoperare senza pericolo, se non da persone molto intelligenti; perchè, onde la cura preventiva riesca a bene, bisogna incominciare dalla dose di due milligrammi al giorno (per gli adulti), e spingerla gradatamente fino a dodici milligrammi al giorno, e più ancora. Niuno è che non vegga come una tal precisione di dosatura sia impossibile ad ottenere adoperando preparazioni liquide, quando si tratta di fare l'esperimento su centinaia di uomini, molti dei quali, per imprudenza od ignoranza, potrebbero usarne a danno di sè, o d'altrui. Fra le preparazioni in forma solida dell'arsenico, le gelatine titolate costituiscono la più sicura. Ogni quadretto di esso (due milligrammi di arsenico) si stacca facilmente, come un francobollo postale, dagli altri; ed a colpo d'occhio, una volta regolato il registro delle somministrazioni, si può vedere se esse sono fatte regolarmente. Oltre a ciò, queste gelatine sono l'unica forma solida delle preparazioni arsenicali la quale si discioglie sempre con facilità nel caffè, o nella minestra (giacchè l'arsenico non va mai dato a digiuno); mentre le altre preparazioni solide dell'arsenico spesso passano attraverso tutto il tubo digerente senza disciogliersi, e quindi senza essere assorbite.

« E di questo ne abbiamo avuta la prova durante gli esperimenti tentati sul personale delle Ferrovie Romane. Essi furono incominciati soltanto

nel 1883, e la direzione di essi fu affidata ad un uomo coscienzioso e di valore, il dott. Apolloni. Egli incontrò molte resistenze da parte del personale da lui dipendente, ma potè, nel 1883, facendo uso delle gelatine titolate, verificare qualche vantaggio della cura preventiva usata. Nel 1884 la Direzione generale sanitaria delle Ferrovie Romane, invece delle gelatine, gli impose l'uso dei granuli arsenicali. Egli si accorse, fin dal principio dell'esperimento, che la gente non aumentava di peso (come aumenta sempre durante la cura arsenicale, se non è sottoposta a fatiche eccessive in proporzione degli alimenti che le si danno), e ciò lo indusse a credere che i granuli arsenicali non erano assimilati. Infatti una serie di osservazioni molto rigorose, istituite in Maremma ed allo Spedale di Pisa, provò che la massima parte di quei granuli, passava a traverso lo stomaco e l'intestino senza disciogliersi. Quindi l'esperimento tentato dalle Romane nel 1884, andò fallito.

« Perciò, quando le condizioni del personale su cui si esperimenta la cura preventiva arsenicale, consigliano di adoperare l'arsenico in forma solida, è bene attenersi alle gelatine titolate. Sono di facile uso, facilmente assimilabili, ed assicurano la facilità del controllo ».

Astronomia. — *Sulle osservazioni solari fatte nel R. Osservatorio del Collegio Romano nel 2° e 3° trimestre del 1885.* Nota del Socio P. Tacchini.

« Nella Nota presentata nell'adunanza del 12 giugno si rese conto delle osservazioni fatte nel primo trimestre del 1885, ed ora diamo i risultati di quelle fatte nel 2° e 3° trimestre dell'anno medesimo. Il numero dei giorni di osservazione per le macchie e le facole solari fu nel 2° trimestre di 21 in aprile, 28 in maggio, 29 in giugno, e nel 3° trimestre di 31 in luglio, 30 in agosto e 29 in settembre; totale giorni 168.

1885	Frequenza delle macchie	Frequenza dei fori	Frequenza delle M + F	Frequenza dei giorni senza M + F	Frequenza dei giorni con soli F	Frequenza dei gruppi	Media estensione delle macchie	Media estensione delle facole
Aprile . .	6,10	9,00	15,10	0,00	0,00	3,48	56,86	49,70
Maggio. .	9,86	8,82	18,68	0,00	0,00	5,80	86,21	44,93
Giugno. .	13,66	8,70	22,36	0,00	0,00	5,21	132,76	45,52
Medio . .	10,26	8,81	19,07	0,00	0,00	4,95	95,62	43,78

« Se si confrontano questi dati con quelli del primo trimestre 1885, si vede, che dopo il minimo secondario delle macchie avvenuto nel marzo, il fenomeno andò crescendo nel 2° trimestre, con un massimo, assai marcato nell'estensione delle macchie, nel mese di giugno. Le facole al contrario presentano una diminuzione.

1885	Frequenza delle macchie	Frequenza dei fori	Frequenza delle M + F	Frequenza dei giorni senza M + F	Frequenza dei giorni con soli F	Frequenza dei gruppi	Media estensione delle macchie	Media estensione delle facole
Luglio . .	8,61	6,80	15,41	0,00	0,00	4,45	90,22	43,15
Agosto . .	7,17	4,03	11,20	0,00	0,00	3,40	44,70	40,17
Settembre	5,07	4,07	9,14	0,00	0,00	3,31	59,20	58,83
Medio . .	6,99	4,92	11,91	0,00	0,00	3,73	65,06	46,82

« Dopo dunque il massimo secondario delle macchie nel mese di giugno, la frequenza di dette macchie andò successivamente diminuendo, con un minimo ben marcato nel settembre. Oltre del numero anche l'estensione delle macchie risulta minore nel 3° trimestre. Nel complesso si ha dunque per i tre trimestri una diminuzione progressiva nel fenomeno delle macchie, ci avviciniamo cioè verso il nuovo *minimo*.

Protuberanze. 2° trimestre 1885.

1885	Numero dei giorni di osservazione	Numero delle protuberanze	Massima altezza osservata	Altezza media delle protuberanze	Estensione media delle protuberanze
Aprile . . .	11	9,73	105″	44″8	2°3
Maggio . .	20	10,95	90	44,1	2,0
Giugno . . .	29	11,69	170	48,0	2,4

« Le protuberanze al pari delle macchie furono più numerose nel 2° trimestre in confronto della loro frequenza nel 1°, ed al minimo secondario delle macchie avvenuto in marzo corrisponde pure un minimo nei fenomeni della cromosfera. Anche l'altezza media delle protuberanze risulta maggiore, e nel giugno otto volte si osservarono protuberanze, che arrivavano o superavano l'altezza di 2 minuti di arco.

1885	Numero dei giorni di osservazione	Numero delle protuberanze	Massima altezza osservata	Altezza media delle protuberanze	Estensione media delle protuberanze
Luglio . . .	30	10,53	160″	50″3	2°5
Agosto . . .	22	9,73	180	48,1	2,6
Settembre .	14	11,79	168	53,9	2,6

« Confrontando questi valori con quelli del trimestre precedente, scorgesi che il fenomeno delle protuberanze solari fu più intenso in questi

ultimi mesi, perchè se nella media risulta il numero diurno delle protuberanze un poco minore di quello relativo al 2° trimestre, si ha invece una maggiore altezza ed estensione media, oltre a protuberanze non comuni per altezza, specialmente nella prima metà del luglio, mentre che nelle macchie si ebbe una progressiva diminuzione ».

Astronomia. — *Le stelle filanti del 27 novembre 1885.* Nota del Socio P. Tacchini.

« Dopo la pioggia di stelle filanti osservata il 27 novembre 1872 ed attribuita sin d'allora alla cometa di Biela, era atteso il ritorno di eguale splendido fenomeno nella sera del 27 novembre ultimo. La pioggia di stelle filanti numerosissime ebbe infatti luogo nelle prime ore della sera anzidetta, ed i numerosi avvisi telegrafici pervenuti al nostro ufficio ci assicuravano, che ad onta del tempo cattivo il fenomeno era stato osservato intieramente o in parte in molte stazioni d'Italia. Finora però il rapporto più preciso pervenutoci è quello del Direttore dell'Osservatorio di Palermo, comm. Cacciatore. A Palermo erano ad osservare i signori Cacciatore, Riccò, Zona, Agnello, e Chaufforier, e poterono osservare i seguenti numeri di stelle filanti:

27 nov. 1885.	Dalle	6^h	alle	7^h	p.	7200
	»	7	»	8	»	11000
	»	8	»	9	»	9000
			Totale			27000 in tre ore.

« Alle 9^h il cielo si oscurò intieramente, ma il maximum della pioggia di stelle era già avvenuto. Le stelle filanti, scrive il Cacciatore, erano in gran parte bianco-rossastre: parecchie prendevano un color rosso vivo. Il prof. Riccò tentò di fare delle osservazioni spettroscopiche, ma non gli venne fatta di avere meteore nel campo dell'apparecchio. Il radiante fu a Palermo bene determinato dai signori Riccò e Zona alle seguenti coordinate

$$AR = 1^h.33^m$$
$$D = 41^\circ.56'$$

« Dal calcolo fatto dal prof. Zona risulta, che questo radiante coincide precisamente coll' orbita della cometa di Biela.

« Dalla relazione del prof. Pigorini risulta, che il massimo del fenomeno fu da lui osservato intorno alle 7^h ore. Moltissime meteore apparivano come stelle di 1^a e 2^a grandezza, ma parecchie hanno superato anche la grandezza prima e Giove e Venere. In quanto al radiante il Pigorini dice, che innumerevoli bene spesso, a gruppi, a fiocchi, le meteore solcavano il cielo con linee luminose dirette a tutti i punti dell' orizzonte lanciate da una ristretta aerea, posta all' intorno della stella *gamma* di Andromeda.

Tre di tali stelle cadenti si sono viste, nell'area suddetta, accendersi e poi spegnersi al punto della loro apparizione, dopo di avere intensamente illuminato lo spazio all' intorno. Altre più piccole hanno offerto lo stesso fenomeno. Si numerarono 250 stelle cadenti in 10 minuti, e 170 in 6. Il Pigorini però avverte che non vi era un centro unico di emanazione, ciò che per altro è naturale in una pioggia di stelle filanti così copiosa.

« Anche il sig. prof. Cobau avverte la stessa cosa. Egli ha osservato il fenomeno in Catanzaro sotto un cielo purissimo. Egli contò fino a 5000 stelle in un' ora in un solo quadrante del cielo. Le stelle erano generalmente piccole ed a corta trajettoria: le splendide furono relativamente scarse, tutte di un color verde chiaro lascianti una traccia rossa violacea. Il massimo del fenomeno avvenne secondo il sig. Cobau intorno alle 8^h. Il fenomeno era già incominciato al tramonto del sole. Il sig. Cobau dice di avere determinato con esattezza il radiante, che dichiara trovarsi nella regione di Andromeda in vicinanza della stella *gamma*. Detto radiante non è un punto, ma una linea, secondo il Cobau, perchè le meteore si manifestarono in fasci a radianti non coincidenti, come dimostrerà in apposita relazione col dettaglio delle numerose osservazioni fatte.

« Le coordinate di γ Andromeda sono:

$$AR = 1^h.57^m$$
$$\delta = 41^\circ.47'$$

« Il radiante da me determinato a Palermo nel 1872 aveva le coordinate:

$$AR = 1^h.32^m$$
$$\delta = 46^\circ.30'$$

che si accorda colle determinazioni fatte in Germania e in Inghilterra al 27 novembre ultimo ».

Astronomia. — *Osservazioni della cometa scoperta a Parigi il 1 dicembre 1885, fatte dal prof. Millosevich e dal dott. Cerulli.* Nota del Socio P. Tacchini.

« L' astro ha nucleo debole (11^a), ed alquanto dissimetrica ne è la nebulosità; il moto ora è assai lento in distanza polare e più grande in ascensione retta; il senso del moto è retrogrado verso sud. La prima posizione della cometa fu fatta dal prof. Millosevich, la seconda dal dott. Cerulli.

1885 dic. 3. $8^h.23^m.21^s$ (t. m Roma) α app. $\overset{'''}{\text{o}} = 0^h\,34^m.28^s,80$ (8.920)
δ app. $\overset{'''}{\text{o}} = 20^\circ.59'.17'',8$ (0.507)
» 4. 8. 31. 58 » α app. $\overset{'''}{\text{o}} = 0^h.32^m.4^s,89$ (9.056)
δ app. $\overset{'''}{\text{o}} = 20^\circ.57'.40'',2$ (0.510)

« La stella di confronto fu 55 Piscium

α 1885,0 $0^h.33^m.52^s,39$ Yarnall 313 e Glasgow 177
δ » 20. 48. 26, 7 Safford 1804 e Respighi [1] 31

« Un' altra cometa è stata scoperta dal sig. Barnard in Nashville il 3 dicembre, ma il tempo cattivo ha impedito di osservarla. Il luogo telegrafato jeri è il seguente:

« Nashville 3 dicembre $9^h.20^m$

$$\alpha = 65^\circ.29'$$
$$\delta = 4^\circ.45'$$
debole.

Matematica — *Sui sistemi Cremoniani reciproci di grado m.* Nota III. del prof. G. Jung, presentata dal Socio Brioschi.

« Il concetto della trasformazione Cremoniana *reciproca* di grado qualunque, del quale mi sono occupato precedentemente [1], sembra assai fecondo. Già ho notato come per ogni valore di m si possono costruire tante classi di sistemi Cremoniani reciproci, quante sono le soluzioni delle equazioni (1) che definiscono una rete omaloide di grado m; e come ognuna di tali classi dia origine ad una determinata specie di superficie monoidi e ad una determinata specie di curve piane e di coni correlativi.

« Le recenti pubblicazioni del sig. Jonquières [2] e del sig. Guccia [3], nelle quali si dà il modo di trovare, per ogni valore di m, tutte le soluzioni possibili delle equazioni indicate, epperò anche tutte le trasformazioni Cremoniane isografiche e tutte le trasformazioni Cremoniane reciproche di qualsivoglia grado, completano in un certo senso la mia ricerca, in quanto permettono di assegnare la totalità delle superficie monoidi, delle curve piane e dei coni, che si possono generare per mezzo di *due* sistemi Cremoniani reciproci di un grado dato.

« Quel concetto può facilmente estendersi, riferendo fra loro opportunamente *tre* o più sistemi Cremoniani, ovvero stabilendo una relazione univoca fra gli elementi di una congruenza Cremoniana [4] e gli elementi di una forma fondamentale di 2ª specie.

« Se, per fissar le idee, i raggi di una congruenza Cremoniana $(\sigma_1, \sigma_2) \equiv \Sigma$ (generata da due piani isografici di grado n, σ_1, σ_2) oppure i raggi di una congruenza Cremoniana $(S_1, S_2) \equiv \Sigma_1$ (generata da due stelle isografiche di grado n, S_1, S_2) si associano uno ad uno ai piani di una stella S, la quale si trovi in corrispondenza Cremoniana *reciproca* di grado m col piano punteggiato σ_1, oppure, rispettivamente, si trovi in corrispondenza Cremoniana *isografica* di grado m con la stella di piani S_1; e si determina il *luogo dei punti in cui i raggi di* Σ *(o di* Σ_1*) incontrano i corrispondenti piani di* S —

[1] Rendiconti della r. Accademia dei Lincei, 1885; pag. 762 e pag. 773.
[2] Comptes rendus de l'Académie des sciences, 1885, pag. 720, 857, 921.
[3] Comptes rendus ibidem: pag. 808.
[4] Hirst, *On Cremonian Congruences* Proceedings of the London Math. Society. Vol. XIV.

si arriva a un'altra numerosa serie di superficie (rappresentabili punto per punto sul piano) e si ha un metodo facile e generale per istudiarne le proprietà [1]. Dico numerosa: perchè, anche prescindendo dal fatto che un dato valor di n si può combinare con un valore qualsivoglia di m, non solo ogni coppia n, m può dar luogo a più superficie, dipendentemente dal numero di soluzioni che le equazioni (1), relative ai valori assunti di m ed n, ammettono; ma ogni singola soluzione somministra inoltre più specie di superficie, secondo le relazioni che si verificano fra i due gruppi di *elementi fondamentali* sovrapposti in σ_1 (o in S_1): intendo dire del gruppo relativo alla corrispondenza isografica fra σ_1 e σ_2 (o fra S_1 e S_2) e del gruppo relativo alla corrispondenza reciproca fra σ_1 ed S (o alla isografica fra S_1 ed S) [2].

« Segando con un piano arbitrario ε la congruenza Σ e la stella S, si stabilisce fra i punti e le rette di ε una corrispondenza multipla: a ogni punto corrisponde in generale un gruppo di $n+2$ rette — a ogni retta *un* punto, a tutte le rette di un gruppo un unico punto. *Il luogo dei punti situati in una delle rette corrispondenti* (punti uniti) *è la curva sezione di ε con* (Σ, S), *cioè con la superficie generata dalla congruenza Σ e dalla stella* S. Per $m=n=1$, per esempio, questa curva è del 5° ordine, perchè Σ e S generano una certa superficie del 5° ordine avente un punto triplo in S.

« Segando con ε la congruenza Σ_1 e la stella S, fra i punti e le rette del piano si stabilisce una corrispondenza multipla: a ogni retta corrisponde in generale *un* punto, a ogni punto, un gruppo di m rette, a tutte le rette di un gruppo, un unico punto. *Il luogo dei punti uniti è la sezione di ε con la superficie* (Σ_1, S).

« Questa medesima curva si può definire anche altrimenti. Segando infatti con ε le stelle di piani S_1, S_2, S si ottengono *tre sistemi piani rigati che a due a due sono in corrispondenza Cremoniana isografica* (*di gradi* n, m, mn): *il luogo dei punti in cui s'incontrano le rette omologhe dei tre sistemi, coincide con la curva anzidetta.* Nel caso particolarissimo di $m=n=1$, per esempio, si ricade sulla nota generazione della superficie di 3° ordine, per mezzo di tre stelle collineari, e della curva piana di 3° ordine, per mezzo di tre piani collineari rigati sovrapposti; così le proprietà di queste cubiche scaturiscono in gran parte da proprietà delle superficie

[1] Similmente *la congruenza Cremoniana Σ (o Σ_1) si può riferire univocamente a un piano punteggiato σ*; considerando gl' inviluppi dei piani determinati dagli elementi corrispondenti, si hanno le superficie reciproche (per dualità) di quelle indicate nel testo.

[2] Per esempio, se gli elementi fondamentali del primo gruppo non coincidono con alcuno degli elementi fondamentali del secondo gruppo, la superficie $(\Sigma, S) \equiv \psi$ è di ordine pari quando n ed m sono numeri pari e di ordine dispari negli altri casi; e lo stesso dicasi della superficie $(\Sigma_1, S) \equiv \psi_1$. In ogni modo però S è un punto $(n+2)$-plo per la ψ ed è un punto n-plo per la ψ_1.

e delle curve più generali, delle quali si è brevemente accennata la genesi nella presente comunicazione »(¹).

Astronomia. — *Sul numero delle opposizioni nelle quali vennero osservati i pianetini fra Marte e Giove.* Nota II. di E. MILLOSEVICH, presentata dal Socio TACCHINI.

« Dopo il 18 giugno 1885, data alla quale si arresta la mia prima Nota (vedi vol. I, serie 4ª, Rendiconti — Seduta del 21 giugno 1885) sul numero delle opposizioni, nelle quali vennero osservati i pianetini fra Marte e Giove, avvennero le seguenti modificazioni nello *stato civile* di quella sempre crescente famiglia celeste.

« Si accertò che il pianeta scoperto il 5 giugno dal dott. Palisa era nuovo e assunse il nome di Lameia. Dopo quel giorno si scoprirono altri quattro pianetini (249), (250), (251), (252), l'ultimo dei quali non fu osservato che due sole volte e dal solo scopritore. Questi pianeti non furono ancora battezzati, fatta eccezione del (249) che assume il nome di Ilse.

« Importanti cambiamenti avvennero nel quadro dei pianeti osservati in una sola opposizione, giacchè Adeona (145), Erigone (163) ed Eudora (217) per merito del Palisa vennero ritrovati, e per Adeona ed Erigone il rinvenimento fu una nuova scoperta facilitata dai conteggi dell'Ufficio di Calcolo di Berlino. Passano pure nel quadro dei pianetini osservati in due opposizioni Rosa (223), Honoria (236), Coelestina (237), Germania (241), quest' ultimo ritrovato da me l' 11 novembre in un luogo 73^s e $3',4$ distante da quello assegnato dal calcolo fatto sulle osservazioni della prima opposizione. I pianeti quindi osservati in una sola opposizione sono fino ad oggi (5 dicembre 1885):

Gruppo A			Gruppo B		
	Dike	(99)		Hypatia	(238)
	Aethra	(132)		Adrastea	(239)
	Medusa	(149)		Vanadis	(240)
	Scylla	(155)		Kriemhild	(242)
	Xanthippe	(156)		Ida	(243)
	Dejanira	(157)		Sita	(244)
	Andromache	(175)		Vera	(245)
	Irma	(177)		Asporina	(246)
	Istria	(183)		Eukrate	(247)
	Menippe	(188)		Lameia	(248)
	Ambrosia	(193)		Ilse	(249)
	Arete	(197)			(250)
	Stephania	(220)			(251)
	Agate	(228)			(252)?

(¹) Altra combinazione di *tre* sistemi Cremoniani danno origine ad altre curve e ad altre superficie.

« Quelli del gruppo B vengono o verranno successivamente in seconda opposizione, ma quelli del gruppo A sono perduti o quasi, e solo calcoli laboriosi e ricerche pazienti potranno produrre il riacquisto.

« I pianeti Vala (131), Rhodope (166) vennero osservati attualmente in tre opposizioni, mentre Lucina (146), Dido (209) ed Eos (221) passano nella categoria di quelli osservati in quattro opposizioni in seguito alle mie recenti osservazioni.

« Finalmente Bianca (218), Phthia (189) e Atala (152) (quest'ultimo in seguito ad una mia osservazione) rientrano nel gruppo di quelli osservati in cinque opposizioni.

« Riepilogando quindi abbiamo:

Pianetini	162	osservati	in più di cinque o almeno cinque opposizioni.
»	28	»	in quattro opposizioni.
»	16	»	in tre opposizioni.
»	18	»	in due opposizioni.
»	28	»	in una opposizione.
Totale	252		

Fisica celeste. — *Il numero mensile di gruppi di macchie solari paragonato colle variazioni mensili del magnete di declinazione diurna.* Nota del prof. P. M. Garibaldi presentata dal Socio Tacchini.

« È noto come per argomentare del numero di gruppi di macchie solari e attenuare — in qualche modo — le irregolarità che provengono dalla discontinua esplorazione dell'astro si usa il metodo delle compensazioni che consiste nell'attribuire ad un mese, per numero di gruppi di macchie, quello che risulta da una media di quelli osservati nel mese stesso, in quello che immediatamente lo precede e immediatamente lo segue.

« Per opportunità di confronti lo stesso sistema di compensazione è applicato ai valori mensili delle variazioni del magnete di declinazione diurna: i valori medî mensili ad ambo le serie erano poi rispettivamente compensati e rappresentavano la media di ogni singola serie successiva di dodici mesi.

« Le due serie poste a confronto mostrano, in genere e a larghi tratti, un andamento armonico e confermano, una volta di più, la solidarietà del doppio ordine di fatti.

« Se però si paragonano fra di loro rispettivamente i termini delle serie corrispondenti ai mesi omonimi, si incontrano singolari e frequenti differenze e, non è raro il caso, che nel mentre nell'una più termini sono in aumento nell'altra serie invece sieno in diminuzione mostrando, per segno e per differenze, andamenti diversi, contrarî ed indipendenti — questo risulta anche da una nostra recente comunicazione [1].

[1] Vedi: Atti della reale Accademia dei Lincei vol I, serie 4.ª Rendiconti della seduta 1 marzo 1885.

« Se ben si considera questa disarmonia nei termini delle due serie non può non verificarsi siccome quella che è conseguenza del sistema di compensazione adoperato: il quale se è razionale e rispondente quando si voglia arguire della sistemazione dei gruppi di macchie solari che non possono essere registrati ogni giorno, non è applicabile per dedurre dei minuti rapporti di causalità che passano fra i gruppi suddetti e le variazioni magnetiche diurne, perchè i movimenti del declinometro dipendendo dall'azione delle macchie *attuali* non possono essere messi a confronto con un numero che rappresenta macchie, molte delle quali, *passate* e che non possono, perciò, esercitare sull'ago alcuna influenza o quasi, e con altre che non possono, certamente, in modo alcuno influire sul magnete perchè ancora di là da venire: quindi le molte e notevoli differenze nei termini mensili omonimi delle due serie.

« Del pari il computo delle epoche di ricorrenza dei massimi e minimi fatto con questo sistema, non può condurre che a valori più o meno vicini al vero perchè il mese del minimum ha un valore maggiore del giusto essendo formato con quello del mese successivo nel quale è già iniziato il periodo del maximum, e il mese del maximum è diminuito perchè racchiude il valore del mese immediatamente seguente che è minore perchè segna il principio del periodo del minimum.

« Ritenendo ora che l'energia solare — in quanto ha azione sull'ago di declinazione diurna — è non solamente in funzione dei *gruppi di macchie* ma eziandio della loro *estensione* abbiamo composto il seguente quadro nel quale si trovano intatti i valori di mese tali e quali risultano dalle osservazioni tanto del declinometro quanto di macchie solari, solamente il numero dei gruppi di queste è moltiplicato per la loro estensione; così: chiamando G il numero dei gruppi di macchie ed E la loro estensione il valore dei singoli mesi è $G \times E$, e per mettere poi in evidenza l'influenza di ogni uno si è calcolato il loro valore prendendo la media di ogni serie successiva di dodici mesi.

« Le cifre rappresentanti il numero mensile dei gruppi di macchie e la loro estensione sono tolte dalle osservazioni del prof. Tacchini e per cura di lui registrate nelle Memorie degli Spettroscopisti italiani, quelle che rappresentano i valori, pure mensili, delle variazioni del magnete di declinazione diurna sono desunte dalle osservazioni fatte nell'osservatorio della regia Università di Genova e prima d'ora pubblicate [1].

« I valori di ambo le serie $G \times E$ di gruppi di macchie solari e V di declinazione diurna sono compendiati nel seguente quadro M.

[1] Vedi, *Variazioni ordinarie e straordinarie del magnete di declinazione diurna osservate in Genova nel periodo* 1872-84 per P. M. Garibaldi, tip. del r. istituto Sordo-muti. Genova 1885.

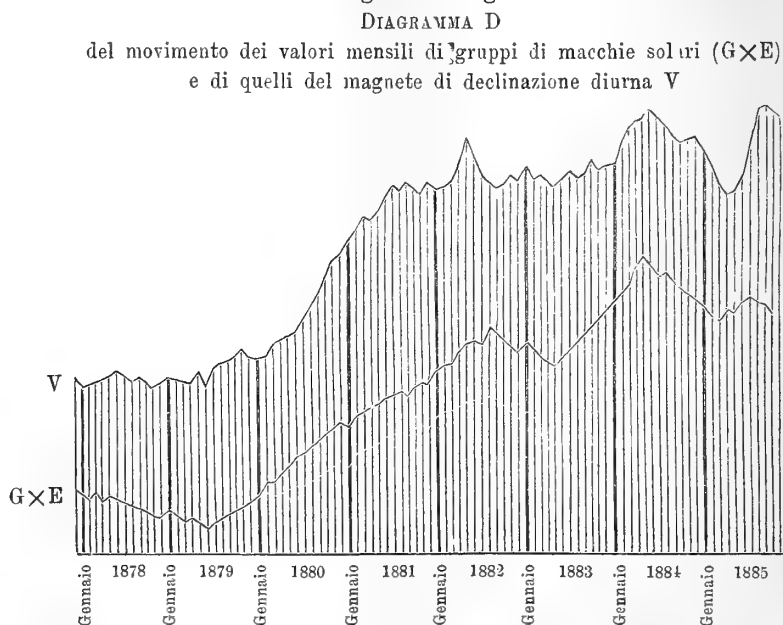
Tavola M

	1878		1879		1880		1881		1882		1883		1884		1885	
	G×E	V	G×E	V	G×E	V	G×E	V	G×E	V	G×E	V	G×E	V	G×E	V
Gennaio . .	1,44	77,22	0,57	77,18	3,59	79,36	59,52	93,86	129,22	101,76	167,57	104,22	553,74	105,38	354,12	107,90
Febbraio . .	1,43	77,37	0,56	77,36	5,24	79,53	66,48	95,61	135,12	101,90	159,59	103,24	594,44	107,89	342,57	105,29
Marzo . . .	1,50	77,43	0,47	77,26	6,71	80,60	74,03	96,90	145,93	101,86	146,77	103,72	661,05	109,99	277,82	103,03
Aprile . . .	1,16	77,69	0,47	76,40	7,69	83,48	79,19	96,30	182,72	103,58	140,31	103,69	682,78	110,56	286,54	101,55
Maggio. . .	1,18	77,86	0,30	76,86	11,17	83,39	80,51	97,68	199,91	106,30	128,23	101,38	**722,82**	111,07	217,47	104,38
Giugno. . .	1,12	78,91	**0,06**	**76,13**	17,94	83,87	85,02	100,00	195,95	104,70	181,16	102,30	678,77	**111,26**	259,16	106,10
Luglio . . .	1,10	77,94	0,28	76,94	19,48	84,56	114,80	100,85	172,24	103,08	271,14	103,47	601,97	110,54	**276,95**	109,75
Agosto . . .	1,03	77,87	0,72	77,87	31,04	86,45	118,90	100,66	179,78	102,67	285,31	103,38	604,12	109,54	267,77	113,05
Settembre .	0,77	77,99	0,89	78,74	43,89	88,20	115,81	101,77	175,69	101,96	326,34	104,01	574,01	109,33	260,32	**113,12**
Ottobre. . .	0,75	77,22	1,10	79,50	50,43	90,97	117,24	101,01	174,83	102,09	408,40	105,69	492,11	108,34	249,41	111,55
Novembre .	0,57	76,18	1,37	80,12	51,60	92,96	125,62	100,70	164,09	103,54	473,79	104,76	436,82	108,49	—	110,70
Dicembre .	0,56	76,97	1,46	79,67	59,95	93,55	124,76	101,90	162,27	102,61	522,81	105,05	396,28	109,13	—	—

« Dall'esame del medesimo si vede che l'andamento dei termini delle due serie è — fisicamente — in piena armonia e il movimento dei valori in chiara corrispondenza non solo nel complesso ma eziandio nei dettagli di mese; alcuni di questi — talora per differenze piccole — sono discordanti nel segno, ma ciò deve ripetersi da accidentalità ed influenze telluriche complesse ed indefinite e da altre cosmiche agenti sull'astro che complicano molto questo genere d'investigazioni, nel quale si pongono a confronto manifestazioni fisiche che — sebbene solidali — appartengono a fenomeni d'ordine disparatissimo e in modo diverso influenzati.

« La ricorrenza del minimum di gruppi di macchie e di declinazione magnetica diurna cade nell'istesso mese — giugno 1879; — il maximum di gruppi di macchie si riscontra in maggio 1884 e il declinometrico in giugno successivo quando, invece, col metodo di compensazione di cui è fatto cenno nel principio di questa Nota, il minimum declinometrico cadeva in dicembre 1878 e quello di gruppi di macchie in marzo successivo 1879; il maximum di gruppi di macchie in febbraio 1884 e quello di variazioni magnetiche nel maggio stesso anno.

« Il movimento armonico dei valori di mese di entrambe le serie in discorso è reso evidente dal seguente diagramma D.

Diagramma D
del movimento dei valori mensili di gruppi di macchie solari (G×E)
e di quelli del magnete di declinazione diurna V

« È circostanza degna di nota che il maximum di gruppi di macchie precede il maximum declinometrico; questo si vede nei primi massimi del 1884 e nei secondi del 1885; ciò, forse, dipende da che l'ago calamitato (il quale, come nel nostro declinometro, è relativamente molto pesante) continua le sue oscillazioni non solo per l'azione dei gruppi di macchie attuali

ma anche per il movimento acquistato ciò che produce il ritardo e lo spostamento sudetto; così in un altro ordine di fenomeni si realizza un fatto analogo a quello notissimo che il maximum termometrico diurno si verifica dopo il passaggio del sole al meridiano.

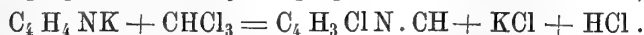
« Tenendo a calcolo il numero di perturbazioni magnetiche di origine tellurica, forse, si potrebbe trovar la ragione della piccola disarmonia che si verifica in diversi mesi; inoltre la discrepanza fra l'andamento di alcuni altri termini delle due serie dipende da che il declinometro *vede* e registra sempre le macchie e anche quelle che per nebulosità atmosferica sfuggono all' osservazione diretta, e, pertanto, il valore correlativo delle due serie mensili non essendo omogenee cessa di essere rigorosamente paragonabile e ingenera le disarmonie sopra annunziate.

« Ad ogni modo questo nuovo metodo di confronto — che si fonde sopra valori assoluti tali e quali sono dati dall'osservazione conferma, ora, in modo semplice e perentorio — anche nei minori dettagli — la legge fisica « *che i movimenti dell'ago di declinazione diurna hanno la loro origine e misura nelle macchie solari* » e che, in difetto delle osservazioni dell'astro, le condizioni del medesimo — in quanto riguarda macchie — possono con tutta ragionevolezza e sufficiente precisione argomentarsi dalle variazioni dell'ago di declinazione diurna ».

Chimica. — *Sulla trasformazione del pirrolo in piridina.* Nota di GIACOMO CIAMICIAN, presentata dal Socio CANNIZZARO.

« La reazione per la quale si ottiene la monocloro piridina e la monobromopiridina dal pirrolo, trattando il suo composto potassico col cloroformio o col bromoformio, non è stata ancora completamente spiegata; io credo perciò che le brevi considerazioni che mi sono proposto di fare in questa Nota non saranno del tutto inutili. Esse mi furono suggerite da alcuni fatti scoperti recentemente da Weidel e da lui pubblicati durante le ferie accademiche ([1]).

« Alcuni anni fa, io ho tentato di spiegare l'azione del cloroformio sul composto potassico del pirrolo, in una Memoria pubblicata assieme al dott. Dennstedt ([2]), in due modi diversi, che possono esprimersi con le seguenti equazioni:

$$C_4H_4NK + CHCl_3 = C_4H_4N . CCl + KCl + HCl, \text{ e}$$
$$C_4H_4NK + CHCl_3 = C_4H_3ClN . CH + KCl + HCl.$$

« Nel primo caso l'atomo d'idrogeno del cloroformio sarebbe eliminato

([1]) Monatshefte für Chemie VI, 664.

([2]) *Studî sui composti della serie del pirrolo.* Parte II. *Sulla trasformazione del pirrolo in piridina.* 1882.

assieme al cloro in forma d'acido cloridrico ed il residuo « CCl » entrerebbe nel nucleo del pirrolo trasformandolo in cloropiridina; nel secondo, l'idrogeno del cloroformio resterebbe unito al carbonio, ed uno degli atomi d'idrogeno del pirrolo eliminandosi in forma d'acido cloridrico, verrebbe sostituito dal cloro. — Seguendo l'interpretazione che io assieme al Dennstedt ho dato di questa reazione, nel primo caso il cloro avrebbe nella cloropiridina, che si forma in questo modo, la posizione « para » rispetto all'azoto, nel secondo caso verrebbe ad averne una delle altre due.

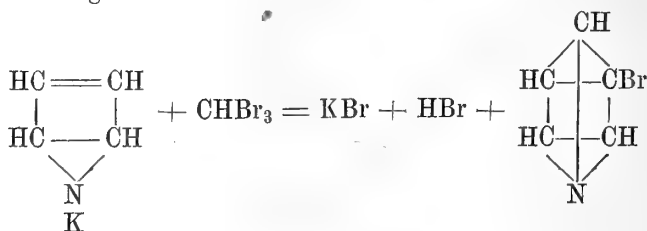
« Nella Memoria già citata noi abbiamo preferito la prima interpretazione, perchè il tetracloruro di carbonio dà col composto potassico del pirrolo, l'istessa cloropiridina che si ottiene col cloroformio.

« Il bromoformio agisce in modo del tutto analogo al cloroformio sul composto potassico del pirrolo, per cui è probabile che nella bromopiridina che si genera in questo modo il bromo venga ad occupare lo stesso posto, tanto più che i cloroplatinati delle due basi sono isomorfi.

« Nella Memoria suaccennata, il Weidel ha dimostrato, che il bromo nella bromopiridina di Hofmann, che è identica a quella che si ottiene dal pirrolo, ha la posizione corrispondente a quella del carbossile nell'acido nicotico, che ora tutti ammettono essere la posizione « meta ».

« Io credo perciò che in seguito al lavoro del Weidel, acquisti molta probabilità la seconda maniera di spiegare la formazione della bromopiridina dal pirrolo, se non si vuole ammettere che si formi in principio una parabromopiridina la quale dovrebbe trasformarsi poi nell'altro isomero.

« Se si vuole dunque interpretare la reazione nel modo che io ho già più volto esposto (1), la bromopiridina di Hofmann sarebbe da esprimersi con lo schema seguente:

```
                                                      CH
                                                     /|\
HC===CH                                           HC-|-CBr
 |    |   + CHBr3 = KBr + HBr +                    |  |  |
HC---CH                                           HC-|-CH
  \  /                                               \|/
   N                                                  N
   K
```

« Per ultimo è da notarsi ancora che se, come mi sembra probabile, la cloropiridina ottenuta dal pirrolo corrisponde per la posizione dell'alogeno alla bromopiridina di Hofmann, essa non può essere identica alla base che Lieben e Haitinger (2) ottennero dall'acido chelidonico, avendo questi chimici ragioni molto valide per ritenere che il composto da loro ottenuto sia una paracloropiridina ».

(1) *Sulla costituzione del pirrolo.* 1885.
(2) Monatshefte für Chemie VI, 315.

Mineralogia. — *Sopra il granito a sferoidi di Ghistorrai presso Fonni in Sardegna.* Nota II. di DOMENICO LOVISATO, presentata dal Socio STRÜVER.

« Dopo la mia breve Nota [1] sui famosi inclusi nel granito di Ghistorrai presso Fonni, accompagnata e seguita dall'invio di alcuni di que' speciali noduli a talune delle nostre Università ed all'Istituto di Francia (Parigi) per parte mia, e dopo che dall'ill. prof. Gerhard vom Rath venivano provvedute di questa specialità sarda le principali Università della Germania, segnatamente quelle di Berlino e di Bonn, della quale ultima l'illustre uomo è decoro, è naturale che dai più distinti mineralogisti e geologi si studiasse il curioso fenomeno e si cercassero analogie collo stesso.

« Qualcuno volle vedere una lontana rassomiglianza col Rappakivi di Finlandia e degli Urali, ma evidentemente nulla ha a che fare questo granito a grossi elementi col nostro granito di Ghistorrai, che contiene dei veri inclusi, nè potremo quindi mantenere il paragone, che se ne vorrebbe fare, cioè che il Rappakivi sta al granito di Ghistorrai come la Corsite a certe dioriti e diabasi globulari con elementi di 7 ad 8 cent. di diametro, come se ne conoscono anche in Liguria.

« Il prof. Joh. Lehmann (Breslavia) avea promesso uno studio petrografico speciale sugli inclusi di Fonni, ma nella sua grande opera [2] uscita poco appresso non fece altro che ripetere quanto avea già detto in proposito l'illustre vom Rath, aggiungendo solo delle osservazioni microscopiche, ma senza dire nulla di nuovo.

« Lo stesso vom Rath [3] cita alcune rassomiglianze colla meravigliosa comparsa degli sferoidi di Fonni, così esprimendosi « Se noi cerchiamo analogie col fenomeno di Fonni, noi troviamo la struttura sferoidale di certi graniti in filoni delle Montagne dei Giganti (von Schwarzbach und am Kynast), che trovò G. Rose e descrisse (vedi Roth, Erläuterungen, ecc. pag. 63, 64; 1867), come pure il granito con struttura a sfere (Sphärenstruktur) di Slätmossa (Sitzungsber. 1. Decembr. 1884) e la diorite orbiculare di Corsica (Sitzungsber. 15. Jan. 1883) e di Rattlesnake Bar, California (Sitzungsber. 1. Dec. 1884) ».

« A queste analogie non dobbiamo dimenticare di unire quella, sulla

[1] D. Lovisato, *Specialità rimarchevoli nella zona granitico-schistosa della Sardegna.* R. Accademia dei Lincei, vol. I, serie 4ª. — Rendiconti — Adunanza gen. del 10 e 12 giugno 1885.

[2] J. Lehmann, *Entstehung der altkrystallinischen Schiefergesteine*, ecc.

[3] G. vom Rath, *Mittheilungen über Sardinien;* Separat-Abdruck aus den Sitzungsberichten der Niederrheinischen Gesellschaft für Natur - und Heilkunde zu Bonn; Universitäts-Buchdruckerei von Carl Georgi, 1885, pag. 30-1.

quale avea la bontà di richiamare l'attenzione dell'ill. Mineralogista di Bonn il prof. Websky, che al proposito in Berlino tenea conferenza speciale.

« Riporto le testuali parole del pregevolissimo scritto inviato il 22 luglio dal prof. Websky al vom Rath « Questi sferoidi di Fonni rammentano molto quelle formazioni, nelle quali si presenta il corindone di Wolfshau ad occidente di Schmiedeberg in Slesia. La colonia Wolfshau giace all'entrata del burrone Erlengrund, il quale solo qui corre in granitite, altrove in micaschisto della Schneekoppe. Nella granitite, che si presenta al lato orientale, passante tosto al micaschisto, mostrasi un filone di pegmatite, il quale ogni tanto è coltivato per estrarne il feldespato. In questa pegmatite stanno forme tondeggianti, piuttosto nettamente delimitate, però saldamente unite alla roccia incassante, le quali constano prima di tutto di una crosta sottile, composta di mica radiata e di corindone: da questa sporgono in fuori verso l'interno i cristalli di corindone che qui divengono azzurri. Lo spazio interno è riempito di grossi individui di ortosio, di mica potassica con contorni di cristalli spesso distinti, di poca mica magnesiaca verde-oscura e — secondo un' osservazione di Liebisch — anche di piccole particelle di dumortierite di colore azzurro oscuro. Gli sferoidi hanno di regola un piede di diametro, così che nelle collezioni non se ne trovano che frammenti ».

« Il vom Rath, che fu compagno di G. Rose, 30 anni fa (agosto 1855) ebbe a raccogliere in quel punto un saggio di questa bella specialità, che ora si trova nel Museo di Poppelsdorf.

« Malgrado queste analogie siamo molto lontani dall'avere qualche cosa che possa identificarsi cogli sferoidi di Fonni, i quali, per la forma, pei componenti, per la somma facilità con cui si isolano dal granito nello spazio limitatissimo di Ghistorrai, restano ancora un fenomeno unico in Europa, giacchè in America a Craftsbury nel Vermont (Stati Uniti) rinveniamo qualche cosa che molto si avvicina agli inclusi di Ghistorrai.

« Nel *Bullettin de la Société Minéralogique de France* (Tome VIII, n. 5, Mai 1885, da pag. 132 a 141) troviamo una Nota del signor K. de Kroustschoff da Breslavia sul granito variolitico di Craftsbury in America ([1]).

« Il Kroustschoff dice doversi la prima notizia sopra questa interessante occorrenza al signor Hitchkock, che nel Rapporto sulla geologia dello Stato di Vermont ([2]) descrive il giacimento variolitico in questi termini: « The basis of this remarkable variety of granite is rather fine-grained, white and highly feldspathic. The mica however, is usually dark, and where it exists in large quantities, it gives to the rock the aspect of syenite. But there is not hornblend present. Scattered through this base, occur numerous

([1]) M. K. de Kroustschoff, *Note sur le granite variolitique de Craftsbury en Amérique.*

([2]) *Report on the Geology of Vermont*, by Edward Hitchkock L. L. D., Edward Hitchkock jun., M. D., Albert Hager, A. M. and Chas. H. Hitchkock, vol. II, p. 564. 1861.

spheroidal or elongated and some what flattened nodules of black mica, from half an inch to two inches in diameter, and when elonget d, the longer axis is sometimes seen as much as four or five inches long. They are usually more or less flattened, and have a shrivelled appearance like dried fruit. They sometimes become so thin as to consist only of a few plates .... When the nodule is elongated, and the wrinkles correspond, as they always do, to the longer axis, the ressemblance is very striking to a dried butternut, more especially when stripped of its epicarp. No wonder they should be called *petrified butternuts* .... If a specimen, somewhat flattened, be placed on its edge, and a moderately sharp blow be given to it with a hammer, concavo- convex scales will be chipped off even to the centre. They are composed of layers of mica with granular quartz, and probably some felspar interposed. The structure is evidently *concretionary*; yet as already intimated, one can hardly avoid the suspicion that something has been abstracted from some of them, causing shrinkage ».

Fa seguire il Kroustschoff questa osservazione del Rev. S. Hall, che si trova a pagina 721 del citato volume « These singular nodules seem to he imbedded in the granite mass « like plums in a pudding ». They extend only a short distance from the place where first found in stanstead; from that place to Craftsburg the granite exhibits no unusual appearance. At the south village, in the latter town, is an *immence bed* of *nodular granite*, some of which seems to be composed almost entirely of nodules, slightly cemented by grains of mica and quartz. Other parts of the rock are very solid, and not inclined to decomposition more than other granite ».

« Quindi il de Kroustschoff, dopo aver detto che, sebbene abbia raccolto egli stesso i suoi campioni a Craftsbury, pure pel breve soggiorno non ha potuto fare delle osservazioni stratigrafiche sull'interessante roccia, passa alla sua descrizione. Parve a lui che il granito variolitico formasse una specie di lente dentro il granito ordinario, precisamente come abbiamo pel granito di Ghistorrai: però « la teneur assez élévée en calcite du granit et surtout des varioles, lui imprime un caractère tout particulier, qui n'a pas encore été signalé jusqu'ici » del granito di Craftsbury è già un punto controverso per la questione che trattiamo, non contenendo il granito di Ghistorrai punto di calcite, come vedremo ora nel passare in rassegna le preziose osservazioni del de Kroustschoff sul granito variolitico americano.

Esame macroscopico. « Sull'esame macroscopico della pasta non trovo a fare osservazioni, che invece mi vengono naturali per gli arnioni (varioles). Il sig. Kroustschoff dice che nei suoi campioni sono distribuiti gli inclusi nella pasta granitica a 2 o 3 cent. di distanza: nel granito di Ghistorrai presso Fonni all'incontro noi li troviamo rinserrati senza regola alcuna, dal contatto immediato fra loro delle buccie fino a 10, 15 e più centimetri di distanza.

« A l'oeil nu ou même à la loupe, così continua il de Kroustschoff, elles paraissent entierement formées d'enveloppes concentriques de mica noir; on n'y reconnaît du moins pas autre chose que les deux micas »: negli inclusi di Fonni invece, di 38 sferoidi sezionati e levigati, in soli 5 trovai qualche lamella di mica muscovite nel complesso dei nuclei; nella buccia solamente in uno, mentre in un altro vidi qualche lamella all'orlo della buccia stessa: quindi la mica potassica è fatto assolutamente eccezionale sia nel nucleo centrale che nella buccia; la muscovite è più frequente nel granito normale, che comprende questi curiosi inclusi, là dove specialmente il feldespato ortosio di color rosa ed il quarzo sovrabbondando formano piccoli nidi speciali, oppure a contatto immediato dei nuclei, e a contatto della prima buccia di mica biotite.

« Leur forme n'est pas tout à fait sphéroïdale, mais on aperçoit sur la circonference de proéminences et des irrégularités plus ou moins prononcées, de sorte qu'elles ressemblent beaucoup à de cailloux roulés. Une section à travers un de ces globules montre un noyau central du même aspect que la pâte, autour duquel se disposent les lamelles des deux micas en couches concentriques comme des pelures d'oignon. Les saillies de la surface des nodules correspondent probablement à des inégalités du noyau. En traitant le granite et notamment l'intérieur des globules par l'acide acétique, on est bien étonné d'apercevoir en certains points une effervescence marquée; or l'examen macroscopique fait dejà supposer la présence d'un carbonate dans cette roche » così conclude l'esame macroscopico dei suoi inclusi il de Kroustschoff.

« Anche nei noduli di Ghistorrai raramente abbiamo la forma sferoidale, mentre si presentano le forme più bizzarre, quà di ciottoli da fiume e là da spiaggia marina; però se pur si osservano delle irregolarità esteriormente, a queste non corrispondono le eguali nella parte interna, che nel maggior numero dei casi non mostra l'aspetto granulare, come la pasta del granito normale involgente.

« Riguardo alla buccia osserverò che in alcuni arnioni essa si presenta fino di 12 straterelli concentrici con uno spessore complessivo che va da 5mm. fino a 20mm., come ho potuto osservare in uno sferoide dal piccolo nucleo centrale: le lamelle poi di biotite dei singoli straterelli hanno una direzione normale al piano tangenziale dello sferoide; raramente le vediamo disposte parallelamente a questo piano.

« Ho trattato il granito, le buccie e la parte interna degli sferoidi freschi e decomposti, cogli acidi cloridrico, nitrico, solforico, acetico, concentrati e diluiti, ma non ho avuto la minima effervescenza; quindi abbiamo una differenza notevole fra il granito di Craftsbury ed il nostro fonnese, perchè mancante di calcite.

Esame microscopico. « Nell'esame microscopico della pasta il rapporto

dei due feldespati si osserva eguale anche nel nostro granito, cioè il plagioclasio in quantità minore: non ho però osservato i microliti di mica bianca, che appariscono nel granito americano; ma dissi già essere eccezionale affatto la muscovite nel granito di Ghistorrai, nel quale mancano anche i grossi e piccoli romboedri n tti di calcite, osservati dal sig. Kroustschoff nel granito del Vermont.

« Nel quarzo sparso anche nel nostro granito, come nell'americano, in grandi frammenti irregolari grigi, non ho osservato le inclusioni liquide, che, benchè raramente e piccole, pure furono osservate dal de Kroustschoff nella pasta dei graniti di Craftsbury: nulla si vede neppure di cristalli prismatici bipiramidati incolori notati nel granito variolitico del Vermont.

« Sulle miche poche osservazioni ancora abbiamo a fare: la mica potassica, che per eccezione compare in questo granito è dicroica, e più che in lamelle è in fogliette irregolari bianche o giallo-pallide: la mica magnesiaca è per lo più nera, ma anche verde oscura, comparendo talvolta come fosse trasformata in una specie di clorite, sempre però dotata di dicroismo assai forte.

« Mancando la calcite non si osservano quindi nel nostro granito neppure quelle certe macchie di una sostanza polverulenta, nè del pari quei frequenti piccoli spazi, ordinariamente vuoti o forse intieramente riempiti di un liquido, come risultano dalle osservazioni del sig. de Kroustschoff pel granito americano.

« Si osservano invece, però sempre come accessori, dei cristalli non tanto piccoli, che dànno colori di polarizzazione molto vivi, specialmente di tinta gialla, ed è ben raro che s'incontri di questa sostanza, che certamente è l'epidoto, un campione con qualche piccolo nido: per nulla però m'apparve il rutilo, che secondo il sig. Kroustschoff si troverebbe come microlito prismatico nel quarzo e nel feldespato: nel granito di Ghistorrai mancherebbero anche lo sfeno, la pirite di ferro, il granato e quasi assolutamente la magnetite, della quale la calamita dopo tante prove ne levò piccolissima quantità: queste specie minerali come accessorie compariscono in altri graniti della Sardegna.

« Passando alle osservazioni microscopiche degli arnioni, oltre che escludere anche per questi assolutamente la calcite, debbo osservare che mentre il de Kroustschoff dice che « Le noyau central offre le même aspect que le granit et consiste en plages irrégulières de quartz hyalin, de très peu de feldspath, de lamelles parfois hexagonales de mica blanc, de paillettes de biotite et vers les bords de masses striées de calcite »; nei nostri inclusi dopo le buccie di mica biotite con feldespato plagioclasio, mescolato intimamente, ma anche molto raramente con poco quarzo e ortosio, abbiamo il nucleo centrale, che solo in alcuni è d'una pasta granitica quale il granito normale, che racchiude i famosi arnioni; per lo più, come ho già

osservato [1], offresi bianco o bianco roseo costituito dal feldespato plagioclasio bianco, caratteristico per le sue strie di geminazione, che presenta, e che predomina sopra l'ortosio e specialmente sopra il quarzo, dapprima molto povero. Procedendo verso il centro, nel maggior numero di nuclei passiamo dalla disposizione a zone a quella ancora a zone, ma rotta dalla biotite, disseminata in piccole lamelle, e finalmente alla disposizione granulare di un vero granito col quarzo a grani e colla medesima mica biotite, alla quale solo in rarissimi casi si aggiunge, ma sempre in piccolissima quantità, la muscovite. In alcuni poi di questi nuclei la massa interna è quasi completamente feldespatica non comparendovi che pochissimi granuli di quarzo, e rari e piccoli nidi di mica; in altri invece, sebbene inclusi nettamente isolabili, ma nei quali verso la periferia il carattere sferoidico non è tanto bene marcato, abbiamo che la massa interna presentasi nettamente granulare, come un granito normale, sempre coi due feldespati, predominandovi forse in questi casi l'ortosio.

« In uno solo dei 38 sferoidi sezionati mi si è presentato il nucleo centrale come riempito da biotite: questa per altro non solo è diversa dalla biotite della buccia, ma anche è separata nettamente da essa da una zona irregolare di un miscuglio di feldespato e quarzo; inoltre vedonsi gli straterelli di questa buccia così ben ellittici da dar luogo ad uno sferoide più regolare degli altri 37.

« Riguardo allo zircone, che per nulla compare nel nostro granito di Fonni, il sig. K. de Kroustschoff dice: « C'est un fait remarquable que dans cette roche je n'ai pu nulle part trouver le zircon, qui cependant, d'après mes recherches récentes et celles de M. Thürach [2], est estrêmement répandu dans les granits et presque toutes les autres roches éruptives et même sédimentaires »: però nel breve supplemento che fa seguire a questa stessa Nota sul granito variolitico, parlando d'una magnifica piastra sottile di 5 × 5 cm., che da poco avea avuto dal signor R. Fuess da Berlino, contenente le sezioni di due inclusi colla pasta circostante, dice di essere riuscito a constatare la presenza del zircone, così esprimendosi: « Il se trouve en cristaux très rares de $0^{mm},01$ assez bien développés suivant $6\frac{1}{2}$ m (111, 110), mais cependant aux arêtes arrondies et montre une structure zonaire. Or, ce type est très fréquent dans les roches gneissiques et rare dans les roches indubitablement éruptives, comme par exemple dans les granits filoniens, les porphyres et les trachytes. Peut-être plus tard la présence d'un certain type de zircon dans une roche permettra de faire des conjectures sur son origine ».

« Pur troppo che nelle 7 od 8 sezioni sottili, fatte colle diverse parti di questa veramente mirabile specialità sarda, a me non è riuscito di trovare

[1] Lavoro citato.

[2] H. Thürach, *Ueber das Vorkommen mikroscopischer Zircon- und Titanmineralien in Gesteinen.* Thèse inaugurale présentée à l'Université de Würzburg. 1884.

ancora questo minerale, che sarebbe prezioso per l'aiuto che potrebbe portare forse nella genesi stessa degli sferoidi. Invece in una delle sezioni fatta colla parte interna di uno dei nuclei, una sostanza curiosa di color verdognolo vedesi fra i nicol incrociati come vagamente colorata in giallo e verde, che passa al verde oscuro e giallo bruno senza contorni netti: potrebbe essere della cordierite trasformata in pinite per azioni secondarie.

« Un fatto che ancora merita di essere segnalato, è quello con cui finisce il suo supplemento il sig. Kroustschoff: egli avrebbe trovato nel quarzo dell'interno di uno degli inclusi « des pores grossièrement dihexaèdriques que M. Sorby a nommés « stone cavities » »: anche di ciò nulla mi svelò finora il microscopio, ma non nego per questo che nel nostro granito di Ghistorrai non si abbiano a trovare questi pori formati da una agglomerazione di globuliti, fra cui si distinguono alcune particelle polarizzanti come di vetro divetrificato.

« In complesso, sebbene vi sieno tante differenze fra le « varioles » di Craftsbury e gli sferoidi di Ghistorrai, pure finora è il granito variolitico dello stato di Vermont quello che meglio si può raffrontare col granito ad inclusi di Fonni. Quando mi sarà dato di avere dei campioni del granito variolitico americano, potrò più da vicino istituire dei confronti, che forse potranno condurmi a qualche importante risultato ».

Patologia. — *Di un nuovo micrococco nella patogenesi di una forma sperimentale di tumori da infezione.* Memoria del dott. L. Manfredi, presentata dal Socio S. Trinchese (sunto dell'autore).

« L'origine di queste mie ricerche si rapporta a due casi letali di Pneumonite cruposa, consecutivi a morbillo, dei quali tentai di investigare in vita l'etiologia. La mancanza di autopsie non mi permise di fare investigazioni analoghe, anche dopo la morte.

« In amendue i casi, rinvenni costantemente nell'espettorato, oltre lo pneumococco descritto da Friedländer, uno speciale microparassita, che, e per la quantità predominante in cui esso apparve rispetto agli altri microfiti contenuti nello sputo, e per il potere altamente patogenico di cui si mostrò dotato all'esperimento, richiamò tutta la mia attenzione. Esso è stato, durante un anno, l'obbietto di mie assidue ricerche.

« Dopo averne ottenuta la coltura pura in gelatina, mercè i metodi di isolamento e di coltivazione oggi in credito dietro gli studî di Koch, mi proposi di studiare la morfologia e la biologia di questo interessante microrganismo. Al quale, per la natura delle lesioni che esso produce sperimentalmente, ho dato il nome di *micrococco dei granulomi progressivi negli animali.*

« Non posso da queste mie ricerche trarre alcuna conclusione positiva circa le relazioni, che per avventura potrebbero esistere tra questo micrococco e la malattia nei due casi, nei quali il medesimo fu rinvenuto, stante

la mancanza dell'autopsia e il numero ancora scarso delle osservazioni. Ma parmi legittimo il sospetto, di attribuire alla presenza contemporanea nell'organismo dei due microfiti patogeni (il pneumococco e il micrococco suddetto), e alla forma speciale della pneumonite (consecutiva ad un'altra infezione), il significato di una *infezione mista*.

« Il microrganismo, di cui mi sono occupato, è un micrococco ovoidale, spesso unito a diplococco, raramente a catenelle di tre o di quattro elementi. Il suo maggior diametro è di 1μ. — 1,5; il diametro minore misura 0μ.,6 — 1,0.

« Questo micrococco ha la proprietà di vivere, più o meno bene, in quasi tutti i substrati ordinarî di vegetazione. Nella gelatina nutritiva, nel brodo di carne e nel siero di sangue, il suo sviluppo è molto rigoglioso; esso è scarso sulle patate, e negli infusi vegetali. In generale, lo sviluppo della colonia è rapidissimo, se in contatto dell'aria, lentissimo, se fuori del contatto dell'aria. Sulla gelatina, ove lo sviluppo è tipico, la colonia si presenta come una patina, dapprima sottile e cerulea, poscia più spessa e grigiastra, con bordi irregolari e finamente seghettati, di aspetto per lo più granuloso, quasi sempre con riflessi madreperlacei.

« Dalle esperienze di coltura è risultato, che la vita e lo sviluppo di questo micrococco sono compatibili con una grande attenuazione del materiale nutriente. Ho provato a diluire del brodo di carne con acqua, fino a dieci volte tanto, ed ho osservato che i micrococchi si sviluppavano in discreta intensità.

« L'influenza della temperatura sulle colture, presenta particolarità degne di nota. Tra 18° — 42°C., le colonie si sviluppano, purchè sieno favorite da una opportuna umidità. Al di sopra di 42° lo sviluppo è sospeso, poichè il brodo si conserva limpido. Ma la vita del micrococco non si spegne che a 46° — 48°C., perocchè il brodo che è rimasto limpido alla temperatura di 43° — 45°, se è riportato ad una temperatura più bassa, s' intorbida, e se è inoculato negli animali, riesce patogeno.

« Al pari del calore, il disseccamento agisce, rispettando fino ad un certo punto alcune forme, ammazzandone la massima parte. Da una serie di vetrini copri-oggetti sterilizzati, sui quali si erano fatti disseccare altrettanti frammenti di coltura, ho riavuto, saggiando successivamente ciascun vetrino dopo diverse ore, un numero di colonie che andava gradatamente diminuendo, fino a raggiungere dopo 24 ore un minimum. Questo minimum si manteneva quasi invariato per 3-4 giorni, poi cessava a sua volta.

« Questo micrococco possiede dunque una speciale evoluzione, la quale dà luogo allo sviluppo di forme caduche, che sono la massima parte, e di forme piuttosto persistenti, che sono in picciol numero.

« Gli esperimenti di infezione, praticati su larga scala con questo micrococco, hanno dato risultati non privi di interesse per la patologia sperimentale.

« Gli animali inoculati muoiono in pochi giorni, 9-15 in media, presentando una tumefazione imponente degli organi parenchimali, in ispecie

della milza e dei ganglî linfatici. In questi organi, e prevalentemente nella milza, ha luogo la produzione di una forma sperimentale di noduli infiammatorî grigio-giallastri o bianco-giallastri, tra le più classiche.

« La milza è talvolta ingrandita circa 7-8 volte più dei suo volume normale, ed è spesso infarcita per circa i due terzi del suo volume dai noduli suddetti.

« Questi noduli appartengono al tipo dei *granulomi*, o tumori infettivi di granulazione. Sono focolai di cellule neoformati, senza sviluppo di vasi: disposti per lo più in forma nodulare, non di rado diffusi in chiazze nel tessuto: il loro esito più comune è la caseificazione, che comincia dal centro: contengono i micrococchi specifici: sono inoculabili e infettivi.

« La vita del micrococco è per lo più intra-cellulare, e il meccanismo della sua azione è quello di produrre la necrosi caseosa degli elementi. Rara è la sua presenza al di fuori delle cellule, rarissima nell'interno dei vasi sanguigni. La massima parte delle alterazioni del tessuto provengono dai disturbi di nutrizione, apportati dal micrococco nella chimica della cellula. In questi focolai degenerati o necrotici, la vitalità del micrococco non è spenta, poichè la sua esistenza è compatibile con una grande attenuazione del materiale atto a nutrirlo.

« La forma fondamentale del nodulo infiammatorio si accompagna nei singoli organi con fatti più o meno intensi di reazione o di degenerazione da parte del tessuto rimanente. Ciò si verifica nel più alto grado nel polmone, ove, come avviene per la tubercolosi, i noduli possono trovarsi in mezzo ad un tessuto qua e là ingorgato, splenizzato e variamente epatizzato.

« Il meccanismo d'azione di questa schizomicosi si svolge a preferenza nel sistema linfatico. Questo rappresenta la porta d'ingresso dell'infezione, e ne costituisce il terreno di sviluppo più favorevole. Allorchè l' inoculazione si pratica nel tessuto connettivo sottocutaneo, sorge nel punto leso un nodulo, che spesso raggiunge dimensioni esorbitanti, e che è formato da un essudato plastico che caseifica. Da questo nodulo sottocutaneo, che è un centro intenso di infiammazione, le cellule linfatiche prendono i micrococchi e li trasportano nei vasi linfatici vicini. Quindi si osserva, lungo il decorso di questi, una disseminazione di noduli infiammatorî. Da cotesti vasi, l'irritazione si propaga alle catene ganglionari delle pliche ascellari e inguinali, ove formansi tumefazioni ghiandolari multiple, spesso confluenti, e di un volume talvolta enorme.

« Dalle autopsie di animali sagrificati vario tempo dopo l'inoculazione, risulta, che l'infezione incontra nella forte reazione delle glandole suddette un ostacolo al suo progresso: subisce una sosta, più o meno breve: indi si generalizza a tutto l'organismo. Anche in questa ulteriore diffusione, essa segue una norma, che è determinata probabilmente dalla sua predilezione pel sistema linfatico. La milza e il peritoneo sono le prime località invase,

poscia è invaso il fegato. È dopo questa localizzazione negli organi addominali, ordinariamente, che l'infezione si propaga agli organi della cavità toracica.

« Oltre la natura della lesione e il meccanismo dell'azione patologica, un altro prezioso carattere di questo micrococco è la sua larga sfera di azione sopra animali di svariate specie, e il suo potere altamente patogeno per i medesimi.

« Io ho potuto finora sperimentare quest'infezione nei cani, nei conigli, nelle cavie, nei topi, negli uccelli. Ad eccezione degli uccelli, che muoiono, pare, per intossicazione del sangue, ho riprodotto in tutti questi animali la medesima forma patologica, in modo però più cospicuo nei conigli e nelle cavie. E si avrà una idea dell'imponenza delle lesioni, dal fatto, che in una statistica di 80 casi, sperimentati da me, solamente quattro ve ne furono di guarigione o di immunità.

« Questo micrococco è inoltre dotato di un potere intensamente infettivo. Esso può colpire l'organismo aggredendolo per le vie più svariate, dermica, ipodermica, sottomucosa, intrapleurale, intraperitoneale, intravenosa. Il tipo dell'infezione si mantiene quasi sempre costante. Ho tentato anche, con esito positivo, una maniera di inoculazione, che è di un successo molto raro nella patogenesi delle infezioni sperimentali: quella *per inalazione*. Gli esperimenti furono fatti su' topi, che vennero colpiti nella proporzione di cinque su otto.

« È notevole, infine, la grande tenacia di virulenza, che questo micrococco possiede. Questa virulenza resiste al tempo e ad un certo disseccamento, però che colture antiche di molti mesi e noduli caseosi disseccati, agiscono ottimamente da materiale infettivo. Essa resiste anche al passaggio ripetuto del materiale infettivo a traverso i tessuti animali, come risulta dalle inoculazioni praticate in serie, nelle quali non ho osservato finora alcun notevole cambiamento circa l'intensità della infezione.

« Queste ricerche furono eseguite in Napoli, nel laboratorio batteriologico annesso all'Istituto clinico del prof. Cantani ».

MEMORIE
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

D. Montesano. *Su gruppi di superficie di secondo grado.* Presentata dal Socio Cremona.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio Blaserna, relatore, a nome anche del Socio Moriggia, legge una Relazione sulla Memoria dei dottori G. Colasanti e G. Mengarini, intitolata: *Sul fenomeno spettrale fisiologico*, concludendo per l'inserzione di essa negli Atti accademici.

Le conclusioni della Commissione, messe ai voti dal Presidente, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Socio Blaserna, annuncia all'Accademia la dolorosa perdita che essa ha fatto nella persona del suo Socio decano prof. Giuseppe Ponzi, e legge una Commemorazione dell'estinto, accompagnandola colla presentazione dell'elenco delle di lui pubblicazioni.

« Giuseppe di Tommaso Ponzi nacque in Roma il 20 maggio 1805. Studiò quivi Medicina e Chirurgia e fu laureato dottore e matricolato.

« Esercitò per qualche anno la medicina, distinguendosi nella prima invasione cholerica del 1836, tanto che per l'assistenza prestata ai malati egli contrasse il morbo, a cui resistette l'energica sua natura. In seguito fu nominato Settore anatomico e collaboratore nel Gabinetto di Zoologia e Zootomia della Università di Roma. Prestò validissimo sussidio ai feriti, come ufficiale sanitario, nella difesa di Roma del 1849. Ritornato il governo pontificio, fu sottoposto a censura, e riebbe il suo posto soltanto dopo qualche tempo. Il Ponzi spiegò una grande attività nell'insegnamento e nel raccogliere materiali scientifici per il Museo di Anatomia comparata e di Zoologia. Associatosi con il Medici-Spada, fece il primo profilo geologico della Campagna romana. Subentrò al prof. Metaxà nell'insegnamento della Zoologia ed Anatomia comparata e fu nominato infine professore di geologia — cattedra istituita per la sua insistenza — nel 1862; cattedra, che egli mantenne con grande lustro sino agli ultimi momenti della sua laboriosa vita.

« Fu eletto Socio dell'Accademia dei Lincei prima della chiusura ordinata da Gregorio XVI nel 1840, cosicchè era l'unico Socio superstite di quel Consesso. Fu poi Socio dopo la riorganizzazione avvenuta nel 1848, e fu il primo Presidente della R. Accademia nel 1871-74, epoca nella quale gli subentrò nella Presidenza il compianto Q. Sella. Fu nominato nel 1870 Senatore del Regno ».

Catalogo delle pubblicazioni scientifiche edite dal prof. Giuseppe Ponzi

1. *Ponzi G.* e *Ferrero G. F.*, Anatomia artistica del cavallo, disegnata da G. Ferrero e descritta dal dott. G. Ponzi. (Roma, 1841, in fol.).
2. *Ponzi G.* e *Spada-Medici L.* Profilo geologico della Campagna romana secondo le osservazioni di monsignor dei Medici-Spada e prof. G. Ponzi. (Roma 1843 - una tavola).

Memorie pubblicate negli *Atti dell'Accademia dei Lincei*

3. Osservazioni geologiche fatte lungo la valle Latina da Roma a Monte Cassino. Atti della Accademia Pontificia dei nuovi Lincei (Ser. 1ª, vol I. 1848).
   Questa Memoria fu anche pubblicata nella *Raccolta Scientifica.*
4. Nota sulle correnti di lava e sopra un nuovo cratere vulcanico nelle vicinanze di Roma (Ser. 1ª, vol. IV. 1851).
5. Descrizione della carta geologica della provincia di Viterbo (Ser. 1ª, vol. IV. 1851).
6. Sulla valle Latina. Appendice alla Memoria N°. 3 (Ser. 1ª, vol. IV. 1851).

7. Sulle esperienze fatte in Milano dal prof. Gorini a dimostrazione delle sue teoriche sulla formazione delle montagne e sull'origine dei terremoti (Ser. 1ª, vol. IV. 1851).
8. Sopra un nuovo cono vulcanico rinvenuto nella val di Cona (Ser. 1ª, vol. V. 1852).
9. Sopra un opuscolo del conte Paoli in materie geologiche. (1852).
10. Sopra la grotta di Collepardo (Ser. 1ª, vol. VI. 1852).
11. Sui terremoti avvenuti in Frascati nei mesi di maggio e giugno 1855 (Ser. 1ª, vol. VI. 1855).
12. Sulla eruzione solforosa avvenuta sotto ii paese di Leprignano nella contrada denominata il Lagopuzzo (Ser. 1ª, vol. X. 1857).
13. Sul rinvenimento dei vulcani degli Ernici (Ser. 1ª. vol. XI. 1857).
14. Sulla carta geologica delle province di Frosinone e Velletri (Ser. 1ª, vol. XI. 1858).
15. Sul rinvenimento delle ossa elefantine sotto Rignano (Ser. 1ª, vol. XI. 1858).
16. Sui lavori di strada ferrata di Civitavecchia da Roma alla Magliana (Ser. 1ª, vol. XI. 1858).
17. Sulla origine dell'alluminite e caolino della Tolfa (Ser. 1ª, vol. XI. 1858).
18. Nota sulle correnti di lava scoperte dal taglio della ferrovia di Albano (Ser. 1ª, vol. XII. 1859).
19. Comunicazione sopra alcune ricerche geologiche fatte dall'ab. Rusconi (Ser. 1ª, vol. XIII. 1860).
20. Presentazione all'Accademia della carta geologica e montanistica delle Allumiere e Tolfa (Ser. 1ª, vol. XIII. 1860).
21. Presentazione all'Accademia della carta geologica dei monti vulcanici del Lazio (Ser. 1ª, vol. XIV. 1861).
22. Catalogo ragionato di una collezione di materiali da costruzione dello Stato Pontificio inviati all'Esposizione universale di Londra (Ser. 1ª, vol. XV. 1862).
23. Dell'Aniene e suoi relitti (Ser. 1ª, vol. XV. 1862).
24. Osservazioni geologiche sui vulcani sabatini (Ser. 1ª, vol. XVI. 1863).
25. Sui diversi periodi eruttivi nell'Italia centrale (Ser. 1ª, vol. XVII. 1864).
26. Sopra una pioggia di sabbia caduta nella notte del 21 al 22 febbraio 1864 (Ser. 1ª, vol. XVII. 1864).
27. Il periodo glaciale e l'antichità dell'uomo. (Ser. 1ª, vol. XVIII. 1865).
28. Quadro geologico dell'Italia centrale (Ser. 1ª, vol. XIX. 1866).
29. Sugli istrumenti in pietra focaia rinvenuti nelle cave di breccia presso Roma, riferibili all'industria primitiva (Ser. 1ª, vol. XIX. 1866).
30. Sui manufatti in focaia rinvenuti all'Inviolatella nella Campagna romana e sull'uomo dell'epoca della pietra (Ser. 1ª, vol. XX. 1866).
31. Sulle tombe preistoriche rinvenute presso Cantalupo Mandela sulla via Valeria (Ser. 1ª, vol. XX. 1867).
32. Storia fisica del bacino di Roma da servire di appendice all'opera del Brocchi (2ª edizione corretta 1867).
33. Presentazione di armi in pietra silicea provenienti dall'Inghilterra e Danimarca (Ser. 1ª, vol. XXII. 1868).
34. Nota sulle selci tagliate rinvenute ad Acquatraversa e nel Gianicolo. Atti della R. Acc. dei Linc. (Ser. 1ª, vol. XXIV. 1870). Stampata anche nella *Corrispondenza scientifica di Roma.* Vol. VIII (1870) N° 3.
35. Sulle oscillazioni sismiche diluviali (Ser. 1ª, vol. XXIV. 1871).
36. Storia fisica dell'Italia centrale (Ser. 1ª, vol. XXIV. 1871).
37. I fossili del bacino di Roma e la fauna vaticana (Ser. 1ª, vol. XXV. 1872).
38. Storia dei vulcani laziali (Atti della r. Accademia dei Lincei. Mem. scienze fisiche. Vol. I, serie 2ª. 1873-74).
39. Dei monti Mario e Vaticano e loro sollevamento (Vol. II, serie 2ª. 1874-75).
40. Lavoro degli insetti nelle ligniti del M. Vaticano (Vol. III, serie 2ª. 1875-76).
41. I fossili del Monte Vaticano (Serie 2ª vol. III. 1876).
42. Sulle epoche del vulcanismo italiano (Transunti, vol. II, fasc. 1. 1878).
43. La Tuscia Romana e la Tolfa (Vol. I, ser. 3ª. 1876-77).

44. Le ossa fossili subappennine dei dintorni di Roma (Ser. 3ª, vol. II. 1877-78).
45. Sui lavori del Tevere e sulle variate condizioni del suolo romano (Transunti serie 3ª, vol. IV, 1880).
46. I tufi vulcanici della Tuscia Romana, loro origine, diffusione ed età (Ser. 3ª, vol. IX. 1880-81).
47. Sui tufi vulcanici della Tuscia romana, a fine di togliere qualunque discordanza di opinione emessa sulla loro origine, diffusione ed età (Transunti, serie 3ª, 1880-81).
48. Intorno alla sezione geologica scoperta al Tavolato sulla via Appia-nuova nella costruzione del tramway per Marino; e sulle fenditure delle mura del Panteon in collaborazione con R. Meli (Transunti, serie 3ª, vol. XIII. 1881-82).
49. Sul rinvenimento del cinabro nativo e dell'argirosio fra i minerali di Tolfa (Transunti, serie 3ª, vol. VII. 1882-83).
50. Conglomerato del Tavolato; trivellazione del fortino sulla via Appia presso la tomba di Cecilia Metella. — Storia dei vulcani laziali accresciuta e corretta (Mem. sc. fis. serie 4ª, vol. I. 1884-85).
51. Contribuzione alla geologia dei vulcani laziali. — Sul cratere tusculano (Rendiconti, serie 1ª, vol. I. 1885).

Lavori pubblicati nel *Giornale Arcadico di Scienze, Lettere ed Arti*

52. Stato fisico del suolo, allorchè Roma fu fabbricata da Romolo (Tomo IX della nuova Serie 1858).
53. Storia naturale del Lazio (T. CLVIII, 1859, Vol. XII della nuova Serie).
54. Storia geologica del Tevere (1860, Vol. XVIII della nuova Serie).
55. Sul sistema dei monti italiani. 1861.
56. Sugli animali che precedettero l'uomo (Tom. XXVI della nuova Serie, 1862).
57. Storia naturale dell'Agro Pontino (Tomo XLI. nuova Serie. 1865).
58. L'antichità dell'uomo (Tom. XLIV, nuova Serie, 1866).

Nella *Corrispondenza Scientifica di Roma.*

59. Proposta di un para-terremoti. Lettera al Direttore della Corrispondenza (1858).
60. Sullo stato generale dei monti dell'Italia Centrale (1861).
61. Sull'Italia e i suoi primi abitatori, su Pico re del Lazio e dell'Ausonia del sig. C. Ravioli, Nota di G. Ponzi (Volume VII, n. 52).

Nel *Bulletin de la Société Géologique de France.*

62. Mémoire sur la zône volcanique d'Italie (Tom. VII, 2me Série 1849-50).
63. Sur l'époque du soulévement des Apennins avec une addition par M.r Rozet. (Tom. X, 2me Série 1852-53).
64. Sur les diverses zônes de la formation pliocène des environs de Rome (Tom. XV, 2me Série, 1857-58).
65. Le volcanisme romain. Remarques sur les observations faites en Italie, par M. Gosselet (Tom. XXVI, 2me Série, 1869).

Pubblicazioni stampate in varii luoghi.

66. Sui terreni che si riscontrano presso la città di Cesi nel Bacino di Terni — Negli *Annali* di scienze fisiche e matematiche. Tom. I. 1845.
67. Sulle ossa fossili della Campagna romana (Negli *Atti del Congresso degli scienziati italiani tenuto a Genova nel* 1846).
68. Storia fisica del bacino di Roma (1ª edizione) (Negli *Annali di Scienze fisiche e matematiche.* Tom. I. Roma, 1850).
69. *Ponzi* e *Fauvet.* Sulla epizootica invasione del barbone bufalino avvenuta nella tenuta di Maccarese nel 1853 (Negli *Annali di Bologna* 1853).
70. *Ponzi, Rayneval* et *Van den Hecke,* Catalogue des fossiles du Monte Mario près de Rome (Versailles, 1854).
71. Sull'opera del sig. Flourens intitolata: « Della longevità umana e della quantità di vita sul globo » (Negli *Annali di*

Scienze fisiche e matematiche. Roma, 1856).

72. Rapporto scientifico alla Società in partecipazione per la ricerca ed escavazione dei carboni fossili di Tolfa sui lavori e sullo stato attuale delle miniere (Roma, 1860).
73. Relazione dello stato in cui trovasi una miniera di lignite spettante alla Società Umbro-Sabina per le ricerche delle miniere, posta nel territorio di Città di Castello, contrada Valperino (Perugia, 1868).
74. Sopra un nuovo ordinamento geologico dei terreni subappennini (*Atti Soc. ital. di Scienze Naturali.* Vol. VI, Milano, 1868).
75. Les relations de l'homme préhistorique avec les phénomènes géologiques de l'Italie centrale (*Comptes rendus du Congrès international d' Anthropologie préhistorique.* 5me Session. Bologne, 1871).
76. Del bacino di Roma e sua natara (*Annali del Ministero di agricoltura, industria e commercio.* Roma, 1872).

La suddetta Memoria fu ristampata anche nel *Bullettino della Società geografica italiana* (Vol. VIII, fasc. ottobre 1872).

77. Cronaca subappennina o abbozzo di un quadro generale del periodo glaciale (*Atti dell' XI Congresso degli Scienziati italiani, tenuto in Roma nel* 1873).
78. *Ponzi* e *Masi*, Catalogo sommario dei prodotti minerali italiani ad uso edilizio e decorativo spediti dal Ministero d'agricoltura, industria e commercio all'Esposizione di Vienna (Roma, 1873).
79. *Ponzi* e *Masi*, Catalogo ragionato dei prodotti minerali ecc. (Roma, 1873).
80. *Ponzi* e *Masi*, Oggetti preistorici spediti dal Gabinetto di Mineralogia e Geologia della R. Università di Roma alla Esposizione di Vienna (Roma, 1873).
81. Gli Appennini e l'Italia (Roma, tipogr. Elzeviriana, 1875).
82. Il delta del Tevere (Roma, tipogr. Elzeviriana, 1875).
83. Il bacino di Roma (Roma, tipogr. Elzeviriana, 1875).

Questi tre lavori sono stampati nel volume: « *Studi sulla Geografia civile e naturale dell'Italia* » presentato per cura della Società geografica italiana all'Esposizione di Parigi.

84. Storia naturale del Tevere (*Bollett. Società Geografica ital.* vol. XII, 1875).
85. Panorama della catena Lepino-Pontina visto dalla città di Anagni (*Bullett. Club. Alpino italiano* n. 24, vol. IX, 1875).
86. Il Tevere e il suo delta (*Rivista marittima* Luglio 1876).
87. Nota in risposta alle considerazioni critiche fatte dal dott. Angelo Manzoni sulla fauna vaticana (*Boll. R. Com. Geol. ital.* vol. VII. Roma, 1876).
88. Alla costituzione geologica del suolo romano del prof. Mantovani (Note aggiunte. Roma, 1878).
89. Della zona miasmatica lungo il mare Tirreno e specialmente delle Paludi Pontine (*Rivista marittima* 1879).
90. I terremoti delle epoche subappennine (*Bollett. R. Comit. Geologico d'Italia* 1880, fasc. n. 3-4).
91. Le acque del bacino di Roma (*Nella Rivista Agricola romana* 1879.
92. Di un grande osso fossile rinvenuto nei contorni di Roma (*Bollet. Soc. Geol. ital.* vol. III, 1884).

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Blaserna presenta le pubblicazioni giunte in dono all'Accademia, segnalando fra esse le seguenti, inviate da Socî e da estranei:

A. De Gasparis. *Sul calcolo delle perturbazioni planetarie per lungo periodo di tempo.*

G. Terrigi. *Ricerche microscopiche fatte sopra frammenti di marna inclusi nei peperini laziali.*

M. BENEDIKT. *Anatomische Studien an Verbrecher-Gehirnen, für Anthropologen, Mediciner, Juristen und Psychologen bearbaitet.*

ID. *Ueber einige Grundformeln des neuropathologischen Denkens.*

ID. *Des rapports qui existent entre la folie et la criminalité.*

Lo stesso SEGRETARIO richiama inoltre l'attenzione dei Socî sugli Annali dell'Ufficio Centrale di Meteorologia Italiana. Vol. V. Parti 1ª, 2ª e 3ª, 1883, e sul Vol. XII della *Relazione* sui risultati scientifici della spedizione del « Challenger ».

Il prof. T. HARCHER HIRST, membro della Società Reale di Londra, il quale assiste alla seduta, fa omaggio all'Accademia delle sue pubblicazioni: *On Congruences of the Third Order and Class.* — *On Cremonian Congruences.*

Il Socio RAZZABONI presenta le sue pubblicazioni: *Sopra alcuni casi di efflusso laterale* — *Del moto oscillatorio dell'acqua in due vasi prismatici comunicanti per mezzo di un terzo, tenendo conto della viscosità del liquido.*

Il Socio CREMONA fa omaggio, in nome dell'autore, della pubblicazione: *Esperimenti sulla resistenza dei laterizi allo schiacciamento*, del maggiore F. FALANGOLA.

CORRISPONDENZA

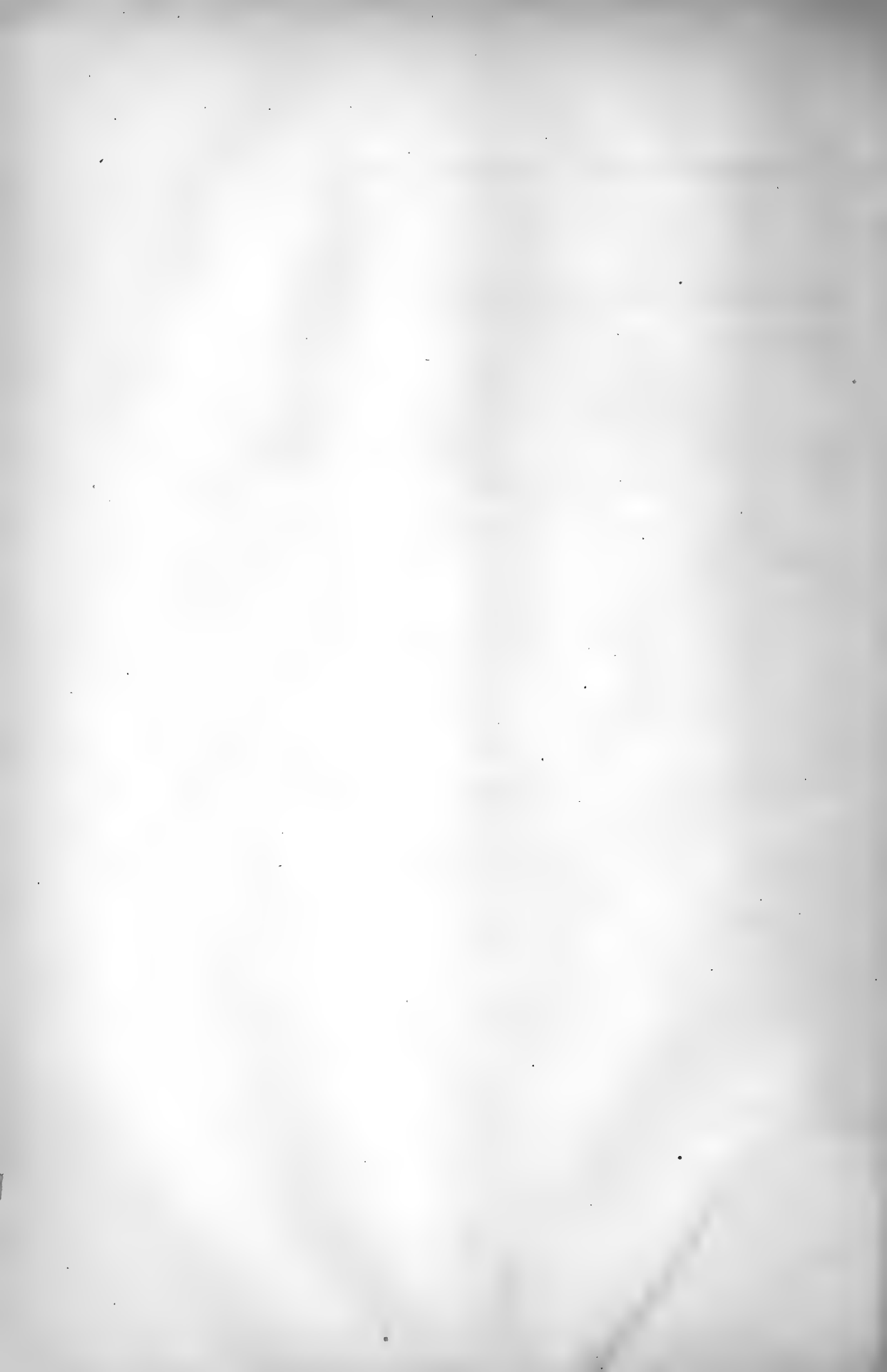
Il Segretario BLASERNA dà comunicazione all'Accademia della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La Società Reale e la Società geologica di Edimburgo; la R. Società di zoologia di Amsterdam; la Società batava di filosofia sperimentale di Rotterdam; la R. Biblioteca di Parma; le Biblioteche nazionali di Firenze e di Milano.

Ringrazia ed annuncia l'invio delle proprie pubblicazioni:

La Società di fisica e storia naturale di Ginevra.

P. B.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Seduta del 20 dicembre 1885.

G. Fiorelli Vice-Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Bibliografia storica. — *La successione di Emanuele Filiberto al trono sabaudo e la prima ristorazione della Casa di Savoja.* Narrazione storico-critica di Gaudenzio Claretta. Torino 1884. Nota del Socio Domenico Carutti.

« L'autore prende le mosse dal 12 di agosto 1553, giorno in cui morì il duca Carlo III detto il Buono, e giunge sino al 14 dicembre 1563, giorno in cui Emanuele Filiberto, quattro anni dopo la pace di Castel-Cambresi (1559), e sei dopo la vittoria di s. Quintino (1557), ricuperato il dominio tolto al padre suo dai francesi, dagli svizzeri e per poco dagli spagnuoli stessi, alleati suoi, entrò in Torino liberata dalla dominazione straniera, che era durata ventisei anni. Ercole Ricotti, il più recente storico di Emanuele Filiberto, per quanto si appartiene alle cose seguite dopo alla pace di Castel-Cambresi e al regno effettivo del restitutore della monarchia, ci diede una narrazione compiuta, a cui poco si potrebbe aggiungere che sia di rilievo; non così forse rispetto al tempo in che il Piemonte rimase sotto la signoria francese (1536-1559), e ne è prova il libro del barone Gaudenzio Claretta, il quale reca contributo non piccolo alla storia di quei fatti. Nè

egli, cortese di animo, fa carico agli antecessori suoi delle lacune, ma le spiega, e per così dire le scusa (¹).

« Lasciando in disparte le cose minori, sono nuovi o quasi i particolari forniti dall'Autore, che toccano: 1° la sorpresa di Vercelli, divenuta sede del Governo ducale, fatta dai francesi nel 1553 per tradimento dei due capitani Pietro Antonio di Pontestura e Merlo; 2° la prigionia e le varie pratiche del maresciallo di Challand e l'alto contegno della superba contessa sua consorte; 3° la luogotenenza del conte di Masino, durata cinque anni dopo la presura del maresciallo; 4° le provvisioni per la difesa della Valle di Aosta, e i negoziati col Vallese; 5° la congiura dei frati in Asti per dare la città ai francesi; 6° le informazioni intorno al colonnello dell'Isola e i suoi uffizi presso il duca d'Alba; 7° la congiura ordita in Vercelli da Carlo Gallieri signore di Norieu e il processo e la tortura della intrepida sua madre; 8° i negoziati del conte Langosco di Stroppiana col conestabile di Montmorency prima del trattato di Castel-Cambresi; 9° la protestazione di Pio IV contro ai decreti di Emanuele Filiberto a difesa della giurisdizione secolare in Val d'Aosta. Infine i ragguagli minuti intorno alle sedizioni, alle repressioni e agli accordi coi Valdesi, alla buona Margherita duchessa di Savoja e a Don Filippo di Savoja-Racconigi non parranno privi d'importanza.

« Ragionando di opera notabile sopra tutto per la diligenza, m'è nato qualche dubbio sopra due passi che sottopongo al buon giudizio dell'Autore. La convenzione separata, stipulata tra Filippo II ed Emanuele Filiberto nel convento di Grunendal, intorno a Nizza e Villafranca, non fa parte del trattato generale colla Francia del 3 aprile, ma fu soscritta otto giorni prima, e per sua natura dovea essere segreta e gelosamente occultata alla Francia. L'altro punto riguarda la congiura del Gallieri. Parmi, o m'inganno, che l'erudito investigatore non abbia distinto chiaramente Luigi Gallieri signore di Bressieu da Carlo signore di Norieu, suo figlio, e già scudiere del duca Carlo III. Il primo era stato ricercato nel 1553 pel mancamento dei danari e delle gioie del defunto Duca; l'altro, cioè Carlo di Norieu, suo figlio, fu l'autore della congiura del 1556, e decapitato. Temo perciò che non abbia buon fondamento il sospetto di un matrimonio clandestino della dama di Bressieu col duca Carlo III, cui l'autore accenna in una nota a pag. 156, perchè nel 1556 viveva ancora il marito Luigi Gallieri, come raccogliesi dalle lettere di Emanuele Filiberto al conte di Masino, e particolarmente da quella del

(¹) L'A. scrive: « Egli è vero che questo periodo già venne trattato da Ercole Ricotti che vi consacrò il volume secondo della sua *Storia della Monarchia Piemontese*, e da Domenico Carutti, che ne discorse nel volume primo della sua... *Storia della Diplomazia della Corte di Savoja*. Ma tanto il primo, quanto il secondo di questi autori avendo avuto per obbietto di considerare il risultato ottenutosene coi grandi fatti, nè potevano nè dovevano, massime il secondo di loro, scendere a tutti quei particolari etc. »

27 maggio di quell'anno, ove fra le altre cose, leggesi: « Quando a Bressieu egli ci sarà caro che non si trovi colpevole con la moglie e *figlio* . . . però mentre si ha da far l'inquisitione lo farete detenere anch'egli ristretto, sicchè non vengano persone a parlargli e consultarlo non rilasciandolo infin che gli sia conosciuta la causa ed ordine nostro. » Ed in altro luogo: « Non possiamo, a dirvi il vero, se non meravigliarci assai che . . . non abbiate fatto restringere la madre *di Norieu* in parte che nissuna persona li parlasse, ed il *padre ancora* in pria che fosse conosciuta o l'innocenza o la colpa loro ».

« Ragionando ora nel generole dei tempi della occupazione francese, credo gioverebbe anche aver ricorso a una fonte quasi intatta, cioè al carteggio del maresciallo di Brissac, comandante delle armi di Francia e governatore del Piemonte, di cui nè il Ricotti nè il Claretta se non erro, si servirono. Un volume delle lettere del maresciallo era posseduto per copia dal marchese Cesare Alfieri, e non dubito che si conservi tuttora nella biblioteca del marchese Carlo suo figlio. Del sicuro meriterebbero di essere consultate. Consultato parimenti potrebb' essere il Codice n. 1379 della Trivulziana di Milano, *Chronicon ab anno* 1218 *ad* 1553, nel quale l'anonimo autore nota quasi dì per dì le cose avvenute in Piemonte sotto i suoi occhi nella prima metà del secolo XVI. E un'occhiata meriterebbe anch'esso *Il gran lamento che fan li piemontesi per essere vinti anni fa ammalati di mal francese l'anno di grazia millecinquecento* 55; libello che con titolo equivochesco morde la dominazione forestiera, e va col nome di Josepho *Brivio*. Nella Trivulziana è segnato col numero 32, e fu registrato anche dall'Argelati ».

Archeologia. — Il Socio Fiorelli presenta le *Notizie* sulle scoperte di antichità per lo scorso mese di novembre, accompagnando la presentazione colle seguenti osservazioni.

« Queste *Notizie* trattano di rinvenimenti fatti in Acquapendente, Corneto-Tarquinia, Roma, in vari punti della Sabina e della Marsica, in Termini-Imerese ed in Cagliari.

« I rinvenimenti nel comune di Acquapendente accrescono il numero delle epigrafi etrusche, avendo il comm. Gamurrini letti vari tegoli con iscrizioni inedite nella Villa Bourbon del Monte, sulla cima della montagna di Trevinano.

« Sono dell'ultimo periodo della scrittura etrusca; e si collegano alle simili del chiusino, al cui territorio appartiene il sito di *Castellazzi*, ove quelle epigrafi furono scoperte.

« Importanti sono le notizie circa gli scavi Cornetani. Di questi scavi le informazioni date alla R. Accademia si arrestano nell'anno 1882, quando fu presentata l'ultima relazione del prof. Ghirardini. Le brevi note comunicate sul principio del 1884 (*Notizie* p. 37, 79) riguardavano una tomba

a camera ed un vaso dipinto, ornato di iscrizioni; ed allorchè queste note vennero presentate, fu fatta promessa di comunicare i rapporti che contenessero la narrazione piena degli scavi proseguiti nella necropoli tarquiniese dalla fine del 1882 in poi.

« Era desiderio del Ministero incaricare di tale lavoro lo stesso prof. Ghirardini, che con molta diligenza aveva raccolti i fatti relativi alle scavazioni precedenti. Ma non essendo stato possibile distrarre il professore predetto dalle altre occupazioni alle quali doveva attendere; essendo d'altra parte dannoso il frapporre nuovo indugio nel riferire fatti, che porgono molta materia per lo studio, fu invitato il sig. Angiolo Pasqui, che insieme all' ingegnere Conte Cozza si trattenne in Corneto per il rilievo topografico del territorio tarquiniese, a rifar la storia di queste ultime scoperte, incominciando là ove le relazioni del prof. Ghirardini cessavano.

« I primi due rapporti del Pasqui, inseriti nel fascicolo del mese di novembre, riguardano gli scavi tra la fine del 1882, ed il principio del 1884; gli altri due, che saranno presentati nelle prossime adunanze, si riferiscono all'ultimo periodo delle indagini, e trattano di un' importante questione di topografia tarquiniese.

« Le scoperte di Roma appartengono alle regioni II, III, V, VII, IX e XIII, ed alle vie Salaria e Portuense. Alla penultima località viene attribuito il rinvenimento di un insigne resto epigrafico della *lex horreorum*, il quale diede materia ad un accurato studio del prof. Gatti, inserito nell'ultimo fascicolo del Bullettino della Commissione Archeologica Comunale. Meritano infine singolare attenzione varie note del prof. A. de Nino intorno ad antichità della Sabina e della Marsica, e segnatamente le informazioni sopra le lapidi e gli antichi oggetti del territorio di Alba Fucense, raccolti dall' egregio sig. Conte Cesare Pace in Massa d'Albe ».

Storia. — *Lettere inedite di Francesco Guicciardini contenute in un manoscritto dell' Archivio vaticano.* Nota del Socio Oreste Tommasini.

« Do ragguaglio all' Accademia di un ms. assai importante, da me avuto a studio nell'archivio Vaticano, appartenuto già, a quel che sembra, all'archivio di Castel sant'Angelo, e recante la segnatura: « Privati 2 ». Esso misura 0,320 × 0,220; è rilegato in pergamena, reca sul dorso, sotto al num. 2 tracciato con inchiostro relativamente moderno, il titolo più antico: *Lettere di* | *Francesco* | *Guicciar* | *dini* | 1526 | 29 | 31 | 32 | . Questo ms. non cadde sotto agli occhi del Balan che, nei *Monumenta saec. XVI historiam illustrantia*, Oeniponti 1885 pag. 371, pubblicò del Guicciardini solo una lettera al Sadoleto, traendola dai registri *Diversorum* II. 88 di Clemente VII; e le molte lettere che contiene sono per buon numero inedite. Le edite poi, per la maggior parte dirette al datario Giammatteo Giberti, confrontate

colla lezione data dal Canestrini nel vol. IV della sua raccolta (*Opp. inedite di Fr. Guicciardini*, Firenze, Cellini e Comp. 1863), offrono tali varianti col testo cognito, da dare a credere che il Canestrini non avesse a mano che le cattive minute, rimase in casa dei Guicciardini, de'dispacci del loro illustre antenato. La prima lettera che occorre a carte 1 del ms. è in data di Modena 15 giugno 1526 (pag. 57, ediz. cit.) e reco innanzi tre sole delle diversità di lezione per indicarne il valore:

ed. Canestrini pag. 58 lin. 8. « Ho visto questa mattina quanto il conte Guido scrive a Gian Paolo del bastargli l'animo » ecc.	*Ms.* Ho visto questa mattina quanto il conte Guido scrive a Gian Piero ecc.
ibid. l. 25. « di quelli suoi fanti che hanno ripassato Po e saccheggiato Vercelli ».	*Ms.* « ..... che hanno ripassato Po e saccheggiato Brexello »
pag. 59 lin. 6: « A Piacenza deliberarono che artiglierie vogliamo muovere »	*Ms.* « A Piacenza deliberreno che artiglierie vogliamo muovere ».

Della seconda « di Parma alli XVI di giugno 1526 » basti arrecare la seguente:

ed. Canestrini l. c. pag. 64 lin. 23. « Stamani mi venne incontro fuora della porta di Reggio il Capitano del Diatena offerendo assai per parte del duca ».	*Ms.* « Stamani mi venne incontro fuora della porta di Reggio, il capitano della terra, offerendo assai per parte del Duca ».

« Si può quindi dedurre senza irriverenza che il Canestrini ebbe a valersi per la sua stampa di cattive copie, e che anche le opere più recentemente pubblicate di Francesco Guicciardini lasciano sentire la necessità di una migliore edizione. Alla quale conclusione molto mi duole di giungere, giacchè nulla bramerei di detrarre ai meriti di colui che, come sentenziò il Carducci (¹), « mise insieme e illustrò con tanta diligenza e dottrina di su le carte della famiglia dello storico » la raccolta ultima delle opere di esso; nè vorrei attenuare il valore delle fatiche di persona, cui mi legarono vincoli di benevolenza e di stima. Se non che non è possibile per alcun rispetto precludere alla verità il suo sentiero.

« L'ultima fra le lettere comprese nel vol. IV dell'ediz. Canestrini, che si trovano nel manoscritto vaticano (a c. 145) è la XLIX, e intende di recare nella stampa la data de' 30 di luglio, dal campo. Ma per manifesto errore tipografico il numero si legge altrimenti. Nel manoscritto la lettera ha per data interna, « di campo da Casaretto allo ult.° di luglio 1526 » e

(¹) Cf. negli Atti e Memorie della R. Deputazione di storia patria per la Romagna, anno IX pag. 80. *Lettere di Fr. Guicciardini* pubblicate da Giosuè Carducci.

fuori nell'estremo sinistro in alto, come nota della segreteria pontificia si legge:

« 1526
guicciardino
xxxj julij.

« La lettera, come nell'edizione, comincia colle parole: « Il Duca di Milano excluso dalla speranza di hauer Como sicuro se n'è andato » ma termina diversamente dal testo cognito, giacchè in luogo della parte che il Canestrini aggiunge come da foglio separato (pag. 151 l. c.), dopo il brano in cifra, decifrato nel testo del Canestrini, e la data sopra indicata (l. 2 e 3) vi si legge: « El Duca di Milano si raccomanda quanto sia possibile a V. S. Di nuovo da altri mi è confermato quanto ho detto di sopra circa la ferma del S^or^ Marchese di Mantoua et a Milano quelli Signori lo dicono molto gagliardamente. Hoggi mi è stato detto, ma non lo so per certo ch'el S^or^ Gismondo segretario del S^or^ Giovanni da Gonzaga è in praticha di conducersi con Mr. di Borbone con 200 cavalli leggieri » S. V. S^or^ Franciscus Guicciardini ».

« Aggiungo qui appresso il catalogo delle altre lettere inedite, che sono nel volume vaticano, di questo sommo storico e politico italiano, che seppe l'Italia intera comprendere piuttosto col pensiero che abbracciare con l'animo; avvertendo che ne cito il principio e la fine secondo la prima e l'ultima linea del ms.; salvo tre lettere, che per esser brevissime, mi parve più opportuno riferir per intero; che la data n' è riferita testualmente come incontra a piè d'ogni lettera, e che i titoli negl' indirizzi delle lettere scritte ad una persona medesima, non vengono ripetuti quando ritornano identici. Del resto, le designazioni « *tanquam patri* » e « *tanquam fratri* » così comuni nel formulario delle soprascritte del secolo decimosesto, non vanno prese punto sul serio, nè sono indizio d'altro che di relazione d'eguaglianza o di subordinazione, fra quei che scrivono (1). Oltre la prima lettera al conte Guido Rangoni, e le altre dirette al Datario, siccome è detto, ve ne sono indirizzate al Sanga, segretario prima del Giberti e poi del Pontefice, e celebrato poeta di versi latini ed uno degl' interlocutori del Dialogo del Berni *contro ai poeti*. Le ultime son mandate a Jacopo Salviati, che il Guicciardini, intento a procacciarsi colle affinità di sangue potenza in Firenze, ammogliandosi a Maria Salviati, come confessa ne' suoi ricordi (2), « aveva voluto ad ogni modo per parente ». Avverto che delle lettere di cui do l'elenco, ho preso copia, proponendomi di farne prossima pubblicazione.

Ms. a c. 5. 1526 di Piacenza alli xviij di giugno *Fr. G.* (*al conte Guido Rangone*). « Crescono ad ogni hora le cagioni di desiderare » . . . — . . . « et a quella mi raccomando ».

(1) Cf. A. Ronchini, *Monsignor Bernardo Rossi e una lettera a lui del Guicciardini*, negli Atti e Memorie sulla Dep. di St. patria per le provincie modenese e parmense, vol. I pag. 406.

(2) Opp. Inedite, vol. X pag. 71.

ms. a c. 20. 1526. Ex felicis: castris apud Marignanum die p.ª Julij. *Fr. G. al Datario.* « El Verulano ha havuto hoggi lettere del Sormanno del tenore che V. S. vedrà per » . . . — . . . « tempo di inviare questo ».

» 30. » Ex feliciss: castris pont.ciis apud Sanctum Donatum, die iij Julii. *Fr. G. al Datario.* « Siamo venuti questa mattina a San Donato, non so anchora domani quel » . . . — . . . « circa la extremità del Castello, però el saprò domattina se non prima. Et a V. S. mi rac.do ».

» 32. » Ex feliciss: castris pontciis apud St.um Martinum die iiij Julij. *Fr. G. al Datario.* « La factione fatta questa mattina V. S. l'intenderà per lettere del Conte Ruberto. Di più » . . . — . . . « instrutto di quel che si è potuto dirgli di qua ».

» 39. » Ex feliciss. c. s. die v Julij. *Fr. G. al Datario.* « Ho hauuto hora per il Corriere spacciato a posta e Brevi per Capino et per me et el suo » . . . — . . . « (scara)mucciare con Franzesi ».

» 45. » Ex feliciss. castris pont.ciis contra Mediolanum, die vij Julij. *Fr. G. al Datario.* « El partir nostro di questa mattina dallo alloggiamento non fu exequito nel » . . . — . . . « la de iiij comparse hoggi a buonhora ».

» 47. » Ex feliciss. castris pont. contra Mediolanum die vij et viij Julij. *Fr. G. al Datario.* « Due hore sono scrissi a V. S. Di poi essendo in letto venne allo alloggiamento mio » . . . — . . . « di Mus ci saranno fra tre dì. Et a V. S. mi raccomando ».

» 51. » Ex Castris pontifciis apud Marignanum. ix Julij. *Fr. G. al Datario.* « Ancorchè hieri scriuessi lungamente circa la ritirata nostra replicherò con questa » . . . — . . . « troppo al conte Guido ».

» 57. » Ex castris Pontifciis apud Marignanum. Die xi Julij. *Fr. G. al Datario.* « Li Milanesi accordorono in trentamila Ducati da pagarsi una parte di presente et li al|tri » . . . — . . . « ri|solua circa augumento et diminutione dello spendere ».

» 72. » Ex castris *ut supra* die xiij Julij. *Fr. G. al Datario.* « Da Grangis habbiamo lettere come V. S. uedrà per la inclusa copia, nè si inten|de » . . . — . . . « bisogna|va non se ne uide nessuno. Et a V. S. mi raccomando ».

» 75. » Ex castris *u. s.* die xv Julij. *Fr. G. al Datario.* « Al Duca di Milano si è risposto che come ci siano e suizeri del Castellano » . . . — . . . « ma non sono già sì resoluti a proporne uno che fussi buono. Et a V. S. mi rac.do ».

» 77. » Ex castris *u. s.* die xiiij Julij. *Fr. G. al Datario.* « Hoggi non ho lettere di V. S. l'ultima sua è de x, et io non ho altra » . . . — . . . « le nostre deliberationi. Et a V. S. mi raccomando ».

» 80. » Ex Castris *u. s.* die xvj Julij. *Fr. G. al Datario*: « Ho la di V. S. de xiij. Del Castello non si intende altro che quanto scrissi hieri et » . . . — . . . « essendo non mi mancherà modo di provvedere per altra uia. Et a V. S. mi rac.do ».

» 83. » Ex castris *u. s. Fr. G. al Datario:* « Le nuoue che si hanno di questi benedetti Suizeri V. S. uedrà per le incluse. Sperano » . . . — . . . « a V. S. mi raccomando della quale hoggi non ho hauuto lettere ».

» 88. » Di Campo da Casaretto die xxvij di luglio. *Fr. G. al Datario.* « Per ordine di messer Capino mando a V. S. la copia di più lettere hauute da lui et di più uno » . . . — . . . « Piacemi sia per esserci denari, ma ricordo bisognano et in tempo ».

» 94. » Di Campo di Peschera, alli xix di luglio. *Fr. G. al Datario.*: « Parse di

poi al Ducha per relatione di Pierfrancesco da Viterbo che hoggi non alloggiassimo » . . . — . . . « tutti a Casciano. et a V. S. mi raccomando ».

ms. a c. 97. 1526. Di Campo dal Sagra alli xx di luglio. *Fr. G. al Datario.*: « Hoggi siamo uenuti al Sagra discosti da Milano IIIJ miglia et quasi in su la » . . . — . . . « se gli accadrà uolere intendere altro supplereno meglio un altra uolta ».

» 100. » Di Campo da Casaretto alli xxj di luglio. *Fr. G. al Datario:* « Stamani sono uenuti gli altri Suizeri col Castellano di Mus. Dice el Collate|rale » . . . — . . . « tie|ne dalli Spagnoli et è di sorte da non l'hauere senza cannoni. Et a V. S. mi rac.do ».

» 104. » Di Campo da Casaletto alli XXIJ di luglio. *Fr. G. al Datario:* « Come scrissi hiersera per uno corriere in diligentia insino a Firenze, la fronte del nostro » . . . — . . . « del Duge credeuo hauerne risposto alhora. Et a V. S. mi rac.do ».

» 108. » In Campo da Casaletto alli XXIIJ di luglio. *Fr. G. al Datario:* « El Castello di Moncia si prese hieri per forza doue erano circa cento fanti » . . . — . . . « et che l'altro dì aspettarano e tre mila Suizeri e quali saranno qua presto. Et a V. S. mi rac.do ».

» 113. » *Fr. G. al Datario.* (tutta in cifra): « Io ho scritto per altre tante delli andamenti et modi nostri che non credo » . . . — . . . « non si uince et con l'aspre si peggiora ».

» 117. » Di Campo da Casaletto alli XXIV di luglio. *Fr. G. al Datario:* « El Castello si è pure accordato et ha fatto bene perchè a ogni modo non erauamo » . . . — . . . « V. S. alle prouissoni che si hanno da fare presupponga chel Castello sia preso ».

» 121. » Di Campo da Casaletto alli xxv di luglio tenute a dì xxvj. *Fr. G. al Datario:* « E capitoli tra el Duca et Borbone si sottoscrissono hiersera al tardi, la copia de' quali » . . . — . . . « occor|rono et ch'io gli commetto et dice che N. S. et V. S. l'habbi per excusato se non scriue perchè non uuole scriuere costà per niente ».

» 125. » Di Campo dal Casaletto alli XXVIIJ di luglio (1). *Fr. G. al Datario.* « Avanti due conclusioni sono uerissime, la prima ch'era facile » . . . — . . . « obedientia ».

» 131. » Di Campo da Casaretto alli XXVIIJ di Luglio. *Fr. G. al Datario.* « El Duca di Milano mando hieri Sforzino con uno huomo delli Spagnuoli » . . . — . . . « la minuta, staranno meglio in mano sua che del uescouo di Lodi ».

» 135. » Di Piacenza alli XIX di Giugno. *Fr. G. al Datario.* « Hauendo scritto hoggi a lungo a V. S. quanto mi occorreua per la presente » . . . — . . . « sollecita el ponte et uoi sollecitate di costà danari ».

» 147. 1529 die 30 7bris, (2) *F. G. et Alexander Paccius revdo domino Joanni Be Sangae* Smi (dni nostri) a secretis tan(quam pa)tri. Rome. « Questa sera habbiam riceuuto la di V. Sria de XXV » . . . — . . . « secondo le nostre forze et a V. S. ci raccomandiamo » Da Spinello alli xxx di Settembre M . D . XX VIIIJ. segue *postscripta*: « hauendo hauuto certi auisi di Firenze di luogho bono » . . . — . . . « parendoci sia bene habbiate questa notitia più presto si può ».

(1) Manca la soprascritta e la sottoscrizione. Esternamente la Cancelleria ponteficia annotò: « *De rebus mediolani 1526, del Guicciardino XXVIIJ Julii* ».

(2) Tra le note esterne: *Del Guicciardino et Alex.° de pazzi, ultima vijbris tenuta al p°. d'ottobre, Ricevuta alli vij d'ottobre* ».

ms. a c. 149. 1531 alli xv di Giugno « *F. G. al rev.do messer Giouambapta Sanga* (segreta)rio della Stà di N. S. in Roma.

Rde Dne etc. E' mi è parso mandar la inclusa (¹) perchè la uegga la Stà di | N. S. la quale mi scriue uno doctor da Oliuola di lunigiana persona di | spirito sottile et inquieto, ch'è stato dieci anni podestà di Ferrara, et di | poi essendo stato male tractato nel sindicato, non so se a ragione o | a torto, si è ridocto a casa; Io gli ho risposto bona uerba. V. S. mi | auiserà se accadrà che io faccia altro |

penso partir per Bologna lunedì proximo, ancora che dalli Astrologi mi sia dato | per dì infelice. Et a V. S. mi raccomando. Di Firenze. Alli xv di Giugno 1531.

Di V. S.

Franc° Guicciardini.

» 133. 1532 alli xxvj di Gennaio. *Fr. G. Revdo s. Jo. Bapta Sanga* secretario di N. S. « E' mi era parso in sino a hoggi hauer maneggiato con | buona diligentia » ... — ... « (so)no mandate con la più presta occasione che si ha potuto hauere che è stato hoggi ».

» 155. » di Bologna alli ij di Marzo. *Fr. G. al Rdo S.* come frello honor. et s. ms. (Jo: b)attista Sanga secr. di N. S. « Io ho differito per uarie cause el risponder a una di | V. S. » ... — ... « migliore giuditio S. Stà alla quale sono ben note le conditioni di tutti. Et a V. S. mi racdo.

» 157. » Di Bologna alli xxj di Marzo. Fr. G. al Rdo S. come frello honor. et s. ms. Jo: battista Sanga secr. di N. S.re In palazo apco. (²) — Questa mattina ho una di vra S. de' xv per conto delle | gioie che sono in mano del cavaliere sertorio quale non si troua qui nè ha da esser|ci ch' io sappia, però non veggo come poter exequir la commissione di N. S.re Et | a V. S. mi racdo ».

» 160. » de xxvj di marzo. ms. *ms Fr. al R.do ms. Giovambapta Sanga* secrio dela Stà di N. S. come frlo a Roma.

« Per le informationi hauute (³) dal Franzese ho ritenuti tre | artigiani » ... — ... « sappiate essersi dato principio alla negotiatione ».

» 162. » Alli xj d'Aprile. *Fr. G. al Rdo Ms. Giovamhapta Sanga* secrio ecc. c. s. « Ho hauuto una di V. S. de v che mi ordina per parte di S. Stà ch' io vadia » ... — ... « perchè poi in capo di duo dì ci hauessino a ritornare. Et a V. S. mi racdo ».

(¹) La lettera inclusa è di un marchese Fabulino, che si sottoscrive « Marchio Fabulino za per ani desi podesta de ferrara ». È una lettera singolarissima in cui s'istigano le pretensioni del papa contro il duca di Ferrara: « Ho inteso, scrive l'astuto gentiluomo, dal Rmo monsignor Cibo che S. Stà non vuole aquietare alla sententia di Cesare data a fauor del duca di ferrara, che quando così sia me pare che a Roma si retrova Jacomo Aluaroto quale è molto instructo dele Investiture si sono atrouate a lo archiuio di regio facte alla gesia dalli Imperatori passati, quale lui ha fatto brusar di commission del duca, e questo Cambio canzelero de la Comunità di regio estato lo autor di hauerle atrovate et a mi in quello tempo podestà de ferara cum fedeltà revellate; ma si hauese a dir li testimonij falsi e sententie false si sono mandate a la magna da ferrara per me uiste scriuer e da mi autenticate di commissione deli agenti del duca, non li poteria distender in questa carta, nè altra maggior n'arò; ma hauendo V. S. d'intendere placidamente quanto io potessi parlare a bocha a quella, forsi si caverrà tal constructo che si tocharà cum mane che regio tocha alla gesia et non al duca de ferara ».

(²) Esternamente e in senso longitudinale del margine interno: « 1532. | del Sr. Guiccno | xxi Martij | Rta a' 28 di Marzo ».

(³) Il decifrato di questa lettera, che è per la maggior parte in cifra, si trova alla carta 159. Al luogo ove collocammo l'asterisco comincia la cifra.

ms. a c. 164. 1532 di Firenze alli 30 d'aprile (¹). — *Fr. G. al Sanga* c. s. — « E mi resta a risponder a due di V. S. l'ultima de 23 riceuuta hieri » ... — ... « artiglierie per poterne aduisare et a quella mi racc^do. »

» 166. » di Bologna alli XV di Maggio (²) *Fr. G. al Sanga* c. s. in palazo ap^co. « Io ho preso informatione quel che importi la dimanda » ... — ... « alcuno se non con modi simili. Et a V. S. mi racc.^do ».

» 169. » di Bologna a dì ultimo di luglio. — *Fr. G. al Sanga* c. s. « La impositione che ha fatto questa comunità per conto del ducato per fuoco » ... — ... « douere scaricassino per una volta in qualche parte loro medesimi ».

» 171. » di Bologna alli xvij d'Agosto. *Fr. G. mag^co Dno Jacobo Saluiato* tanquam patri, in Roma « Io ho tre di V. S. de' v, de' vij, et de x, et quanto alla prima che mi commette » ... — ... « forse dodici dì. Però S. S.^tà non si marauigli che io non l'habbia mandato prima ».

» 173. » di Bologna all'utimo (*sic*) di Agosto (³). *Fr. G. mag^co D^no Jacobo Saluiato* tanquam patri hon. etc. in Roma. — « L'ultima che io ho di V. S. è de xxij, la quale non ricerca altra risposta che » ... — ... attenderò passati che saranno quelli fanti. Et a V. S. mi raccomando ».

» 175. » di Bologna alli xx8 (*sic*) di 7bre. (⁴) *Fr. G. a Jacopo Salviati* c. s. — « El Gouernatore di Modena pochi dì sono fece instantia col sarto m^ro della posta qui che » ... — ... « in Francia pure non ho maggior certezza. Et a V. S. mi rac^do.

» 177. » di Bologna alli 2 di 8bre. *Fr. G. a Jacopo Saluiati* c. s. « La lettera che V. S. con *l*ultima sua mi indirizzò per il presidente di Romagna si mandò subito l'al tra » ... — ... « dove uadia, pur l'opinione è ch'egli uadia in Francia. Et a V. S. mi racc^do.

» 179. 1532 di Bologna alli XX3 (*sic*) di 8bre *Fr. G. a Jacopo Salviati* c. s. — « La presente sarà per indrizar a V. S. un piego hauuto in questo punto da Vinegia da Ruberto magio. E fanti del S. Aluigi sono alloggiati hoggi al Sasso et posdomani usciranno dal bolognese per la uia di Barberino co quali ho seguitato l'ordine che V. S. m'ha scritto per le sue de xvj et xvij che son l'ultime ho da quella. Alla quale mi racc.^do ».

» 181. » di Bologna alli iiij 9bre (⁵) *Fr. G. a Jacopo Salviati*, c. s. « Con le lettere di V. S. de xxxj hebbi lo spaccio per mons. R^mo et Ill^mo de' Medici » ... — ... « Le lettere di S. M^co di casa di S. S^tà si mandorono in Romagna subito. Et a V. S. mi racc.^do ».

» 183. » Di Bologna alli iiij di Novembre. *Fr. G. a Jacopo Saluiati*, c. s. « Questa mattina scrissi a V. S. quanto occorreua et hora gli spaccio la presente per staffetta per far » ... — ... « (cau)sa da solleuarsi da questo dubio che di accrescerlo. Et a V. S. molto mi racc.^do. ».

(¹) Nel consueto luogo del margine esterno: « R^ta a' 2 di maggio » —

(²) Similmente, e della mano consueta: « R^ta a' I9 di maggio » — La lettera ha un foglio incluso che contiene una raccomandazione del G. a favore « di ms. Battista de Cospi ch'è ancora lui pouero gentilhuomo ».

(³) Similmente, ma incerto: « R^to a VI (o 7) di 7bre ».

(⁴) Similmente: « del Gouernatore, risp^to a iij d'8bre ».

(⁵) Similmente « risp^to a xiij. »

Bibliografia. — *Lettere di Federico Cesi contenute nei manoscritti Galileiani.* Nota del Socio E. Narducci.

« Nella scorsa seduta richiamai l'attenzione dell'Accademia sulla opportunità di pubblicare in un sol corpo l'epistolario di Federico Cesi, accennando a 132 lettere di esso Federico, che si trovano tra i manoscritti Galileiani della Biblioteca Nazionale di Firenze, delle quali 23 interamente inedite (di cui alcune relative alla pubblicazione del *Saggiatore*) e 23 edite solamente in parte. Ad agevolare per tanto il còmpito allo studioso che volesse accingersi all'impresa, pongo qui appresso una tavola analitica delle dette 132 lettere, accennando quali trovinsi date in luce nella edizione di Padova (1) delle Opere di Galileo, e quali siano state edite interamente o in parte dal Fabroni (2), dal Venturi (3), dall' Albèri (4), dal Targioni (5), dal Wolynski (6), dal Campori (7) e dal Favaro (8), segnando con asterisco * le inedite. E qui, oltre alle altre lettere del Cesi messe a stampa da alcuni di costoro e da altri, non è da dimenticare tra le inedite una sua lettera *Intorno al legno fossile*, che in doppio esemplare trovasi nei manoscritti n. 170 e 173 della Biblioteca della Scuola di Medicina di Montpellier, insieme al noto *Trattato del legno fossile minerale* di Francesco Stelluti, dei quali due manoscritti il primo ebbe già il n. 860 nella Biblioteca Albani di Roma (9).

(1) *Opere di Galileo Galilei divise in quattro tomi.* Padova, 1844, 4 vol. in 4°.

(2) *Lettere inedite di uomini illustri per servire di Appendice all'opera intitolata* Vitae Italorum doctrina excellentium. *Vol. II.* Firenze 1775, in 8°. Con dedica dei 22 luglio 1773, firmata da Angelo Fabroni.

(3) *Memorie e lettere inedite finora o disperse di Galileo Galilei.* Modena, 1818-21. 2 volumi in 4.

(4) *Le opere di Galileo Galilei, prima edizione completa.* Firenze, 1842-56. 16 volumi in 8°.

(5) *Notizie sulla storia delle scienze fisiche in Toscana.* Firenze 1852, in 4°.

(6) *Lettere inedite di Galileo Galilei.* Firenze, 1872, in 8°.

(7) *Carteggio Galileiano inedito con note ed appendici.* Modena, 1881, in 4°.

(8) *Galileo Galilei e lo studio di Padova.* Firenze, 1883, 2 volumi in 8°.— *Di alcune relazioni tra Galileo Galilei e Federico Cesi, illustrate con documenti inediti* (Nel *Bullettino di bibliogr. e di st. delle sc. mat. e fis.* to. XVII. Roma, 1884, pag. 219-244, Marzo).

(9) *Catalogue général des manuscrits des Bibliothèques publiques des Départements*, ecc. *Tome premier.* Paris, 1849, pag. 353 e 354.

LETTERE DI FEDERICO CESI

contenute nei manoscritti Galileiani della Biblioteca Nazionale di Firenze.

CODICE	CARTA	DATA	DOVE PUBBLICATA	VOLUME E PAGINA
G. P. 1. T. 6	190	*Roma, 11 aprile 1611	—	—
» » »	211	*Tivoli, 25 agosto 1611	—	—
» » »	233	*Acquasparta, 28 dic. 1611	—	—
» » 7	14	Roma, 8 febbraio 1613	Albèri	VIII, 256
» » »	18	Roma, 14 aprile 1612	»	VIII, 195
» » »	19	Roma, 19 maggio 1612	»	VIII, 79
» » »	23	Roma, 4 giugno 1612	»	VIII, 205
» » »	48	Roma, 13 ottobre 1612	»	VIII, 235
			Targioni	—
			Venturi	I, 182
» » »	63	Roma, 10 dicembre 1612	Albèri	VIII, 245
» » »	87	Roma, 17 maggio 1613	»	V, 142 (*in parte*)
» » »	104	*Roma, 30 agosto 1613	—	—
» » »	106	Roma, 6 settembre 1613	Albèri	V, 146 (*in parte*)
» » »	110	Acquasparta, 15 ottob. 1613	»	V, 146 (*in parte*)
» » »	153	Roma, 26 aprile 1614	»	V, 149 (*in parte*)
» » »	171	Roma, 23 agosto 1614	»	VIII, 329
			Venturi	I, 277
» » »	173	Roma, 13 settembre 1614	Albèri	V, 155 (*in parte*)
» » »	178	Roma, 4 ottobre 1614	»	V, 155 (*in parte*)
» » »	192	Acquasparta, 24 dic. 1614	»	VIII, 336
			Venturi	I, 277
» » »	229	Roma, 15 maggio 1615	Albèri	V, 159 (*in parte*)
» » »	247	*Roma, 28 luglio 1616	—	—
» » 8	11	Roma, 11 marzo 1617	Wolynski	p. 38
» » »	13	Acquasparta, 22 agosto 1617	»	p. 39
» » »	21	Roma, 22 dicembre 1617	»	p. 40
			Albèri	V, 16 (*in parte*)
» » »	23	Roma, 13 gennaio 1618	Wolynski	p. 42
			Albèri	V, 165 (*in parte*)
» » »	31	Roma, 20 aprile 1618	Targioni	—
			Albèri	VIII, 407
			Venturi	II, 77
» » »	34	Roma, 28 aprile 1618	Wolynski	p. 45
» » »	38	Roma, 5 maggio 1618	»	p. 46
			Albèri	V, 166 (*in parte*)

CODICE	CARTA	DATA	DOVE PUBBLICATA	VOLUME E PAGINA
G. P. 1. T. 8	40	Roma, 11 maggio 1618	Albèri	VIII, 408
» » »	101	Acquasparta, 4 genn. 1620	»	VIII, 431
» » »	118	Acquasparta, 18 magg. 1620	»	VIII, 443
» » »	135	Acquasparta, 4 genn. 1621	Wolynski	p. 60
» » »	143	Acquasparta, 10 giug. 1621	Albèri	IX, 59
			Wolynski	p. 63
» » »	185	Acquasparta, 29 magg. 1623	»	p. 69
» » »	199	Roma, 21 ottobre 1623	Albèri	IX, 42
» » »	215	Acquasparta, 20 febb. 1624	»	IX, 54
			Targioni	II, 817
			Venturi	II, 85
» » »	217	Acquasparta, 23 febb. 1624	Wolynski	p. 73
» » »	220	Acquasparta, 5 aprile 1624	Albèri	IX, 56
» » »	224	Acquasparta, 30 aprile 1624	Wolynski	p. 74
» » 9	83	S.t Angelo, 20 gennaio 1628	Campori	p. 263
» » »	127	Roma, 9 settembre 1628	Albèri	IX, 134
» » »	160	Roma, 26 gennaio 1630	»	IX, 166
» 6 8	25	Roma, 23 luglio 1611	»	VIII, 156
» » »	31	*Roma, 13 agosto 1611	—	—
» » »	35	*Roma, 20 agosto 1611	—	—
» » »	45	*Roma, 17 settembre 1611 (?)	—	—
» » »	53	*Tivoli, 21 ottobre 1611	—	—
» » »	59	Roma, 3 dicembre 1611	Albèri	VIII, 184
» » »	65	*Roma, 16 dicembre 1611	—	—
» » »	80	Acquasparta, 4 febbr. 1612	Favaro, *Gal. e Pad.*	II, 404
» » »	92	*Roma, 3 marzo 1612	—	—
» » »	94	Roma, 7 marzo 1612	Albèri	VIII, 191
» » »	96	*Roma, 10 marzo 1612	—	—
» » »	98	Roma, 4 maggio 1612	Albèri	VIII, 196
» » »	100	Roma, 17 maggio 1612	»	VIII, 198
» » »	102	*Roma, 26 maggio 1612	—	—
» » »	104	Roma, 2 giugno 1612	Albèri	VIII, 200
» » »	106	Roma, 8 giugno 1612	»	*Suppl.* 56
» » »	108	Roma, 9 giugno 1612	»	VIII, 207
» » »	115	S. Paolo, 20 giugno 1612	»	VIII, 215
» » »	121	Monticelli, 4 luglio 1612	»	VIII, 220
» » »	130	Roma, 21 luglio 1612	Favaro, *Cesi*	p. 230
» » »	135	Roma, 4 agosto 1612	Albèri	VIII, 224
» » »	141	Roma, 25 agosto 1612	Favaro, *Cesi*	p. 232
» » »	149	Roma, 8 settembre 1612	»	p. 233
» » »	150	Roma, 14 settembre 1612	Albèri	VIII, 229
» » »	152	Roma, 17 settembre 1612	Favaro, *Cesi*	p. 234

CODICE	CARTA	DATA	DOVE PUBBLICATA	VOLUME E PAGINA
G. P. 1. T. 8	158	Roma, 29 settembre 1612	Albèri	VIII, 231
» » »	162	Roma, 6 ottobre 1612	Favaro, *Cesi*	p. 234
» » »	165	Roma, 28 ottobre 1612	Albèri	VIII, 237
» » »	170	Roma, 3 novembre 1612	Favaro, *Cesi*	p. 235
» » »	172	Roma, 10 novembre 1612	»	p. 237
» » »	174	Roma, 17 novembre 1612	»	p. 237
» » »	180	Roma, 24 novembre 1612	»	p. 238
» » »	182b	Roma, 30 novembre 1612	Albèri	VIII, 224
» » »	187	*Roma, 14 dicembre 1612	—	—
» » »	191	Roma, 22 dicembre 1612	Albèri	VIII, 250
» » »	193	Roma, 28 dicembre 1612	»	VIII, 251
» » 9	7	Roma, 4 gennaio 1613	Favaro, *Cesi*	p. 239
» » »	10	Roma, 11 gennaio 1613	Albèri	V, 212 (*brano in nota*)
» » »	12	Roma, 18 gennaio 1613	»	VIII, 253
» » »	14	*Roma, 26 gennaio 1613	—	—
» » »	18	Roma, 1° febbraio 1613	Favaro, *Cesi*	p. 240
» » »	26	Roma, 15 febbraio 1613	Albèri	VIII, 257
» » »	30	Roma, 22 febbraio 1613	»	VIII, 258
» » »	34	Roma, 3 marzo 1613	»	V, 212 (*brano in nota*)
» » »	38	Roma, 22 marzo 1613	»	VIII, 251
» » »	50	Roma, 11 maggio 1613	»	*Suppl.* 81
» » »	54	Monticelli, 30 maggio 1613	»	*Suppl.* 84
» » »	62	Monticelli, 29 giugno 1613	»	V, 143 (*in parte*)
» » »	78	Roma, 29 luglio 1613	»	V, 143 (*in parte*)
» » »	79	*Roma, 2 agosto 1613	—	—
» » »	91	*Roma, 6 settembre 1613	—	—
» » »	93	Roma, 7 settembre 1613	Albèri	VIII, 285
» » »	105	*Roma, 8 novembre 1613	—	—
» » »	107	Roma, 30 novembre 1613	Albèri	V, 146 (*in parte*)
» » »	111	Acquasparta, 1° genn. 1614	»	V, 146 (*in parte*)
» » »	112	*Roma, 3 gennaio 1614	—	—
» » »	114	Roma, 18 gennaio 1614	Albèri	VIII, 296
» » »	131	Roma, 24 gennaio 1614	Fabbroni	II
			Venturi	I, 276
			Albèri	V, 147 (*brano*)
» » »	133	Roma, 20 gennaio 1614	»	V, 147 (*la fine*)
» » »	139	*Roma, 15 febbraio 1614	—	—
» » »	145	Roma, 1° marzo 1614	Albèri	VIII, 302
			Opere (Padova)	II, 198 (*brano*)
» » »	152	*Roma, 21 marzo 1614	—	—

CODICE	CARTA	DATA	DOVE PUBBLICATA	VOLUME E PAGINA
G. P. 1. T. 8	158	Roma, 12 aprile 1614	Albèri	VIII, 312
			Fabbroni	II
			Venturi	I, 276
» » »	164	Roma, 14 giugno 1614	Albèri	*Suppl.* 93
» » »	180	Roma, 12 luglio 1614	»	*Suppl.* 95
» » »	188	Roma, 9 agosto 1614	»	V, 151 (*in parte*)
» » »	190	Roma, 16 agosto 1614	»	VIII, 327
» » »	229	Acquasparta, 12 genn. 1615	»	VIII, 339
» » »	233	*Acquasparta, 2 febbr. 1615	—	—
» » »	243	Roma, 7 marzo 1615	Albèri	VIII, 356
» » »	257	Roma, 20 giugno 1615	»	VIII, 377
» » 10	7	Roma, 25 giugno 1616	»	VIII, 387
			»	V, 161 (*brano*)
» » »	8	Roma, 23 luglio 1616	»	VIII, 385
» » »	10	Roma, 3 settembre 1616	»	VIII, 389
» » »	14	*Roma, 8 ottobre 1616	—	—
» » »	42	Acquasparta, 10 lug. 1618	Albèri	VIII, 410
» » »	58	Acquasparta, 15 febb. 1619	»	VIII, 420
» » »	66	Acquasparta, 28 lug. 1619	»	V, 169 (*brano*)
» » »	79	Acquasparta, 10 sett. 1619	»	V, 169 (*brano*)
			Campori	p. 167
» » »	89	Acquasparta, 4 marzo 1620	Albèri	VIII, 438
» » »	114	Acquasparta, 2 dic. 1621	»	IX, 13
» » »	128	Acquasparta, 27 dic. 1622	»	IX, 20
» » »	161	Acquasparta, 18 magg. 1624	»	IX, 58
» » »	181	Acquasparta, 26 ottob. 1624	»	IX, 71
» » »	191	Roma, 27 dicembre 1624	»	IX, 74
» » »	193	Roma, 3 gennaio 1625	Campori	p. 219
» » »	204	Roma, 5 aprile 1625	Albèri	IX, 77
» » »	210	Roma, 26 aprile 1625	»	IX, 82
» » »	214	Roma, 26 settembre 1625	Campori	p. 228
» » 11	9	Roma, 10 gennaio 1626	»	p. 233
» » »	73	Roma, 4 settembre 1627	Albèri	IX, 115

Statistica. — *Del movimento della criminalità in Italia e di alcuni indici del progresso morale ed intellettuale.* Nota I. del Socio Luigi Bodio.

« La Commissione della statistica giudiziaria, che ha sede presso il Ministero di grazia e giustizia, in una lunga e laboriosa sessione tenuta in questo stesso mese, ebbe a studiare il movimento della delinquenza in Italia durante gli ultimi dodici anni.

« Il fenomeno della criminalità è molto complesso; non è cosa facile stabilire se esso sia in aumento o in diminuzione, poichè certamente non tutti i reati sono al tempo stesso in diminuzione, nè tutti sono simultaneamente in via di aumento, in tutte le provincie; nè vi è una discesa così continua, che non faccia luogo ad arresti, e a regressi, comunque di breve durata. Si tratta di determinare la risultante fra moltissime componenti; si vuol riconoscere la direzione prevalente fra molti movimenti diversamente orientati.

« La Commissione, presieduta da uno dei nostri colleghi, il senatore Messedaglia, discusse a lungo sui fatti che le vennero presentati, e dopo maturo esame venne a concludere che, almeno dal 1879 in poi, vi è una tendenza evidente alle diminuzione, soprattutto per reati più gravi. Siccome i dati numerici che ebbi l'onore di presentare a quella Commissione sono in gran parte inediti, almeno nella forma sintetica in cui furono per quella circostanza ordinati e classificati, così stimo far cosa grata all'Accademia, comunicandone ad essa la sostanza, prima che ne sia fatta la pubblicazione *in extenso*.

« I confronti in questa materia sono difficilissimi per le numerose lacune che esistono nelle statistiche dei varî anni, e talvolta anche pel difetto di omogeneità fra i dati, che a prima giunta si crederebbe dovessero rispondere ad un medesimo concetto. Converrebbe poter seguire il processo penale, anno per anno, in tutte le sue fasi, della denunzia, dell'istruttoria e del giudizio, tanto pei reati delle varie specie, quanto per gli imputati; e ciò con una classificazione dei reati che fosse sempre la stessa, in tutte la serie degli anni d'osservazione, e per tutte le giurisdizioni, cioè per le corti d'assisie, pei tribunali e per le preture; essendovi, com'è noto, reati, i quali, per la loro specie, possono essere giudicati tanto dai tribunali, quanto dalle corti, ed altri che possono essere giudicati da tutte e tre le magistrature, sia per originaria competenza (in ragione appunto della specie), sia per attenuanti o per connessione di causa. Così i crimini possono discendere dalle corti ai tribunali, per la così detta *correzionalizzazione*, e le contravvenzioni possono salire ad essere giudicate anche innanzi alle corti.

« Cominciando dalle denunzie e querele ritenute fondate dal Pubblico Ministero, ecco in cifre tonde come esse vennero oscillando dal 1875 a tutto il 1884. Accanto al numero dei reati denunziati, poniamo quello dei procedimenti esauriti dal P. M., dopo averne eliminati quelli inviati all'archivio per inesistenza del fatto o perchè il fatto non costituiva reato. Vediamo le cifre effettive e le proporzioni a 100 mila abitanti. Aggiungiamo in un'ultima colonna le cifre degli imputati noti, e pei quali fu provveduto dagli ufficî d'istruzione.

« È vero però che il numero degli imputati non è un indice altrettanto sicuro del movimento della delinquenza, come quello delle denunzie dei reati, poichè per uno stesso numero di reati, quello degli imputati noti o indiziati può essere diverso; ed anzi, sotto l'aspetto dell'attività dei giudici inquirenti e delle autorità di polizia, può considerarsi come una prova di

energica repressione il poter presentare una più alta proporzione di imputati per 100 reati denunziati. Ad ogni modo, ecco le cifre in serie parallele.

ANNI	Denunzie e querele ritenute fondate dal P. M.		Procedimenti inviati dal P. M. ai Pretori o agli uffici d'istruzione o chiamati al giudizio per citazione diretta		Imputati noti o indiziati (in migliaia)
	Cifre effettive (in migliaia)	Per 100,000 abitanti	Cifre effettive (in migliaia)	Per 100,000 abitanti	
1875	248	91	228	80	230
1876	238	86	216	72	221
1877	255	91	235	83	221
1878	274	97	240	84	241
1879	273	96	247	86	240
1880	290	101	268	94	253
1881	265	93	240	84	212
1882	263	91	237	83	217
1883	260	89	235	83	218
1884	244	84	226	79	224

« Vediamo ora quanti furono giudicati e quanti condannati dai pretori, dai tribunali correzionali e dalle assise.

ANNI	Dai Pretori		Dai Tribunali correzionali in primo grado		Dalle Corti d'assise	
	Giudicati	Condannati	Giudicati	Condannati (1)	Giudicati	Condannati
1873	299,830	204,860	81,783	61,753	9,656	7,270
1874	318,612	217,381	85,025	63,932	9,795	7,497
1875	304,989	214,092	79,581	61,196	9,596	7,238
1876	269,227	182,882	76,220	55,933	9,005	6,682
1877	301,025	206,019	73,084	53,822	8,795	6,727
1878	276,813	187,472	73,009	48,704	8,433	6,394
1879	328,538	231,735	77,612	?	9,475	7,109
1880	364,991	262,035	95,310	?	10,581	7,805
1881	328,577	231,665	88,575	66,244	10,364	7,684
1882	338,252	235,808	80,979	61,509	8,228	6,065
1883	335,800	232,594	75,816	58,414	8,127	5,702
1884	351,054	255,955	73,496	56,375	7,702	5,375

(1) Non si può indicare il numero dei condannati negli anni 1879 e 1880, perchè per quei due anni non furono separati i condannati in sede di appello da quelli condannati dai tribunali in primo grado.

« Dalle quali cifre effettive si ricavano i seguenti rapporti ogni 100,000 abitanti:

ANNI	Imputati condannati ogni 10,000 abitanti		
	dai Pretori	dai Tribunali correzionali in primo grado	dalle Corti d'assise
1873	75,41	22,73	2,68
1874	79,66	23,43	2,75
1875	77,90	22,27	2,63
1876	65,86	20,14	2,41
1877	73,55	19,21	2,40
1878	66,46	17,27	2,27
1879	81,49	?	2,50
1880	91,86	?	2,74
1881	81,40	23,28	2,70
1382	82,07	21,41	2,11
1883	80,17	20,00	1,97
1884	87,17	19,20	1,83

« In tutte le giurisdizioni il numero massimo, tanto dei giudicati che dei condannati, si ebbe nel 1880. In quell'anno fu anche maggiore, che nei precedenti e nei susseguenti, il numero dei reati denunziati; ma le cifre dei giudicati e dei condannati furono aggravate anche per il fatto delle straordinarie ispezioni fatte eseguire dal Ministro guardasigilli di allora (onor. Villa presso i diversi uffici giudiziarî; per le quali ispezioni fu accelerato il movimento degli affari e diminuì l'arretrato.

« Confrontando fra loro i termini estremi del periodo, vediamo cresciuto il numero dei condannati dai pretori, scemato quello dei condannati dai tribunali correzionali e, ciò che più importa, ridotto grandemente quello dei condannati dalle assisie. Questi ultimi da 7270 nel 1873 sono scesi a 5375 nel 1884; e siccome nel frattempo la popolazione del Regno si accrebbe di 2 milioni, in cifra tonda, pari al 7½ per cento della popolazione che esisteva al primo anno del periodo, se noi ingrandiamo del 7½ per cento la cifra iniziale di 7270, questa diventa 7641, superiore di 2266 a quella osservata nel 1884. La differenza è fortissima, come si vede.

« Ma si afferma da alcuni essere invalso l'uso in questi ultimi anni di rinviare i giudizî davanti al correzionale piuttosto che alle assisie, in una proporzione più alta che non si solesse fare negli anni addietro. Quando pure ciò fosse vero in qualche misura, la prova che la delinquenza è

scemata negli ultimi anni non sarebbe meno evidente, poichè la cifra dei condannati dai tribunali correzionali è diminuita pur essa, da 61 mila, nel 1873 a 56 mila nel 1884; e per il fatto già avvertito, che in questo tempo la popolazione è cresciuta del 7½ per cento, quand'anche il numero dei condannati dai tribunali correzionali fosse stato nel 1884 di 66 mila, non avrebbe potuto dirsi cresciuto; sarebbe stato nel medesimo rapporto di prima col numero degli abitanti. La diminuzione adunque, supposto un equal numero di abitanti, può calcolarsi a 10 mila.

« Al contrario però delle cifre dei condannati dai tribunali e dalle corti, quella dei condannati dai pretori è realmente divenuta più alta; da 204 mila nel 1873 è salita a 255 mila nel 1884, passando per un *maximum* di 262 mila nel 1880.

« Negli anni intermedî si osservano talvolta nelle cifre dei condannati, in tutte e tre le giurisdizioni, brusche oscillazioni, determinate, non solo da reali variazioni avvenute nell'intensità della delinquenza, ma altresì da un grande elemento perturbatore, che è il numero dei prosciolti per amnistia.

« Così nel 1876 il numero dei condannati dai pretori è basso (182 mila) per causa dell'amnistia data verso la fine dell'anno, la quale contribuì ad attenuare anche il numero dei condannati nell'anno successivo. E nel 1878 l'amnistia data sul principio dell'anno, per l'avvenimento al trono di Re Umberto, fece diminuire considerevolmente il numero dei condannati. Basti dire che gli individui prosciolti per amnistia dalla sezione di accusa, che nel 1875 era di 2,824, salì nel 1876 a 25,842, nel 1877 a 30,525 e superò i 100 mila (100,046) nel 1878, variando di poi così: 32,609 nel 1879; 5,916 nel 1880; 8,340 nel 1881; 11,047 nel 1882; 2,914 nel 1883.

« E ritornando particolarmente alle cifre dei condannati dai pretori, che abbiamo visto essere in aumento, ci converrà fare una distinzione importante, fra reati dolosi e contravvenzioni di altra natura. I primi sono quelli che interessa di conoscere come indice della delinquenza; non i secondi, i quali possono crescere quando le città si ripuliscono, quando si fanno eseguire i regolamenti municipali d'igiene e simili, senza che per ciò si aggravi l'immoralità nel paese. Ora il numero dei condannati dai pretori al carcere (con o senza multa) è aumentato da 41 mila nel 1873 a 53 nel 1883 [1], e per l'osservazione già fatta, dell'aumento della popolazione, la differenza sarebbe stata soltanto di 9,000 circa (se tanti fossero stati gli abitanti nel 1873 come nel 1883), mentre la differenza in più, calcolata nell'egual modo, somma a 23 mila sul complesso dei condannati dai pretori, fra le due cifre estreme del periodo 1873-83.

[1] Le cifre del 1884 sono per ora solamente provvisorie, ricavate dai prospetti sommarî allegati ai discorsi inaugurali dei procuratori generali. E questi prospetti non distinguono le due categorie di infrazioni giudicate dai pretori; per avere questa divisione conviene aspettare la pubblicazione delle tavole analitiche, che ancora non è fatta.

« Tali sono, per grandi linee, i risultati dello studio statistico testè compiuto, sul movimento della delinquenza. Ci rimane a vedere quali specie di reati siano maggiormente in diminuzione e quali in aumento, come pure di abbozzare la geografia della delinquenza, per famiglie di reati, e, infine ci rimane di confrontare il nostro paese coll'estero, almeno per alcune tra le figure di reati che si lasciano più nettamente isolare, malgrado le differenze di legislazione.

« Prendiamo a considerare le cifre dei reati denunziati.

« Sono in aumento i reati contro la sicurezza dello Stato e quelli contro la religione; ma si tratta di qualche centinaio, tanto nell'un gruppo che nell'altro. Sono pure in aumento, pur troppo, gli omicidi qualificati, se paragoniamo il 1884 (1453) col 1875 (1101), ma sono in diminuzione considerevole ancora questi, se il confronto si faccia col 1880 (1671) ed anche col 1879 (1861). Sono in diminuzione grande, specialmente dal 1879 in poi, gli omicidî semplici (2946 nel 1875; 3924 nel 1879; 2842 nel 1834); e così pure le grassazioni, ricatti, estorsioni e rapine con omicidio (255 nel 1875, 114 nel 1884). — Sono in diminuzione anche i reati contro la proprietà; le grassazioni, i ricatti, le estorsioni e rapine senza omicidio sono state 4489 nel 1879 e 2067 nel 1884; i furti qualificati, furti semplici, incendi, danni maliziosi ed altri reati contro la proprietà furono 114,535 nel 1879 nel 1882; e 86,773 nel 1884.

« Sono invece in aumento i reati contro il buon costume (982 nel 1879 e 1288 nel 1884); le ribellioni, violenze contro depositarî dell'autorità ed agenti della forza pubblica e gli altri reati contro la pubblica amministrazione (14.985 nel 1879 e 17,033 nel 1884); i reati contro la fede pubblica e contro il commercio (12,663 nel 1879 e 19,228 nel 1884). Sono stazionarie, o press' a poco, dal 1879, le cifre dei reati contro la pubblica tranquillità, quelli contro l' ordine delle famiglie e la categoria dei reati contro le persone, esclusi gli omicidî e i ferimenti seguiti da morte. I reati commessi col mezzo della stampa hanno variato come segue (sempre stando al numero delle denunzie): 574 nel 1879; 603 nel 1880; 659 nel 1881; 648 812 nel 1883; 689 nel 1884.

« Per delineare la geografia della delinquenza si sono apprestate alcune carte grafiche, corrispondenti ad altrettanti gruppi di reati; in queste carte le provincie sono indicate con gradazioni di colore, più o meno cariche, secondo la media intensità del fenomeno nel quinquennio 1879-83. E per evitare la taccia di seguire unicamente il capriccio nel formare il gruppo di medie da rappresentarsi con una medesima tinta, si adottò questo metodo: conosciuti i termini estremi, si intercalarono fra essi nove medie proporzionali; e tutte le provincie, i cui quozienti di delinquenza specifica rispondevano ad uno dei gradi prestabiliti, vennero contrassegnati con la stessa tinta. La scala cromatica risponde in tal guisa alla

gradazione delle cifre, ma non di rado avviene che ad un dato punto di colore non si trovi alcuna provincia che corrisponda; cioè si salta, per esempio, dal primo grado al terzo, senza che il secondo sia rappresentato; e talvolta anche due gradi mancano della corrispettiva provincia, talchè queste tinte intermedie sono segnate soltanto sulla scala della leggenda, e non entro figura dell'Italia.

« Vediamo anzitutto la carta degli omicidi. Troviamo che nel mezzogiorno si allietano di una relativa immunità le prvincie di Bari e di Lecce, e sono buone assai anche le provincie orientali della Sicilia; mentre invece Girgenti è al sommo della scala, con una proporzione di 71 omicidi per 100,000 abitanti.

« I due gradi 2° e 3° non sono rappresentati; al 4° grado troviamo Sassari e Caltanissetta, entrambe col rapporto di 46 omicidi per 100,000 abitanti. Che se si prende l'intero distretto della Corte d'Appello di Palermo e lo si confronti con quello di Milano, si scorge che il primo conta dieci volte più omicidi del secondo, a pari numero di abitanti. — La media generale del regno è 18; all'infimo grado si trova Cremona, con 2,32.

« Pei reati contro la pubblica tranquillità (minaccie qualificate o camorra, porto d'armi insidioso o senza licenza, associazioni di malfattori ecc.) Napoli occupa il primo posto. Il 2° e il 3° grado non sono rappresentati. Segue Livorno (provincia di territorio ristrettissimo), che comprende poco più della città omonima e l'isola dell'Elba.

« Pei reati contro la fede pubblica (spendita di biglietti falsi, falsa testimonianza, falso in scrittura, in documenti, calunnia ecc.) si trovano in condizioni più gravi le Romagne e il Veneto. È prima Forlì, col rapporto di 173 a 100,000 abitanti; manca il 2° grado; il 3° spetta a Venezia (139); il 4° ad Ancona; il 5° a Ravenna e a Bologna.

« Quanto ai reati contro il buon costume e contro l'ordine delle famiglie (stupro, adulterio, ratto, incesto, eccitamento alla corruzione ecc.) il 1° grado è attribuito a Catanzaro; il 2° manca; il 3° spetta a Cosenza e a Potenza; il 4° a Reggio di Calabria, a Caltanissetta, a Chieti. In generale i reati di questo gruppo sono più frequenti nel mezzogiorno, malgrado che nell'atto di estendere ivi l'impero del codice penale italiano, certe specie di reati siano stati tolti dal novero di quelli di azione pubblica, ammettendo che venissero perseguitati soltanto in seguito a querela di parte.

« Pei reati contro la proprietà, grassazioni senza omicidio, ricatti estorsioni, rapine e furti qualificati, troviamo Ferrara al sommo della scala; il 2° grado manca; Roma ha il 3°; Cagliari e Sassari hanno il 4°. Forte è in generale anche la tinta del Veneto.

« La carta della delinquenza complessiva ricorda, per la distribuzione delle tinte, quella che sta a rappresentare le proporzioni degli analfabeti.

« Per ultimo accenniamo qualche termine di confronto anche coll'estero.

« Pei reati di sangue, disgraziatamente la posizione nostra è infelicissima. Pigliamo a considerare gli omicidî: troviamo che l'Italia è superata dall'Ungheria e dalla Spagna, ma avanza di gran lunga gli altri Stati dei quali abbiamo le statistiche da poter consultare. Per 100,000 abitanti, il rapporto degli omicidî in Italia è sceso gradatamente così: 10,85 nel 1880; 10,58 nel 1881; 9,09 nel 1882; 8,61 nel 1883; 6,84 nel 1884; questa ultima cifra, che è la più piccola della serie, è appena inferiore a quella dell'Ungheria per il 1880 (l'ultima che conosciamo): 7,77; e inferiore pure a quella della Spagna del 1884: 7,83. Ma l'Austria cisleitana non ne ha che 2,24 (nel 1881, secondo la statistica più recente che ci stia sotto gli occhi); la Germania ne ha 1,11 nel 1883 e 1,10 nel 1884; la Francia 1,57 nel 1883; il Belgio 1,78 nel 1880 (e non furono pubblicate statistiche giudiziarie in Belgio, posteriormente a quell'anno); l'Inghilterra ha una proporzione molto più leggera ancora; 0,57 nel 1884; la Scozia 0,48 nel 1880; l'Irlanda 0,87 nel 1884; 1,10 nel 1883; 1,27 nel 1882.

« All'incontro, per numero di reati contro i costumi la maggior parte degli Stati ora nominati stanno peggio di noi. Per 100,000 abitanti, 4,14 è la proporzione dell'Italia nel 1884; 9,18 è quella dell'Austria nel 1881; 8,33 quella dell'Ungheria nel 1879; 14 è la proporzione della Germania, in ambedue gli anni 1882 e 1884; 10 è quella della Francia; 15 quella del Belgio. Solamente la Gran Bretagna è in condizioni migliori: 1,87 per l'Inghilterra nel 1884; 0,91 per la Scozia nel 1880; 1,02 per l'Irlanda nel 1884.

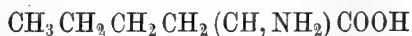
« E qui mi arresto, per difetto assoluto di spazio, poichè il regolamento che vuole la pubblicazione sollecita di queste note è inesorabile, e, rinvio ad un fascicolo prossimo le notizie che presentai sopra vari ordini di fatti morali ed economici aventi connessione col movimento della criminalità, quali sono i suicidi, le nascite illegittime, l'istruzione, la beneficenza, l'igiene pubblica, i prezzi delle derrate alimentari, i salari, le principali forme di risparmio popolare ecc., i quali fatti accennano tutti ad un reale progresso, benchè non sia questo tanto celere, quanto sarebbe nei voti di tutti coloro che hanno vivo l'amore per il paese ».

Chimica. — *Intorno a due nuovi isomeri della Leucina.* Nota del Socio G. Körner e del sig. A. Menozzi.

« Nel corso di alcune ricerche intorno alla leucina naturale, ricerche che ci hanno omai condotto a stabilire in modo definitivo la struttura molecolare di questa sostanza e delle quali comunicheremo i risultati in una prossima pubblicazione, abbiamo creduto conveniente di confrontare la leucina stessa col maggior numero possibile di sostanze isomere di origine diversa,

alcune delle quali sono già note, mentre altre da noi appositamente preparate, sono finora sconosciute. Così siamo venuti in possesso di due nuove leucine delle quali vogliamo ora esporre il modo di preparazione, nonchè le principali proprietà loro e di alcuni derivati. Esse sono l'*acido α-ammido-capronico normale*, e l'*acido α-ammido-metilpropilacetico.*

Acido α-ammido-capronico normale

$CH_3 CH_2 CH_2 CH_2 (CH, NH_2) COOH$

« Per preparare questa sostanza, onde essere sicuri di avere un derivato dell'acido capronico normale, siamo partiti dall'etere malonico, e lo abbiamo trasformato successivamente in etere propil-malonico, in acido propil-malonico e indi in acido propil-acetico. Da quest'ultimo colla nota reazione del Piria abbiamo ottenuto l'aldeide pentilica. Questa fu trattata con acido prussico, indi con ammoniaca; il nitrile risultante fu saponificato, e dal prodotto della saponificazione si separò l'ammido-acido coi noti processi.

« La purificazione di questa sostanza si può eseguire tanto con cristallizzazioni dall'acqua calda, come con cristallizzazioni da alcool ammoniacale. Dall'acqua si ottiene sotto forma di prismi trasparenti, discretamente sviluppati; dall'alcool ammoniacale si separa in lamine bianche, molto risplendenti, che aderiscono ai vasi e che possiedono molta somiglianza colla naftalina di recente sublimata. Riscaldando la sostanza al tubetto non fonde, ma si sublima in parte verso 200°, con iscomposizione. Scaldandola in un tubo d'assaggio, dà un sublimato fioccoso, e svolge vapori alcalini. Sulla lamina si volatilizza lentamente spandendo odori di amil-ammina. È discretamente solubile nell'acqua bollente, poco nell'acqua fredda, la soluzione ha reazione neutra; è poco solubile nell'alcool bollente, pochissimo nell'alcool freddo. Nell'alcool ammoniacale caldo si scioglie facilmente. Ecco i risultati ottenuti circa la solubilità di questa sostanza.

I. gr. 18,5036 di acqua a 14°.5 sciolgono gr. 0,2014 di sostanza: quindi 100 di acqua a 14°.5 sciolgono 1,09.

II. gr. 15,0634 di acqua a 14°.5 sciolgono gr. 0,1618: 100 di acqua a 14°.5 sciolgono gr. 1,074.

« Come media, 1 parte di sostanza richiede quindi per sciogliersi 92,42 p. di acqua a 14°.5 C.

« Alla temperatura di 60°.C:

I. gr. 10,7606 di acqua sciolgono gr. 0,224 di sostanza: 100 sciolgono 2,08.

II. gr. 11,1372 di acqua sciolgono gr. 0,2492: 100 sciolgono 2,23.

1 p. di sostanza richiede quindi 46,40 p. di acqua a 60°.C.

« A 100°.C:

I. gr. 14,9420 di acqua sciolgono gr. 0,5834: 100 sciolgono 3,90.

II. gr. 11,4634 sciolgono gr. 0,4667: 100 sciolgono 4,07.

« Per una parte di sostanza si richiedono perciò come media 25,09 di acqua bollente.

« Per la solubilità nell'alcool:

18,918 di alcool di 90° centesimali, all'ebollizione sciolgono 0,084 di sostanza: 100 sciolgono 0,444;

26,954 di alcool di 90° cent. alla temperatura di 15° sciolgono 0,0273: 100 sciolgono 0,1014.

« Per conseguenza: 1 p. di sostanza richiede 225,23 p. di alcool di 90° cent. all'ebollizione, e 986,19 p. di alcool della stessa concentrazione alla temperatura di 15°.

« L'analisi ci ha fornito questi risultati:

gr. 0,4520 di sostanza diedero: gr. 0,9086 di CO_2
e gr. 0,4160 di H_2O.

« Il che corrisponde a 54,81 % di C
10,22 » » H.

« La formola $C_6H_{13}NO_2$ richiede:
C % — 54,96
H » 9,92.

« Nella determinazione dell'azoto, eseguita col metodo del Dumas, gr. 0,3695 di sostanza diedero c.c. 35,5 di azoto alla temperatura di 19° e sotto la pressione di 753,5^{mm}. Il che corrisponde a 10,942 % di N

« Teoria secondo $C_6H_{13}NO_2$: N % — 10,687.

« Come tutti gli altri ammido-acidi questa sostanza dà sali cogli acidi e colle basi. Trattata con joduro di metile, in presenza di potassa, reagisce vivamente dando il joduro d'una base ammonio, stabile anche al trattamento con soluzione di potassa all'ebollizione, come fanno gli altri α-ammido-acidi monobasici da noi studiati.

« Dei sali cogli acidi abbiamo preparato il nitrato, il cloridrato ed il solfato; dei sali colle basi abbiamo preparato il sale di rame. I sali cogli acidi hanno reazione acida, e precisamente manifestano tanta acidità quanto corrisponde all'acido che contengono, motivo per cui l'analisi loro si può fare molto comodamente e rapidamente con una soluzione titolata d'un alcali; e col medesimo procedimento si può determinare la solubilità.

« *Nitrato.* $C_6H_{13}NO_2.NO_3H$. Sciogliendo l'ammido-acido nella quantità voluta di acido nitrico e concentrando opportunamente, cristallizza il sale in bellissimi aghi, lunghi e schiacciati, riuniti a fiocchi. È anidro; fino a 100-110° si mantiene inalterato. Al disopra di questa temperatura si altera colorandosi e spandendo vapori rutilanti. Nell'acqua calda è solubilissimo; nell'acqua fredda è pure discretamente solubile.

I. 100 p. di acqua a 21° sciolgono 26,21 di sale (determinazione per residuo)
II. 100 p. di acqua a 21° sciolgono 26,36 » (determinazione volumetrica).

« In media quindi 1 p. di sale richiede 3,80 p. di acqua.

« Il sale è pure facilmente solubile nell'alcool bollente e da questo solvente cristallizzabile.

« La determinazione dell'acido nitrico fatta volumetricamente ha dato: per gr. 0,3376 di sale, gr. 0,1102 di NO_3H.

Quindi . . . . NO_3H % 32,62

Teorico per $C_6H_{13}NO_2 . NO_3H$ » » 32,47.

« *Cloridrato.* $(C_6H_{13}NO_2)_2 . HCl$. Come è indicato dalla formula, è costituito da due molecole di ammido-acido per una di acido cloridrico. Il sale contenente una molecola dell'uno per una dell'altro non ci è riuscito di ottenerlo, separandosi sempre nelle diverse condizioni, anche con un eccesso di acido cloridrico, il sale suindicato. La stessa cosa, merita di esser notato, vale anche pel cloridrato della leucina naturale e pel cloridrato della leucina sintetica ottenuta dall'aldeide isovalerianica, ossia per l'acido α-ammido-isobutil-acetico. Anche per queste due leucine si separa sempre il cloridrato contenente una molecola di acido per due di leucina.

« Il cloridrato dell'acido α-ammido-capronico normale si separa dalla soluzione acquosa in aghi bianchi, anidri, stabili anche a 120°; molto solubili nell'acqua, specialmente calda, facilmente solubili anche nell'alcool bollente. Ricristallizzandolo dall'acqua, si scinde in parte, separandosi l'ammido-acido libero.

« La determinazione del cloro, in vista della natura speciale del sale, fu fatta, e volumetricamente, determinando l'acidità, e per pesata, precipitando come cloruro d'argento.

« Colla determinazione volumetrica gr. 0,299 di sostanza hanno dato 0,03586 di cloro. Quindi . . . . Cl % — 11,98

« Colla determinazione per pesata si ottenne » » 11,96

« Teorico secondo $(C_6H_{13}NO_2)_2HCl$ . . . » » 11,89.

« *Solfato.* $(C_6H_{13}NO_2)_2 . SO_4H_2$. È solubilissimo nell'acqua ed abbastanza solubile anche nell'alcool, specialmente a caldo. Dall'acqua si deposita in forma di finissimi aghi, anidri e stabili fino a 120°; trattato con molt'acqua si scinde separandosi ammido-acido.

« La determinazione dell'acido solforico, fatta volumetricamente, ha dato:

Sostanza gr. 0,420 . . . . SO_4H_2 trovato gr. 0,1137

ossia . . . . SO_4H_2 » % — 27,04

Teoria secondo $(C_6H_{13}NO_2)_2SO_4H_2$ . . SO_4H_2 » 27,22.

« *Sale di Rame.* $Cu(C_6H_{13}NO_2)_2$. Questo sale si può ottenere tanto facendo bollire una soluzione dell'ammido-acido con carbonato ramico, come pure precipitando una soluzione dell'ammido-acido stesso con acetato di rame. Si ha in ambi i casi un composto cristallizzabile di color bleu-chiaro, pochissimo solubile nell'acqua anche bollente.

« Infatti:

da gr. 133,749 di soluzione bollente si ebbero gr. 0,0135 di residuo.

« Percui 100 di acqua bollente sciolgono 0,010 di sale: 1 p. di sale richiede quindi 10000 p. di acqua bollente;
da gr. 200,0505 di soluzione a 20° si ebbero gr. 0,0105 di residuo.

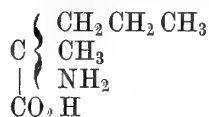
« 100 di acqua a 20° sciolgono 0,00525 di sale: 1 p. di sale richiede circa 19000 p. di acqua a 20°.

« Il sale è anidro.
da gr. 0,4195 di sale si ebbero 0,1015 di Cu O.

« Per cui . . . . . Cu trovato % 19,43

« Calcolato per $Cu(C_6H_{13}NO_2)_2$ Cu » 19,51.

Acido α-ammido-metil-propil-acetico

$$C \begin{cases} CH_2CH_2CH_3 \\ CH_3 \\ NH_2 \end{cases} \quad | \quad CO_2H$$

« *Preparazione.* Quest'ammido-acido si preparò facendo reagire metil-propil-chetone con acido prussico del 40 % a quantità equimolecolari, trattando poscia colla quantità voluta di ammoniaca alcoolica e indi saponificando il nitrile ottenuto mediante ebollizione con acido cloridrico, in pallone connesso con refrigerante a riflusso. Dal prodotto della saponificazione si ottenne il cloridrato, estraendo sistematicamente con alcool assoluto e bollente; e dal cloridrato si separò l'ammido-acido trattando con ossido-idrato d'argento, ed evaporando la soluzione dopo averla liberata dall'argento disciolto con idrogeno solforato.

« *Proprietà.* L'acido α-ammido-metil-propil-acetico è solubilissimo nell'acqua calda, ed ancor molto solubile nell'acqua fredda in confronto agli altri ammido-acidi; facilmente solubile nell'alcool bollente; e poco nell'alcool freddo. E per questa maggiore solubilità, che è comune, per quanto si sa finora, agli ammido-acidi terziarii, si distingue dalle leucine isomere secondarie.

« Dall'acqua cristallizza in bellissimi e lunghi aghi splendenti, anidri. Riscaldato sulla lamina si volatilizza; al tubetto, sublima verso 180° scomponendosi, senza fondersi.
100 p. di acqua a 13° sciolgono 15,20 di sostanza;
1 p. di sostanza richiede perciò 6,58 p. di acqua a 13°.

« Dall'alcool cristallizza in finissimi aghi.

« L'analisi elementare diede i seguenti risultati:

da gr. 0,4019 di sostanza si ebbero gr. { 0,3690 di H_2O quindi H % — 10,21
{ 0,8075 » CO_2 C » 54,80

« Teoria secondo $C_6H_{13}NO_2$ . . . . H % — 9,92
C » — 54,96.

« Per l'azoto da gr. 0,4296 di sostanza si raccolsero c.c. 41,2 di azoto a 20° e 754 mm.

« Perciò . . . . . N $^0/_0$ — trovato . 10,87

« La formola $C_6H_{13}NO_2$ richiede N $^0/_0$ — 10,68.

« Trattando la sostanza con joduro di metile, in presenza di potassa, si ha reazione energica con formazione del joduro della base ammonio, stabile, possedente le reazioni alcaloidiche.

« Anche per questo ammido-acido abbiamo preparato il nitrato, il cloridrato, il solfato ed il sale di rame.

« *Nitrato.* $C_6H_{13}NO_2 . NO_3H$. Sciogliendo l'ammido-acido nella quantità voluta di acido nitrico e poscia concentrando a piccolo volume, ottiensi il sale cristallizzato in piccoli prismi anidri, solubilissimi nell'acqua calda, ed ancor molto nella fredda; molto solubili pure nell'alcool.

« La determinazione dell'acido nitrico diede:
per gr. 0,3435 di sale, gr. 0,1115 di NO_3H
e per conseguenza . . . . NO_3H $^0/_0$ trovato 32,46

« La teoria secondo $C_6H_{13}NO_2 . NO_3H$ richiede NO_3H $^0/_0$ 32,47.

« *Cloridrato.* $C_6H_{13}NO_2 . HCl$ –. Questo sale cristallizza dalla soluzione acquosa molto concentrata in prismi trasparenti, ben sviluppati, anidri. È un cloridrato normale a differenza di quelli della leucina naturale e delle altre leucine secondarie note finora. La determinazione dell'acido cloridrico ha infatti dato:

volumetricamente . . 21, 62 $^0/_0$ di HCl;
per pesata . . . . 21, 54 » » »

« La formula $C_6H_{13}NO_2 . HCl$ richiede 21, 43 $^0/_0$ di HCl.

« È molto solubile nell'acqua, anche a temperatura ordinaria. A 27°, 100 di acqua sciolgono 111, 11 di sale.

« *Solfato.* $(C_6H_{13}NO_2)_2 . SO_4H_2$. Cristallizza dall'acqua in piccoli prismi solubilissimi a caldo e molto solubili anche a freddo. A 13°,5, 100 di acqua sciolgono 141,52 di sale. È pur facilmente solubile nell'alcool a caldo.

« L'analisi ci ha dato:
da gr. 0,3480 di sale gr. 0,0955 di SO_4H_2

« Quindi SO_4H_2 $^0/_0$ 27,44

« Teoria per $(C_6H_{13}NO_2)_2 . SO_4H_2$ 27,22 $^0/_0$ di SO_4H_2.

« *Sale di rame.* $Cu(C_6H_{13}NO_2)_2$. Facendo bollire la soluzione dell'ammidoacido con carbonato di rame, ottiensi un liquido di color bleu cupo, con riflesso viola, dal quale, per concentrazione, si deposita il sale in piccoli prismi di color bleu, anidri, che, a differenza dei sali di rame degli ammidoacidi isomeri secondarî, è molto solubile a caldo, e relativamente molto anche a freddo.

« Alla temperatura di 22°. gr. 3,8074 di acqua sciolgono gr. 1,0496 di sale, perciò: 100 di acqua a 22° sciolgono 27,5 di sale.
da gr. 0,4028 di sale ebbero gr. 0,788 di Cu.

« Per cui . . . . Cu $^0/_0$ 19,54

« Teoria secondo $Cu(C_6H_{13}NO_2)_2$ Cu » 19,51.

« Per far meglio risaltare le proprietà dei due ammido-acidi ora descritti in confronto di quelle delle sostanze isomere finora conosciute, raccogliamo le une e le altre nel seguente specchio, avvertendo che per la leucina naturale e per l'acido α-ammido-isobutil-acetico non ci siamo contentati dei dati che si possedevano sin qui, ma abbiam voluto studiare nuovamente le principali proprietà delle sostanze medesime e dei derivati più importanti.

	Leucina naturale ottenuta dalla caseina con acido cloridrico	Acido α-ammido isobutil-acetico. Dall'aldeide isovalerianica.	Acido α-ammido capronico normale. Dall' aldeide valer. normale.	Acido α-ammido metil-propil-acetico dal propilmetilchetone.	Acido α-ammido dietil-ac. Preparato dal Tiemann dal dietilchetone.
Forma cristallina	Squame	Squame	Pagliette	Aghi splendenti	Tavole o prismi splendenti
Solubilità nell'acqua	1 p. in 38,44 a 14°.5	1 p. in 99 a 14°.5	1 p. in 92,42 a 14°.5	1 p. in 6,58 a 13°.	Facilmente solubile
» nell'acqua a 60°	1 p, in 26,67	1 p. in 56	1 p. in 46,4	—	—
» » a 100°	1 p. in 11,35	1 p. in 28,12	1 p. in 15,09	solubilissimo	—
Solubilità nell'alcool di 90° vol. bollente.	1 p. in 50	1 p. in 507	1 p. in 225,23	molto solubile	—
Comportamento alla luce polarizzata.	Debolmente levogira	—	—	—	—
Nitrato	Lunghi prismi schiacciati. La soluz. acquosa devía a destra 1 p. di sale si scioglie in p. 2,04 di acqua a 21°.	Grossi prismi 1 p. di sale si scioglie in 8,93 di acqua a 21°.	Lunghi aghi schiacciati. 1 p. di sale si scioglie in 3,80 di acqua a 21°.	Piccoli prismi solubilissimi nell' acqua.	—
Cloridrato	Costituito secondo: $(C_6H_{13}NO_2)_2.HCl$. Prismi. Devía a destra. Più solubile del nitrato.	Costituito secondo: $(C_6H_{13}NO_2)_2.HCl$. Prismi splendenti. Facilmente solubile	Costituito secondo: $(C_6H_{13}NO_2)_2.HCl$. Aghi bianchi. Facilmente solubile.	Costituito secondo: $C_6H_{13}NO_2.HCl$ Prismi trasparenti ben sviluppati. Solubilissimo.	—
Solfato	Aghi fini; devía a destra. Solubilissimo.	Piccoli prismi. Molto solubile.	Prismi ben sviluppati dall'alcool. Molto solubile.	Piccoli prismi Solubilissimo.	—
Sale di rame.	Piccoli cristalli di color bleu-chiaro. Poco solubile.	Piccoli cristalli di color bleu-chiaro. Pochissimo solubile.	Piccoli cristalli di color bleu-chiaro. Pochissimo solubile 1 p. di sale in 10000 di acqua bollente.	Piccoli prismi di color bleu. Facilmente solubile. 1 p. di sale in 3,66 di acqua a 22°.	Pagliette di color bleu-viola.

MEMORIE

DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

D. Lovisato. *Una pagina di preistoria sarda.* Presentazione del Socio Pigorini.

L. Manfredi. Di un nuovo micrococco nella patogenesi di una forma sperimentale di tumori da infezione. Presentazione del Socio Blaserna, a nome del Socio Trinchese.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente Fiorelli presenta alla Classe il Socio nato Teodoro von Sickel, Direttore dell'Istituto austriaco di studî storici in Roma.

Il Segretario Carutti dà comunicazione della seguente lettera, colla quale il prof. Giuseppe de Leva ringrazia per la sua nomina a Socio nazionale dell'Accademia.

Perillustri Viro FRANCISCO BRIOSCHI Lynceorum Principi.

Universae Lynceorum societati, quae me inter sodales suos ordinarios italicos cooptavit, Tibique in primis, illustrissime Vir, qui Lynceorum Princeps, officiosa admodum comitate, me tanto sodalitio adnumeratum renunciasti, et tessarum aeneam, collati honoris signum, mihi tradendam curasti, quam maximas gratias et ago et semper habebo.

Honorificentissimus hic titulus, quo dignatus sum, mihi sane maximo incitamento erit, ut quidquid ingenii, quidquid virium, quidquid sedulitatis in me est, id omne in ipsius Societatis incrementum libentissime conferam.

Jampridem fortasse, praeclarissime Vir, Tibi me rescripturum fuisse credideris litteris tuis, datis Romae IV nonas septembris, quas tamen non nisi III Kalendas decembris me accepisse fateor.

Ut ea, qua soles, humanitate et benevolentia me quovis tempore prosequi velis, Te oro atque obtestor; et vale.

Datum Patavii Kal. Decembris a. 1885.

Joseph De Leva

Il Segretario Carutti ricorda all'Accademia che l'illustre suo Socio straniero, Leopoldo von Ranke compirà il 21 dicembre corr. il suo 90° anno di età, e propone che gli sia inviato un telegramma di congratulazione e di auguri.

L'Accademia unanime approva tale proposta.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario Carutti presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando le seguenti inviate da Socî e da estranei.

G. Boccardo. *Discorso pronunciato in Senato nella seduta del* 30 *novembre* 1885.

Id. *Spontaneità ed artificio nella espansione coloniale.*

G. Minoglio. *Moncalvo, Cenni storici — Miscellanea Monferratese.*

Sante Simone. *Il mostro della Puglia.*

Lo stesso Segretario presenta inoltre l'opera di G. Claretta. *La successione di Emanuele Filiberto al trono sabaudo, e la prima ristorazione della casa di Savoja,* e ne discorre (¹).

Il Presidente presenta il Vol. XIII delle Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

Il Socio Lanciani fa omaggio del Vol. II delle sue *Dissertazioni archeologiche* ed un *Supplemento al Vol. VI del C. I. L.*

Lo stesso Socio presenta una dissertazione del ch. sig. Giuseppe Gatti intorno alla *lex Horreorum*, il testo della quale, benchè mutilo, è stato ritrovato nel terreno Fellini fuori la porta Salaria.

La lastra marmorea, sulla quale è inciso il documento, dovea essere affissa in origine sulla porta delle *Horrea Galbana*, nella regione XIII (Prati di Testaccio). Il documento contiene primieramente l'avviso di locazione dei magazzini, a partire dal giorno dell'affissione di detto avviso, e successivamente d'anno in anno a partire dal 13 di dicembre; contiene in secondo luogo il capitolato di appalto, che regola i diritti ed i doveri del locatore e dell'affittuario.

Il Socio Lanciani parla quindi degli scavi che si stanno attualmente eseguendo nel sito preciso delle *Horrea Galbana,* sotto il Testaccio, e dimostra come il tipo dell'edificio corrisponda esattamente col tipo delle *Horrea* scoperto di recente in Ostia, in Porto, ed in Roma stessa sulla sponda del Tevere alla Farnesina.

CORRISPONDENZA

Il Segretario Carutti dà comunicazione della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Lisbona; la R. Società di fisica e la Società geologica di Edimburgo; la R. Società zoologica di Amsterdam; la

(¹) Vedasi *Bibliografia storica,* a pag. 835.

Società filosofica americana di Filadelfia; la Biblioteca nazionale di Firenze; le civiche Biblioteche di Vercelli e di Reykjavik.

Annunciano l'invio delle loro pubblicazioni:

Il Ministero dell'Interno; il R. Istituto di studî superiori di Firenze; la Società olandese delle scienze e la Società di storia patria di Jena; il Museo Teyler di Harlem.

Ringrazia ed annuncia l'invio delle proprie pubblicazioni:

La Società antropologica di Vienna.

D. C.

INDICE DEL VOLUME I. — RENDICONTI

INDICE PER AUTORI

C

D

E

F

G

N

V

W

INDICE PER MATERIE

A

G

I

ERRATA-CORRIGE

A pag.	6	linea	1	in luogo di	*Chenoziphius*	leggasi	*Choneziphius*
»	12	»	12	»	*alla trasformazione*	»	*al gruppo della trasformazione*
»	32	»	1	»	occupano	»	occupa
»	142	»	7 a. f.	»	*alla trasformazione*	»	*al gruppo della trasformazione*
»	143	»	12-13	»	$p-1$	»	$\frac{p-1}{2}$
»	185	»	12	»	$\varphi' u'''$	»	$\frac{5}{2} \varphi' u'''$
»	205	»	23	»	nelle unità di volume per detti corpi	»	nelle unità di volume, *se* per detti corpi
»	208	»	7	»	$KC'=nC=nC'$		$KC'=nC-nC'$
»	»	»	32	»	$\frac{C}{C'}=\frac{816+n}{n}$	»	$\frac{C}{C'}=\frac{0,816+n}{n}$
»	229	»	6 a. f.	»	158	»	109.
»	292	»	23	»	esterna	»	estrema
»	402	»	12	»	intuisce	»	influisce
»	»	»	30	»	nell'epoche antiche	»	nell'epoca antica
»	403	»	5-6	»	al minimo del salario	»	ad un salario
»	»	»	37	»	perspicace	»	perspicua
»	404	»	24	»	appunto	»	punto
»	405	»	11	»	*Bulleion*	»	*Bullion*
»	»	»	14	»	accertarsi	»	accettarsi
»	»	»	30-31	»	e natura propria di quelle	»	e della natura di quelle
»	»	»	40	»	potuto	»	portato
»	»	»	41	»	considerarla	»	considerata
»	488	»	10	»	composizione	»	decomposizione
»	507	»	4 a. f.	»	finestra	»	fine
»	528	»	24	»	*del piano*	»	*dello spazio*
»	530	»	7	»	del	»	dal
»	»	»	13	»	Lozeley	»	Loreley
»	»	»	17	»	Klytaemncstoa	»	Klytaemnestra
»	»	»	33	»	Silaea	»	Lilalea
»	531	»	18	»	(231) Ruma, (233)	»	(232) Russia, (531)
»	572	»	5	»	*dimetilamina*	»	*dietilammina*
»	573	»	1	»	»	»	»
»	»	»	13	»	*etilammina*	»	»
»	»	»	14 a. f.	»	*allilammine*	»	*amilammine*
»	671	»	2	»	*dalla caduta*	»	*dalle cadute*
»	675	»	18	»	in alto | in basso	»	in basso | in alto
»	811	—	—	»	*m*	»	*n*

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 1°.

Seduta del 14 dicembre 1884.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

[illegible] V. [illegible]

1884

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. *Seduta del 14 dicembre 1884.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

CONCORSI A PREMI

COMITATO SEGRETO

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XVIII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°.

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese da dicembre a tutto giugno. Si hanno dunque 14 fascicoli, ai quali secondo il bisogno si aggiungono uno o due fascicoli delle ferie. In tutto un volume di circa 70 fogli di stampa.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria ERMANNO LOESCHER & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 2°.

Seduta del 21 dicembre 1884.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

proprietario V. Salviucci

1884

INDICE

Classe di scienze morali, storiche e filologiche. *Seduta del 21 dicembre 1884.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

RELAZIONI DI COMMISSIONI

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XVIII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°, 2°.

Col dicembre 1884 incomincia la Quarta Serie delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese da dicembre a tutto giugno. Si hanno dunque 14 fascicoli, ai quali secondo il bisogno si aggiungono uno o due fascicoli delle ferie. In tutto un volume di circa 70 fogli di stampa.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria Ermanno Loescher & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 3°.

Seduta del 4 gennaio 1885.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETARIO V. SALVIUCCI

1885

RENDICONTI — Gennaio 1885.

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. *Seduta del 4 gennaio 1885.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

RELAZIONI DI COMMISSIONI

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

CONCORSI A PREMI

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali. storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XVIII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-3°.

Col dicembre 1884 incomincia la Quarta Serie delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese da dicembre a tutto giugno. Si hanno dunque 14 fascicoli, ai quali secondo il bisogno si aggiungono uno o due fascicoli delle ferie. In tutto un volume di circa 70 fogli di stampa.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria Ermanno Loescher & C.º in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 4°.

Seduta del 18 gennaio 1885.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

INDICE

Classe di scienze morali, storiche e filologiche. *Seduta del 18 gennaio 1885.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

CONCORSI A PREMI

Lavori presentati al concorso al premio di S. M. il Re per le *Scienze filosofiche e morali.*

Premio non conferito nel 1882 e prorogato a tutto il 1884.

1. *Aureli Filippo.* *a)* Il fatto della conoscenza umana difeso contro le teorie metafisiche (ms.). — *b)* La questione degli elementi primi della materia secondo le moderne teorie (st.) — *c)* Ontologia della filosofia sperimentale (ms.). — 2. *Belfiore Francesco.* *a)* Dell'Origine dell'uomo contro Carlo Darwin (st.). — *b)* Terra e cielo ovvero l'unità della scienza (st.). — 3. *Bertola Giovanni.* Morale e pedagogia secondo i programmi governativi (st.). — 4. *Brachetti Napoleone.* Il matrimonio (ms.). — 5. *Cantoni*

ERRATA-CORRIGE

A pag 32 lin. 1 invece di « *occupano* » leggasi « *occupa* ».

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XVIII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I. (1884-85) Fasc. 1º-4º.

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese da dicembre a tutto giugno. Si hanno dunque 14 fascicoli, ai quali secondo il bisogno si aggiungono uno o due fascicoli delle ferie. In tutto un volume di circa 70 fogli di stampa.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria ERMANNO LOESCHER & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 5°.

Seduta del 1 febbraio 1885.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. *Seduta del 1 febbraio 1885.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

CONCORSI A PREMI

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XVIII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-XI. XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-5°.

Col dicembre 1884 incomincia la Quarta Serie delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese da dicembre a tutto giugno. Si hanno dunque 14 fascicoli, ai quali secondo il bisogno si aggiungono uno o due fascicoli delle ferie. In tutto un volume di circa 70 fogli di stampa.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria Ermanno Loescher & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 6°.

Seduta del 15 febbraio 1885.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

1885

RENDICONTI — Febbraio 1885.

INDICE

Classe di scienze morali, storiche e filologiche. *Seduta del 15 febbraio 1885.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

ERRATA-CORRIGE

A pag. 6 lin. 1 in luogo di *Chenoziphius* legg. *Choneziphius*.
» » 12 lin. 12 e pag. 142 lin. 7 a. f. in luogo di *alla trasformazione* legg. *al gruppo della trasformazione*.
» » 143 linee 12, 13 in luogo di $p-1$ legg. $\frac{p-1}{2}$

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XVIII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4 — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-6°.

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese da dicembre a tutto giugno. Si hanno dunque 14 fascicoli, ai quali secondo il bisogno si aggiungono uno o due fascicoli delle ferie. In tutto un volume di circa 70 fogli di stampa.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria ERMANNO LOESCHER & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 7°.

Seduta del 1 marzo 1885.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. *Seduta del 1 marzo 1885.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

RELAZIONI DI COMMISSIONI

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XVIII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1º-7.

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese da dicembre a tutto giugno. Si hanno dunque 14 fascicoli, ai quali secondo il bisogno si aggiungono uno o due fascicoli delle ferie. In tutto un volume di circa 70 fogli di stampa.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria ERMANNO LOESCHER & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 8°.

Seduta del 15 marzo 1885.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

INDICE

Classe di scienze morali, storiche e filologiche. *Seduta del 15 marzo 1885.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

Pag.	lin.	ERRATA	CORRIGE
205	23	nelle unità di volume per detti corpi	nelle unità di volume, *se* per detti corpi
208	7	$KC'=nC=nC'$	$KC'=nC-nC'$
208	32	$\frac{C}{C'}=\frac{816+n}{n}$	$\frac{C}{C'}=\frac{0{,}816+n}{n}$

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XVIII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-8°.

Col dicembre 1884 incomincia la Quarta Serie delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese da dicembre a tutto giugno. Si hanno dunque 14 fascicoli, ai quali secondo il bisogno si aggiungono uno o due fascicoli delle ferie. In tutto un volume di circa 70 fogli di stampa.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria Ermanno Loescher & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 9°.

Seduta del 12 aprile 1885.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. *Seduta del 12 aprile 1885.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

RELAZIONI DI COMMISSIONI

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

ERRATA-CORRIGE

A pag. 185 lin. 12 in luogo di $\varphi' u'''$ leggasi $\frac{5}{2} \varphi' u'''$

» » 229 » 6 a f. » 158 » 109.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XVIII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-9°.

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese da dicembre a tutto giugno. Si hanno dunque 14 fascicoli, ai quali secondo il bisogno si aggiungono uno o due fascicoli delle ferie. In tutto un volume di circa 70 fogli di stampa.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria ERMANNO LOESCHER & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARII

Volume I.° — Fascicolo 10°.

Seduta del 19 aprile 1885.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

RENDICONTI — Aprile 1885.

INDICE

Classe di scienze moali, storiche e filologiche. *Seduta del 19 aprile 1885.*

MEMORI E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

RELAZIONI DI COMMISSIONI

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).
Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XVIII.
Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-10°.

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese da dicembre a tutto giugno. Si hanno dunque 14 fascicoli, ai quali secondo il bisogno si aggiungono uno o due fascicoli delle ferie. In tutto un volume di circa 70 fogli di stampa.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria ERMANNO LOESCHER & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 11°.

Seduta del 3 maggio 1885.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. *Seduta del 3 maggio 1885.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

RELAZIONI DI COMMISSIONI

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CONCORSI A PREMI

1. *Besso Davide.* a) Sul prodotto di due soluzioni di due equazioni differenziali lineari omogenee del 2° ordine (Memorie dei Lincei, sc. fis. vol. XIX). - b) Sull'equazione del 5° grado (ibid.). - c) Di una classe d'equazioni differenziali lineari del 4° ordine integrabile per serie ipergeometriche (ibid.). - d) Di una classe d'equazioni differenziali lineari del 3° ordine integrabile per serie ipergeometriche (ibid.). - e) Sopra una classe d'equazioni trinomie (ibid.). - f) Sopra una classe d'equazioni differenziali lineari del 4° ordine e sull'equazione del 5° grado (Rendiconti dei Lincei, 1885). - g) Sull'equazioni trinomie e in particolare di quelle del 7° grado (ibid.). - h) Di alcune proprietà delle equazioni lineari omogenee alle differenze finite del 2° ordine (ms.). — 2. *Boccardini Giovanni.* Un caso di movimento di fluido incompressibile ed omogeneo parallelo ad un piano per traiettorie circolari (ms.). —

3) *Civelli-Musti Sabina*. Compendio di aritmetica ad uso delle scuole preparatorie annesse alle normali (ms.). — 4. *De Angelis Enrico*. Esposizione di nuove leggi delle funzioni goniometriche (st.). — 5. *Frattini Giovanni*. *a*) I gruppi transitivi di sostituzioni dell'istesso ordine e grado (Memorie dei Lincei, sc. fis. vol. XIV). - *b*) Intorno ad alcune proposizioni della teoria delle sostituzioni (ibid. vol. XVIII). - *c*) I gruppi a *k* dimensioni (Transunti vol. VIII). - *d*) Intorno ad un teorema di Lagrange (Rendiconti, 1885). - *e*) Un teorema relativo al gruppo della trasformazione modulare di grado *p*. Nota I e II (ibid.). - *f*) Intorno alla generazione dei gruppi di operazioni (ibid.). — 6. *Mazzola Giuseppe*. Nuova teoria delle approssimazioni aritmetiche (ms.). — 7. *Tirelli Francesco*. Nota di geometria (ms.). — 8. *Torelli Gabriele*. *a*) Contribuzione alla teoria delle equazioni algebrico differenziali (st.). - *b*) Teoremi sulle forme binarie cubiche e loro applicazione geometrica (st.). — 9. *Zinna Alfonso*. Istituzioni di geometria (ms.). — 10. *Anonimo*. Discorso intorno ai problemi generali ed ai metodi della geometria descrittiva (ms). — 11. *Anonimo*. *a*) Sulle equazioni aventi tutte le radici in progressione geometrica (ms.). - *b*) Applicazione dell'algebra allo studio della geometria (ms.).

CORRISPONDENZA

Blaserna (segretario). Presenta la corrispondenza accademica relativa al cambio degli Atti. Pag. 345

BULLETTINO BIBLIOGRAFICO.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

erie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).
MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XVIII.
MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-11°.

Col dicembre 1884 incomincia la Quarta Serie delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese da dicembre a tutto giugno. Si hanno dunque 14 fascicoli, ai quali secondo il bisogno si aggiungono uno o due fascicoli delle ferie. In tutto un volume di circa 70 fogli di stampa.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria Ermanno Loescher & C.[e] in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 12°.

Seduta del 17 maggio 1885.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

RENDICONTI — Maggio 1885.

INDICE

Classe di scienze morali, storiche e filologiche. *Seduta del 17 maggio 1885.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CONCORSI A PREMI

1. *Castelli Giuseppe.* L'età e la patria di Quinto Curzio Rufo (ms.). — 2. *Galanti Arturo.* Claudio Claudiano, i suoi tempi e le sue opere considerate come fonti storiche (ms.). — 3. *Mathis Antonio.* Storia delle famiglie e dei monumenti di Bra (ms.). — 4. *Orsi Pietro.* L'anno mille. Saggio di critica storica (ms.). — 5. *Rinaudo Costanzo.* Le fonti della storia d'Italia dalla caduta dell'impero romano d'occidente alla invasione dei Longobardi. — 6. *Rondoni Giuseppe.* Delle origini di Siena e della sua storia più antica. Saggio di ricerche (ms.). — 7. *Anonimo.* La prima conquista della Britannia per opera dei Romani (ms.). — 8. *Anonimo.* Majone ministro di Guglielmo I Re di Sicilia (ms.).

Memorie escluse dal concorso al premio di *filologia* (1883). Si ripropongono per la classificazione nei concorsi successivi: 1884 (*scienze storiche*), 1885 (*scienze filosofiche e sociali*).

1. *Anonimo.* I servi nelle leggi e negli istituti dei barbari (ms.). — 2. *Buttrini F.* Gerolamo Cardano, saggio psico-biografico (st.).

CORRISPONDENZA

BULLETTINO BIBLIOGRAFICO.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).

Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XIX.

Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-12°.

Col dicembre 1884 incomincia la Quarta Serie delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 13°.

Adunanza solenne del giorno 14 giugno 1885.

ONORATA DALLA PRESENZA DELLE LL. MM

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

INDICE

Adunanza solenne del giorno 11 Giugno 1885

ONORATA DALLA PRESENZA DELLE LL. MM.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XIX.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-13°.

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 11°.

Adunanza generale delle due Classi
dei giorni 10 e 12 giugno 1885.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI
PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI
1885

INDICE

Adunanza generale delle due Classi *dei giorni* 10 *e* 12 *giugno* 1885.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

RELAZIONI DI COMMISSIONI

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

ERRATA-CORRIGE

A pag. 105 lin. 11 invece di *Bulleton* leggi *Bullion*.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XIX.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-14°.

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese da dicembre a tutto giugno. Si hanno dunque 14 fascicoli, ai quali secondo il bisogno si aggiungono uno o due fascicoli delle ferie. In tutto un volume di circa 70 fogli di stampa.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria ERMANNO LOESCHER & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 15°.

Seduta del 21 giugno 1885.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

AVVISO. A norma della deliberazione presa dal Consiglio d'Amministrazione dell'Accademia, durante le ferie i *Rendiconti* continueranno a pubblicarsi la prima e la terza domenica di ogni mese.

INDICE

Classe di scienze morali, storiche e filologiche. *Seduta del 21 giugno 1885.*

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CONCORSI A PREMI

ERRATA-CORRIGE

A pag.	402	linea	12	*invece di*	intuisce	*leggasi*	influisce
»	»	»	30	»	nell'epoche antiche	»	nell'epoca antica
»	403	»	5-6	»	al minimo del salario	»	ad un salario
»	»	»	37	»	perspicace	»	perspicua
»	404	»	24	»	appunto	»	punto
»	405	»	14	»	accertarsi	»	accettarsi
»	»	»	17	»	queste	»	questa
»	»	»	30-31	»	e natura propria di quelle	»	e della natura di quelle
»	»	»	40	»	potuto	»	portato
»	»	»	41	»	considerarla	»	considerata

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).

Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.* Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XIX.

Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.* Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-15°.

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese da dicembre a tutto giugno. Si hanno dunque 14 fascicoli, ai quali secondo il bisogno si aggiungono uno o due fascicoli delle ferie. In tutto un volume di circa 70 fogli di stampa.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria ERMANNO LOESCHER & C.° in *Roma* — *Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 16°.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 5 luglio 1885.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

AVVISO. A norma della deliberazione presa dal Consiglio d'Amministrazione dell'Accademia, durante le ferie i *Rendiconti* continueranno a pubblicarsi la prima e la terza domenica di ogni mese.

INDICE

Comunicazioni pervenute all' Accademia *sino al* 5 *luglio* 1885.

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII.(1883-84).

Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XIX.

Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-16°.

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese da dicembre a tutto giugno. Si hanno dunque 14 fascicoli, ai quali secondo il bisogno si aggiungono uno o due fascicoli delle ferie. In tutto un volume di circa 70 fogli di stampa.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria ERMANNO LOESCHER & C.º in *Roma — Torino e Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 17°.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 19 luglio 1885.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

AVVISO. A norma della deliberazione presa dal Consiglio d'Amministrazione dell'Accademia, durante le ferie i *Rendiconti* continueranno a pubblicarsi la prima e la terza domenica di ogni mese.

INDICE

Comunicazioni pervenute all'Accademia *sino al* 19 *luglio* 1885.

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CONCORSI A PREMI

CORRISPONDENZA

ERRATA-CORRIGE

A pag.		linea			*invece di*		*leggasi*
A pag.	529	linea	4	a fine *invece di*	I. Palisa	*leggasi*	J. Palisa
»	530	»	7	»	del	»	dal
»	»	»	13	»	Lozeley	»	Loreley
»	»	»	17	»	Klytaemnestoa	»	Klytaemnestra
»	»	»	33	»	Silaea	»	Lilalea
»	531	»	18	»	(231) Ruma, (233)	»	(232) Russia, (531)

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XIX.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol I-XI. XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-17°

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria ERMANNO LOESCHER & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 18°.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 2 agosto 1885.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

AVVISO. A norma della deliberazione presa dal Consiglio d'Amministrazione dell'Accademia, durante le ferie i *Rendiconti* continueranno a pubblicarsi la prima e la terza domenica di ogni mese.

INDICE

Comunicazioni pervenute all' Accademia *sino al 2 agosto* 1885.

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).

Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XIX.

Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-18°.

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria ERMANNO LOESCHER & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 19°.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 16 agosto 1885.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

AVVISO. A norma della deliberazione presa dal Consiglio d'Amministrazione dell'Accademia, durante le ferie i *Rendiconti* continueranno a pubblicarsi la prima e la terza domenica di ogni mese.

RENDICONTI — Agosto 1885.

INDICE

Comunicazioni pervenute all' Accademia *sino al* 16 *agosto* 1885.

PERSONALE ACCADEMICO

CORRISPONDENZA

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*

Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol I (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XIX.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche*
Vol I-XI. XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-19°.

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell' Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria ERMANNO LOESCHER & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 20°.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 6 settembre 1885

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

[illegible]

1885

AVVISO. A norma della deliberazione presa dal Consiglio d'Amministrazione dell'Accademia, durante le ferie i *Rendiconti* continueranno a pubblicarsi la prima e la terza domenica di ogni mese.

INDICE

Comunicazioni pervenute all' Accademia *sino al 6 settembre* 1885.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
Vol. IV. (1879-80).
Vol. V. (1880-81).
Vol. VI. (1881-82)
» Vol. VII. (1882-83).
Vol. VIII. (1883-84).

Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol I (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XIX.

Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-20°.

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria ERMANNO LOESCHER & C.° in *Roma*, *Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 2°.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 20 settembre 1885

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

AVVISO. A norma della deliberazione presa dal Consiglio d'Amministrazione dell'Accademia, durante le ferie i *Rendiconti* continueranno a pubblicarsi la prima e la terza domenica di ogni mese.

INDICE

Comunicazioni pervenute all'Accademia *sino al* 20 *settembre* 1885.

PERSONALE ACCADEMICO

CONCORSI A PREMIO

CORRISPONDENZA

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).

Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) - II. (1, 2). III.-XIX.

Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI. XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-21°.

Col 1 dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria ERMANNO LOESCHER & C. in *Roma* — *Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 22°.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 4 ottobre 1885

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

AVVISO. A norma della deliberazione presa dal Consiglio d'Amministrazione dell'Accademia, durante le ferie i *Rendiconti* continueranno a pubblicarsi la prima e la terza domenica di ogni mese.

INDICE

Comunicazioni pervenute all' Accademia *sino al 4 ottobre* 1885.

PERSONALE ACCADEMICO

CORRISPONDENZA

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XIX.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-22°.

Col dicembre 1884 incomincia la Quarta Serie delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria Ermanno Loescher & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 23°.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 18 ottobre 1885

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

AVVISO. A norma della deliberazione presa dal Consiglio d'Amministrazione dell'Accademia, durante le ferie i *Rendiconti* continueranno a pubblicarsi la prima e la terza domenica di ogni mese.

INDICE

Comunicazioni pervenute all'Accademia *sino al* 18 *ottobre* 1885.

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII.(1883-84).

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XIX.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-23°.

Col dicembre 1884 incomincia la Quarta Serie delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 24°.

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 1 novembre 1885

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

AVVISO. A norma della deliberazione presa dal Consiglio d'Amministrazione dell'Accademia, durante le ferie i *Rendiconti* continueranno a pubblicarsi la prima e la terza domenica di ogni mese.

INDICE

Comunicazioni pervenute all'Accademia *sino al* 1 *novembre* 1885.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XIX.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-24°.

Col dicembre 1884 incomincia la Quarta Serie delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria Ermanno Loescher & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze.*

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 25°.

Seduta del 15 novembre 1885

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

INDICE

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª Transunti.
2ª Memorie *della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali.*
3ª Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — Transunti. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).

Memorie *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XIX.

Memorie *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-XI. XIII.

Serie 4ª — Rendiconti Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-25°.

Col dicembre 1884 incomincia la Quarta Serie delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria Ermanno Loescher & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 26°.

Seduta del 29 novembre 1885

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

INDICE

Classe di scienze morali, storiche e filologiche *Seduta del 29 novembre 1885.*

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XIX.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-26°.

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 27°.

Seduta del 6 dicembre 1885

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

RENDICONTI — Dicembre 1885.

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. *Seduta del 6 dicembre* 1885.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

RELAZIONI DI COMMISSIONI

PERSONALE ACCADEMICO

PRESENTAZIONE DI LIBRI

CORRISPONDENZA

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XIX.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-27°.

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria ERMANNO LOESCHER & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII.

1884-85

SERIE QUARTA

RENDICONTI

PUBBLICATI PER CURA DEI SEGRETARI

Volume I.° — Fascicolo 28° ed ultimo

Seduta del 20 dicembre 1885

ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

N. B. Col presente fascicolo viene distribuito l'Indice (per materie e per autori) di questo Volume.

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

— Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

— Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76) Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2) — II. (1, 2). — III.-XIX.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol I-XI, XIII.

4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85) Fasc. 1°-28°.

Col dicembre 1884 incomincia la QUARTA SERIE delle pubblicazioni periodiche della R. Accademia.

Esse sono le seguenti:

Atti della R. Accademia dei Lincei, Rendiconti delle sedute (in sostituzione dei Transunti)

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali

Atti della R. Accademia dei Lincei, Memorie della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.

CONDIZIONI DI ASSOCIAZIONE

AI RENDICONTI DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

I Rendiconti della R. Accademia dei Lincei si pubblicano due volte al mese.

Il prezzo di associazione annuale è per l'Italia L. **12**, per l'estero L. **15**, e per i paesi non compresi nell'Unione postale L. **18**.

Le associazioni si ricevono esclusivamente dalla Libreria ERMANNO LOESCHER & C.° in *Roma — Torino* e *Firenze*.